# Ultra-stabile Lasersysteme für Weltraum- und Bodenanwendungen

Der QUEST-Leibniz-Forschungsschule der
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften
Dr. rer. nat.
genehmigte Dissertation
von

M.Eng. Sebastian Häfner
geboren am 10.01.1985 in Schmalkalden

| | |
|---|---|
| **Referent** | PD Dr. Christian Lisdat<br>Physikalisch-Technische Bundesanstalt |
| **Korreferent** | Prof. Dr. Wolfgang Ertmer<br>Leibniz Universität Hannover |
| **Tag der Disputation** | 21.07.2015 |

# Zusammenfassung

Optische Uhren sind Instrumente, die hochgenaue Frequenzen erzeugen. Diese lassen sich nutzen, um physikalische Fragestellungen zu untersuchen. Zurzeit wird die Stabilität aller optischen Uhren durch die Kohärenzzeit der ultrastabilen Laser sowie den Dick-Effekt limitiert. Die meisten ultrastabilen Lasersysteme beziehen ihre Stabilität aus der mechanischen Längenstabilität eines optischen Referenzresonators. Mit einer Instabilität von $\sigma_y = (1-2) \cdot 10^{-16}$ lassen sich mit diesem Konzept momentan die besten Stabilitäten erreichen, wobei diese durch Längenfluktuationen aufgrund von thermischen Bewegungen auf molekularer oder atomarer Ebene begrenzt werden. Diese Braun'sche-Bewegung verursacht Rauschen, welches besonders groß in den Spiegelbeschichtungen ist. Die Wirkung des Rauschens auf die Längenstabilität des Resonators kann durch das Betreiben kristalliner Resonatoren bei kryogenen Temperaturen reduziert werden. Des Weiteren lässt sich speziell der Einfluss der Spiegelbeschichtung durch das Vergrößern des Laserstrahldurchmessers auf den Spiegeln oder durch längere Resonatoren verringern. Mit wachsender Länge wird es allerdings schwieriger, Längenänderung der Resonatoren durch einwirkende Kräfte infolge von seismischen Störungen oder die thermische Expansion des Resonators durch fluktuierende Temperaturgradienten zu kontrollieren.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Uhrenlasersystem basierend auf einem ca. 48 cm langen Spezialglasresonator (ULE-Glas) mit ultra-niedrigem thermischen Ausdehnungskoeffizienten für eine stationäre Strontium-Gitteruhr aufgebaut. Aus Vergleichen mit der Strontium-Uhr konnte eine minimale Instabilität von $\sigma_y(15\ \mathrm{s}) = 8 \cdot 10^{-17}$ bestimmt werden. Nach unserem Kenntnisstand ist dieses Lasersystem derzeit das stabilste Lasersystem weltweit. Diese herausragende Stabilität konnte durch innovative Konzepte für das Uhrenlasersystem ermöglicht werden. Mit Hilfe einer dynamischen 3-Punktlagerung des Resonators wurde eine Vibrationsempfindlichkeit von $(\Delta\nu/\nu)/a = 2 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{g}^{-1}$ erreicht und somit der Einfluss seismischer Störungen reduziert. Durch die Entwicklung einer neuartigen Temperaturstabilisierung, welche es erlaubt, speziell die Temperaturgradienten über den Resonator konstant zu halten, sind hervorragende Langzeitstabilitäten von

$\sigma_y = 1 \cdot 10^{-16}$ für Mittelungszeiten bis $\tau = 1000$ s erreicht worden. Über polarisationserhaltende optische Fasern wird das Licht in unserem Aufbau von einer Laserdiode zum Resonator, zur Strontium-Uhr, sowie zu einem Frequenzkamm geführt. Mit der Stabilisierung aller drei optischen Weglängen auf einem gemeinsamen Referenzpunkt neben der Laserdiode kann das Licht phasenstarr vom Resonator zu den Atomen und zum Frequenzkamm übertragen werden.
Mit diesem Uhrenlaser ist es möglich, den schmalbandigen atomaren Übergang $^1\mathrm{S}_0 \rightarrow {}^3\mathrm{P}_0$ Fourier-limitiert auf $1,2$ Hz mit hohem Kontrast von 80 % aufzulösen. Durch eine Analyse auf der Basis eines Dreiecksvergleiches mit zwei weiteren ultrastabilen Lasersystemen war es möglich, das Frequenzrauschspektrum des Lasers zu ermitteln. Ausgehend von diesem Rauschen konnte eine zu erwartende Uhrenstabilität von $\sigma_y = 1,6 \cdot 10^{-16} (\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$ berechnet werden. Diese Stabilität kann ebenfalls aus den beobachteten Ergebnissen mit Hilfe eines alternierenden Stabilitätsverfahrens abgeleitet werden.
Des Weiteren wurde im Rahmen dieser Arbeit für eine transportable Strontium-Uhr ein Uhrenlasersystem basierend auf einem 12 cm langen ULE-Glasresonator entwickelt und aufgebaut. Aus einem Vergleich mit dem langen Uhrenlasersystem konnte eine Instabilität von $\sigma_y = 4,4 \cdot 10^{-16}$ bestimmt werden. Im Gegensatz zu stationären Systemen müssen transportable Lasersysteme spezielle Anforderungen an die Lagerung der Resonatoren erfüllen. Die Halterung muss den Resonator vibrations-insensitiv lagern und zusätzlich muss das System transportbedingten Stößen standhalten können. In unserem Aufbau werden beide Bedingungen erfüllt, wobei die Halterung für potentielle Beschleunigungen von bis zu 50 g ausgelegt ist. Zusätzlich wurde im Aufbau darauf geachtet, die Größe und Masse des Gesamtaufbaus bestehend aus Resonator mit Wärmeschilden und Vakuumsystem auf ein Minimum zu reduzieren. Mit einer Masse von 8 kg und einer Größe von etwas mehr als einem Schuhkarton wäre dieser Aufbau ein idealer Kandidat für potentielle Weltraummissionen. Zurzeit ist dieses System eines der robustesten und gleichzeitig das frequenzstabilste transportable Lasersystem weltweit.

**Stichworte:**

- Frequenzstabilisierung
- Optische Referenzresonatoren
- Thermisches Rauschen
- Optische Uhren

# Abstract

Optical clocks are instruments for generating highly precise frequencies which can be used to test fundamental physical questions. The stability of today's best optical clocks is limited by the laser frequency noise due to the limited coherence time and the Dick-effect. Most ultra-stable lasers are realized by locking the frequency of a laser to an optical Eigen mode of a well-isolated optical cavity. At present, the best lasers provide an instability of $(1-2)\cdot 10^{-16}$, limited by the thermal Brownian noise, with the biggest contribution from the mirror coatings. Its influence on the laser stability can be reduced by operating at cryogenic temperatures, by increasing the mode size or using longer cavities.
Among other developed lasers, in this work a clock laser system for a stationary strontium optical lattice clock has been developed based on a 48 cm long ultra-low expansion glass (ULE) cavity. From frequency comparison to the strontium clock and to two other ultra-stable laser systems an instability of $\sigma_y = 8\cdot 10^{-17}$ has been determined, which is to our best knowledge the smallest frequency instability observed so far. The use of long cylindrical and heavier cavities makes it much more difficult to reach the required suppression of optical length changes through forces induced by seismic vibrations and as well as by thermal expansion due to temperature fluctuations. To suppress the influence of seismic noise, a self-balancing mounting has been integrated allowing to reach sensitivities for acceleration of below $(\Delta\nu/\nu)/a = 2\cdot 10^{-10}$ g$^{-1}$ in all directions. Through the implementation of a sophisticated thermal control unit an instability of $1\cdot 10^{-16}$ at an averaging time of 1000 s was achieved. Furthermore, fiber noise cancellations from a common reference point near the laser diode to the cavity, to the strontium clock as well as to a frequency comb was realized.
With this clock laser system the strontium clock can be operated very robustly at at high contrast of approximately 80 % with a Fourier limited resolution of the narrow atomic transition $^1\mathrm{S}_0 \rightarrow\ ^3\mathrm{P}_0$ of $1,2$ Hz. A single clock instability of $\sigma_y = 1,6\cdot 10^{-16}(\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$ was estimated from the analysis of the clock laser noise based on the three-cornered hat method with two other ultra-stable laser systems. The estimated stability is in very good

agreement with the experimentally observed values.

Additionally, in this work a clock laser system was designed for a transportable strontium lattice clock based on a 12 cm long ultra-low expansion glass (ULE-Glas) cavity. As a result of the comparison with the long laser system an instability of $4 \cdot 10^{-16}$ was observed. The design of a transportable ultra stable laser system demands special requirements to the mounting. The cavity has to be mounted vibration-insensitive and has to withstand transportation shocks. Therefore, a vibration-insensitive mounting has been developed which can withstand potential acceleration of up to 50 g. Furthermore, the whole system, including temperature stabilization and vacuum system, was miniaturized close to the size of a shoebox. With a total mass of approximately 8 kg it meets the requirements for future space missions, which are aiming to bring optical clocks in space. To our best knowledge, this laser system shows the lowest instability observed up to now for such robust system.
**Keywords:**

- Frequenzy stabilization
- Optical cavities
- Thermal noise
- Optical clocks

# Abkürzungen

| | |
|---|---|
| AOM | Akustooptischer Modulator |
| ADEV | Allan Abweichung (Allan deviation) |
| AVAR | Allan Varianz |
| CTE | Thermischer Ausdehnungskoeffizient (coefficient of thermal expansion) |
| DC | Gleichstrom (direct current) |
| DDS | Direkter digitaler Synthesizer |
| ESA | European Space Agency |
| EOM | Elektrooptischer Modulator |
| FS | Quarzglas (fused silica) |
| FWHM | Halbwertsbreite (full width at half maximum) |
| MADEV | Modifizierte Allan Abweichung (modified Allan deviation) |
| NIST | National Institute of Standards and Technology |
| NPL | National Physical Laboratory |
| PSI | Paul Scherrer Institut |
| PTB | Physikalisch-Technische Bundesanstalt |
| RAM | Residuelle Amplitudenmodulation |
| RF | Radiofrequenz |
| SNR | Signal zu Rauschverhältnis (signal-to-noise ratio) |
| SOC | Space optical-clocks |
| TP | Tiefpass |
| PDH | Pound-Drever-Hall |
| PSD | Leistungsdichte Spektrum (power spectral density) |
| TEM | Transversale elektromagnetische Mode |
| ULE | Ultra-low-expansion |
| VCO | Spannungsgesteuerter Oszillator (voltage-controlled oscillator) |

# Inhaltsverzeichnis

**1 Einleitung** **1**

**2 Laserfrequenzstabilisierung auf externe Resonatoren** **7**

2.1 Laserfrequenzstabilisierung mit PDH-Technik . . . . . 9

2.2 Limitierung der Längenstabilität . . . . . 12

**3 Beschreibung und Messen des Frequenzrauschens** **29**

3.1 Charakterisierung des Frequenzrauschens . . . . . 29

3.2 Messung des Frequenzrauschens . . . . . 31

3.3 Bestimmung der individuellen Frequenzstabilität und des Frequenzrauschens 41

**4 Transportable Uhrenlasersysteme** **47**

4.1 Ein Uhrenlasersystem für eine transportable optische Strontium-Uhr . . . . 48

4.2 Ein Lokaloszillator für industrielle Anwendungen . . . . . 66

4.3 Einfluss ionisierender Strahlung auf ULE-Glas Resonatoren . . . . . 73

**5 Ein Uhrenlasersystem für die stationäre Strontium-Uhr** **81**

5.1 Mechanischer Aufbau des Resonators . . . . . 83

5.2 Temperaturstabilisierung . . . . . 95

5.3 Vakuumsystem . . . . . 107

5.4 Optischer Aufbau . . . . . 110

5.5 Optische Weglängenstabilisierung . . . . . 121

5.6 Stabilität des Uhrenlasers . . . . . 131

**6 Stabilität der Strontium-Uhr** **141**

6.1 Der Dick-Effekt . . . . . 142

6.2 Stabilität der Strontium-Uhr . . . . . 143

**7 Zusammenfassung und Ausblick** **149**

**A Halterung des 48 cm Resonators** **153**

**B Temperaturregler für den 48 cm Resonator** **155**

# Kapitel 1

# Einleitung

Mit der Entwicklung des Lasers 1960 durch Theodor Maiman [76] wurde ein Werkzeug geschaffen, mit dem es möglich ist, Licht mit extremen Eigenschaften zu erzeugen. Zum Beispiel können mit diodengepumpten Lasersystemen Laserpulse von einigen 100 TW bis in den Petawatt-Bereich realisiert werden [71]. Solche Leistungen erreichen im fokussierten Zustand Intensitäten von $10^{21}$ W cm$^{-2}$, wodurch sich extreme elektrische Feldstärken von ca $E_L \approx 8 \cdot 10^{14}$ V m$^{-1}$ erzielen lassen, was ein Vielfaches der Feldstärke in einem Wassertoffatom $E_H \approx 5 \cdot 10^{11}$ V m$^{-1}$ entspricht. Damit ist man in der Lage, die Bestandteile der Materie zu untersuchen.
Mit bestimmten Lasern ist es möglich, über einen großen Spektralbereich hohe Leistungen zu erzeugen. Durch Frequenzmodenkopplung können aus diesem Spektrum ultrakurze Lichtpulse von 67 as Dauer geschaffen werden [41,130]. Als eine Folge der Modenkopplung entsteht ein Frequenzspektrum bestehend aus diskreten Spektralkomponenten (Frequenzkamm), welches heute als unabdingbares optisches Frequenzgetriebe [113] genutzt wird, um optische Lichtfrequenzen zu messen.
Auf der anderen Seite wird weltweit Forschung betrieben, um Lasersysteme mit ultraschmalen Linienbreiten zu entwickeln. Solche Laser hoher Frequenzstabilität sind optische Oszillatoren, welche als Schlüsselelement für moderne Präzisionmessungen in der fundamentalen Physik [32], zur Untersuchung von Gravitationswellen [125] oder zum Betreiben atomare Frequenzstandards dienen [73].

Speziell in atomaren Frequenzstandards erfolgt eine Spektroskopie an einem ultra-schmalen atomaren Übergang in einem Ensemble von neutralen Atomen [120] oder an einem Ion [57]. Dieser schmale atomare Übergang dient dabei als Referenz, um die Laserfrequenz zu stabilisieren. Damit lassen sich extreme Frequenzstabilitäten erreichen, da externe Einflüsse

wie z. B. die Temperatur klein [17, 100] oder gut kontrollierbar sind [34, 128]. In einem optischen Frequenzstandard bzw. einer optischen Uhr wird der atomare Übergang mit einem schmalbandigen Laser zyklisch abgefragt. Aus der Anregungswahrscheinlichkeit der Atome wird über einen Regelkreis die optische Laserfrequenz auf die Linienmitte dieses Übergangs stabilisiert und anschließend für Anwendungen, z. B. mit einem Frequenzkamm, die hohe optische Oszillatorfrequenz elektronisch zählbar gemacht.
Aufgrund der hohen erzielbaren Genauigkeiten von Frequenzstandards lassen sich durch den Vergleich unterschiedlicher atomarer Spezies fundamentale physikalische Untersuchungen, zum Beispiel zur zeitlichen Variation der Feinstrukturkonstanten $\dot{\alpha}$ vornehmen [100]. Ebenso ist es möglich, durch einen Frequenzvergleich zweier räumlich getrennter Frequenzstandards, zum Beispiel über eine Glasfaserverbindungen [90, 95], Geodäsie zu betreiben und somit infolge der gravitationsbedingten Rotverschiebung des Lichtes deren relative Höhe zueinander zu bestimmen [18]. Durch die Entwicklung transportabler Frequenzstandards sind geodätische Untersuchungen zukünftig nicht mehr auf die Laborumgebungen der einzelnen Institute beschränkt, sondern lassen sich auch in raueren Umgebungen durchführen. So gibt es bereits Bestrebungen, Uhren in Satelliten [53] zu integrieren, um die Relativitätstheorie mit hoher Genauigkeit zu testen. Mit solchen zukünftigen Frequenzstandards könnte es durchaus möglich sein, selbst zeitliche Variationen im Gravitationsfeld, hervorgerufen zum Beispiel durch die Gezeitenwirkungen oder klimatisch bedingte Veränderungen, zu beobachten. Mit anderen Satelliten gestützte Vermessungskonzepte lassen sich bereits Veränderungen im Schwerefeld messen. So wird das Schwerefeld der Erde beispielsweise in der GRACE-Mission (Gravity Recovery and Climate Experiment) durch die kontinuierliche Abstandsvermessung zweier hintereinander fliegenden Satelliten vermessen. Aus den gewonnen Messdaten konnten Veränderungen des Grundwasserpegels [39] sowie Massenänderung an Gletschern nachgewiesen werden [106]. Mit optischen Uhren könnten solche Veränderungen in einer höheren Genauigkeit erfasst werden.

Abgesehen von einer hohen Genauigkeit sind für solche Untersuchungen extrem stabile Uhren nötig, die es erlauben, innerhalb kürzester Zeit durch Mittelung des während der Messung auftretenden Frequenzrauschens die statistische Unsicherheit des Vergleichs unter die systematisch bedingte Unsicherheit der Uhren zu reduzieren. Die Stabilität der optischen Uhr wird jedoch entscheidend durch den Abfrageoszillator (Uhrenlaser) begrenzt. Infolge der limitierten Kohärenzzeit der Uhrenlaser lassen sich momentan die schmalbandigen atomaren Übergänge [73] von einigen Millihertz nur Fourier-limitiert mit etwa 1 Hz

Breite auflösen [55, 63, 120]. Des Weiteren wird durch die Wirkung der Totzeit behafteten zyklische Abfrage des atomaren Übergangs die Stabilität ebenfalls verschlechtert (Dick-Effekt) [28]. Zur Reduzierung dieser beiden Effekte sind daher rauschärmere und damit stabilere Laser nötig.

Mit der Stabilisierung eines Lasers auf sehr schmalbandige spektrale Löcher, die in einem auf kryogene Temperaturen gekühlten Kristall ausgebleicht wurden, lassen sich zurzeit relative Frequenzinstabilitäten von $\sigma_y(73\ \mathrm{s}) \approx 9 \cdot 10^{-17}$ erreichen [22, 116]. Selbst an aktiv emittierenden optischen Uhren wird geforscht, um ultra-stabile Frequenzen zu erzeugen [77].
In den letzten zwei Jahrzehnten wurde jedoch das erreichte Laserrauschen durch die Stabilisierung eines Lasers auf einem externen Referenzresonator am erfolgreichsten reduziert. Hierbei wird die relative Längenstabilität dieses Referenzresonators auf die relative Frequenzstabilität des Lichtes übertragen.
1999 wurde bereits in der Gruppe von Jim Bergquist am NIST in Boulder Colorado ein Lasersystem mit einer beeindruckenden Instabilität von $\sigma_y(\tau) = 4 \cdot 10^{-16}$ entwickelt. In diesem System wurde ein Farbstoff-Laser auf einem etwa 25 cm langen Glasresonator stabilisiert [127]. Diese Stabilität blieb für viele Jahre unerreicht und konnte erst 2011 mit $\sigma_y(\tau) = 2 \cdot 10^{-16}$ durch eine andere Gruppe um Andrew Ludlow, ebenfalls am NIST, unterboten werden [63]. Für die Weiterentwicklung in den Jahren dazwischen mussten sich erst fundierte Erkenntnisse über die stabilitätsbegrenzenden Einflussfakoren in der Frequenzgemeinde etablieren und Lösungsstrategien dagegen geschaffen werden.
Auf den Forschungsgrundlagen aus Gravitationswellendetektoren konnte 1998 durch den Ansatz von Levin [70] das Braun'sche Rauschen (thermische Rauschen) in den verwendeten Resontormaterialien als fundamentale Limitierung der Längenstabilität bestimmt werden. 2002 erfolgte durch Numata [83] eine analytische Beschreibung zur Berechnung der thermischen Rauschbeiträge in den einzelnen Resonatorkomponenten wie Spiegelsubstrate, Spiegelbeschichtung und den Abstandshalter (Spacer). Durch Kessler [65] in unserer Arbeitsgruppe um Sterr an der PTB konnten 2012 diese analytischen Beschreibungen schließlich mit Hilfe der Finite Elemente Methode präzisiert werden.
Des Weiteren wurde 2006 zum ersten Mal an der PTB in der Gruppe von Helmcke und Sterr die Stabilisierung einer Laserdiode auf einen Resonator durchgeführt, wodurch es nun möglich war, wartungsarme ultra-stabilere Lasersysteme aufzubauen sowie die gut zugänglichen Wellenlängen von Laserdioden zu nutzen. Gleichzeitig wurde in dieser Gruppe durch Nazarova [79] gezeigt, wie mit Hilfe der Finiten Elemente Methode (FEM) die

Sensitivität der Resonatoren auf seismische Störungen reduziert werden kann. Als Folge davon konnten in der Frequenzgemeinde zielgerichtet neue Haltekonzepte für Resonatoren entwickelt werden.
Aus den Erkenntnissen von Numata stellte sich heraus, dass durch die Verwendung kristalliner Materialien wie Silizium oder Saphir als Resonator- und Spiegelmaterial und das Abkühlen auf kryogene Temperaturen das thermische Rauschen so gut wie nur noch durch die Spiegelbeschichtung begrenzt wird. 2012 wurde durch Kessler und Hagemann an der PTB auf der Basis eines kryogenen Silizium Resonators ein Laser mit einer Instabilität von $\sigma_y(\tau) = 2 \cdot 10^{-16}$ aufgebaut [64].
Leider ist das Abkühlen und Betreiben solcher Resonatoren sehr aufwendig. Außerdem ist z. B. Silizium aufgrund der mangelnden Transparenz im sichtbaren Spektralbereich nur für infrarote Wellenlängen geeignet. Hingegen können Resonatoren aus Glasmaterialien, wie zum Beispiel ultra-low expansion Glas (ULE-Glas), mit extrem kleinen thermischen Ausdehnungskoeffizienten bei Raumtemperatur und im gesamten sichtbaren Spektralbereich verwendet werden. Dadurch sind diese Resonatoren direkt für Uhrenlaser für die meisten schmalbandigen atomaren Übergänge verwendbar.
Unglücklicherweise haben Glasmaterialien und speziell die Glasspiegel ein höheres thermisches Rauschen. Die Wirkung dieses Rauschbeitrages auf die relative Längenstabilität des Resonators kann jedoch durch die Gestaltung längere Resonatoren reduziert werden. Mit wachsender Länge und höherem Gewicht wird es allerdings schwieriger, die optischen Längenänderungen der Resonatoren durch einwirkende Kräfte infolge von seismischen Störungen und durch die thermische Expansion veränderlicher Temperaturgradienten zu kontrollieren.
In dieser Arbeit wurde unter anderem speziell für eine stationäre Strontium-Gitteruhr ein neues Uhrenlasersystem, basierend auf einem ca. 48 cm langen ULE-Glasresonator, aufgebaut [47]. Dieses System hat durch Vergleiche mit der Strontium-Uhr und anderen Lasersystemen eine minimale Instabilität von $\sigma_y(15\ \mathrm{s}) = 8 \cdot 10^{-17}$ erreicht und ist nach unserem Kenntnisstand zurzeit damit das stabilste Lasersystem weltweit.
Die erreichte Instabilität ist eine Folge der guten Isolierung des Resonators gegen äußere Störungen. So konnte durch die Implementierung einer dynamischen 3-Punktlagerung des Resonators seine Vibrationsempfindlichkeit auf $(\Delta\nu/\nu)/a = 2 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{g}^{-1}$ reduziert und damit der Einfluss seismischer Störungen minimiert werden. Mit Hilfe einer aufwendigen Temperaturstabilisierung ist es möglich, Temperaturgradienten über den Resonator zu unterdrücken und somit sehr gute Langzeitinstabilitäten von $\sigma_y = 1 \cdot 10^{-16}$ für Mittelungszeiten von $\tau = 1 - 1000$ s zu erreichen. In unserem Aufbau wird das Licht von einem

Diodenlaser zum Resonator, zur Strontium-Uhr, sowie zum Frequenzkamm über polarisationserhaltende optische Fasern geleitet. Alle drei optischen Weglängen werden mit Hilfe optischer Weglängenstabilisierungen auf einem gemeinsamen Referenzpunkt stabilisiert, sodass das Licht phasenstarr vom Resonator zu den Atomen und zum Frequenzkamm übertragen werden kann.
Des Weiteren erfolgte zum ersten Mal eine vollständige Analyse des Frequenzrauschspektrums des Lasers auf der Basis von Dreiecksvergleichen mit anderen Oszillatoren. Ausgehend von diesen Ergebnissen konnte die aufgrund des Dick-Effektes zu erwartende Uhrenstabilität ermitteltet werden. Diese stimmt hervorragend mit beobachteten Ergebnissen überein und lässt auf eine Uhrenstabilität von $\sigma_y = 1,6 \cdot 10^{-16}(\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$ schließen.

In einem weiteren Aufbau wurde für eine transportable optische Strontium-Uhr ebenfalls ein Uhrenlasersystem, basierend auf einem 12 cm langen ULE-Glasresonator, entwickelt. Das Design des Resonators wurde speziell daraufhin optimiert, als potentieller Kandidat für Weltraummissionen infrage zu kommen. Entsprechend wurde eine Halterung entworfen und aufgebaut, die es erlaubt, den Resonator vibrationsunempfindlich zu lagern und potentielle Beschleunigungen von bis zu 50 g standzuhalten. Des Weiteren wurde eine leichte und kompakte Bauweise verfolgt, welche für Weltraummissionen gefordert wird. Zurzeit ist dieser Resonator mit einer erreichten Instabilität von $\sigma_y = 4,4 \cdot 10^{-16}$ einer der robustesten und gleichzeitig das stabilste entwickelte Systeme weltweit und wird erfolgreich in der transportablen Strontium-Uhr der PTB verwendet.

**Aufbau der Arbeit:**

- **Kapitel 2** gibt eine kurze Einführung über die Grundlagen der Frequenzstabilisierung eines Laser auf Referenzresonatoren mit der Pound-Drever-Hall Technik. Zusätzlich werden die Wirkungen äußerer Störungen auf die Längenstabilität diskutiert und eine Beschreibung des thermischen Rauschens gegeben.
- **Kapitel 3** beschreibt Messtechniken zur Analyse optischer Frequenzfluktuationen. Des Weiteren wird das Verfahren zur Bestimmung des Frequenzrauschspektrums aus einem Dreiecksvergleich von Oszillatoren näher beleuchtet.
- **Kapitel 4** präsentiert den Aufbau des Uhrenlasersystems für eine transportable Strontium-Uhr. Zusätzlich wird ein weiteres ultrastabiles Laserystem für industrielle Anwendungen vorgestellt. Anschließend werden noch Messergebnisse vorgestellt,

welche die Wirkung hochenergetischer Strahlung auf die Längenstabilität eines Proberesonators beschreiben.

- **Kapitel 5** gibt eine ausführliche Beschreibung über das Uhrenlasersystem für die stationäre Strontiumuhr. Es wird die mechanische Halterung, die Temperaturstabilisierung sowie die optische Weglängenstabilisierung diskutiert. Im Anschluss wird das ermittelte Frequenzrauschen sowie die erreichte relative Frequnzstabilität präsentiert.

- **Kapitel 6** diskutiert die mit dem 48 cm langen Uhrenlasersystem gewonnene Uhrstabilität. Die Messergebnisse werden hierbei mit der durch den Dick-Effekt zu erwartenden Stabilität verglichen.

- **Kapitel 7** fasst die erreichten Ergebnisse zusammen und macht mögliche Verbesserungsvorschläge für das stationäre Uhrenlasersystem.

# Kapitel 2

# Laserfrequenzstabilisierung auf externe Resonatoren

Ein optischer Resonator hoher Güte (auch Cavity genannt) besteht im Allgemeinen aus zwei hochreflektierenden Spiegeln $R > 99\ \%$, die durch einen mechanischen Abstandshalter getrennt sind. Zur Erzeugung ultrastabiler Laserfrequenzen mit solch externen Resonatoren wird die Lichtfrequenz $\nu$ eines Lasers auf eine optische Eigenfrequenz des Resonators stabilisiert. Hierfür wird häufig das Pound-Drever-Hall-Verfahren (PDH) verwendet. Eine genauere Beschreibung dieser Stabilisierungsmethode wird im nachfolgenden Abschnitt gegeben. In Folge der Stabilisierung der Laserfrequenz auf eine Eigenfrequenz des Resonators wird die hohe relative Längenstabilität $\Delta L/L$ des Resonators auf die relative Frequenzstabilität des Lichtes $\Delta\nu/\nu$ übertragen. Hierbei gilt folgende Beziehung

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\Delta\nu}{\nu}, \tag{2.1}$$

wobei $L$ die absolute Länge des Resonators bzw. $\Delta L$ die Längenänderung durch äußere Störungen darstellt. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden Methoden und Konzepte vorgestellt, welche die Länge des Resonators gegen äußere Störungen isolieren. Im Resonanzfall liegen die Kontenpunkte der Lichtwelle auf den Spiegeln und das im Reonator umlaufende Licht wird phasengleich aufsummiert. Die Ausbreitung des Lichtes mit der Frequenz $\nu_q$ im Resonator ist dabei an die Resonanzbedingung

$$\nu_q = q\frac{c}{2L} = q \cdot FSR \tag{2.2}$$

geknüpft, wobei $c$ die Lichtgeschwindigkeit und $q$ die longitudinale Modennummer beschreibt. Der Bruch $\frac{c}{2L}$ wird auch als der freier Spektralbereich $FSR$ des Resonators bezeichnet. Bei einer Verstimmung $\Delta\nu$ von der Resonanzfrequenz ergibt sich pro Umlauf des Lichtes eine Phasenverschiebung von $\phi = 2\pi = \frac{\Delta\nu}{FSR}$. Entsprechend kann das Reflektions- bzw. Transmissionsverhalten des einfallenden Lichtfeldes $E_0(\omega)$ auf den Resonator durch folgende Gleichungen beschrieben werden

$$E_{\text{ref}}(\phi) = E_0 e^{i\omega t}\left[r_1 - \frac{r_2 t_1^2 e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi}}\right] \tag{2.3}$$

$$E_{\text{tr}}(\phi) = E_0 e^{i\omega t}\left[\frac{t_1 t_2 e^{-i\frac{\phi}{2}}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi}}\right], \tag{2.4}$$

wobei $r_1$, $r_2$ die Reflexionsfaktoren, $t_1$ sowie $t_2$ die Transmissionsfaktoren der Spiegel sind, welche auf die elektrische Feldamplitude $E(\omega)$ des Lichts wirken. Die Variable $\phi$ beschreibt die Phasenlage zwischen den im Resontor umlaufenden Lichtfeld sowie dem von außen eindringenden Lichtfeld. Die Quadrate der Reflexionsfaktoren $R_i = r_i^2$ und der Transmissionsfaktoren $T_i = t_i^2$ geben die Reflexion $R_i$ und Transmission $T_i$ der Lichtleistung an. Es wäre für diese Gleichungen 2.3 und 2.4 noch zu erwähnen, dass zusätzliche Streu- und Absorptionsverluste $A_i$ an den Spiegeln vernachlässigt sind, wobei für die Spiegel $R_i + T_i + A_i = 1$ gilt.

Betrachtet man die Gleichung für die Refelexion 2.3, so beschreibt diese die kohärente Überlagerung von zwei Lichtfeldern: das vom Resonatorspiegel direkt reflektierte Feld (beschrieben durch den Term $r_1$), sowie das aus dem Resononator austretende Feld (zweiter Term komplexer Term). Im resonanten Fall, d. h. wenn die Lichtfrequenz des eindringenden Lichtes mit einer Resonatoreigenfrequenz übereinstimmt, ist $\phi = 0$ oder modulo $2\pi$. Für einen idealen symmetrischen Resonator ($t_1 = t_2 = t$ und $r_1 = r_2 = r$) verschwindet der reflektierte Lichtanteil. Ursache ist hierfür, dass das einfallende Lichtfeld auf dem Resonatorspiegel mit dem Lichtfeld, welches aus dem Resonator heraus leckt, destruktiv interferiert und nach Gleichung 2.4 zu 100 % transmittiert wird. Durch Verstimmung der Lichtfrequenz $\Delta\nu = \nu_q - \nu$ ändert sich auch die Phasenlage zwischen den beiden Lichtfeldern, wodurch sich entsprechend der reflektierte und transmittierte Lichtanteil ändert.

Infolge der hohen Reflektivität der Spiegel und der damit verbunden hohen Anzahl an Resonatorumläufen der Lichtwelle erfolgt eine Speicherung des Lichtes mit der charakteristischen Speicherzeit $t_\text{c}$ im Resonator. Diese lässt sich aus der exponentiell abklingenden transmittierten Leistung $P(t) = P_0 \cdot e^{-\frac{t}{t_\text{c}}}$ nach dem Ausschalten des Lichtes ermitteln. Die Speicherzeit ist ein Maß für die optische Güte des Resonators, welche durch die Finesse

$F$ charakterisiert wird

$$F = 2\pi\tau_c \cdot FSR = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R^2} = \frac{FSR}{\Gamma}. \tag{2.5}$$

$\Gamma$ ist die volle Halbwertsbreite der Resonatorresonanz.
Der bisher angenommene Fabry-Pérot-Resonator besteht aus plan-parallelen Spiegeln, sodass sich ebene Wellenfronten im Resonator ausbreiten. Diese Resonatoren sind jedoch durch große Beugungsverluste an den Spiegeln sowie eine hohe Empfindlichkeit auf Justage der Spiegel gekennzeichnet. Um diese Problematik zu umgehen, werden meist Resonatoren mit einem planen sowie mit einem gekrümmten Spiegel mit dem Radius $\rho$ bzw. aus zwei gekrümmten Spiegeln aufgebaut. Solche Resonatoren sind stabil, d. h. das Lichtfeld reproduziert sich nach einem Umlauf, wenn folgende Stabilitätsbeziehung erfüllt ist:

$$0 < g_1 g_2 < 1; \tag{2.6}$$

mit $g_i = 1 - \frac{L}{\rho_i}$. Aus dem Spiegelradius und der Resonatorlänge lassen sich die Strahlenradien $w_i$ und $w_j$ auf den Spiegeln $M_i$ und $M_j$ wie folgt angeben:

$$w_i = \sqrt{\frac{L\lambda}{\pi}} \cdot \left[\frac{g_j}{g_i(1-g_i g_j)}\right]^{1/4} \tag{2.7}$$

Die Variable $w_i$ beschreibt hierbei den Strahlradius, bei dem die elektrische Feldamplitude $E(r) = e^{-\frac{r^2}{w_i}}$ auf $1/e$ abgefallen ist und $\lambda$ die Wellenlänge des Lichtes. Durch die Einführung von gekrümmten Spiegeln existieren neben der fundamentalen longitudinalen Mode $q$ ($\mathrm{TEM}_{00}$) noch Moden höherer Ordnung ($\mathrm{TEM}_{mn}$ mit $m$, $n = 0, 1, 2...$). Die Frequenz der Moden wird durch die Gleichung:

$$w_{mnq} = FSR\left(q + \frac{m+n+1}{\pi}\arccos\sqrt{g_1 g_2}\right) \tag{2.8}$$

beschrieben.

## 2.1 Laserfrequenzstabilisierung mit PDH-Technik

1946 publizierte R. V. Pound ein Verfahren, mit dem es möglich ist, Mikrowellen eines Mikrowellenoszillators auf einem Referenzresonator zu stabilisieren, indem die vom Resonator reflektierten Mikrowellen verwendet wurden [89]. In den achtziger Jahren wurde dieses

Verfahren erstmals von Drever und Hall zur Stabilisierung eines Lasers auf einem externen Resonator eingesetzt [29]. Heute ist diese Technik unter dem Begriff Pound-Drever-Hall Verfahren bekannt. Einer der Stärken dieser Methode ist, die Laserfrequenz eines Laser unabhängig von Schwankungen in seiner Lichtleistung auf einem Resonator zu stabilisieren und Regelbandbreiten von einigen Megahertz, weit über die Resonatorlinienbreite hinaus, zu erreichen. Des Weiteren erfolgt die Detektion des zur Abweichung der Laserfrequenz von der Resonanzfrequenz proportionalen Fehlersignals im Radiofrequenzbereich, wodurch Störungen und technisches Rauschen im Vergleich zu Stabilisierungsverfahren mit einer Detektion im DC-Bereich einfacher unterdrückt werden können [51], so dass eine schrotrauschbegrenzte Detektion möglich ist. Im folgenden Abschnitt wird das Stabilisierungverfahren nur kurz erläutert, da in zahlreichen Veröffentlichungen (z. B. [12]) die Funktionsweise der PDH-Technik bereits ausführlich erklärt wurde.
Gleichung 2.3 beschreibt die Phasenlage zwischen dem einfallenden Lichtfeld und dem von Resonator reflektierten Lichtfeld als Funktion der Verstimmung des Laserlichtes. Durch eine Messung dieser Phasenlage wäre es möglich, die Verstimmung $\Delta\nu$ des Laserlichtes zu ermitteln. Um Informationen über die Phasenlage zu erhalten, werden auf das Licht mit der Trägerfrequenz $\omega$ Seitenbänder durch eine Phasenmodulation der Kreisfrequenz $\Omega$ aufgeprägt. Die Phasenmodulation erfolgt dabei mit Hilfe eines elektro-optischen Modulators (EOM) mit einem Modulationsindex (Phasenhub) $\beta$.

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega t + \beta \sin \Omega t} \tag{2.9}$$

Für einen kleinen Modulationsindex $\beta < 1$ lässt sich die Gleichung 2.9 nähern und es ergeben sich um den Lichtwellenträger zwei in einem Abstand $\Omega$ symmetrische Seitenbänder.

$$E_{\text{in}} = E_0 \left( J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t} \right) \tag{2.10}$$

Bei $J_n$ handelt es sich um die Besselfunktion n-ter Ordnung. Es sei hier angemerkt, dass Seitenbänder höherer Ordnung $2\Omega$ in Folge des kleinen Modulationindex vernachlässigt werden. Der Abstand der Seitenbänder vom Träger wird dabei so gewählt, dass diese nicht in den Resonator eingekoppelt werden. Dadurch werden sie am Resonatorspiegel ohne frequenzabhängige Phasenverschiebung reflektiert. Hingegen wird der Träger in den Resonator eingekoppelt. Die Reflexion des Trägers ist dabei die kohärente Summe aus dem einfallenden und den im Resonator umlaufenden Licht. Die relative Phase des Lichtes ist ein Maß für die Verstimmung des Lasers $\Delta\nu$ von der Resonanz des Resonators. Durch die

Überlagerung des reflektierten Trägers mit den Seitenbändern der Frequenz $\Omega$ zu einem Schwebungssignal $P_{ref}(t)$ kann die Phasenlage und somit die Verstimmung des Lasers bestimmt werden. Die Leistung dieses Schwebungssignals $P_{ref}(t)$ ist für $|\Delta\nu| < \Gamma$:

$$P_{\mathrm{ref}}(t) \approx 4P_0 \left(\frac{\Delta\nu}{\Gamma}\right)^2 + 2P_s - 8\sqrt{P_c P_s}\frac{\Delta\nu}{\Gamma}\sin(\Omega t) - 2P_s\cos(2\Omega t). \tag{2.11}$$

Hierbei ist $P_c = \mathrm{J}_0(\beta)^2 P_0$ und $P_s = \mathrm{J}_1(\beta)^2 P_0$ die Leistung im Träger sowie die Leistung eines Seitenbandes. Für eine optimale Regelung sollte $\mathrm{J}_0(\beta) \cdot \mathrm{J}_1(\beta)$ maximal sein, was für ein Modulationsindex $\beta = 1,08$ erreicht wird, sodass sich eine Leistungsverteilung von Seitenband zu Träger von $\frac{P_s}{P_c} = 0,42$ ergibt.
Zur Generierung des Fehlersignals $\epsilon(\Delta\nu)$ muss das detektierte Schwebungssignal mit Hilfe eines Mischers mit der Modulationsfrequenz $\Omega$ phasenrichtig demoduliert werden, sowie die störende doppelte Modulationsfrequenz $2\Omega$ durch entsprechende Tiefpassfilterung entfernt werden. Innerhalb der Halbwertslinienbreite des Resonators $\Gamma$ ist das Fehlersignal über die Diskriminante $D_0$ proportional zur Frequenzabweichung $\Delta\nu$. Die Diskriminante $D_0$ ergibt sich aus Gleichung 2.11:

$$D_0 = \frac{-8\sqrt{P_c P_s}}{\Gamma}. \tag{2.12}$$

Wie bereits erwähnt, ist die Regelbandbreite nicht auf die Resonatorlininenbreite beschränkt. Für Frequenzfluktuationen bis zu einer Bandbreite der halben Linienbreite des Resonators fungiert das PDH-Verfahren als Frequenzdiskriminator, das heißt, dass Fehlersignal ist proportional zu den Frequenzfluktuationen. Für Frequenzstörungen mit Fourier-Frequenzen $f$ höher als die Linenbreite $\Gamma$ verhält sich der Resonator als Tiefpass, wodurch die Steigung der Diskriminate abfällt. Anschaulich wird hier die Phasenfluktuation des eingestrahlten Lichtes gegen die sich nur langsam ändernde Phase des im Resonator gespeicherten Lichts gemessen.

$$D(\Delta\nu) = \frac{D_0}{\sqrt{1 + (\frac{f}{\Gamma})^2}} \tag{2.13}$$

Dadurch wirkt das PDH-Verfahren für höherer Fourier-Frequenzen als die Resonatorhalbwertsbreite als Phasendiskriminator, sodass die hohen Regelbandbreiten von einigen Megahertz möglich sind.
Des Weiteren ist mit dem PDH-Verfahren eine schrotrauschbegrenzte Detektion mit einer

spektralen Leistungsdichte der Frequenzfluktuationen von

$$S_{\mathrm{pdh}} = \left( \frac{\sqrt{hc^3}}{8} \cdot \frac{1}{FL\sqrt{\lambda P_{\mathrm{ref}}}} \right)^2 \tag{2.14}$$

möglich, wobei hier $F$ für die Finesse des Resonators, $L$ für dessen Länge und $\lambda$ für die Wellenlänge des Laserlichtes stehen. Mit dieser Eigenschaft ist das Verfahren ideal für die Erzeugung ultrastabiler Laserfrequenzen. Jedoch können zusätzlich zur Phasenmodulation durch den EOM residuelle Amplitudenmodulationen (RAM) bei der Modulationsfrequenz $\Omega$ auftreten. Diese Amplitudenmodulation überlagert sich mit dem PDH-Signal und führt zu einem variablen Frequenzoffset, der die Stabilität des Lasers verschlechtert. Um dies zu vermeiden, wird die RAM häufig unabhängig gemessen und in einem separaten Regelkreis zu Null geregelt [129].

## 2.2 Limitierung der Längenstabilität

Wie im vorangegangen Abschnitt 2 beschrieben, ist die relative Frequenzstabilität eines Resonator-stabilisierten Lasers direkt durch die relative Längenstabilität des Resonators gegeben, siehe Gleichung 2.1. Die Längenstabilität kann durch äußere und auch innere materialspezifische Einflüsse beeinträchtigt werden. Die Längenstabilität ist durch folgende Haupteinflussfaktoren limitiert:

- Thermische Längenänderung durch Temperaturfluktuationen
- Mechanische Deformation des Resonators durch Beschleunigungskräfte
- Gasdruckschwankungen im Resonator
- Fluktuationen der Länge durch thermische Rauschprozesse.
- Schwankungen in der eingekoppelten Laserlichteistung.

Im Folgenden werden einige dieser Einflussfaktoren genauer beschrieben und Gegenmaßnahmen diskutiert, die speziell auf bei Raumtemperatur stabilisierte Glasresonatoren zutreffen.

### 2.2.1 Temperaturstabilisierung von Glasresonatoren

Glaskeramiken sind Materialien, welche aus einer „makroskopischen “ Glasphase mit einem positiven thermischen Ausdehnungskoeffizienten $\alpha$ (CTE: coefficient of thermal expansi-

on) sowie einer mikroskopischen „kristallinen“ Glasphase mit einem negativen thermischen Ausdehnungskoeffizienten bestehen. Aufgrund dieser Kombination weisen Glaskeramiken wie Schott Zerodur bei Raumtemperatur einen extrem kleinen Ausdehnungskoeffizienten $\alpha$ auf, welche sie ideal für meteorologische und astronomische Anwendungen sowie für Weltraummissionen macht [9]. Jedoch weisen Glaskeramiken Hystereseeffekte beim thermischen Ausdehen sowie eine schlechte mechanische Güte auf.
In den letzten Jahren hat sich hingegen speziell Ultra-Low-Expansion-Glas wie Asahi AZR oder Corning ULE (in folgenden mit ULE-Glas abgekürzt) durch seine hervorragenden thermischen Eigenschaften als Resonatormaterial speziell als Abstandshalter zwischen den beiden Resonatorspiegeln etabliert [56]. Bei diesem Material handelt es ich um ein Glas mit einem Hauptbestandteil an $SiO_2$ und mit wenigen Prozenten an $TiO_2$. $SiO_2$ und $TiO_2$ bilden sich während eines Flammenhydrolyse-Prozesses und scheiden sich schichtweise zu einer Glasphase ab. Dabei werden nur sehr geringe Wachstumsraten $< 1$ $\mu$m min$^{-1}$ erreicht.
ULE-Glas zeichnet sich durch einen extrem niedrigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten aus und zeigt kaum thermische Hystereseeffekte im Gegensatz z. B. zu der Glaskeramik Zerodur [59, 60]. Der thermische Ausdehnungskoeffizient ist temperaturabhängig und erreicht bei den meisten ULE-Gläsern nahe Raumtemperatur einen Nulldurchgang $\alpha = 0$ [9, 94]. Der thermische Ausdehnungskoeffizient des ULE-Glasmaterials lässt sich durch einen linearen und quadratischen Term charakterisieren.

$$\alpha(T) = a\,(T - T_0) + b\,(T - T_0)^2 \tag{2.15}$$

Durch Integration des Ausdehnungskoeffizienten $\alpha$ lässt sich die relative Längenänderung des Resonatormaterials bestimmen:

$$\frac{\Delta L}{L} = L_0 + \frac{a}{2}\,(T - T_0)^2 + \frac{b}{3}\,(T - T_0)^3 \tag{2.16}$$

Für die Bestimmung des thermischen Ausdehnungsverhaltens wird ein Laser auf eine Eigenmode des Resonators stabilisiert und dessen Temperatur geändert. Laserfrequenzänderungen lassen sich mit einem zweiten unabhängigen Lasersystem [97] oder mit Hilfe eines Frequenzkammes durch eine heterodyne Frequenzmessung bestimmen. Aus der relativen Laserfrequenzänderung kann direkt auf die relative Längenänderung durch die Gleichung ($\Delta L/L = \Delta\nu/\nu$) geschlossen werden, wodurch der Ausdehnungskoeffizient bestimmt werden kann.

Des Weiteren tritt bei ULE-Glas sowie anderen Glaskeramiken (Zerodur [7]) eine Alterung durch Kristallisationsprozesse auf. Der Resantor wird dadurch kürzer. Dies wurde z. B. für ein Uhrenlaserystem, basierend auf einem ULE-Glasresonator, dessen Länge über vier Jahre gegen eine $^{88}$Sr-Referenz verglichen wurde, in [30] bestätigt. Kristalline Resonatoren aus z. B. Silizium oder Saphir stellen eine Alternative zur Vermeidung der alterungsbedingten Längenänderung dar. Jedoch müssen diese bei kryogenen Temperaturen betrieben werden [64, 96], um den Nulldurchgang des Ausdehungskoeffizienten zu nutzen.

### Passive Temperaturstabilisierung

Wie erwähnt, handelt es sich bei ULE-Gläsern um Materialien mit einem extrem niedrigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten $\alpha < 1 \cdot 10^{-8}$ K$^{-2}(T - T_0)$. Dies bedeutet, dass für Längenstabilitäten von $1 \cdot 10^{-16}$ die Temperaturfluktuationen auf ca. 1 $\mu$K verringert werden müssen. Für kurze Zeiten $t < 1$ s stellt dies meist kein Problem dar.
Ein etwa 1 kg schwerer ULE-Glaswürfel ($l = 7,7$ cm) bei Raumtemperatur $T_0$ kühlt in einer um 1 K kälteren Umgebung aufgrund von Wärmestrahlung $\epsilon \approx 0.92$ und seiner thermischer Wärmekapazität nur sehr langsam mit einer Zeitkonstante von ca. 4000 s ab. Temperaturschwankungen von 1 K mit 4 $s$ Periodendauer werden infolge des Tiefpasscharakters (20 dB/Dekade) auf etwa 1 $\mu$K gedämpft.
Durch gute thermische Isolierungen und hohe Wärmekapazitäten lassen sich lange thermische Zeitkonstanten und somit gute Temperaturstabilitäten erreichen. Für transportable Resonatoraufbauten lässt sich die Wärmekapazität aufgrund der linearen Massenabhängigkeit nur begrenzt erhöhen. Um dennoch hervorgehende Zeitkonstanten zu erzielen, werden die Resonatoren im Vakuum meist von mehreren Wärmeschilden mit kleinen Emissionsgraden umgeben. Des Weiteren werden durch die Implementierung mehrere Wärmeschilde Temperaturgradienten durch eine „Temperaturmischung“ infolge guter Wärmeleitung innerhalb der Aluminiumschilde im Vergleich zur Wärmeleitung nach außen über Strahlung verringert.
Für die mechanische Halterung der Schilde und der Resonatoren werden Stoffe mit kleinen Wärmeleitkoeffizienten, wie zum Beispiel Glas oder Edelstahl, verwendet. Durch diese Maßnahmen wird der Wärmestrom zwischen Resonator und Umgebung minimiert. Für ultrastabile Lasersysteme wurden thermische Zeitkonstanten von bis zu 64 d erreicht [50].
In folgender Tabelle 2.1 sind die Materialkonstanten für die in dieser Arbeit verwendeten Rechnungen dargelegt: die Dichte $\rho$, der spezifische Wärmeleitkoeffizient $\lambda$, die spezifische

Wärmekapazität $c$, der Emissionsgrad $\epsilon$ und der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient $\alpha$.

| Material | $\rho$ in $\mathrm{g\,cm^{-3}}$ | $\lambda$ in $\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$ | $c$ in $\mathrm{kJ\,kg^{-1}K^{-1}}$ | $\epsilon$ | $\alpha$ in $10^{-6}\,\mathrm{K^{-1}}$ | Quellen |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Gold | 19,3 | 320 | 0,128 | 0,02 | 14,2 | [86, 118] |
| Aluminium | 2,71 | 235 | 0,897 | 0,03 | 23,1 | [5, 86] |
| Edelstahl | 7,9 | 14 | 0,51 | 0,07 | 13,0 | [86] |
| ULE-Glas | 2,21 | 1,31 | 0,767 | $\approx 0,92$ | >0,01 | [23, 67] |
| Zerodur | 2,53 | 1,46 | 0,8 | $\approx 0,92$ | 0,01 | [61, 104] |
| Quarz-Glas | 2,20 | 1,38 | 0,772 | $\approx 0,92$ | 0,51 | [8, 52] |

**Tabelle 2.1:** Materialkonstanten für die in dieser Arbeit verwendeten relevanten Stoffe

**Wärmeübertragung:** Unter Vakuumbedingungen beschränkt sich die Wärmeübertragung im Wesentlichen auf die Wärmeleitung sowie den Strahlungsaustausch durch Wärmestrahlung. Der Wärmestrom infolge der Wärmeleitung $\dot{q}_{\mathrm{con}}$ lässt sich durch einen prismatischen oder zylindrischen Körper der Länge $l$, der Querschnittsfläche $A$ und des spezifischen Wärmeleitungskoeffizienten $\lambda$ in Abhängigkeit des Temperaturgradienten $\Delta T$ über die Körperlänge mit

$$\dot{q}_{\mathrm{con}} = \lambda \frac{A}{l} \Delta T \tag{2.17}$$

berechnen. Die materialabhängigen Parameter des Körpers $S = \lambda \frac{A}{l}$ beschreiben den thermischen Leitwert. Der Kehrwert $S^{-1}$ lässt sich als thermischer Widerstand $R_{\mathrm{con}} = \lambda \frac{l}{A}$ betrachten. Wärmeübergangskoeffizienten bzw. thermische Übergangswiderstände, z. B. zwischen zwei verschraubten Bauteilen lassen sich nur schwer ermitteln. Häufig werden sie durch Messungen bestimmt.

Der Wärmestrom durch Strahlungsaustausch zwischen zwei sich umgebenden und jeweils geschlossenen Flächen $A_{\mathrm{a}}$, $A_{\mathrm{i}}$ der Temperaturen $T_{\mathrm{a}}$, $T_{\mathrm{i}}$ und der Emissionsgrade $\epsilon_{\mathrm{a}}$, $\epsilon_{\mathrm{i}}$ kann durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz berechnet werden

$$\dot{q}_{\mathrm{sb}} = \sigma_{\mathrm{sb}} \left( \frac{1}{A_{\mathrm{a}}\epsilon_{\mathrm{a}}} + \frac{1}{A_{\mathrm{i}}\epsilon_{\mathrm{i}}} - \frac{1}{A_{\mathrm{a}}} \right)^{-1} \cdot \left( T_{\mathrm{a}}^4 - T_{\mathrm{i}}^4 \right), \tag{2.18}$$

wobei $\sigma_{\mathrm{sb}} = 5,67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W\ m^{-2}\ K^{-4}}$ ist. Der Index i steht hier für die innere Fläche und der Index a für die äußere Fläche der Wärmeschilde. Die Gleichung lässt sich für kleine

Temperaturdifferenzen bei einer mittleren Temperatur $T_\mathrm{M}$[1] vereinfachen:

$$\dot{q}_\mathrm{sb} \approx 4\sigma_\mathrm{sb} T_\mathrm{M}^3 \left( \frac{1}{A_\mathrm{a}\epsilon_\mathrm{a}} + \frac{1}{A_\mathrm{i}\epsilon_\mathrm{i}} - \frac{1}{A_\mathrm{a}} \right)^{-1} \Delta T \tag{2.19}$$

Für eine Temperaturdifferenz von $\Delta T = 10\,\mathrm{K}$ ergibt sich für $T_\mathrm{M} = 290\,\mathrm{K}$ ein Fehler von ca. $0,03\,\%$ durch diese Vereinfachung. Aufgrund von Toleranzen in den Materialeigenschaften, zum Beispiel im Emissionsgrad, welcher stark von der Oberflächenbeschaffenheit abhängt, ist dies vertretbar. Auch hier lässt sich der Differenzenquotient aus $\Delta T/\Delta\dot{q}_\mathrm{sb} = R_\mathrm{sb}$ als thermischer Widerstand auffassen.

**Tiefpassverhalten durch Wärmeschilde:** Die in dieser Arbeit vorgestellten Lasersysteme sind meist durch ein einfaches bzw. doppeltes passives Wärmeschild isoliert. Das zeitliche Temperaturverhalten eines Resonators mit zwei passiven Wärmeschilden auf äußere Temperaturänderungen wird im Folgenden beschrieben. Für einfachere Systeme mit nur einem passiven Wärmeschild, z. B. bei transportablen Systemen, lässt sich das Temperaturverhalten ähnlich beschreiben und entwickeln. In Abb. 2.1 ist ein Resonator mit einem doppelten und einem zusätzlichen aktiven Wärmeschild dargestellt. Ein negativer Temperatursprung am äußeren Wärmeschild lässt die Temperatur am Resonator nur langsam durch die Tiefpasswirkung der Schilde sinken.

Das Temperaturverhalten der Schilde lässt sich zunächst durch ein gekoppeltes Differen-

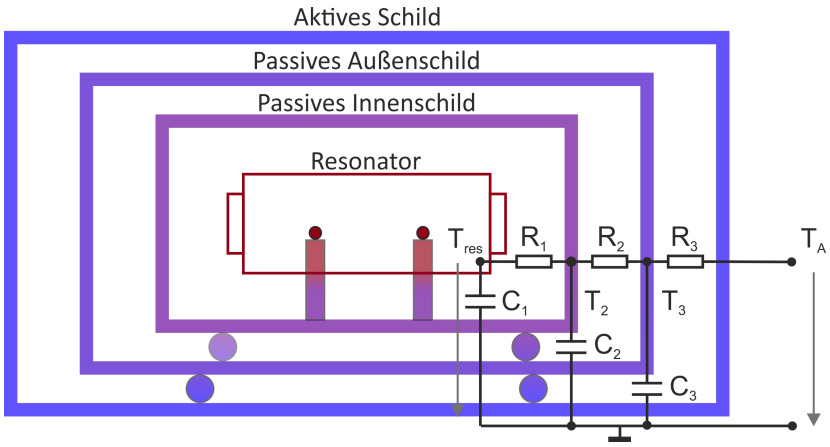



**Abbildung 2.1:** Skizze eines dreifachen Wärmeschildes. Das zeitliche Temperaturverhalten auf äußere Störungen, z. B. durch einen Temperatursprung, lässt sich durch einen Tiefpass 3. Ordnung beschreiben. Zur Illustration ist das elektrische Ersatzschaltbild in das Wärmeschild eingefügt. Die farbigen Kreise unter den Schilden kennzeichnen Glaskugeln zur Separation der Schilde.

[1] $T_\mathrm{M} = \frac{1}{2}(T_\mathrm{a} - T_\mathrm{i})$

tialgleichungssystem (DGL-System) beschreiben:

$$\dot{T}_{res} = \frac{1}{R_1 C_1}\left(T_{res} - T_2\right) \tag{2.20}$$

$$\dot{T}_2 = \frac{1}{R_2 C_2}\left(T_2 - T_1\right) - \frac{1}{R_1 C_2}\left(T_{res} - T_2\right) \tag{2.21}$$

$$\dot{T}_3 = \frac{1}{R_3 C_3}\left(T_3 - T_A\right) - \frac{1}{R_2 C_3}\left(T_2 - T_1\right). \tag{2.22}$$

Hierbei beschreibt $C_i = mc_i$ die thermische Wärmekapazität der einzelnen Schilde bzw. des Resonators sowie $R_i$ den thermischen Widerstand zwischen den Schilden. $R_i$ setzt sich als Gesamtwiderstand der Wärmeleitung $R_{\mathrm{con}}$ z. B. durch die Glaskugeln und der Wärmestrahlung $R_{\mathrm{sb}}$ zwischen Schilden zusammen. Eine direkte Wärmekopplung von außen nach innen auf den Resonator, z. B. infolge von Wärmestrahlung durch die optischen Fenster, ist hier vernachlässigt. Bei kryogenen Temperaturen betriebenen Resonatoren könnte dies aufgrund der großen Temperaturdifferenz eine wichtige Rolle spielen. Das hier aufgestellte DGL-System lässt sich auch durch die Matrixform $\dot{\vec{T}} = A\vec{T}$ ausdrücken. Hierbei enthält die Matrix $A$ die thermischen RC-Glieder der einzelnen Wärmeschilde sowie des Resonators.
Mit folgenden Lösungsansatz $T_{res}(t) = Ae^{-\frac{t}{a}} + Be^{-\frac{t}{b}} + Ce^{-\frac{t}{c}}$ und den Anfangsbedingungen $1 = T_{\mathrm{A}}(0) = T_3(0) = T_2(0) = T_1(0) = T_{\mathrm{res}}(0)$ sowie weiteren Anfangsbedingungen[2] lässt sich eine spezielle Lösung des DGL-Systems angeben:

$$T_{res}(t) = \left(\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}e^{-\frac{t}{a}} - \frac{b^2}{(a-b)(b-c)}e^{-\frac{t}{b}} + \frac{c^2}{(a-c)(b-c)}e^{-\frac{t}{c}}\right) \tag{2.23}$$

Diese Lösung beschreibt das Temperaturverhalten des Resonators durch einen äußeren Temperatursprung von $T_{\mathrm{A}} = 1$ auf $T_{\mathrm{A}} = 0$ zum Zeitpunkt $t = 0$ z. B. durch Abkühlung.
Es sei angemerkt, dass die Koeffizienten $a$, $b$ und $c$ die Eigenwerte $\Lambda$ des DGL-Systems $\dot{\vec{T}} = A\,\vec{T} = \Lambda\, E\vec{T}$ sind ($E$ ist die Einheitsmatrix). Sie sind daher nicht identisch mit den physikalischen Zeitkonstanten $\tau = RC$ aus der DGL-Matrix $A$.
Jedoch können über die Kenntnisse dieser RC-Glieder wichtige Rückschlüsse auf die thermischen Übergangswiderstände getroffen werden.
Mit Hilfe einer Anpassung der Gleichung 2.23 an eine Abkühlkurve des Resonators, welche durch einen Temperatursprung am äußeren Wärmeschild bewirkt wurde, lassen sich

[2] Anfangsbedingungen $T_{res}(0) = A+B+C$, $\dot{T}_{res}(0) = 0 = -\frac{A}{a} - \frac{B}{b} - \frac{C}{c}$ und $\ddot{T}_{res}(0) = 0 = -\frac{A}{a^2} - \frac{B}{b^2} - \frac{C}{c^2}$

die Eigenwerte $\Lambda$ ($a$, $b$ und $c$) bestimmen. Durch Lösen der Eigenwertgleichung :

$$0 = (A - \Lambda E)\vec{T} \tag{2.24}$$

und Vergleichen mit dem DGL-System 2.20 können die RC-Glieder der Matrix $A$ berechnet werden.
Die Wärmekapazitäten $C_i$ der einzelnen RC-Glieder (Wärmeschilde bzw. Resonator) können relativ einfach und präzise durch ihre Masse $m_i$ und der spezifischen Wärmekapazität $c_i$ bestimmt werden. Da nun auch die Wärmekapazitäten bekannt sind, lassen sich die thermischen Übergangswiderstände $R_i$ bestimmen. Dadurch ist es möglich, Aussagen über die Wärmeleitung bzw. die Wärmestrahlung zu treffen.

### Aktive Temperaturstabilisierung

Durch die Wirkung der passiven Temperaturstabilisierung lassen sich schnelle zeitliche Temperaturfluktuationen sehr gut unterdrücken. Um jedoch die Eigenschaften der geringen Ausdehnungskoeffizienten der Resonatormaterialien voll auszunutzen, möchte man diese bei Temperaturen betreiben, bei denen der Ausdehnungskoeffizient $\alpha$ seinen Nulldurchgang“ aufweist. Da dieser oft nicht bekannt ist, muss er experimentell ermittelt werden. Hierfür benötigt man eine einstellbare, aber konstante Temperatur.
Präzise Temperaturstabilisierungen nahe Raumtemperatur lassen sich hervorragend mit Peltierelementen und sehr temperaturempfindlichen Thermistoren realisieren. Die Peltierelemente werden meist an einem äußeren Wärmeschild (aktives Wärmeschild, siehe Abb. 2.1) zusammen mit den Thermistoren angebracht. Durch einen elektronischen Regelkreis mit einem Thermistor als Temperatursensor, einem PI-Regler (Proportional- und Integral-Regler) und den Peltierelementen als Stellglieder kann die Temperatur des Wärmeschildes über den elektrischen Stromfluss eingestellt werden.
Bei den in dieser Arbeit aufgebauten Lasersystemen liegt der Nulldurchgang des thermischen Ausdehnungskoeffizienten unterhalb der Raumtemperatur. Entsprechend werden die Peltierelemente als Kühlelemente eingesetzt. Die Netto-Kühlleistung eines Peltierelementes in Abhängigkeit des Stromflusses $I$ lässt sich durch nachfolgende Gleichung [72] berechnen:

$$\dot{q}_{pe} = \alpha_{\mathrm{m}} T_{\mathrm{a}} I - \frac{\Delta T}{R_{\mathrm{th}}} - \frac{R_{\mathrm{el}} I^2}{2} \tag{2.25}$$

Der erste Term der Gleichung beschreibt den durch den Peltiereffekt generierten Wärmestrom mit $\alpha_{\mathrm{m}}$ als Peltierkoeffizient und mit $T_{\mathrm{a}}$ als Temperatur der absorbierenden (kalten)

Peltierelementseite. Dem entgegen wirkt ein Wärmestrom, dessen Betrag durch die entstehenden Temperaturdifferenz $\Delta T$ und den Wärmewiderstand $R_{\mathrm{th}}$ festgelegt wird. Die elektrische Leistung $P = R_{\mathrm{el}} I^2$ teilt sich auf beide Seiten symmetrisch auf und wirkt ebenfalls dem durch den Peltiereffekt bewirkten Wärmestrom entgegen.
Es ist ersichtlich, dass die zu implementierende Kühlleistung der Peltierelemente größer sein muss als die durch die Wärmestrahlung und Leitung eingebrachte Wärmeleistung auf das aktive Wärmeschild $\dot{q}_{pe} > \dot{q}_{\mathrm{sb}} + \dot{q}_{\mathrm{con}}$. Dies wird auch entscheidend durch die Temperaturstabilität der Umgebung beeinflusst. Für einen Resonator in einer gut temperaturstabilisierten Laborumgebung kann die Kühlleistung enger bemessen werden, als für transportable Systeme mit stark schwankender Umgebungstemperatur. Hier muss die Kühlleistung wesentlich höher ausgelegt werden.

### 2.2.2 Mechanische Deformation der Resonatoren

Im Folgenden wird die Deformation von Resonatoren durch die Wirkung akustischer und seismischer Störungen beschrieben. Akustische und seismische Störungen sind Beschleunigungen, welche an den Resonatorkörper ankoppeln. Aufgrund der Massenträgheit entstehen Reaktionskräfte an den Resonatorlagerpunkten, welche diesen verformen. Gewöhnlich ist damit auch eine Änderung der optische Weglänge $L_{\mathrm{opt}}$ entlang der optischen Achse $g_{opt}$ verbunden. Die optische Achse wird durch die zentralen Positionen des Laserstrahls auf den Spiegeloberflächen definiert. Nach Gleichung 2.1 führt diese zu entsprechenden Frequenzfluktuationen.
Die Resonatordeformation kann für Kräfte mit Fourierfrequenzen unterhalb der mechanischen Eigenfrequenzen ($f_{\mathrm{eig}} \gg f$) des Resonators als statisch betrachtet werden (die mechanischen Eigenfrequenzen liegen bei einigen 10 kHz) [79]. Für Anwendungen der resonatorstabilisierten Laser in optischen Atomuhren wird deren Stabilität vorwiegend durch niederfrequente Störungen $f < 100\,\mathrm{Hz}$ beeinflusst. Fluktuationen bei diesen Frequenzen bedürfen dadurch einer guten Unterdrückung.
Für kleine Kräfte $F = m \cdot a$, bewirkt durch die Beschleunigung $\vec{a}$, werden die Deformationen der Resonatordimensionen $\Delta D$ als linear angenommen und entsprechend nach dem Hook'schen Gesetz berechnet. Dieses lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$\Delta D = \kappa \cdot a \tag{2.26}$$

mit $\kappa$ als Proportionalitätsfaktor. Dieser beinhaltet die Resonatorgestalt, die Beschleunigungsrichtung im Bezug auf Deformationsrichtung und Materialkontanten. In ruhigen Laborräumen werden mit auf vibrationsdämpfenden Plattformen typischerweise Beschleunigungen von etwa $a_{\mathrm{rms}} = 1\ \mu\mathrm{g}$ erreicht. Dies bedeutet für einen typischen 10 cm langen zylindrischen ULE-Glasresonator mit einem Durchmesser von 6 cm ($m \approx 660\,\mathrm{g}$), dass relative Längenänderungen von $\Delta L/L(a) \approx 2 \cdot 10^{-11}\ \mu\mathrm{g}^{-1}$ nach Gleichung 2.26 zu erwarten sind[3]. Demnach lässt sich mit dieser Resonatoranordnung nicht die fundamentale Längenlimitierung durch das thermische Rauschen (siehe Abschnitt 2.2.4) von $\Delta L/L \approx 3 \cdot 10^{-15}$ erreichen. Entsprechend werden Form und Halterung der Resonatoren entworfen, sodass die optische Länge $L_{\mathrm{opt}}$ unempfindlich gegen akustische und seismische Störungen ist.

In den letzten zehn Jahren sind hierfür zahlreiche Konzepte entwickelt und aufgebaut worden. Bei den meisten dieser Systeme handelt es sich um horizontal weich gelagerte und zylindrische ULE-Glas Resonatoren mit unterschiedlichen Halterungsansätzen [79, 107, 123]. In manchen Systemen werden die Resonatoren jedoch entlang der optischen Achse verjüngt bzw. vertikal gelagert [65, 74, 78, 82]. Hierbei liegen die Resonatoren oft nur auf ihren Lagerpunkten auf und werden durch Reibungskräfte in Position gehalten. Es sind bereits Konzepte entwickelt worden, bei denen die Resonatoren in ihrem Haltesystem fest verspannt sind, um einen Transport zu ermöglichen [69, 122].
Prinzipiell gibt es zwei Verformungsarten, welche die optische Länge $L_{\mathrm{opt}}$ der Resonatoren verändern: die Dehnung und Stauchung entlang der optischen Achse und die Verbiegung des Resonators. Durch die Reaktionskräfte an der Halterung können die Resonatoren entlang ihrer geometrischen Achsen $g_{\mathrm{geo}}$ gedehnt oder gestaucht werden. Dieser Effekt ist in Abb.2.2 a.) und b.) dargestellt. Die schwarz gepunktete Linie visualisiert dabei die geometrische Achse $g_{\mathrm{geo}}$. In Abhängigkeit von der Beschleunigungsrichtung $\vec{a}$ variiert die Länge um $\Delta L$ bzw. $\delta L$ entlang $g_{\mathrm{geo}}$. Diese Längenänderung verschwindet für einen in seinen Symmetrieachsen gelagerten Resonator und bei denen alle Deformationen aufgrund der Reaktionskräfte im Bezug zur geometrischen Achse sich aufheben, siehe Abb.2.2 c.). Aufgrund der Resonatorsymmetrie bleibt die optische Weglänge entlang einer der geometrischen Achsen, auch bei einer Richtungsänderung der Beschleunigung $\vec{a} \rightarrow \vec{-a}$, konstant. Ein Beispiel dafür: Für die vertikale geometrische Länge in Abb.2.2 c.) wird das Ober-

[3] Im einfachsten Fall gilt für einen auf der Stirnfläche stehenden und entlang der optischen Achse beschleunigten Resonator $\kappa = L/(2EA)m_{\mathrm{zyl}}$, $E$: E-Modul $A$: Grundfläche und $m_{\mathrm{zyl}}$: Masse des Zylinders. Der Faktor 1/2 resultiert aus seinem Belastungsverlauf. Am oberen Ende erfolgt keine Belastung $F(L = L_0) = 0$ der Boden wird mit der Gesamtmasse belastet $F(L = 0) = ma$. Daraus ergibt sich eine resultierende Gesamtkraft von $F = ma/2$.

teil $L_\mathrm{o}$ des Resonators durch eine vertikale Beschleunigung um $\Delta L/2$ gestaucht, sowie das Unterteil $L_\mathrm{u}$ exakt um $\Delta L/2$ gedehnt, wobei die geometrische Länge jedoch konstant bleibt. Gibt es hingegen einen Symmetriebruch, z. B. durch die Lagerung, sodass die obere Hälfte etwas länger als die untere ist, können durch Beschleunigungen signifikante Längenänderungen entstehen:

$$\Delta L(a) = \Delta L_\mathrm{o} - \Delta L_\mathrm{u} = \frac{m_\mathrm{o} a L_\mathrm{o}}{2EA} - \frac{m_\mathrm{u} a L_\mathrm{u}}{2EA} = a\frac{\rho}{2E}\left(L_\mathrm{o}^2 - L_\mathrm{u}^2\right) \tag{2.27}$$

Hier steht $a$ für die auftretende Beschleunigung, welche auf den Masseanteil $m_i$ des oberen und unteren Teils des Resonators wirkt. $\rho$ und $E$ charakterisieren das Material mit Dichte und E-Modul.

In der Praxis ist jedoch die geforderte Kraft- und Formsymmetrie schwer zu realisieren. Durch Materialeigenschafts- und Formtoleranzen treten zwangsläufig immer minimale Kraftunterschiede auf. Zudem ist die Formsymmetrie des Resonators oft durch die Lagerung gebrochen.

Für definierte Reaktionskräfte kommen nur Punktlager für die Halterung des Resonators in Frage. Für horizontal gelagerte Resonatoren kann es dadurch zur Verbiegung des Resonators kommen. Diese Art der Verformung hat ebenfalls einen erheblichen Einfluss auf die optische Länge $L_\mathrm{opt}$ und stellt demnach die zweite Art der Verformung dar. In Abb. 2.2 d.) und e.) ist illustriert, wie eine Verbiegung die optische Länge ändert. Dieser Effekt kommt nur zur Geltung bei einem Offset $\Delta r$ zwischen optischer $g_\mathrm{opt}$ und geometrischer Achse $g_\mathrm{geo}$. Durch Toleranzen $\Delta r \approx 1\,\mathrm{mm}$ in der Positionierbarkeit der Spiegel auf den Spacerstirnflächen kann es leicht zu einer Abweichung der beiden Achsen kommen. Der Effekt der Verbiegung lässt sich durch eine entsprechende symmetrische Positionierung der Lagerpunkte entlang der geometrischen Achse minimieren, siehe Abb. 2.2 f.).

Gleichung 2.28 beschreibt die relative Längenänderung des Resonators unter der Einwirkung der Beschleunigung $a_{t,r,s}$ für die jeweilige Richtung:

$$\frac{\Delta L}{L} = \sum_{t=x,y,z} a_t k_t + \sum_{r=x,y,z} a_r \breve{k}_r \Delta r = \sum_{s=x,y,z} a_s \kappa_s e^{i\varphi_s} \tag{2.28}$$

Der erste Term drückt die axiale Längenänderung aus, wobei der zweite Term den Einfluss der Verbiegung beschreibt. Mit $k_t$ und $\breve{k}_r$ werden die Beschleunigungssensitivitäten entlang den jeweiligen Richtungen und Verformungsart dargestellt. Durch geschicktes Design des Resonators und dessen Lager können durch entsprechende Wahl des Vorzeichens beide Effekte genutzt werden, um sich aufzuheben bzw. eine möglichst kleine Sensitivität

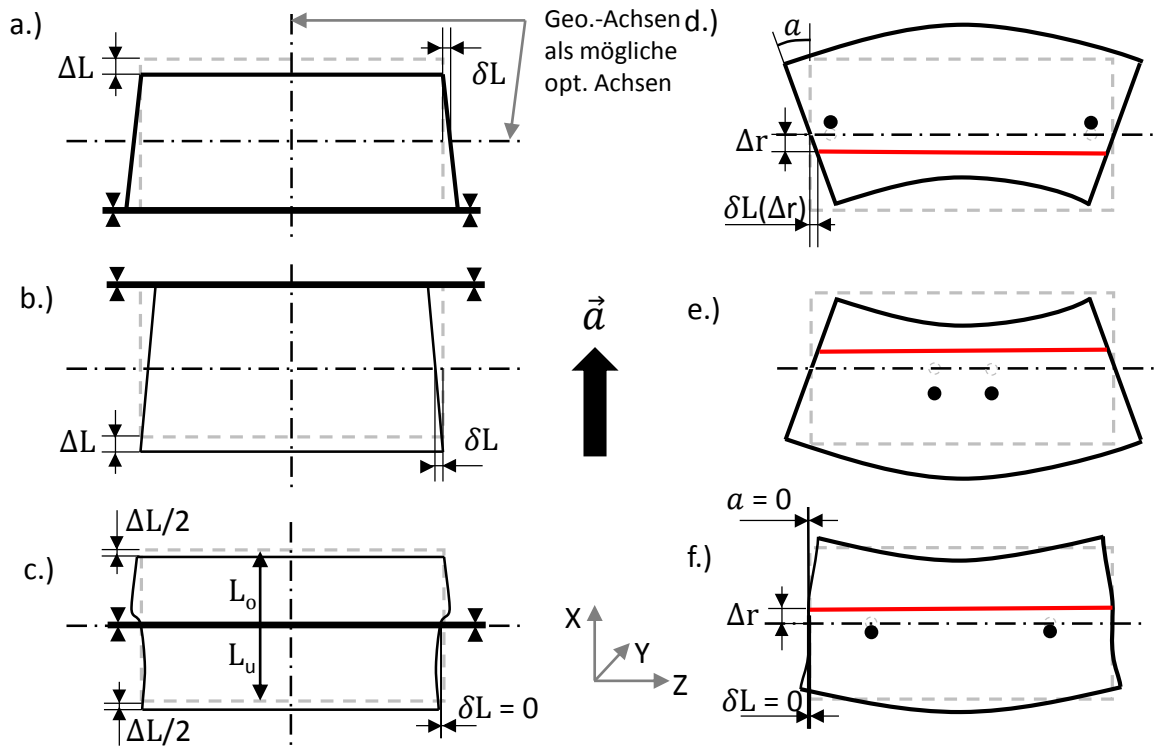



**Abbildung 2.2:** Die grau gestrichelte Linie zeigt den Resonatorspacer ohne Deformation. Abb. a.) bis c.) zeigen die Dehnung und Stauchung des Resonators aufgrund der einwirkenden am Lagerbalken angreifenden Beschleunigungskräfte (schwarze dicke Linie). Abb. d.) bis f.) zeigt die Verbiegung des Resonators. Der rote Strahl illustriert die optische Achse.

zu erhalten. $\kappa_s$ gibt die resultierende Sensitivität des Resonators an. In der Nähe von mechanischen Resonanzen durch die Resonatorhalterung kommt es zu Amplituden- und Phasenverschiebungen, welches in einem komplexen $\kappa_s$ resultiert.

Meist sind die Formen der Resonatoren komplex und lassen sich nicht mit einfachen geometrischen Überlegungen beschreiben. Die Finite-Elemente-Methode (FEM) hilft dabei, die optimalen Lagerpositionen und die Form des Resonators festzulegen. Die in dieser Arbeit aufgebauten Resonatoren wurden vorwiegend mit dem Softwareprogramm Comsol[4] simuliert.

[4] COMSOL Multiphysics 5.0 und 4.0

### 2.2.3 Abhängigkeit der Laserstabilität vom Vakuumdruckschwankungen

Die optische Länge des Resonators ist das Produkt $L_{\text{opt}} = L_{\text{geo}} \cdot n$ aus geometrischer Länge $L_{\text{geo}}$ und den Brechungsindex $n$, wobei es sich hier bei $n$ um den Brechungsindex der Luft handelt. Dieser Brechungsindex ist unter anderen von der Wellenlänge $\lambda$ sowie vom herrschenden Luftdruck $p$ abhängig. Für eine Wellenlänge von $\lambda = 698$ nm lässt sich folgende Beziehung nach [10, 31] aufstellen:

$$n - 1 = (2,7 \cdot 10^{-7}/\text{mbar}) \cdot p \tag{2.29}$$

Aus der obigen Beziehung kann leicht die zu erwartende relative Frequenzstabilität des Lasers aufgrund der Druckschwankungen bestimmt werden:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = (2.7 \cdot 10^{-7}/\text{mbar}) \cdot \Delta p \tag{2.30}$$

Dies bedeutet für Laserstabilitäten von $1 \cdot 10^{-15}$ muss eine Druckstabilität von mindestens $3 \cdot 10^{-9}$ mbar erreicht werden. Bei typischen Druckschwankungen der häufig verwendeten Ionen-Getter-Pumpen von einigen Prozent [102] sollte daher ein Enddruck von mindestens $1 \cdot 10^{-7}$ mbar erzielt werden. Für noch kleinere Instabilitäten ist ein geringerer Enddruck notwendig.

### 2.2.4 Fundamentale Limitierung der Längenstabilität durch thermisches Rauschen

In den bisherigen Abschnitten 2.2.1 bis 2.2.3 wurden technische Störungen beschrieben, welche die Länge des Resonators beeinflussen. Unabhängig von technischen Störungen wird die Länge des Resonators durch das thermische Rauschen limitiert, wobei das sogenannte Brown'sche thermische Rauschen den größten Beitrag liefert [44]. Aufbauend auf den Fluktuations-Dissipationstheorem welches 1951 bei Callan und Welton eingeführt wurde [14], entwickelte Levin in [70] eine erste Beschreibung des Brown'schen thermischen Rauschens (in weiteren Verlauf der Arbeit als „thermisches Rauschen“ bezeichnet). Ausgehend von Levins Ansatz lässt sich das Leistungsdichtespektrum des Abstandsrauschens $S_{\text{x}}(f)$ aus der dissipierten Leistung einer auf das Material wirkenden oszillierenden Kraft

$F(t) = F_0 \cos(2\pi f)$ errechnen:

$$S_{\mathrm{x}}(f) = \frac{2k_{\mathrm{B}}T}{\pi^2 f^2} \cdot \frac{W_{\mathrm{diss}}}{F_0^2} \tag{2.31}$$

Hierbei ist $T$ die Temperatur, $k_{\mathrm{B}}$ die Boltzmannkonstante und $W_{\mathrm{diss}}$ die im zeitlichen Mittel dissipierte Leistung durch die einwirkende oszillierende Kraft mit der Frequenz $f$.

$$W_{\mathrm{diss}} = 2\pi f U \phi \tag{2.32}$$

Die dissipierte Leistung ergibt sich aus der im Material verbleibenden Verformungsenergie $U$ durch die einwirkende Kraft $F$, welche durch den Verlustwinkel $\phi$ bewirkt wird. Die Variable $\phi$ ist hierbei der „dämpfende“ komplexe Materialkoeffizient des E-Moduls $E(f) = E_0(1 + i\phi(f))$. Des Weiteren entspricht der Kehrwert des Verlustwinkels der mechanischen Güte $Q = 1/\phi$ des Materials.
Aus dem soeben beschrieben „direkten Ansatz“ von Levin wurden durch Numata die analytischen Gleichungen ermittelt, die es erlauben, das thermische Rauschen in den Resonatorkomponenten wie Abstandshalter, Spiegelsubstrat und Spiegelbeschichtung zu berechnen. Diese Gleichungen wurden später durch Kessler [65] optimiert. Im folgenden Abschnitt werden die entsprechenden Gleichungen zitiert. Sie bilden die Grundlage zur Bestimmung des thermischen Rauschens der in dieser Arbeit vorgestellten Resonatoren.
Ausgehend von Kessler lässt sich für die Spiegelsubstrate das thermische Rauschen wie folgt bestimmen

$$S_{\mathrm{x,sb}}(f) = \frac{4k_{\mathrm{B}}T}{\pi f} \cdot \frac{1-\sigma_{\mathrm{sb}}^2}{2\sqrt{\pi}E_0 w} \cdot \phi_{\mathrm{sb}}, \tag{2.33}$$

wobei $w$ den Radius des Laserstrahls auf der Spiegeloberfläche, $\phi_{\mathrm{sb}}$ den Verlustwinkel im Substratmaterial und $\sigma_{\mathrm{sb}}$ die materialspezifische Poisson-Zahl beschreibt. Unter der Annahme von ähnlichen Materialeigenschaften für Beschichtungen und Substratmaterial kann das thermische Rauschen der Spiegelbeschichtung wie folgt berechnet werden:

$$S_{\mathrm{x,ct}}(f) = S_{\mathrm{x,sb}}(f) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1-2\sigma_{\mathrm{sb}}}{1-\sigma_{\mathrm{sb}}} \frac{\phi_{\mathrm{ct}}}{\phi_{\mathrm{sb}}} \frac{d_{\mathrm{ct}}}{w} \tag{2.34}$$

Hierbei beschreibt $d_{\mathrm{ct}}$ die Dicke und $\phi_{\mathrm{ct}}$ den Verlustwinkel der Beschichtung. Des Weiteren lässt sich der Rauschbeitrag des Abstandshalters über folgende Gleichung ermitteln

$$S_{\mathrm{x,sp}}(f) = \frac{4k_{\mathrm{B}}T}{\pi f} \cdot \frac{L}{2\pi E_0 (R_{\mathrm{sb}}^2 - r_{\mathrm{sb}}^2)} \cdot \phi_{\mathrm{sp}}, \tag{2.35}$$

wobei $L$ die Länge des Abstandshalters sowie $R_{\mathrm{sb}}$ den äußeren Radius und $r_{\mathrm{sb}}$ den inneren Radius der Bohrung darstellt. Aus den einzelnen Resonatorkomponenten Spiegelbeschichtung, Spiegelsubstrat und Abstandshalter kann relativ einfach durch die Addition der Rauschbeiträge auf das Gesamtrauschen geschlossen werden:

$$S_{\mathrm{x}}(f) = S_{\mathrm{x,sp}}(f) + 2S_{\mathrm{x,ct}}(f) + 2S_{\mathrm{x,sb}}(f) \tag{2.36}$$

Ausgehend vom Leistungsdichtespektrum des Abstandsrauschens $S_{\mathrm{x}}(f)$ lässt sich durch $S_{\mathrm{y}}(f) = S_{\mathrm{x}}(f)/L^2$ das relative Frequenzrauschen des Laserlichtes berechnen. Das resultierende charakteristische Flicker-Rauschen $(1/f)$ der Laserfrequenz limitiert die Stabilität $\sigma_y$ des Lasers, welche durch die Allanabweichung [1] beschrieben werden kann:

$$\sigma_y = \sqrt{2f \cdot S_{\mathrm{y}}(f)} \tag{2.37}$$

Die Allanabweichung ist für das thermische Rauschen konstant und lässt sich daher durch ein längeres zeitliches Mittel nicht reduzieren.
Es ist anzumerken, dass die eingeführte Gleichung 2.35 zur Berechnung des thermischen Rauschens im Abstandshalter auf einem idealisierten Ansatz beruht. Ausgehend von dieser Gleichungen lässt sich zum Beispiel das thermische Rauschen durch einen größeren Durchmesser des Abstandshalters verringern. Dies gilt jedoch nur, wenn der Abstandshalter an seiner Stirnseite homogen mit den Spiegel kontaktiert ist. Oft ist es jedoch so, dass der optisch kontaktierte Spiegel einen wesentlich kleineren Durchmesser aufweist als der Abstandshalter selbst. Diese Tatsache führt zu lokal erhöhtem mechanischen Stress an der Kontaktstelle, sodass mehr Energie dissipiert wird und der Beitrag des thermischen Rauschens im Abstandshalter ansteigt. Um die dissipierte Energie $\phi U$ im Abstandshalter zu bestimmen, wird häufig auf eine Simulation mit der FEM zurückgegriffen. In der FEM-Simulation wird der Resonatorspiegel mit einer Kraft belastet und die dissipierte Energie in den Resonatorkomponenten ermittelt. Aus der dissipierten Energie im Bauteil lässt sich durch Gleichung 2.32 die dissipierte Leistung und anschließend durch Gleichung 2.31 das thermische Rauschen berechnen.
Für den in Abschnitt 5 vorgestellten 48 cm langen Resonator erhöht sich das gesamte thermische Rauschen $S_{\mathrm{x}}(f)$ bei $f = 1$ Hz durch die erhöhte Stressverteilung im Abstandshalter von $3.4 \cdot 10^{-34}$ m$^2$ Hz$^{-1}$ (homogene Stressverteilung) auf $4.9 \cdot 10^{-34}$ m$^2$ Hz$^{-1}$ (inhomogene Verteilung). Entsprechend erhöht sich die theoretische relative Frequenzstabilität von $\sigma_y = 4,5 \cdot 10^{-17}$ auf $\sigma_y = 5,4 \cdot 10^{-17}$.

**Fundamentale Limitierung der Längenstabilität durch thermisches Rauschen**

Für stabile Oszillatoren ist es zwingend notwendig, ein sehr kleines thermisches Rauschlevel zu erreichen. Weltweit werden daher große Anstrengungen unternommen diesen Einfluss zu reduzieren. Beim Betrachten der Gleichungen zur Berechnung des thermischen Rauschens 2.33 bis 2.35 gibt es einige Möglichkeiten für eine Minimierung. Zunächst kann durch Abkühlen auf kryogenen Temperaturen das Rauschen verringert werden. Dies ist jedoch sehr aufwendig und nur für kristalline Materialien, wie z. B. Silizium oder Saphir, sinnvoll, da diese Materialien bei kryogenen Temperaturen einen Nulldurchgang im thermischen Ausdehnungskoeffizienten aufweisen. Des Weiteren hat die mechanische Güte $Q$ bzw. der mechanische Verlustwinkel $\phi$ der Resonatormaterialien einen entscheidenden Einfluss auf das thermische Rauschen. Die soeben erwähnten kristallinen Materialien weisen eine hohe mechanische Güte auf. Jedoch sind diese teilweise nur im infraroten Spektralbereich transparent und müssen bei kryogenen Temperaturen betrieben werden, um den Einfluss der thermischen Ausdehnung zu minimieren. Glasmaterialien wie ULE-Gläser hingegen, sind im sichtbaren Spektralbereich transparent und können bei Raumtemperatur betrieben werden. Nachteilig ist jedoch deren geringe mechanische Güte. Da die mechanische Güte speziell in den ULE-Glassubstraten der Spiegel einen hohen Einfluss auf das gesamte thermische Rauschen hat, werden diese häufig durch Quarzglas-Substrate mit einer weitaus höheren mechanischen Güte ersetzt. Leider unterscheidet sich der thermische Ausdehnungskoeffizient von ULE und Quarzglas erheblich, sodass bei einer Temperaturänderung eine Verformung der Spiegel bewirkt wird. Diese Verformung lässt sich durch das Kontaktieren von ULE-Ringen auf der Rückseite der Spiegel kompensieren, siehe hierzu Ref. [67].
Durch die erwähnten Maßnahmen wird zurzeit das thermische Rauschen bei den stabilsten Resonatoren durch das dielektrische Beschichtungsmaterial für die hochreflektierenden Spiegel begrenzt. Hierbei handelt es ich um mehrfache $\lambda/4$-Schichten aus Tantalpentoxid ($Ta_2O_5$) und Quarzglas ($SiO_2$). Um den Einfluss der Beschichtungen zu minimieren, gibt es weltweit ein Bestreben, die Resonatoren länger zu gestalten [63, 92], da der relative Beitrag der Spiegelschichten zum Laserrauschen nach

$$\frac{\sqrt{S_{\mathrm{x,ct}}}}{L} = \frac{\sqrt{S_\nu}}{\nu} \tag{2.38}$$

mit der Länge $L$ reduziert wird. Für Resonatoren bis zu etwa 50 cm Länge ist der Beitrag der Spiegel am gesamt-thermischen Rauschen noch am größten. Dieser Einfluss wird mit

zunehmender Länge kleiner, sodass der Beitrag ab einer bestimmten Länge durch den Abstandshalter limitiert wird.
Eine Alternative zu dielektrischen Beschichtungen könnten kristalline Beschichtungen aus $Al_xGa_{1-x}As$ (Bragg-Reflektoren) darstellen, welche eine hohe mechanische Güte von $2,5 \cdot 10^5$ aufweisen [19,20]. Leider wird deren Finesse zur Zeit noch von Defekten limitiert, sodass mit diesen Beschichtungen nur eine Finesse von ca. 150 000 erreicht wird [21].
Unabhängig von den verwendeten Materialien lässt sich das thermische Rauschen durch größere Modendurchmesser $2w$ des Laserstrahls auf den Spiegeloberflächen reduzieren [2].
In der nachstehenden Tabelle sind für die häufigsten Resonatormaterialien die erforderlichen Materialeigenschaften aufgelistet. Das thermische Rauschen aller in dieser Arbeit beschriebenen Resonatoren wurde mit den in dieser Tabelle aufgeführten Eigenschaften berechnet.

| Material | $\sigma$ | Q | $E$ in $10^9$ N/m$^2$ | Quelle |
|---|---|---|---|---|
| ULE-Glas | 0,17 | $6 \cdot 10^4$ | 67,6 | [23,67,84] |
| Zerodur | 0,24 | $3,1 \cdot 10^4$ | 90,3 | [61,84,104] |
| Quarz-Glas | 0,17 | $1 \cdot 10^6$ | 70,0 | [52,84,85] |
| Silizium | 0,26 | $1 \cdot 10^8$ | 190,0 | [13,88] |
| Saphir | 0,29 | $3 \cdot 10^7$ | 400,0 | [105,119,126] |
| dielek.-Beschichtung | – | $4 \cdot 10^4$ | – | [84,87] |
| AlGaAs.-Beschichtung | – | $2,5 \cdot 10^5$ | – | [19,20] |

# Kapitel 3

# Beschreibung und Messen des Frequenzrauschens

In den folgenden Abschnitten wird eine kurze Zusammenfassung über die Charakterisierung des Frequenzrauschens ultra-stabiler Oszillatoren gegeben. Des Weiteren wird auf Messmethoden zur Bestimmung des Rauschens eingegangen.

## 3.1 Charakterisierung des Frequenzrauschens

Zur Abfrage von schmalen atomaren Linien in Frequenzstandards werden die besten Oszillatoren verwendet. Hierbei handelt es sich um ultra-stabile Mikrowellengeneratoren von einigen Gigahertz oder ultra-stabilen Lasersystemen mit einigen hundert Terahertz Oszillationsfrequenz $\nu_0$. Die Oszillation solcher Systeme wird von statistischen Störungen beeinflusst. So kann sich die Amplitude $A$ um $\Delta A(t)$ oder die Phase $\varphi(t)$ zeitlich ändern [98].

$$A(t) = (A_0 + \Delta A(t)) \cos\left[2\pi\nu_0 t + \varphi(t)\right] \tag{3.1}$$

Wird davon ausgegangen, dass die Amplitudenänderung $\Delta A$ vernachlässigbar ist, so kann die momentane Frequenz $\nu(t)$ des Oszillators zu einem Zeitpunkt $t$ wie folgt ausgedrückt werden

$$\nu(t) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi(t)}{dt}, \tag{3.2}$$

sodass sich für die Frequenzfluktuation $\Delta\nu(t) = \nu(t) - \nu_0$ ergibt. Wie oben in der Einleitung erwähnt, gibt es verschiedene Oszillatortypen. Um deren Frequenzschwankungen

untereinander zu vergleichen, werden die relativen Frequenzänderungen $y(t)$ betrachtet.

$$y(t) = \frac{\Delta\nu(t)}{\nu_0} = \frac{1}{2\pi\nu_0}\frac{d\varphi(t)}{dt} \tag{3.3}$$

Je nach Art der ultra-stabilen Oszillatoren sowie deren Beeinflussung durch äußeren Störungen entstehen unterschiedliche Frequenzrauschtypen in $\Delta\nu(t)$ bzw. $y(t)$. Diese charakteristischen Frequenzänderungen in der Oszillatorfrequenz können entscheidende Hinweise auf die Ursache des Rauschens geben, sodass eventuell Gegenmaßnahmen ergriffen werden können. So kann z. B. eine defekte Temperaturstabilisierung zu einer Frequenzdrift der Oszillatorfrequenz führen. Solange es sich nicht um eine offensichtliche Frequenzdrift handelt, ist es häufig schwierig, aus dem zeitlichen Verhalten den Rauschtyp zu identifizieren. Durch die Einführung der Allan-Varianz $\sigma_y^2$ (AVAR) bzw. deren Wurzel $\sigma_y$ Allan-Abweichung (ADEV) [4] können bestimmte Rauschprozesse ermittelt werden. Hierbei wird die mittlere quadratische Abweichung von aufeinanderfolgenden Frequenzmittelwerten über eine bestimmte Integrationszeit $\tau$ ermittelt

$$\sigma_y^2 = \left\langle \frac{1}{2}\left(\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k\right)^2 \right\rangle, \tag{3.4}$$

wobei $\bar{y}_k$ aus dem zeitlichen Integral

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau}\int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t)dt \tag{3.5}$$

berechnet wird. Im Gegensatz zur Standardabweichung $y_A$ konvergiert die Allan-Abweichung für viele Rauschtypen. Dadurch lassen sich durch die Anwendung der Allan-Varianz viele Rauschprozesse charakterisieren bzw. deren Rauschtypen ermitteln. Infolge der Mittelung werden lange Datensätze auf wenige Mittelwerte zusammengefasst, wobei die Charakteristik der Rauschtypen erhalten bleibt. Jedoch gehen durch den Mittelungsprozess Informationen über kleinere Besonderheiten im Rauschsignal oft verloren oder können nicht mehr eindeutig zugeordnet werden. Um solche Informationen dennoch zu ermitteln, ist es hilfreich, die spektrale Leistungsdichte $S_\nu(f)$ „Power spectral density“ (PSD) des Rauschens zu berechnen. Die Leistungsdichte eines sich „gutmütig“ verhaltenden Rauschsignals (siehe Tabelle: 3.1) $y(t)$ kann über folgende Gleichung ermittelt werden

$$S_y = 2\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\left|\int_0^T y(t)e^{-2\pi i f t}dt\right|^2, \tag{3.6}$$

wobei $T$ hier die zeitliche Länge des Signals $y(t)$ darstellt. In der spektralen Leistungsdichte lassen sich Besonderheiten wie z. B. dem Rauschen überlagerte Oszillationen eindeutig erkennen.
Aus der spektralen Leistungsdichte $S_\nu(f)$ in $\mathrm{Hz}^2\ \mathrm{Hz}^{-1}$ lässt sich die relative spektrale Leistungsdichte $S_y(f)$ unter folgender Beziehung errechnen:

$$S_y(f) = \frac{1}{\nu_0^2} S_\nu(f) \tag{3.7}$$

Durch die Einführung der spektralen Leistungsdichte von relativen Frequenzfluktuationen $S_y(f)$ ist es möglich, Oszillatoren unabhängig von ihrer Oszillatorfrequenz $\nu_0$ zu vergleichen.
In vielen Fällen kann das Frequenzrauschspektrum eines Oszillators als Superpostion verschiedener charakteristischer Rauschtypen der Amplitude $h_\alpha$ und der Frequenzabhängigkeit $f^\alpha$ angenähert werden

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^{2} h_\alpha f^\alpha, \tag{3.8}$$

wobei der Index $\alpha$ das charakteristische Frequenzrauschen beschreibt. In der Tabelle 3.1 sind einige Frequenzrauschtypen dargestellt. Die Allan-Varianz $\sigma_y^2(\tau)$ (AVAR) lässt sich eindeutig aus der spektralen Leistungsdichte $S_y(f)$ wie folgt nach [103] berechnen:

$$\sigma_y^2(\tau) = 2 \int_0^\infty S_y(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{\pi f \tau} df \tag{3.9}$$

Die Stabilität eines Messsignals kann durch diese Gleichung 3.9 aus den Messdaten von Spektrumanalysatoren und FFT-Analysatoren (FFT steht hier für Fast-Fourier-Transformation) ermittelt werden. Da Gleichung 3.9 eine Mittelung des Spektrums darstellt, ist es hingegen nicht möglich, aus der Allan-Abweichung das Spektrum zu bestimmen.

## 3.2 Messung des Frequenzrauschens

Im vorangegangen Abschnitt wurde auf die Charakterisierung von Rauschen eingegangen, sowie deren Einteilung in verschiedene Rauschtypen vorgenommen. Im kommenden Abschnitt wird beschrieben, wie das Rauschen gemessen werden kann. Dazu wird die Frequenz des zu charakterisierenden Oszillators mit einer stabileren Referenz verglichen

| Rauschtypen | $S_y(f)$ | $\sigma_y^2(\tau)$ | $mod\ \sigma_y^2(\tau)$ |
|---|---|---|---|
| Weißes Phasenrauschen | $h_2 f^2$ | $\frac{3f_h}{4\pi^2} h_2 \tau^{-2}$ | $\frac{1}{2f_h}\sigma_y^2(\tau)\tau^{-1}$ |
| Funkel- bzw. Flicker-Phasenrauschen | $h_1 f^1$ | $\frac{1{,}038+3\ln(2\pi f_h \tau)}{4\pi^2} h_1 \tau^{-2}$ | $\frac{3{,}37}{3.12+3\ln(\pi f_h \tau)}\sigma_y^2(\tau)$ |
| Weißes Frequenzrauschen | $h_0 f^0$ | $\frac{1}{2} h_0 \tau^{-1}$ | $0,5\ \sigma_y^2(\tau)$ |
| Funkel- bzw. Flicker-Frequenzrauschen | $h_{-1} f^{-1}$ | $\ln(2) h_{-1} \tau^0$ | $0,67\ \sigma_y^2(\tau)$ |
| „Random walk“ der Frequenz | $h_{-2} f^{-2}$ | $\frac{2\pi^2}{3} h_{-2} \tau^1$ | $0,82\ \sigma_y^2(\tau)$ |

**Tabelle 3.1:** Die Tabelle zeigt die Allan-Varianz $\sigma_y^2(\tau)$ für verschiedene spektrale Leistungsdichte $S_y(f) = f^\alpha$. Aus der Allan-Varianz kann nicht zwischen weißen Phasenrauschen und Flicker-Phasenrauschen unterschieden werden, da beide eine Abhängigkeit von $\tau^{-2}$ aufweisen. Durch eine Modifikation der Allan-Varianz in $mod\ \sigma_y^2(\tau)$ (Ref. [98]) ist eine Unterscheidung möglich. Die Bandbreite des Tiefpasses, mit der die Frequenzflukuationen gefiltert werden, ist mit $f_h$ bezeichnet.

und die fluktuierende Differenzfrequenz $\Delta\nu(t)$ mit entsprechenden Methoden erfasst. Ein direktes Messen der Oszillatorfrequenz $\nu(t)$ von frequenzstabilisierten Lasersystemen ist aufgrund der hohen Frequenz von einigen hundert Terahertz nicht möglich. Durch die Erzeugung eines heterodynen Schwebungssignals zwischen zwei in der Frequenz leicht verstimmten Lasersystemen $\nu_{beat}$ können jedoch die relativen Frequenzänderungen $\Delta\nu(t)$ bzw. Phasenänderungen $\Delta\varphi(t)$ mit einer Photodiode gemessen werden. Die maximale Frequenzverstimmung der beiden Lasersysteme wird hierbei durch die Bandbreite der Photodiode begrenzt. Zurzeit lassen sich Schwebungsfrequenzen von einigen 10 GHz mit einem respektablen Signal-zu-Rauschverhältnis messen [37, 110]. Die so erzeugte Radiofrequenz, welche immer noch durch das Rauschen frequenzmoduliert ist, kann mit einem Mischer und einer stabilen Referenzfrequenz zu einer der Messmethode angepassten Frequenz herunter gemischt werden. In der Abb. 3.1 ist der schematische Aufbau zur Generierung dieser Radiofrequenz über eine optische Schwebung verdeutlicht. Wie zu Beginn dieses Abschnitts erwähnt, muss für die Bestimmung des Frequenzrauschens der Referenzoszillator ein wesentlich geringeres Rauschen aufweisen. Haben beide Oszillatoren ein ähnlich hohes Frequenzrauschen, so ist es schwierig, das Rauschen des individuellen Oszillators zu bestimmen. Unter der Zuhilfenahme eines dritten Oszillators mit ähnlicher Stabilität können jedoch die individuellen Stabilitäten bzw. Rauschspektren ermittelt werden. Eine Beschreibung dieser Methode wird im Abschnitt 3.3 gegeben.

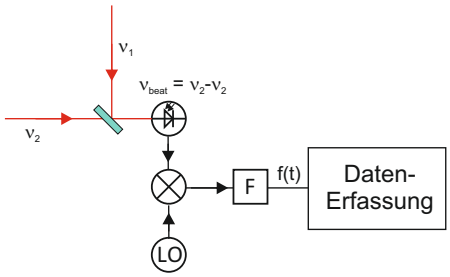



**Abbildung 3.1:** In dieser Abbildung ist der schematische Aufbau zur Generierung eines optischen Schwebungssignals dargestellt. Zwei Laser mit der Verstimmung $\Delta\nu_{beat}$ werden an einem teildurchlässigen Spiegel überlagert. Die resultierende Schwebungsfrequenz wird von einer Photodiode als Amplitudenmodulation erfasst. Die so generierte Radiofrequenz $f$ wird mit einem Mischer auf die für die Messmethode benötigte Frequenz verschoben und anschließend gefiltert.

### 3.2.1 Heterodyne Frequenzmessung durch Abtasten

Für die Bestimmung von sehr schnellen Frequenzrauschanteilen im Laserlicht bei Fourierfrequenzen von einigen Megahertz bietet sich die Aufzeichnung der heruntergemischten Radiofrequenz $f(t)$ in Form einer oszillierenden Spannung und der anschließenden Berechnung der Phasenfluktuationen an. Hierzu wird die oszillierende Spannung mit einem Digitalspeicheroszilloskop oder mit einer schnellen Analog-Digital-Messwandlerkarte abgetastet. Um zusätzliches Rauschen während des Messprozesses zu vermeiden, müssen einige Kriterien beachtet werden.

Zunächst muss das Nyquist-Theorem erfüllt werden, um Aliasing zu vermeiden. Dies besagt, dass ein periodisches Signal der Frequenz $f$ mindestens mit der doppelten Samplingfrequenz $f_{sam}$ (Nyquist-Frequenz) abgetastet werden muss $f_{sam} = 2f$ [98]. Ist dies nicht erfüllt, so werden alle höherfrequenten Rauschanteile $f > f_N = f_{sam}/2$ an der Nyquist-Frequenz, bildlich gesprochen, in den niederfrequenten Bereich gespiegelt. Durch einen entsprechenden Tiefpassfilter für die Radiofrequenz kann dies vermieden werden. Das bedeutet, dass durch die Tiefpassgrenzfrequenz $f_{\mathrm{TP}}$ die Abtastfrequenz festgelegt werden kann $f_{sam} > 2f_{\mathrm{TP}}$. In der Praxis wird zur Sicherheit $f_{sam}$ etwa 5 bis 10 mal höher gewählt als die Tiefpassbandbreite. Eine obere Grenze ergibt sich aus der maximalen Abtastfrequenz des Messgerätes sowie aus dem handhabbaren Datenvolumen.

Ein weiterer wichtiger Punkt bei der Abtastung periodischer Signale muss bei der Digitalisierung beachtet werden. Infolge der Umwandlung einer analogen Spannung in diskrete digitale Werte tritt zusätzliches Digitalisierungsrauschen auf. Durch das Abtasten einer

Spannung zwischen 0 und $U_{max}$ mit $n$-Bit Auflösung ergibt sich für die kleinste auflösbare Spannung $\delta U = 2^{-n} U_{max}$. Aus dem durch die Digitalisierung erzeugten Rauschen lässt sich ein Erwartungswert $U_{RMS} = \delta U/\sqrt{12}$ angeben. Für ein sinusförmiges Spannungssignal der Amplitude $U_{max}/2$, welches abgetastet werden soll, kann ein Effektivwert von $U_{eff} = U_{max}/(2\sqrt{2})$ angegeben werden. Die spektrale Leistungsdichte des Rauschens, das durch die Digitalisierung in der Abtastzeit $\delta t = 1/f_{sam}$ entsteht, kann wie folgt berechnet werden

$$S_u(f) = \frac{U_{RMS}^2}{U_{\text{eff}}^2 \cdot \text{BW}} = \frac{4}{3} 2^{-2n} \delta t, \tag{3.10}$$

wobei $\text{BW} = f_N = f_{sam}/2$ die Bandbreite darstellt. Das resultierende Rauschen $S_u(f)$ in dBc/Hz teilt sich zu gleichen Teilen in Amplituden und Phasenrauschen $L(f) = S_u(f)/2$ auf. Über die Beziehung $S_\varphi = L(f)/2$ kann aus dem Phasenrauschen $L(f)$ das Phasenrauschen $S_\varphi$ in der Einheit $\text{rad}^2\ \text{Hz}^{-1}$ berechnet werden.
Des Weiteren muss zur Bestimmung des Phasenrauschens die Zeitbasis des Oszilloskops bzw. der Messwandlerkarte von einer entsprechend stabilen Referenz getaktet werden.

Die abgetastete Oszillation ist mit dem Phasenrauschen $\varphi(t)$ der beiden Oszillatoren moduliert $I(t) = A\cos(2\pi f t + \varphi(t))$. Ziel ist es, die Phasenmodulation von diesen Signal zu demodulieren. Hierzu kann mit Hilfe der Hilberttransformation ein um 90° verschobenes Quadratursignal $Q(t)$ generiert werden

$$Q(t) = H\left\{I(t)\right\}, \tag{3.11}$$

sodass $I(t) - iQ(t) = A(\cos(2\pi f t + \varphi(t)) + i\sin(2\pi f t + \varphi(t))$ ein analytisch komplexes Signal darstellt. Aus Imaginär- und Realteil können nun relativ einfach die Phase $\varphi$ errechnet werden

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{Q(t)}{I(t)}\right). \tag{3.12}$$

Da die Arkustangensfunktion arctan nur für $\pm\pi/2$ definiert ist, kommt es zu Phasensprüngen, wenn die Phasenexkursionen $|\Delta\varphi| > \pi/2$ übersteigen. Solche Phasensprünge lassen sich nummerisch entfernen („Unwrap“-Funktionen).
Aus dem Phasenrauschen kann anschließend durch Gleichung 3.2 das Frequenzrauschen bzw. über 3.3 das relative Frequenzrauschen zwischen zwei Lasersystemen $y(t)$ berechnet werden.

### 3.2.2 Frequenzmessung mit Frequenzzählern

Für die Charakterisierung der langsamen Frequenzrauschanteile im Laserlicht, das heißt für Frequenzfluktuationen auf der Zeitskala Sekunden bis hin zu Tagen, werden häufig Frequenzzähler verwendet. Hierzu wird das Schwebungssignal z. B. zwischen zwei Lasersystemen wieder in eine elektronisch detektierbare Radiofrequenz umgewandelt. Die relativen Frequenzfluktuationen $y(t)$ im Signal $\nu(t)$ bzw. $f(t)$, (siehe Gleichung 3.3), werden im Zähler über eine bestimmte Messzeit $\tau$ gewichtet und gemittelt ($\tau$ wird häufig als Gatetime). Neben der sogenannten $\Pi$-Mittelung nach Gleichung 3.5 kann auch die Frequenz mit einer Dreiecksfunktion gemittelt werden (sogenannter $\Lambda$-Zähler).
Die Allan-Varianz aus den gemittelten Frequenzwerten lässt sich durch Umformung der Gleichung 3.4 unter anderen auch als Faltungsintegral zwischen einer Fensterfunktion $w(t)$ und den relativen Frequenzfluktuation $y(t)$ angeben [25]:

$$\sigma^2 = \left\langle \left[ \int_{-\infty}^{\infty} y(t) w(t - t_k) \right]^2 \right\rangle \tag{3.13}$$

Dabei liefert die $\Pi$-Mittelung die Allan-Varianz $\sigma_y^2$ (AVAR) und die $\Lambda$-Mittelung die modifizierte Allan-Varianz ${}_{\mathrm{mod}}\sigma_y^2$ (mod AVAR). Die Gewichtungsfunktionen $w$ sind für die einzelnen Zählertypen wie folgt:

$$w_\Pi(t) := \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}\tau} & 0 < t \leq \tau \\ \frac{1}{\sqrt{2}\tau} & 0 < t \leq 2\tau \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad w_\Lambda(t) := \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}\tau^2} t & 0 < t \leq \tau \\ \frac{1}{\sqrt{2}\tau^2}(2t - 3\tau) & \tau < t \leq 2\tau \\ -\frac{1}{\sqrt{2}\tau^2}(t - 3\tau) & 2\tau < t \leq 3\tau \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

In der Abb. 3.2 links sind die beiden Fensterfunktionen dargestellt. Die Veränderung in der Gewichtung hat einen entscheidenden Einfluss auf die spektrale Sensitivität auf das Rauschen im Signal. Um dies zu verdeutlichen, lässt sich die Stabilität $\sigma_y$ auch durch die einseitige spektrale Leistungsdichte $S_y$ sowie der frequenzabhängigen Sensitivitätsfunktion $W(f)$ berechnen

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} S_y(f) \left| W(f) \right|^2 df, \tag{3.14}$$

wobei hier $W(f) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t) e^{-i2\pi ft} dt$ die Fouriertransformierte von $w(t)$ beschreibt. Entsprechend ergibt sich für die $\Pi$- und $\Lambda$-Funktion im Frequenzbereich folgende Filterfunk-

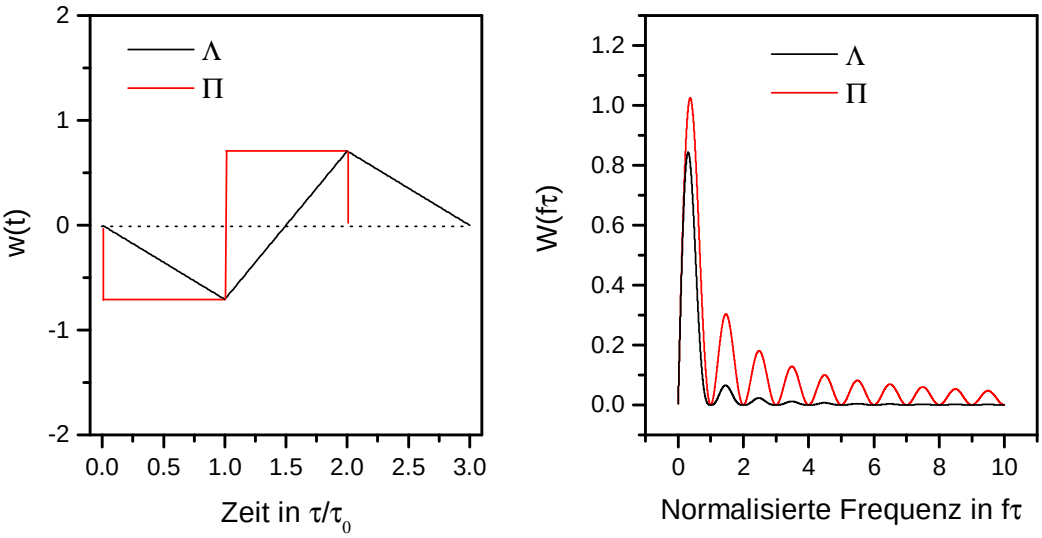



**Abbildung 3.2:** Die Grafik links zeigt die Fensterfunktion $w(t)$ für die ADEV (rot) und mod ADEV (schwarz) im normierten Zeitbereich $\tau$. Die Abbildung rechts zeigt die jeweiligen Fensterfunktionen im Frequenzbereich für die ADEV (rot) und mod ADEV (schwarz). Hierbei ist die Frequenz auf $f\tau$ normiert. Es ist deutlich ersichtlich, dass die Rechteck-Funktion ($\Pi$) auf höhere Frequenzrauschanteile eine höhere Sensitivität hat als die der $\Lambda$-Funktion.

tionen $W(f)$:

$$W_{\Pi}(f) := \frac{\sqrt{2}\sin^2(\pi f\tau)}{\pi f\tau} \tag{3.15}$$

$$W_{\Lambda}(f) := \frac{\sqrt{2}\sin^2(\pi f\tau)\,|\sin(\pi f\tau)|}{(\pi f\tau)^2} \tag{3.16}$$

Die verschiedenen Fensterfunktionen bewirken im Frequenzbereich eine charakteristische spektrale Filterung des Eingangssignals. Die spektrale Filterung der jeweiligen Fensterfunktion ist in der Abb. 3.2 dargestellt. Aus dem Verlauf der Funktionen ist ersichtlich, dass die ADEV aufgrund der $\Pi$-Funktion deutlich empfindlicher auf hochfrequente Rauschanteile im Signal ist. Hingegen zeigt die mod ADEV mit einem $\Lambda$-Zähler wesentlich kleinere Beiträge bei hohen Frequenzen auf und ist damit unempfindlicher auf hochfrequente Rauschanteile. Die Konsequenz hieraus ist ein unterschiedliches Mittelungsverhalten von $\Pi$- und $\Lambda$-Zählern für verschieden charakteristische Rauschtypen.

### 3.2.3 Frequenzmessung an einer atomaren Referenz

Ultra-stabile Lasersysteme beeinflussen durch ihre Stabilität bzw. Kohärenzzeit maßgeblich die Stabilität der optischen Uhren. Mit stabileren Oszillatoren lässt sich die Untersuchung systematischer Effekte an den optischen Uhren verbessern. Gleichzeitig kann jedoch auch eine optische Uhr als Analyseinstrument für das Laserrauschen dienen, worauf am Ende in diesen Abschnitt kurz eingegangen werden soll.
In einer solchen optischen Uhr, z. B. in der Strontium-Gitter-Uhr wird über einen bestimmten Abfragemechanismus (Rabi-Abfragemechanismus) die Laserfrequenzverstimmung $\delta\nu(t)$ auf die atomare Anregung aufgeprägt. Aus dieser Anregung kann auf die Verstimmung geschlossen werden, sodass sich ein Fehlersignal generieren lässt, welches über einen Regelkreis die Laserfrequenz auf den Uhrenübergang stabilisiert (Abb. 3.3). Anschließend kann die ultra-stabile Laserfrequenz mit Hilfe eines Frequenzkamms in eine elektronisch detektierbare Radiofrequenz konvertiert werden.

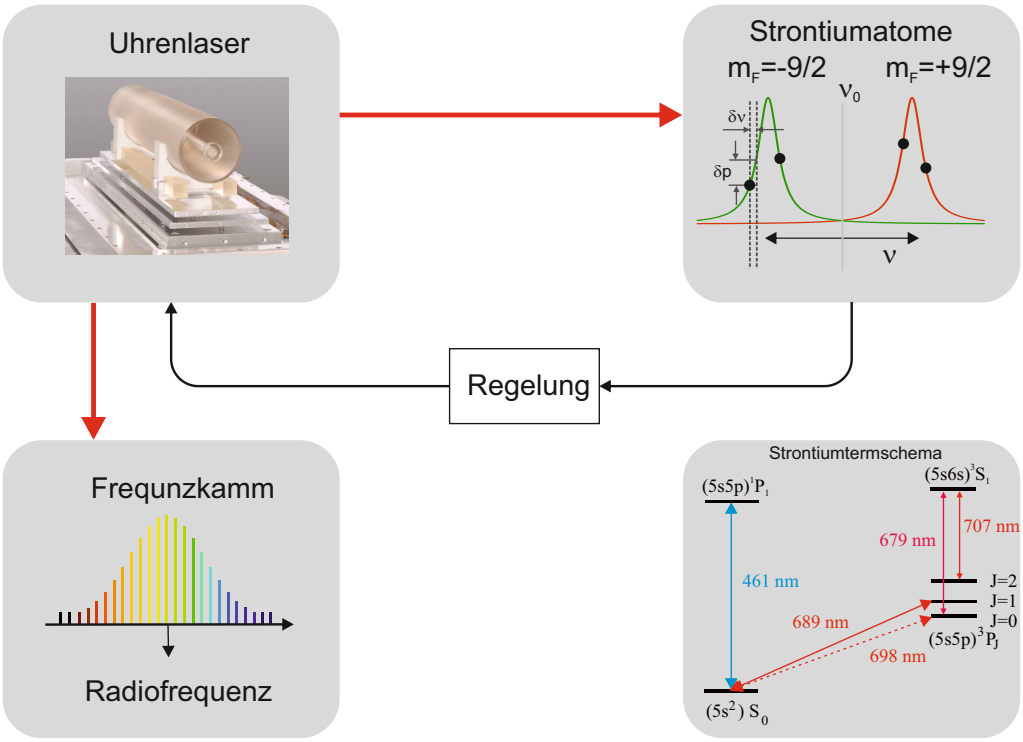



**Abbildung 3.3:** In dieser Abbildung ist die schematische Funktionsweise der Strontium-Uhr dargestellt. Rechts unten ist das vereinfachte Termschema von Strontium dargestellt. Darin sind die zur Präparation und Abfrage notwendigen Übergänge eingezeichnet.

**Uhrenbetrieb**

Um den Abfragemechanismus zu verstehen, sollen im Folgenden die wichtigsten Schritte beschrieben und der Einfluss des Laserrauschens auf die atomare Anregung erläutert werden. Eine detaillierte Beschreibung der Funktionsweise der stationäre Strontium-Gitter-Uhr der PTB ist in [34,36] zu finden.
Zunächst werden die Atome in einer zweistufigen magneto-optischen Falle auf ca. 2 $\mu$K abgekühlt. Anschließend werden sie für die Doppler-freie Spektroskopie des Uhrenübergangs $^1\mathrm{S}_0 \leftrightarrow {}^3\mathrm{P}_0$ in einem optischen Gitter gehalten. In einem weiteren Schritt werden die Atome optisch zum größten Teil in das Hyperfeinniveau eines Zeemann-Zustandes $m_F = +9/2$ oder $m_F = -9/2$ des Grundzustandes $^1\mathrm{S}_0$ gepumpt. Da auch einige weitere $m_F$-Niveaus bevölkert sein können, erfolgt ein Bereinigen der präparierten Atome. Hierfür werden die Atome eines $m_F = \pm 9/2$ Zeeman-Zustandes aus dem Grundzustand $^1\mathrm{S}_0$ durch einen kurzen Rabi $\pi$-Puls mit viel optischer Leistung und einer Dauer von $T = 90$ ms in den angeregten Zustand $^3\mathrm{P}_0$ gebracht. Durch Erhöhung eines einwirkenden Magnetfeldes erfolgt eine gute Selektion der Übergänge. Das jeweilige Adressieren der $m_F = \pm 9/2$-Zustände erfolgt über einen Schalt-AOM, siehe hierzu Abb. 5.17 in Abschnitt 5.5. Während dieses Pulses ist keine hohe Stabilität des Laserlichtes erforderlich, da die Sensitivität der Atome auf Frequenzstörungen im Laserlicht aufgrund der größeren Linienbreite während des kurzen Pulses geringer ist als bei dem eigentlichen langen Abfragepuls. Anschließend werden im Grundzustand verbleibende Atome mit einem 461 nm Laser aus dem Ensemble entfernt. Danach erfolgt das Einstrahlen des Rabi $\pi$-Uhrenpulses mit wenig Leistung und einer Dauer von ca. $T = 640$ ms. Zusätzlich ist die Lichtfrequenz um $\pm\Delta/2$ auf die Halbwertsbreite der atomaren Resonanz verstimmt. Damit erfolgt idealerweise eine 50 %ige Anregungswahrscheinlichkeit der Atome. Durch die Verstimmung $\Delta$ ist die Besetzungsverteilung $p$ der Atome sehr empfindlich auf kleine Frequenzänderungen $\delta\nu$ im Laserlicht. Da die Linienbreite Fourier-begrenzt ist, ist diese Empfindlichkeit von der Pulsdauer $T_\pi$ abhängig [28]:

$$\frac{\delta p}{\delta \nu} \approx 2\pi \cdot 0.3 \cdot T_\pi \tag{3.17}$$

Eine beliebige Steigerung der Empfindlichkeit durch Verlängerung der Pulse ist jedoch wegen der limitierten Kohärenzzeit des Lasers nicht möglich.

Nach dem Uhrenpuls wird die Ablage $\delta\nu$ der Laserfrequenz von der atomaren Resonanz aus dem Verhältnis der Anzahl der Atome, die sich immer noch im angeregten Zustand befinden, zu den Atomen, welche sich nun im Grundzustand befinden, bestimmt. Das Auslesen der Atome im Grundzustand erfolgt über die Fluoreszenz auf dem atomaren Übergang $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$. Die Atome im $^3P_0$ Zustand werden über den Übergang $^3S_1$ mit hoher Effizienz ebenfalls in den Grundzustand $^1S_0$ gepumpt und anschließend auch über die Fluoreszenz am $^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$-Übergang ausgelesen. Für den Uhrenbetrieb wird der Laser auf die mittlere Frequenz der beiden $m_F = \pm 9/2$ Zeeman-Zustände stabilisiert. Dadurch wird der Einfluss des linearen Zeeman-Effektes vermieden. Für die Bestimmung der mittleren Frequenz wird jeder $m_F = 9/2$-Zustand jeweils an den Punkten des halben Maximums abgefragt; das heißt zwei Punkte am $m_F = -9/2$-Zustand und zwei Punkte am $m_F = +9/2$-Zustand, siehe hierzu Abb. 3.3. Zur Evaluierung von systematischen Effekten erfolgt die Stabilisierung im alternierenden Betrieb [26, 27, 36], wobei der Uhrenübergang unter wechselnden Bedingungen abgefragt wird (siehe Abschnitt 6.2).

Aus den hier vorgestellten Abfragemechanismus geht hervor, dass die Atome zunächst für die Doppler-freie Spektroskopie präpariert werden müssen. Die Präparation der Atome dauert zusammen mit dem anschließenden Auslesen der Besetzungswahrscheinlichkeiten etwa 540 ms. Während dieser Zeit erfolgt keine Abfrage der Laserfrequenz am atomaren Übergang, womit die Bestimmung der Laserfrequenz totzeitbehaftet ist. Infolge der Totzeit führt Aliasing zu zusätzlichem Rauschen. Dieses Rauschen wird durch den Dick-Effekt [28] beschrieben. In Kapitel 6 ist die Wirkung dieses Effektes näher erläutert.

### Atomare Sensitivitätsfunktion

Die Sensitivität der atomaren Anregungswahrscheinlichkeit $\delta p(t)$ lässt sich für kleine Frequenzänderungen $\delta\nu(t)$ zum Zeitpunkt $t$ für einen Uhrenpuls der Länge $T$ folgendermaßen berechnen:

$$\delta p = \frac{1}{2} \int_0^T 2\pi \; \delta\nu(t) \cdot g(t) dt \tag{3.18}$$

$$\delta p = \frac{1}{2} \int_0^T -\phi(t) \cdot \frac{d}{dt} g(t) dt \tag{3.19}$$

mit $g(t)$ als Sensitivitätsfunktion. Nach Gleichung 3.19 kann die Ableitung $dg/dt$ auch als Phasensensitivitätsfunktion betrachtet werden. Für einen $\pi$-Puls der Länge $T$ um $t = 0$

zentriert, ist die Sensitivitätsfunktion $g(t)$

$$g(t) = \sin^2\vartheta\cos\vartheta \cdot [(1-\cos\Omega_2)\sin\Omega_1 + (1-\cos\Omega_1)\sin\Omega_2] \tag{3.20}$$

mit

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} - \arctan(2T\Delta) \tag{3.21}$$

$$\Omega_1 = \pi\sqrt{1+(2T\Delta)^2} \cdot \frac{t}{T} \tag{3.22}$$

$$\Omega_2 = \pi\sqrt{1+(2T\Delta)^2} \cdot \frac{T-t}{T} \tag{3.23}$$

und mit $\Delta$ als Verstimmung des Lasers von der atomaren Resonanz. Die Phasensensitivitätsfunktion $dg/dt$ hat für kleine Zeiten $t$ ihre größte Empfindlichkeit. Daher ist die atomare Anregungswahrscheinlichkeit $\delta p(t)$ nach Gleichung 3.19 sehr empfindlich auf anfängliche Phasenauslenkungen, z. B. beim Einschalten der optischen Weglängenstabilisierung zwischen Laser und Experiment zu Beginn des Abfragepulses.

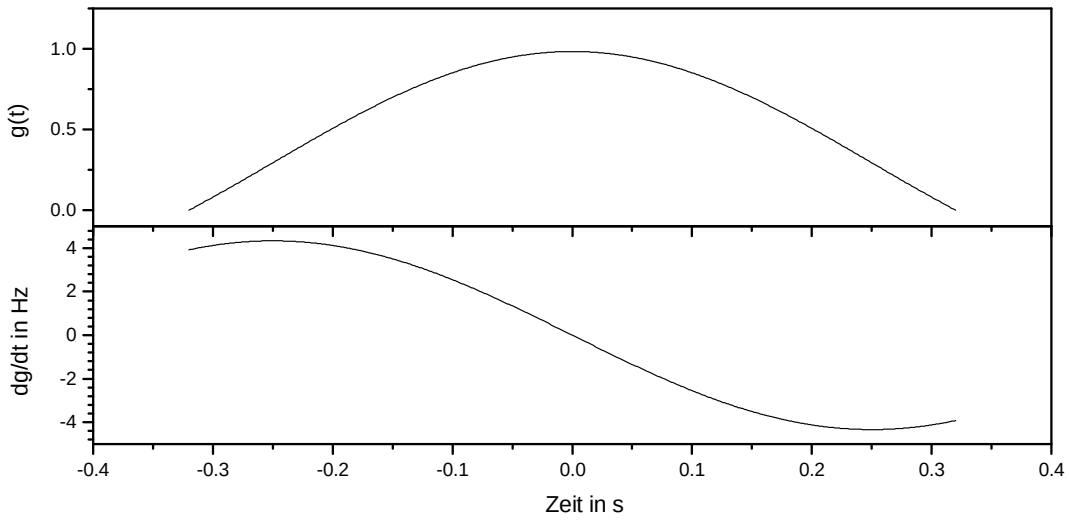



**Abbildung 3.4:** In dieser Abbildung ist die Frequenzsensitivitätsfunktion $g(t)$ (oben) und Phasensensitivitätsfunktion (unten) $\delta g(t)/\delta$ für einen auf die halbe Linienbreite verstimmten Uhrenpuls der Dauer $T = 640$ ms dargestellt.

Ähnlich der zeitlichen Sensitivitätsfunktion eines Frequenzzählers lässt sich auch die atomare Sensitivitätsfunktion spektral in eine Gewichtungsfunktion $G(f)$ zerlegen. Das bedeutet, dass die Sensitivitätsfunktion als „spektraler Filter“ auf das Laserrauschen wirkt. Da diese Funktion 3.20 sehr komplex ist, ist es am einfachsten, die Fourier Koeffizienten $G(f)$ der Gewichtungsfunktion numerisch über eine schnelle Fourier-Transformation zu

errechnen, siehe hierzu auch Kapitel 6.
Auch hier lässt sich ein Erwartungswert für die Allanvarianz $P_2^2 = \frac{1}{2}\langle(p_{k+1} - p_k)\rangle$ aus der Anregungswahrscheinlichkeit $p$ angeben

$$P_2^2 = \int_0^\infty S_\nu(f) 2\sin^2(2\pi f T)\,|G(f)|^2\,df, \tag{3.24}$$

wobei $T$ der Pulsdauer des Uhrenpulses entspricht. Durch ein gezieltes Ändern der Pulsdauer sowie der Pulsfolge kann die spektrale Sensitivitätsfunktion $G(f)$ gezielt beeinflusst werden. So ist es unter anderem möglich, mit mehreren Echo-Pulsen die Sensitivitätsfunktion so zu gestalten, dass sie nur auf eine gezielte Frequenzkomponente im Laserlicht empfindlich ist. Dies wurde eindrucksvoll bereits in [11] gezeigt. Mit dem in dieser Veröffentlichung beschriebenen Methode können die Atome als unabhängiger „optischer Spektrumanalysator“ wirken.

## 3.3 Bestimmung der individuellen Frequenzstabilität und des Frequenzrauschens

Durch einen direkten Vergleich ultra-stabiler Lasersysteme an einer hoch-stabilen atomaren-Referenz kann deren Rauschen und damit deren Stabilität direkt bestimmt werden. Jedoch erfordert dies einen hohen technischen Aufwand und die Laserfrequenz muss der atomare Referenzfrequenz entsprechen. Aufgrund der zyklischen Abfrage der atomaren Referenzfrequenz ist dies erst für lange Mittelungszeiten sinnvoll. Mit dem Vergleich der im vorangegangen Abschnitt erläuterten heterodynen Frequenzmessung zwischen zwei Lasersystemen kann nur deren relatives Rauschen zueinander gemessen werden. Ist bekannt, dass eines der beiden Systeme ein weitaus geringeres Rauschen aufweist, so kann das Rauschen des instabileren Systems in guter Näherung aus dieser Messung bestimmt werden. Für die individuelle Charakterisierung von (mehr als zwei) Systemen ähnlicher Stabilität kann ein Dreiecksvergleich benutzt werden.

### 3.3.1 Bestimmung der Laserstabilität $\sigma_y$ mit Hilfe des Dreiecks-Vergleichs

Aus Gleichung 3.4 lässt sich die Allan-Varianz $\sigma_y^2$ der Differenz $y_A - y_B$ zweier Lasersysteme berechnen. Für zwei Lasersysteme A und B ergibt sich die gemeinsame Instabilität der

Differenz $\sigma^2_{\mathrm{AB}}$ durch [42] mit:

$$\sigma^2_{\mathrm{AB}} = \sigma^2_{\mathrm{A}} + \sigma^2_{\mathrm{B}} - \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^{N-1} \left(\bar{y}_{\mathrm{A_{k+1}}} - \bar{y}_{\mathrm{A_k}}\right) \left(\bar{y}_{\mathrm{B_{k+1}}} - \bar{y}_{\mathrm{B_k}}\right). \tag{3.25}$$

Hierbei geben die ersten beiden Terme die Allan-Varianzen der beiden Lasersysteme wieder. Der dritte Term repräsentiert mögliche Korrelationen zwischen den beiden Systemen. Für völlig unkorrelierte Oszillatoren verschwindet dieser Term, sodass sich die Gesamtstabilität aus der Summe der einzelnen Varianzen ergibt $\sigma^2_{\mathrm{AB}} = \sigma^2_{\mathrm{A}} + \sigma^2_{\mathrm{B}}$.
Häufig weisen die Lasersysteme ähnliche Stabilitäten auf. Entsprechend ist es nicht möglich, die Stabilität der einzelnen Systeme aus diesem Vergleich zu evaluieren. Jedoch kann unter der Einbindung eines dritten Lasersystems mit ähnlicher Stabilität auf die einzelnen Stabilitäten geschlossen werden. Bei diesem Dreiecks-Vergleich werden die Stabilitäten zwischen den involvierten Systemen gemessen, die sich folgendermaßen darstellen lassen:

$$\sigma^2_{\mathrm{AB}} = \sigma^2_{\mathrm{A}} + \sigma^2_{\mathrm{B}} \tag{3.26}$$

$$\sigma^2_{\mathrm{AC}} = \sigma^2_{\mathrm{A}} + \sigma^2_{\mathrm{C}} \tag{3.27}$$

$$\sigma^2_{\mathrm{BC}} = \sigma^2_{\mathrm{B}} + \sigma^2_{\mathrm{C}} \tag{3.28}$$

Durch das Umstellen des Gleichungssystems kann die individuelle Stabilität der Lasersysteme bestimmt werden. Zum Beispiel kann die Varianz des Lasersystems A über:

$$\sigma^2_{\mathrm{A}} = \frac{1}{2}\left(\sigma^2_{\mathrm{AB}} + \sigma^2_{\mathrm{AC}} - \sigma^2_{\mathrm{BC}}\right) \tag{3.29}$$

bestimmt werden. Die Analyse der jeweiligen Laserstabilität ist jedoch auch mit dieser Methode nur in gewissen Grenzen möglich, da durch zufällige Korrelationen zwischen den Lasern negative Varianzen auftreten können.
Diese negativen Varianzen können eine Bestimmung der Stabilität verhindern. Der Einfluss negativer Varianzen kann durch eine Mittlung über mehrere Messungen unterdrückt werden. Hierbei wird ein längerer Datensatz, z. B. über die Frequenzfluktuationen der involvierten Lasersysteme $\Delta\nu(t)$, aufgenommen und anschließend in kürzere Stücke geteilt. Aus jedem Teilstück lässt sich die Stabilität der Lasersysteme durch den Dreiecks-Vergleich errechnen. Anschließend erfolgt eine Mittlung über $\sigma^2_y$ der einzelnen Laserstabilitäten. In der Mittelung können die negativen Varianzen bzw. die komplexen Stabilitäten aus der Messung ausgeschlossen werden.
Unter der Einbindung weitere Lasersysteme $N > 3$ in die Vergleichsmessung lässt sich

ein „N-Ecks-Vergleich“ realisieren. Hierfür wurden verschiedene mathematische Methoden entwickelt, mit denen es ebenfalls möglich ist, den Einfluss negativer Varianzen zu unterdrücken [33, 109, 117].

### 3.3.2 Bestimmung des Laserfrequenzrauschens $S_y$ mit Hilfe des Dreiecks-Vergleichs

Wie im Abschnitt 3 erwähnt, gehen infolge der spektralen Mittelung durch die Allan-Varianz oft Informationen über schmalbandige kleinere Störungen im Rauschsignal verloren. So können z. B. seismische Störungen den Laserresonator bei bestimmten Frequenzen verformen und die Laserfrequenz modulieren. Diese Frequenz ist im Stabilitätsdiagramm des Lasers $\sigma_y(\tau)$ nur schwer zu erkennen.
Es ist daher von großem Vorteil, das Laserrauschen in Form der relativen spektralen Leistungsdichte $S_y$ zu kennen, um die Störungen zuzuordnen. Da sich die spektrale Leistungsdichte $S_y$ ähnlich verhält wie die Varianzen $\sigma_y^2(\tau)$, ist es möglich, einen Dreiecksvergleich mit drei Lasersystemen durchzuführen. Dadurch kann aus den relativen Spektren zwischen den Lasersystemen $S_{\mathrm{AB}}$, $S_{\mathrm{AC}}$ und $S_{\mathrm{BC}}$ die individuellen spektralen Leistungsdichten für jedes Lasersystem berechnet werden. Unter der Voraussetztung unkorrelierter Fluktuationen der jeweiligen Laser gilt wieder, dass die gesamte spektrale Leistungsdichte der Differenz, die Summe der einzelnen Rauschbeiträge der Laser ist:

$$S_{\mathrm{AB}} = S_{\mathrm{A}} + S_{\mathrm{B}} \tag{3.30}$$

$$S_{\mathrm{AC}} = S_{\mathrm{A}} + S_{\mathrm{C}} \tag{3.31}$$

$$S_{\mathrm{BC}} = S_{\mathrm{B}} + S_{\mathrm{C}} \tag{3.32}$$

Durch Lösen des Gleichungssystems kann die individuelle relative spektrale Leistungsdichte berechnet werden. Zum Beispiel ergibt sich für den Laser A:

$$S_{\mathrm{A}} = \frac{1}{2}\left(S_{\mathrm{AB}} + S_{\mathrm{AC}} - S_{\mathrm{BC}}\right) \tag{3.33}$$

Falls die bei der Messung involvierten Lasersysteme sich stark in ihren Rauschbeiträgen unterscheiden, können sich auch hier aufgrund von Korrelationen der statistischen Fluktuation leicht negative Werte aus den Berechnungen ergeben. Der Einfluss der negativen Rauschbeiträge kann durch ein entsprechendes Mittel über mehrere Messungen reduziert werden.

### 3.3.3 Laservergleich mit Hilfe des Frequenzkamms

Für die Charakterisierung der in dieser Arbeit vorgestellten Lasersysteme wurden unter anderem ultra-stabile Lasersysteme im infraroten Spektralbereich bei 1545 nm verwendet. Die Uhrenlasersysteme für die Strontium-Uhren sind hingegen im sichtbaren Spektralbereich bei 698 nm stabilisiert. Ein Vergleich der Lasersysteme erfolgte daher mit einem Frequenzkamm.
Hierbei handelt es sich um einen modengekoppelten Femtosekundenlaser. Ein solches Lasersystem emittiert sehr kurze Laserpulse mit einer Dauer im Femtosekundenbereich mit einer Repitationsrate von ca. $f_{rep} = 258$ MHz. Als Folge dessen, ergibt sich ein Frequenzspektrum bestehend aus diskreten Spektralkomponenten der Modenordnung $m$. Die Frequenz $\nu_{\mathrm{m}}$ jeder einzelnen Frequenzmode $m$ ergibt sich dabei aus der Modenordnung $m$, der Repetitionfrequenz $f_{\mathrm{rep}}$ und der Offsetfrequenz $f_{\mathrm{ceo}}$

$$\nu_{\mathrm{m}}(t) = m f_{\mathrm{rep}}(t) + f_{\mathrm{ceo}}(t) \tag{3.34}$$

Die Repetitionsfrequenz und Offsetfrequenz unterliegen Rauschprozessen, sodass diese zeitlich variieren. Durch die Messung und Stabilisierung dieser Frequenzen auf eine hochstabile Radiofrequenz können diese Schwankungen minimiert werden. Bei unserem Aufbau erfolgt die Stabilisierung auf eine Mikrowelle, die durch einen Wasserstoff-Maser generiert wird. Dieser Wasserstoff-Maser wird auf eine der beiden primären Frequenzstandards der PTB (Cäsium-Atomuhr) referenziert. Somit sind die Frequenzmoden des Kamms absolut an die SI-Einheit Sekunde gekoppelt. Es ist daher möglich die Absolutfrequenz eines Lasers $\nu_x$ mit einer bestimmten Unsicherheit durch einen Vergleich in Form einer Schwebungsfrequenz $\Delta\nu_{\mathrm{x}}$ mit einer Frequenzmode des Kamms zu bestimmen:

$$\nu_{\mathrm{x}} = m f_{\mathrm{rep}} + f_{\mathrm{ceo}} + \Delta\nu_{\mathrm{x}} \tag{3.35}$$

Jedoch wird das residuelle Rauschen der Maser-Mikrowelle mit der Modenordnung multipliziert und entsprechend in den optischen Spektralbereich übertragen, sodass die Stabilität der einzelnen Frequenzmoden $\nu_{\mathrm{m}}$ entscheidend von der Stabilität der Mikrowelle abhängig ist.
Da die Stabilität der Mikrowelle und damit die Stabilität der Frequenzmoden des Frequenzkammes niedriger ist als die Frequenz der zu untersuchenden ultra-stabilen Lasersysteme, kann eine direkte Charakterisierung damit nicht erfolgen.
Von Telle [112] wurde jedoch eine Methode entwickelt, bei der der Frequenzkamm als

Transferoszillator benutzt werden kann, sodass Laservergleiche ohne den Einfluss des Frequenzkammrauschens möglich sind. Eine schematische Übersicht über die Funktionsweise des Transferoszillators ist in der Abb. 3.5 gegeben. Zwischen zwei optischen Oszillatoren

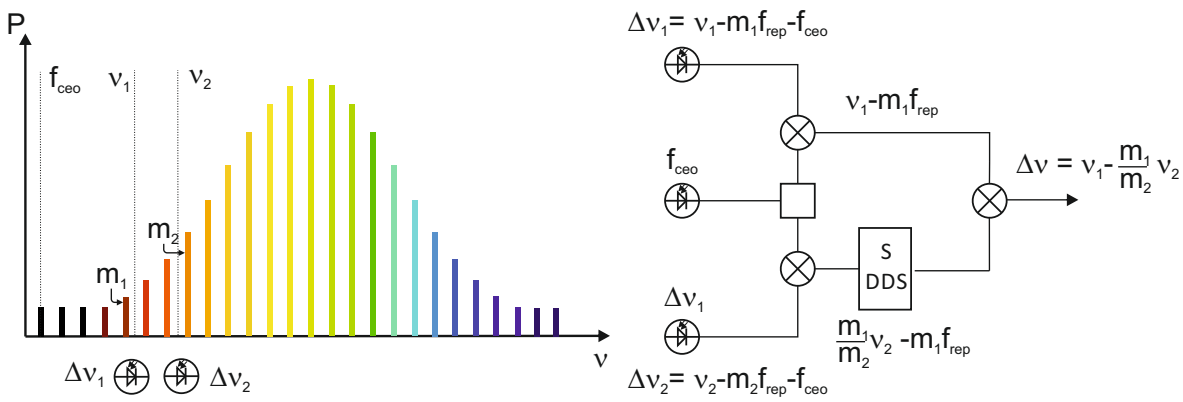



**Abbildung 3.5:** In dieser Abbildung ist der schematische Aufbau zur Erzeugung eines „virtuellen“ Schwebungssignals zwischen zwei optischen Oszillatoren über einem Frequenzkamm dargestellt.

wird jeweils ein Schwebungssignal mit einer Frequenzmode des Kamms erzeugt. Durch die Messung der Offsetfrequenz über ein f-2f-Interferometer kann zunächst aus beiden Schwebungssignalen mit Hilfe zweier Mischer die Offsetfrequenz entfernt werden. Über einen DSS wird eines der beiden Signale mit dem Faktor $m_1/m_2$ multipliziert, was zu einer Skalierung des Repetitionsrauschens bei $m_2$ auf $m_1$ führt. Durch Mischen mit dem anderen Zweig wird anschließend die Repetitionsrate aus dem Signal entfernt und man enthält das vom Kammrauschen bereinigte Signal:

$$\Delta\nu(t) = \nu_1 - \frac{m_1}{m_2}\nu_2. \tag{3.36}$$

Mit dieser Methode war es z. B. auch möglich, die hohe Frequenzstabilität des auf einen kryogenen Silizium-Resonators stabiliserten Lasersystems mit $\lambda = 1546$ nm auf ein zweites instabileres Uhrenlasersystem ($\lambda = 698$ nm) der Strontium-Uhr zu übertragen [49].

# Kapitel 4

# Transportable Uhrenlasersysteme

Durch die hohen Anforderungen an die Längenstabilität handelt es sich bei externen Referenzresonatoren, wie in Kapitel 2.2.2 beschrieben, um sehr vibrations- und temperaturempfindliche Aufbauten. Die meisten Lasersysteme werden daher in ruhiger und temperaturstabilisierter Laborumgebung, z. B. als Abfragelaser in stationären optischen Uhren, betrieben.
Zur Verbesserung der Genauigkeit von optischen Uhren sind Frequenzvergleiche zwischen meteorologischen Einrichtungen unabdingbar. Diese Vergleiche sind für stationäre optische Uhren sehr aufwendig. Innerhalb von Kontinenten werden hierfür aufwendige phasenstabilisierte Faserverbindungen verwendet [45, 62, 90, 114]. Globale Vergleiche können mit Mikrowellenverbindungen über Satelliten erfolgen. Jedoch erfordern diese lange Mittlungszeiten von etwa einem Tag, um relative Unsicherheiten von $10^{-15}$ zu erreichen [6].
Mit der Entwicklung von transportablen optischen Uhren lassen sich direkte vor Ort stattfindende, Frequenzvergleiche zwischen verschiedenen Instituten realisieren. Des Weiteren ist es mit diesen Uhren möglich, dass Gravitationspotential der Erde an verschiedenen Orten durch die gravitationsbedingte Rotverschiebung des Lichtes zu vermessen.
In den letzten fünf Jahren wurde an der PTB eine transportable optische Strontium-Uhr aufgebaut, die es ermöglicht, Frequenzvergleiche auch außerhalb von Laborräumen durchzuführen. Eine weitere transportable optische Strontium-Uhr wird momentan im Rahmen des SOC-Projektes (space optical clocks) realisiert. Zukünftig zielt dieses Projekt darauf ab, optische Uhren im Weltraum, eventuell noch auf der internationalen Raumstation (ISS), zu stationieren und zu betreiben.
Schlüsselelement für die Realisierung solcher Uhren ist die Entwicklung transportabler Uhrenlasersysteme auf der Basis externer Referenzresonatoren. Speziell für Weltraummissionen ist dies sehr anspruchsvoll. Die Resonatoren selbst und die optische Einkopplung in

diese müssen Raketenstarts mit Beschleunigungen von 50 g standhalten. Simultan müssen die Systeme klein, leicht und unempfindlich gegen kosmische hochenergetische Strahlung sein.
Ferner haben auch einige Firmen ein kommerzielles Interesse, transportable Lasersysteme zu entwickeln. Hierdurch kann die aufwendige Montage der Resonatoren beim Kunden auf ein Minimum reduziert und erhebliche Kosten eingespart werden. Auch für die Charakterisierung von optischen Faserverbindugen stellen solche Systeme eine wertvolle Hilfe dar.
Im Rahmen dieser Arbeit wurden mehre transportable Lasersysteme basierend auf ULE-Glas-Resonatoren für verschiedene Anwendungen entwickelt und charakterisiert. In den folgenden Abschnitten werden zwei Designs näher beschrieben, welche auf der Basis eines 12 cm langen zylindrischen Resonators sowie auf einem 5 cm großen würfelförmigen Resonators entwickelt wurden. Des Weiteren werden die Auswirkungen von hochenergetischer Strahlung auf das Resonatormaterial dargelegt.

## 4.1 Ein Uhrenlasersystem für eine transportable optische Strontium-Uhr

Bei diesem Resonatoraufbau handelt es sich um ein Uhrenlasersystem für die transportable Strontium-Uhr. Das Design des Resonators wurde speziell darauf ausgelegt, den Resonator vibrationsunempfindlich zu lagern und potentielle Beschleunigungen von bis zu 50 g standzuhalten. Des Weiteren wurde versucht, die Größe und Masse des Gesamtaufbaus, bestehend aus Resonator mit Wärmeschilden und Vakuumsystem, auf ein Miniumum zu reduzieren. Mit gerade einmal einer Masse von 8 kg und einer Abmessung $L \times B \times H = 38\,\mathrm{cm} \times 23\,\mathrm{cm} \times 18\,\mathrm{cm}$, welche einem etwas größeren Schuhkarton entspricht, wäre dieser Aufbau ein idealer Kandidat für potentielle Weltraummissionen.
Der Aufbau basiert auf einem 12 cm langen zylindrischen ULE-Glasabstandshalter mit 6 cm Durchmesser und optisch kontaktierten Quarzglasspiegeln. Für die Kompensation der unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von ULE- und Quarzglas wurden zusätzlich ULE-Ringe auf die Rückseite der Spiegel kontaktiert, siehe Abschnitt 2.2.1. Aus Resonatorlänge und Materialeigenschaften der einzelnen Resonatorelemente lässt sich nach Abschnitt 2.2.4, eine fundamentale relative Frequenzstabilität $\sigma_y = 2.3 \cdot 10^{-16}$ durch das thermische Rauschen angeben.
Zusammen mit einem bereits vorhandenen Diodenlaser- und Laserlichtverteilungssytem

[121] wird der Resonator als Uhrenlaser für die transportable optische Strontium-Uhr verwendet. Zuvor ersetzte das transportable Uhrenlasersystem einen älteren Resonatoraufbau [68] für die stationäre optische Strontium-Uhr, da mit dem neuen transportablen Aufbau wesentlich bessere Frequenzstabilitäten erreicht wurden.
Ein erheblicher Teil des Resonatoraufbaus wurde bereits in [46] beschrieben und dokumentiert. Im Folgenden wird nur der Aufbau kurz zusammengefasst und durch weitere Messergebnisse ergänzt.

### 4.1.1 Mechanische Halterung

Für einen transportablen Aufbau müssen zwei wesentliche Anforderungen erfüllt sein: der Resonator muss vibrations-insensitiv gehalten werden und seine Position in Bezug zur Laserlichteinkopplung darf sich nicht ändern. Das heißt für die Fixierung des Resonators im Raum, dass alle sechs Bewegungsfreiheitsgrade gefesselt sein (drei translatorische und drei Rotationsfreiheitsgrade) müssen. Zusätzlich ist eine Überbestimmung in der Fixierung zu vermeiden. Das bedeutet, dass jeder Freiheitsgrad nur einmal gegen eine Bewegung gesichert werden darf. Erfolgt eine Überbestimmung, kann es durch die durch Beschleunigungen verursachten Kräfte zu einer Deformierung des Resonators kommen.
Damit diese Forderungen erfüllt sind, wurde ein Draht-Balkensystem entwickelt. Zunächst wurden zwei Löcher in die Mantelfläche des Resonators gebohrt, in denen Invarstifte $Z_1$ und $Z_2$ eingeklebt wurden, siehe Abb. 4.1. An diesen Stiften wurde anschließend eine flexible Stahllitze befestigt, welche die Fixierung des Resonators gegen horizontale Beschleunigungen entlang der optischen Achse (z-Richtung) ermöglicht. Des Weiteren werden über diese beiden Haltedrähte eine Rotation um die y-Achse vermieden, siehe Tabelle 4.1.1. Durch die Platzierung der Haltestifte in der axialen Symmetrieebene wird, wie Abschnitt 2.2.2 beschrieben, ein Dehnen und Stauchen der optischen Achse verhindert.
In Abschnitt 2.2.2 wurde bereits erläutert, dass es bei horizontal gelagerten zylindrischen Resonatoren zu zusätzlichen Biegeverformungen kommen kann. Daher wurden zur Vermeidung der Verbiegung des Resonators um die y-Achse vier zusätzliche Invarstifte $X_1$, $X_2$, $X_3$ und $X_4$ in vier Bohrungen in der Mantelfläche eingeklebt. Der Resonator wurde anschließend gegen vertikale Beschleunigungen in x-Richtung mit Stahllitze fixiert. Da die vier Drähte eine Überbestimmung in der Fixierung zur Folge hätten, wurden jeweils zwei Drähte mit einem Balken (H-Balken) zu $X_{1,2}$ und $X_{3,4}$ zusammengefasst, so dass über diese Fixierung nur noch der translatorische Freiheitsgrad in x-Richtung und die Rotation um die z-Achse gefesselt sind. Mit Hilfe der FEM-Simulation konnte der optimale Abstand

$d = 19.4\,\mathrm{mm}$ der Bohrungen von den Stirnflächen für die Minimierung der Durchbiegung um die y-Achse bestimmt werden.
Ähnlich erfolgte die Fixierung der beiden letzten Freiheitsgrade (Fixierung in Y-Richtung und Rotation um die X-Achse). Um die Durchbiegung um die x-Achse zu vermeiden, wurden weitere 4 Invarstifte $\mathrm{Y}_1$, $\mathrm{Y}_2$, $\mathrm{Y}_3$ und $\mathrm{Y}_4$ in die Mantelfläche des Resonators eingebracht. Diese wurden wieder mit einer Stahllitze versehen und jeweils mit einem Balken zu den Lagerpunkten $\mathrm{Y}_{1,2}$ und $\mathrm{Y}_{3,4}$ vereint, siehe Abb. 4.1 und Tabelle 4.1.1. Der optimale Abstand der Bohrungen von den Stirnflächen entspricht dabei aus Symmetriegründen wieder $d$. Aus der Annahme eines Offsets zwischen optischer und geometrischer Achse infolge der Spiegelpositionierung $\Delta r \approx 1\,\mathrm{mm}$ und einer Lagerpositionstoleranz (z. B. in$Y_i$) von $\Delta d \approx 0.5\,\mathrm{mm}$ ergibt sich aus den FEM-Simulationen eine theoretische Beschleunigungssensitivität durch den Einfluss der Biegung von $\Delta L/L \approx 3 \cdot 10^{-18}\ \mu\mathrm{g}^{-1}$.

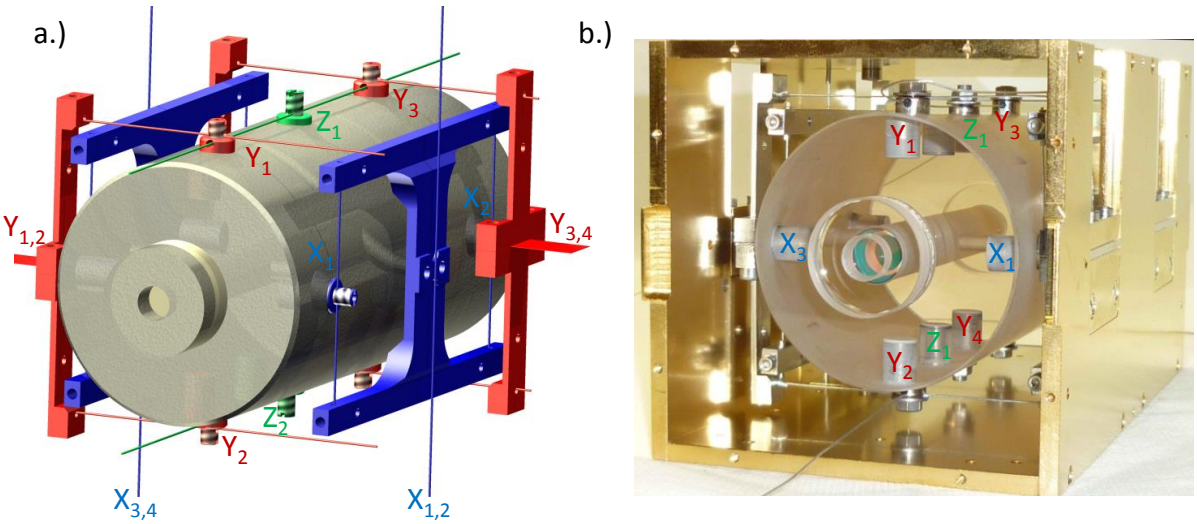



**Abbildung 4.1:** Abb. a zeigt das Konstruktionsmodell des Resonatoraufbaus. Für einen verbesserten Überblick sind der zweite Balken $Y_{1,2}$ sowie die Befestigungsbauteile für die Drähte nicht dargestellt. Die benötigten Elemente für die Fixierung der Freiheitsgrade sind einfarbig dargestellt. Blau: X-Richtung; rot: Y-Richtung und grün: Z-Richtung. Für das Foto wurden die Stirnseiten des Wärmeschildes entfernt.

| Belastungsrichtung | Zusammenfassung der Kräfte | Freiheitsgrad gefesselt |
|---|---|---|
| X-Richtung: | Kräfte $\vec{X}_1$ und $\vec{X}_2$ mit H-Balken zu $\vec{X}_{1;2}$ | $\vec{X}$ |
| | Kräfte $\vec{X}_3$ und $\vec{X}_4$ mit H-Balken zu $\vec{X}_{3;4}$ | rot $R_\mathrm{z}$ |
| Y-Richtung: | Kräfte $\vec{Y}_1$ und $\vec{Y}_2$ mit Balken zu $\vec{Y}_{1;2}$ | $\vec{Y}$ |
| | Kräfte $\vec{Y}_2$ und $\vec{Y}_3$ mit Balken zu $\vec{Y}_{3;4}$ | rot $R_\mathrm{x}$ |
| Z-Richtung: | Kraft $\vec{Z}_1$ direkte Drahtbefestigung | $\vec{Z}$ |
| | Kraft $\vec{Z}_2$ direkte Drahtbefestigung | rot $R_\mathrm{y}$ |

Die Haltedrähte für die Fixierung des Resontors in X- und Z-Richtung sind direkt an ein erstes inneres Wärmeschild angeklemmt. Die Befestigung in Y-Richtung erfolgt über ein flexibles Stahlband, wie es in Abb. 4.1 a.) und b.) zu sehen ist.
Für eine Beschleunigung von 50 g und eine Gesamtmasse des Resoantors von $0,83$ kg muss eine nicht unerhebliche Gesamthaltekraft von 400 N aufgebracht werden. Nach Berechnungen und Belastungstests ist jede einzelnen Klemmverbindungen und jeder Draht für mindestens 230 N ausgelegt. Da jede Beschleunigungsrichtung durch mindestens zwei Halteverbindungen fixiert ist und Halterungen infolge von Beschleunigungen, z. B. durch Stöße, nur kurzzeitig belastet werden, ist es durchaus realistisch, dass das Haltesystem die geforderten Bedingungen erfüllt.
Der Resonator ist mit einem zweiten zusätzlichen Wärmeschild zur besseren thermischen Isolierung in einer Vakuumkammer montiert (für genauere Beschreibung siehe nachfolgenden Abschnitt 4.1.2 ). Für eine bessere seismische Isolierung gegen Mikrovibrationen ist die Kammer auf einem aktiven Vibrationsisoliertisch geschraubt[1].
Durch Überlagerung von Licht des auf diesen Resonator stabilisierten Lasers mit dem Licht eines zweiten frequenzstabilen Lasers [68, 121] (in weiteren Verlauf Referenzlaser genannt) wurde die Vibrationsempfindlichkeit des Resonatoraufbaus evaluiert. Hierzu wurde der Aufbau gezielt entlang jeder Raumrichtung (X Y und Z) harmonisch mit $f_\mathrm{a} = 10$ Hz beschleunigt. Die tatsächlichen Beschleunigungen wurden mit drei Seismometern[2] ermittelt. Gleichzeitig wurde auch die resultierende Frequenzänderung des Schwebungssignals mit einem Frequenzzähler[3] erfasst. Die Beschleunigungen und die Frequenzänderung des Schwebungssignals wurden jeweils in eine Spannung umgewandelt und mit einem Oszillo-

[1] Table Stable TS150
[2] PCB Piezotronics Model 393B31 $s \approx 10$ V/g
[3] Fluke PM6681

skop aufgenommen, siehe hierzu Abb. 4.2. Aus Betrag und Phase der Oszillationen konnte die komplexe Gleichung 2.28 gelöst und die dynamische Sensitivität für jede Raumrichtung bestimmt werden. Durch leichtes Neigen des Resonators entlang Y- und Z-Richtung

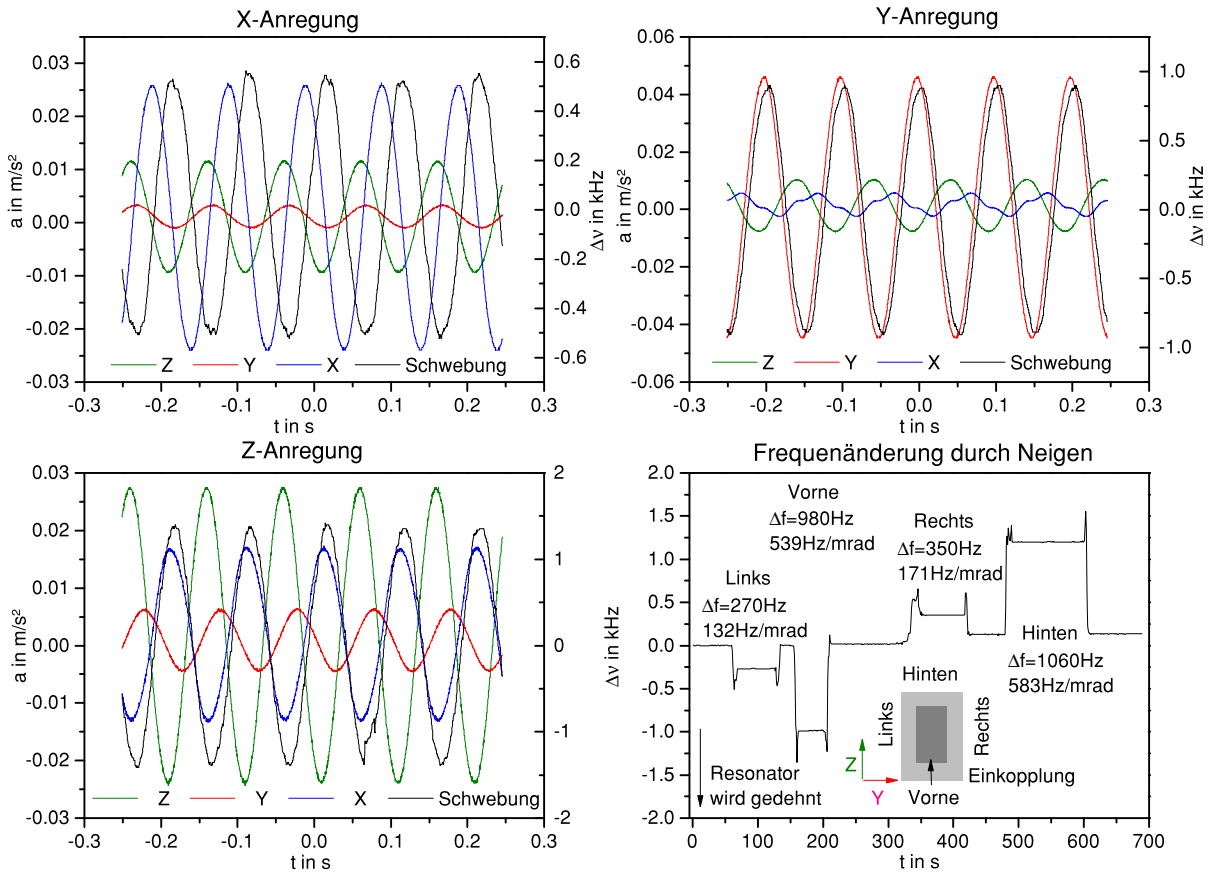



**Abbildung 4.2:** Die Grafik zeigt die Frequenzänderung des Laserlichtes in Abhängigkeit der Beschleunigungen. Hierbei stellen die ersten drei Grafiken die dynamischen Beschleunigungen in Abhängigkeit der Anregungsrichtung sowie deren Frequenzantwort durch den Resonator dar (X-Richtung: vertikal,Y-Richtung: transversal-horizontal, Z-Richtung: horizontal entlang optischer Achse). Der Graph rechts unten zeigt die Frequenzverschiebung durch Neigen des Resonatoraufbaus

$\alpha_{\mathrm{y,z}} \approx 3 \cdot 10^{-3}$ Grad, ließ sich die statische Sensitivität ermitteln. Hierdurch wird der Resonator entsprechend der Neigerichtung mit $a_{\mathrm{y,z}} = \sin(\alpha_{\mathrm{y,z}}) \cdot \mathrm{g}$ beschleunigt. Die Ergebnisse sind in Tab: 4.1 aufgeführt.

Beim Betrachten der Ergebnisse fällt auf, das dynamische und statische Sensitivitäten nur marginal voneinander abweichen. Dies ist nicht unbedingt zwangsläufig. Da sich die Seismometer nicht am selben Ort des Resonators befinden können, ist es durchaus möglich, dass sie einen anderen Beschleunigungsbetrag messen und damit die Sensitivitäten

| Methode | $\kappa_x$ pro $\mu$g | $\kappa_y$ pro $\mu$g | $\kappa_z$ pro $\mu$g | $\varphi_x$ in $^\circ$ | $\varphi_y$ in $^\circ$ | $\varphi_x$ in $^\circ$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Dynamisch | $-0,7 \cdot 10^{-16}$ | $2,3 \cdot 10^{-16}$ | $12,3 \cdot 10^{-16}$ | $6,4$ | $-10,9$ | $-11,9$ |
| Statisch | - | $3,5(5) \cdot 10^{-16}$ | $13,1(5) \cdot 10^{-16}$ | - | - | - |

**Tabelle 4.1:** Beschleunigungssensitivitäten des transportablen Resonators

verfälschen. Je nach Platzierung des Sensors können teilweise um den Faktor 2 variierende Ergebnisse beobachtet werden. Da diese jedoch gut mit dem statistischen Werten übereinstimmen, ist davon auszugehen, dass die Sensoren richtig platziert wurden.
Des Weiteren ist es möglich, dass durch die Halterung Resonanzen auftreten können, wodurch sich ebenfalls die statischen und dynamischen Werte unterscheiden können. Aufgrund der nahezu synchronen Phasenlage zwischen Beschleunigung und Frequenzantwort des Resonators können Resonanzfrequenzen kleiner als $f_a = 10\,\mathrm{Hz}$ ausgeschlossen werden. Damit sollte sich auch die statisch und dynamisch gemessene Sensitivität ähneln, was auch der Fall ist. Es gibt jedoch durch akustische Anregung mit einem Lautsprecher Hinweise auf eine mechanische Resonanz um $f_a \approx 150\,\mathrm{Hz}$.
Für das Erreichen von Laserstabilitäten nahe dem thermischen Rauschen sind Sensitivitäten von $\kappa \approx 2 \cdot 10^{-16}$ pro $\mu$g nötig ($a_{\mathrm{rms}} = 1\ \mu\mathrm{g}$). Leider wird dies für die Sensitivität entlang der Z-Achse nicht erfüllt. Ursache für diese Abweichungen könnte im Aufbau der Halterung zu suchen sein. Aus Simulationen stellte sich heraus, dass schief verlaufende Haltedrähte Querkräfte bewirken, welche den Resonator dehnen und stauchen. In der Referenz [46] ist eine detaillierter Beschreibung dazu aufgeführt.
Es sollte erwähnt werden, dass die gemessenen Werte Resultate ohne eine Optimierung der Halterung darstellen. Eine Optimierung der Haltedrähte könnte durchaus eine Verbesserung der Vibrationssensitivität bewirken. Hingegen erfüllen die Sensitivitäten in X- und Y-Richtungen die geforderten Werte und bestätigen die Realisierbarkeit des Resonatoraufbaus nach dem hier vorgestellten Konzept. Um akustische Störungen zu minimieren, ist der Gesamtaufbau mit einer Holzbox mit Dämmmaterial umgeben.

### 4.1.2 Thermische Isolierung

Zur passiven thermischen Isolierung ist der Resonator, wie bereits erwähnt, in ein erstes inneres Wärmeschild fixiert. Vier Glaskugeln separieren das innere Schild vom äußeren. Beide Wärmeschilde sind aus Aluminiumprofilen gefertigt, sowie zur Verringerung des Emissionsgrads $\epsilon$ poliert und vergoldet. Der Resonator und die Schilde sind zusätzlich in eine Vakuumkammer geschraubt, um einerseits Brechzahländerungen durch Druckschwan-

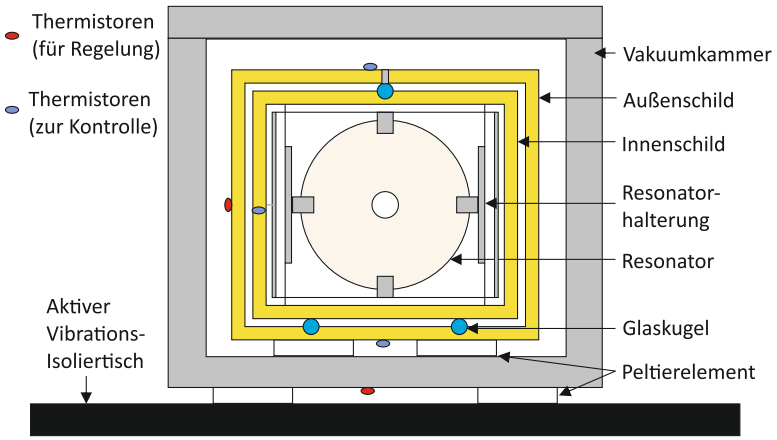



**Abbildung 4.3:** In der Grafik ist eine Skizze des Resonatoraufbaus mit Wärmeschilden und Vakuumkammer dargestellt. Die Thermistoren sind für die Stabilisierung (rot) und Kontrolle (blau) entsprechend gekennzeichnet.

kungen und die damit verbundenen optischen Längenänderung zu minimieren und andererseits die thermische Isolierung entscheidend zu verbessern. Um die Empfindlichkeit der optischen Länge auf Druckschwankungen zu reduzieren, wird der Resonator momentan mit eine Gasrestdruck von $3,8 \cdot 10^{-8}$ mbar durch eine $3\,\mathrm{l\,s^{-1}}$ Ionengetterpumpe betrieben[4], siehe Abschnitt 2.2.3.

Die aktive Temperaturstabilisierung erfolgt am äußeren Wärmeschild über drei Peltierelemente zwischen Außenschild und Vakuumkammer und einer selbstgebauten Temperaturregelung. Zusätzlich wird die Vakuumkammer mit einer zweiten Temperaturstabilisierung (hier mit vier Peltierelementen) auf ca. Raumtemperatur konstant gehalten, wie in Abb. 4.3 skizziert ist. Dieses zweistufige Verfahren dient der optimalen Unterdrückung von Temperaturschwankungen. Die Temperaturmessung für die aktive Temperaturstabilisierung erfolgt durch Thermistoren (NTC-Widerstand) [5], die an den Wärmeschilden und der Vakuumkammer angebracht sind. Die Thermistoren zeichnen sich durch eine hohe Temperaturempfindlichkeit von $dR/dT_{12} \approx 800\ \Omega\ \mathrm{K}^{-1}$ aus. Hierdurch sind sie hervorragend geeignet, um kleinste Temperaturänderungen zu vermessen. Es ist jedoch zu erwähnen, dass sie aufgrund der hohen Widerstandstoleranzen für die Bestimmung von Absoluttemperaturen ungeeignet sind. Die hier verwendeten Bauelemente sind bei 25 °C mit einer Temperaturunsicherheit von $\Delta T = 0,5$ K angegeben.

Mit Hilfe einer Brückenschaltung im Temperaturregler lässt sich die Temperatur des

[4]Gamma Vacuum Model 3S

[5]EPCOS Model B57550 $R_{25} = 10\,\mathrm{k\Omega}$; $B_{25/85} = 3480\ \mathrm{K}^{-1}$; $R(T) = R_{25}\exp(B_{25/85}(T^{-1} - T_{25}^{-1}))$

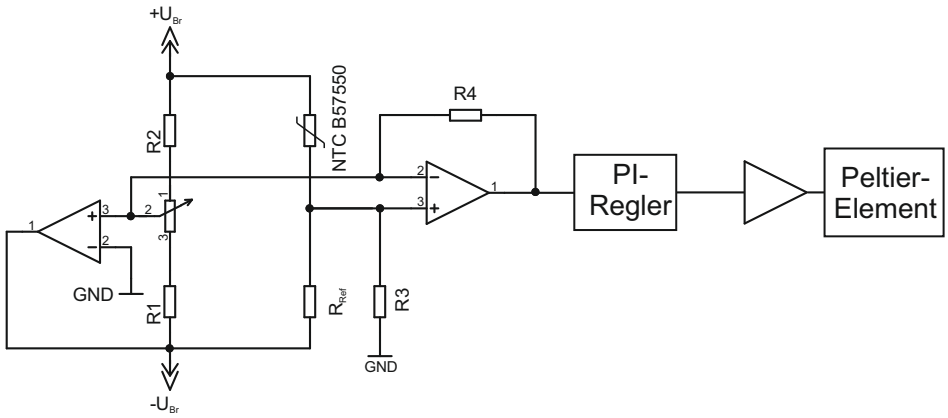



**Abbildung 4.4:** Die Abbildung zeigt die Brückenschaltung für die Temperaturstabilisierung.

Thermistors in eine Messspannung (Brückenspannung) umwandeln, siehe hierzu Abb. 4.4. Hierbei wird die Teilspannung über den Thermistor mit der Teilspannung am Referenzwiderstand verglichen. Die Brückenspannung wird anschließend über einen Operationsverstärker verstärkt und einem PI-Regler zugeführt, welcher den Stromfluss durch die Peltierelemente steuert. Durch Verschiebung der negativen Teilspannung über der Messbrücke $-U_{\mathrm{Br}}$ mittels integrierten Potentiometer P1 ist es möglich, die Solltemperatur zu variieren.

Mit dem Stefan-Boltzmann Gesetz (Gleichung 2.19) und der Wärmeleitung nach Gleichung 2.17 lässt sich der effektive Wärmestrom zwischen Wärmeschild und Vakuumkammer abschätzen. Beim Transport des Resonators können bei einem Ausfall der Temperaturstabilisierung der Vakuumkammer leicht Temperaturgradienten von $\Delta T = 20\,\mathrm{K}$ auftreten, sodass sich für die Strahlungsleistung $\dot{q}_{\mathrm{sb}} \approx 150\,\mathrm{mW}$, für die Wärmeleitung über die Befestigungsschrauben $\dot{q}_{\mathrm{con}} \approx 30\,\mathrm{mW}$ zwischen Vakuumkammer und Außenschild und durch die Peltierelemente selbst, $\dot{q}_{\mathrm{pe}} \approx 1,8$ W ergibt. Die effektive Kühlleistung in Abhängigkeit des Stromflusses lässt sich nach Gleichung 2.25 berechnen und ist mit $1\,\mathrm{WA}^{-1}$ entsprechend hoch für jedes Peltierelement ausgelegt.

Da es schwierig ist, Temperaturgradienten über der Vakuumkammer bzw. dem Wärmeschild konstant zu halten, können nicht alle Temperaturänderungen ausgeregelt werden. Die restlichen Temperaturfluktuationen, welche nicht durch die aktive Regelung ausgeregelt wurden, werden mit dem Tiefpassverhalten des inneren Wärmeschildes und des Resonators gedämpft. Das Temperaturverhalten dieses Systems kann mit folgender Glei-

chung beschrieben werden:

$$\Delta T_{\text{cav}} = \Delta T_0 \left( \frac{a}{b-a} e^{-\frac{1}{a}t} - \frac{b}{b-a} e^{-\frac{1}{b}t} \right) \tag{4.1}$$

Durch einen am Außenschild bewirkten Temperatursprung $\Delta T_0$ lassen sich die Zeitkonstanten für das System, wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, bestimmen. Der Temperatursprung am Außenschild sowie die Temperaturänderung des Resonators $\Delta T_{\text{cav}}$ sind in Abb. 4.5 links dargestellt. Um Kraft- und Wärmebrücken zu vermeiden, ist am Resonator kein Temperatursensor angebracht. Somit konnte die Temperaturänderung des Resonators nur indirekt über die thermische Längenänderung des Resonators gemessen werden. Ausgehend von einem kleinen Temperatursprung, welcher weit genug vom thermischen Nulldurchgang (Abb: 4.5 rechts) des Ausdehnungskoeffizienten entfernt ist ($\Delta T = 5$ K), kann die Längenänderung in Abhängigkeit der Temperaturänderung linear angenähert werden. Da sich die Frequenzänderung eines auf dem Resonator stabilisierten Lasers umgekehrt proportional zur Längenänderung verhält, kann aus der Frequenzänderung über die lineare Näherung der thermischen Ausdehnung die Temperatur ermittelt werden. Die Frequenzänderung und damit die Temperaturänderung konnten mit dem Frequenzvergleich zu dem Referenzlaser [68, 121] bestimmt werden. Aus dem Fit der Messdaten nach Gleichung 4.1 ergeben sich zwei Zeitkonstanten $b = 0,29$ d und $a = 2,5$ d, mit denen das System beschrieben werden kann. Wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, entsprechen diese ermittelten Zeitkonstanten nicht den einzelnen Zeitkonstanten des Wärmeschildes bzw. des Resonators, gegeben aus Wärmekapazitäten und thermischen Übergangswiderständen. Da die Wärmekapazität des Resonators mit der Aufhängung $C_{\text{cav}} = 722\,\text{JK}^{-1}$ und des Innenschildes $C_{\text{cav}} = 622\,\text{JK}^{-1}$ mit hoher Präzision aus deren Masse sowie spezifischer Wärmekapazität berechnet werden kann[6], lassen sich die Übergangswiderstände durch Lösen der Eigenwertgleichung 2.24 und aus Kenntnis der Zeitkonstanten $a$ und $b$ bestimmen. Es ergeben sich demnach für $R_1 = 51\,\text{KW}^{-1}$ und für $R_2 = 235\,\text{KW}^{-1}$, welche fast mit dem theoretischen Werten durch Wärmeleitung und Strahlung übereinstimmen $R_1 = 52\,\text{KW}^{-1}$ und $R_2 = 127\,\text{KW}^{-1}$ ($R_1$-Übergangswiderstand Innen/Außenschild $R_2$ Übergangswiderstand Resonator/Innenschild). Abweichungen in $R_2$ könnten durch die Resonatorhalterung erklärt werden. Durch das Drahtbalkensystem kann die Wärmeleitung nur sehr schwer abgeschätzt werden.

Aus dem ermittelten Zeitkonstanten kann, ausgehend von der inneren Wärmeschildtemperatur die Resonatortemperatur errechnet werden. In Abb. 4.6 ist dies mit entsprechenden

[6] Spezifische Materialkonstanten in Kapitel 2.2.1

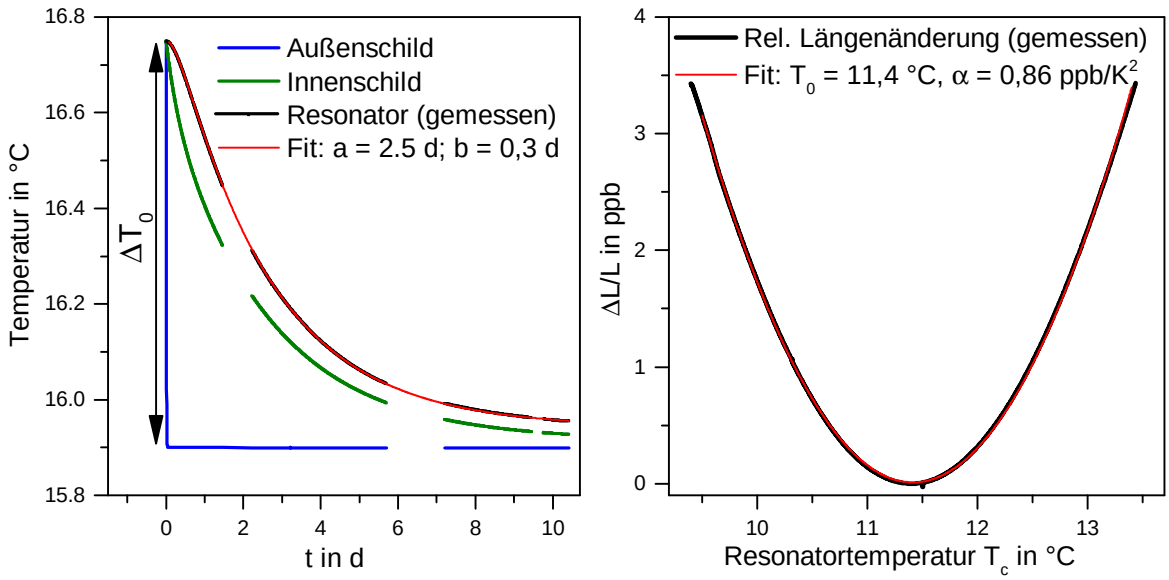



**Abbildung 4.5:** Die Grafik links zeigt das Temperaturverhalten des Resonators und des inneren Wärmeschildes nach einem am Außenschild bewirkten Temperatursprung. Die Grafik rechts stellt die relative Längenänderung des Resonators in Abhängigkeit von der Temperatur dar. Aus einer mathematischen Anpassung „Fit “ (rot) der Messwerte (schwarz) an die Parabelgleichung, $\Delta L/L = \alpha/2 \cdot (T - T_0)^2$ konnten der Ausdehnungskoeffizient $\alpha$ bestimmt werden.

Innen/Außenschild- und Außentemperaturen für nahezu fünf Tage dargestellt. Außentemperaturfluktuationen von $\Delta T_0 \approx 100\,\mathrm{mK}$ werden sehr gut durch die aktive Regelung ausgeregelt. Aus der Grafik lässt sich entnehmen, dass die aktive Unterdrückung von Temperaturfluktuationen, welche mit einem separaten Temperatursensor gemessen wurden, demnach kleiner $\Delta T_0/\Delta T_{\mathrm{aktiv}} < 1 \cdot 10^{-2}$ sind. Die Drift des Innenschildes ist vermutlich immer noch das Resultat eines vorausgegangen Temperatursprungs.

Momentan wird der Resonator bei etwa $T_{\mathrm{cav}} = 10.4\,°\mathrm{C}$ betrieben. Durch Änderung des Referenzwiderstandes in der Temperaturreglung wäre es möglich, ihn näher am Nulldurchgang bei $T_0 = 11,4$ des Ausdehnungskoeffizienten $\alpha$ zu betreiben, um die Temperaturempfindlichkeit noch weiter zu reduzieren.

### 4.1.3 Optischer Aufbau

Der freie Spektralbereich (FSR) des Resonators ist durch dessen Länge $L = 12$ cm auf 1.25 GHz festgelegt. Durch den plan-conkaven Resonatortyp, bestehend aus einem planen ($r = \infty$) und einem gekrümmten ($r = 1\,\mathrm{m}$) Spiegel aus Quarzglas, ergibt sich ein Abstand der transversalen Nebenmoden von 140 MHz.

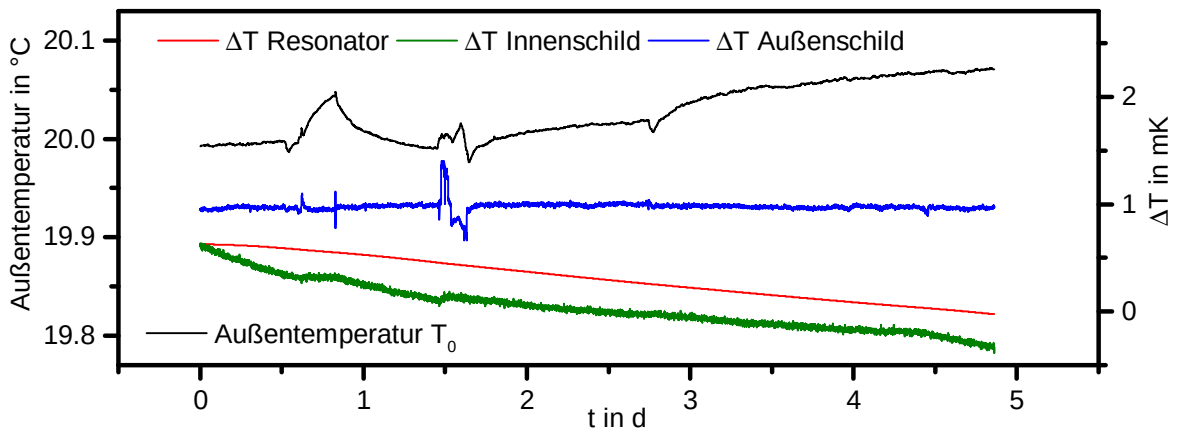



**Abbildung 4.6:** Die Abbildung zeigt den Temperaturverlauf der Labortemperatur gemessen in der akustischen Isolierung über mehrere Tage (schwarz). Des Weiteren ist die Temperaturänderung am aktiv stabilisierten Wärmeschild (blau), passiven Schild (grün) und des Resonators (rot) dargestellt.

Die Lichtfrequenz einer Laserdiode wird auf eine Eigenmode des Resonators möglichst nahe der $^{87}$Sr-Uhrenübergangsfrequenz $\nu_{\mathrm{Sr}}$ mit dem PDH-Verfahren (siehe Kapitel 2.1) stabilisiert. Bei dem Laserdiodenaufbau (Masterlaser) handelt es sich um einen Diodenlaser in Littmannkonfiguration mit ca. 4 mW Ausgangsleistung [66, 121].
Ein akusto-optischer Modulator (AOM) in doppelten Durchgang ($2 \cdot 200$ MHz) zwischen Laser und Resonator überbrückt den relativ hohen Frequenzunterschied zwischen Resonator- und Uhrenfrequenz und ermöglicht so das Stabilisieren der Laserfrequenz auf oder nahe dem Uhrenübergang. Ein Teil des Laserlichtes wird über eine polarisationserhaltende Faser (PM-Faser) zum Resontoraufbau geführt, siehe Abb. 4.7. Mit dem zweiten Teil des Lichtes wird eine weitere Laserdiode injektionsgekoppelt, um eine höhere Ausgangsleistung von 8 mW für Uhr und Frequenzkamm zu erhalten. An einem selbstgebauten freistrahl-elektro-optischen Modulator (EOM) mit einem $LiNbO_3$-Kristall unter Brewsterwinkel wird das Licht mit $f_{\mathrm{pdh}} = 24$ MHz phasenmoduliert, um dem Licht die für die PDH-Stabilisierung notwendigen Seitenbänder aufzuprägen. Die Modulationsfrequenz wurde so gewählt, um einen möglichst hohen Frequenzabstand zu benachbarten Nebenmoden zu erhalten. Detailliertere Angaben sind hierzu in der Referenz [46] beschrieben. Durch einen Faradayisolator (43 dB) zwischen EOM und Resonator werden störende Reflexionen von externen Oberflächen unterdrückt und das Licht für die Detektion des Fehlersignals ausgekoppelt. Für einen kompakten und mechanisch stabilen Aufbau ist die Modulations- und Einkoppeloptik an die Längsseite der Vakuumkammer geschraubt. Dadurch werden die Strahllageschwankungen („beam pointing“) reduziert. Hierbei wird das Laserlicht auf relativ kurzer

Distanz ($L = 0,47$ m) mit Hilfe von zwei Justagespiegeln und einer Modenanpassungslinse ($f = 0,3$ m) in den Resoantor eingekoppelt. Es ergibt sich hierfür eine Kopplungseffizienz von etwa 60 %. Das detektierte Fehlersignal wird mit der Modulationsfrequenz $f_{\mathrm{pdh}}$ des

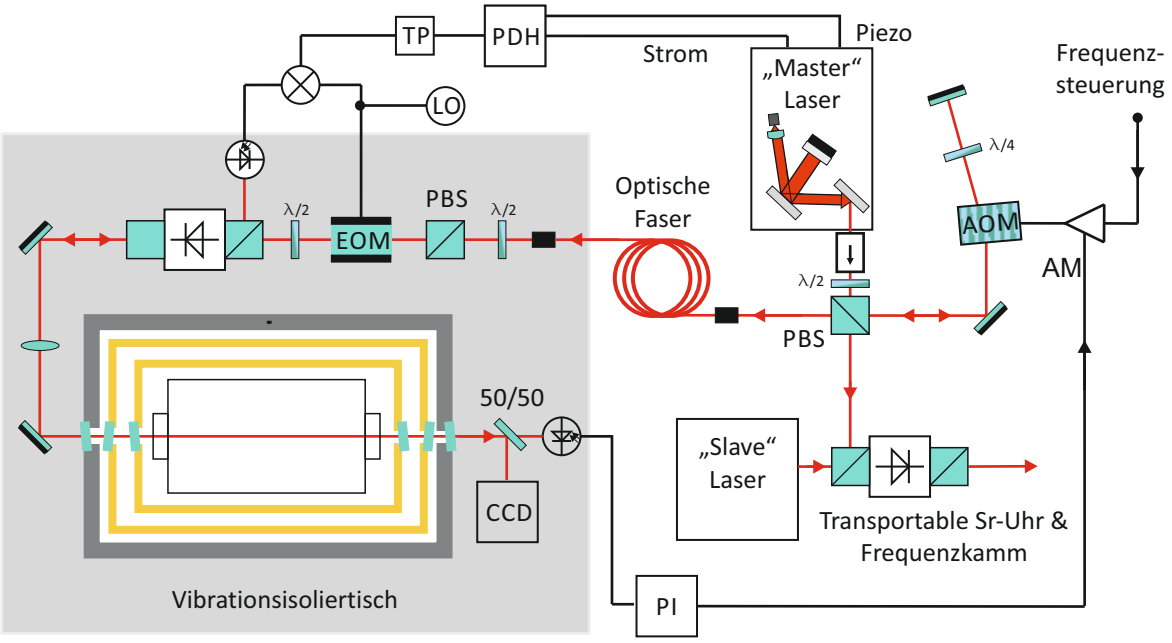



**Abbildung 4.7:** Die Grafik zeigt den optischen Aufbau von Laserdiode bis zum Laserresonator mit Modultions- und Einkoppeloptik.

Lokaloszillators (LO) zu einem Gleichspannungssignal herunter gemischt, tiefpassgefiltert und dem PDH-Regelverstärker zugeführt. Die Phasenlage des LO konnte mit einem im LO integrierten Phasenschieber optimiert werden. Durch den langsamen und schnellen Ausgang des PDH-Regelverstärkers kann die Spannung des Piezoaktuators im Laserkopf, sowie der Diodenstrom des Masterlasers über eine Transistorschaltung getrennt gesteuert werden [111]. Durch Variation des Diodenstroms wird das hochfrequente Laserrauschen unterdrückt, sowie langsame Frequenzänderungen des Lasers durch eine am Piezoaktuator anliegende Spannung ausgeregelt.

Das Fehlersignal wird entscheidend durch die spektrale Linienbreite des Resonators bestimmt, siehe Kapitel 2.1. Diese ist gegeben durch die Finesse des Spiegelpaars sowie die Resonatorlänge.

Die Finesse der Spiegel lässt sich durch die optische Abklingzeit (Ring-Down-Methode) bestimmen. In einem Testaufbau wurde zunächst das Laserlicht über einen AOM in den Resonator eingekoppelt und dessen Frequenz langsam über die Resonatorresonanz mo-

duliert. Mit einer schnellen Photodiode[7] wurde die durch den Resonator transmittierte Leistung detektiert. Ist eine bestimmte Lichtleistung detektiert worden, wurde durch eine elektronische Schwellwertschaltung das Licht zum Resonator über den AOM ausgeschaltet. Die optische Speicherzeit des Resonators lässt sich aus dem exponentiell abklingenden Signal $P(t) = P_0 e^{-t/\tau_c}$ auf der Transmissionsdiode detektieren. Abbildung 4.8 links zeigt die optische Abklingzeit zur Bestimmung der Finesse unter normal Luftruckbedingungen. Aus einem exponentiellen Fit konnte die optische Speicherzeit $\tau_c = 48,2\ \mu s$ bestimmt werden. Dies entspricht einer Finesse $F = 2\pi FSR\tau_c$ von $F \approx 381\ 000$. Die Ergebnisse konnten mit etwa $\pm 2\,\%$ Abweichungen reproduziert werden. In einer späteren Messung un-

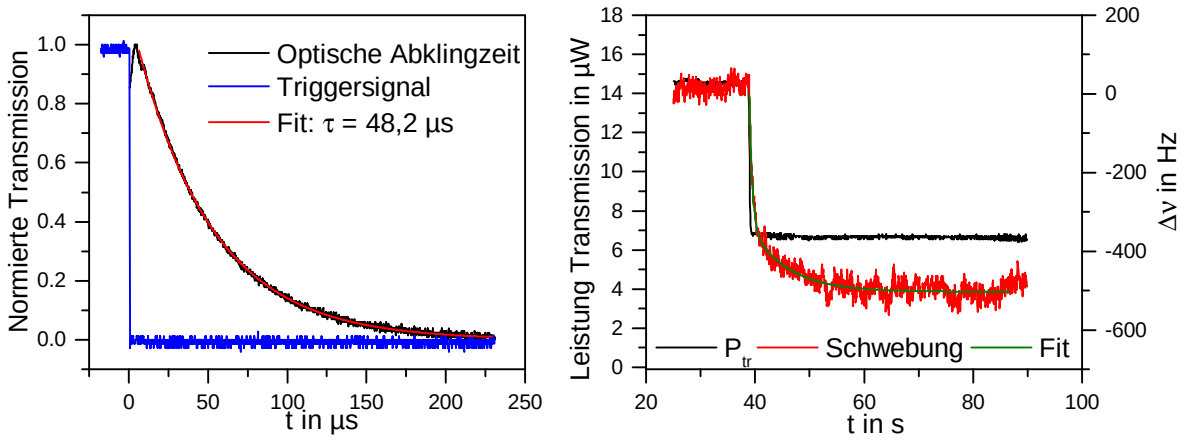



**Abbildung 4.8:** Die Grafik links zeigt die optische Abklingzeit des Resonators unter normalen Luftdruck $p = 1\,\text{bar}$. Die Abfallzeit wurden mit einen exponentiellen Fit $P = P_0 e^{-t/\tau_c}$ an den Messwerten bestimmt. Die Grafik rechts zeigt die dynamische Frequenzänderung der Laserfrequenz hervorgerufen durch einen Sprung der eingekoppelten Resonatorleistung.

ter Vakuumbedingungen wurde eine signifikant höhere optische Abklingzeit $\tau_c = 59,6\ \mu s$ und entsprechend eine Finesse $F \approx 463\ 000$ ermittelt. Ausgehend von nahezu gleichen Wellenlängen ($\lambda \approx 698,45$ nm) für die einzelnen Messungen lässt sich aus den gemessenen unterschiedlichen Abfallszeiten der Absorptionskoeffizient $\gamma$ für Luft bestimmen:

$$\gamma_{\text{luft}} = \frac{1}{2l \cdot FSR}\left(\frac{1}{\tau_{\text{luft}}} - \frac{1}{\tau_{\text{vac}}}\right) = 1.3 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^{-1}. \tag{4.2}$$

Aufgrund der hohen Finesse ergibt sich eine Resonatorlinienbreite von $\Gamma \approx 2,7$ kHz unter Vakuumbedingungen, welche sich in einer hohen Sensitivität des Fehlersignals auf das Frequenzrauschen äußert. Diese Sensitivität konnte in einer weiteren Messung am stabi-

[7] Schaltzeit des AOMs $t_s = 5,4\ \mu s$

lisiertem System ermittelt werden. Hierzu wurde die Laserfrequenz wieder mit dem Referenzlaser verglichen, während die Offsetspannung am Regelverstärker des Fehlersignals variiert wurde. Aus dem Verhältnis der Änderungen von Offsetspannung und Frequenz ergibt sich die für die Stabilisierung wichtige Sensitivität des Diskriminatorsignals von $D_0 = 0,04$ mV Hz$^{-1}$. Durch das Tiefpassverhalten des Resonators nimmt die Frequenzsensitivität mit zunehmender Fourier-Frequenz der Störung $\Delta\nu$ nach Gleichung 2.13 ab.
Wie bereits erwähnt, werden die Spiegelbeschichtungen und Substrate durch die absorbierte Lichtleistung thermisch verformt und ändern die optische Länge des Resonators. Für die Charakterisierung dieses Einflusses wurde hierzu wieder die Laserfrequenz mit dem Referenzlaser verglichen und die Lichtleistung durch Änderung der AOM-Beugungseffizienz varriert. In Abb. 4.8 rechts ist der Einfluss der transmittierten Leistung auf die Laserfrequenz dargestellt. Die zeitliche Änderung der Frequenzantwort lässt sich durch eine schnelle ($\tau_1 = 0,3$ s) und eine langsame ($\tau_2 = 5,4$ s) thermische Zeitkonstante beschreiben. Für lange Zeiten $t > \tau_2$ ergibt sich demnach eine Empfindlichkeit von 65 Hz $\mu$W$^{-1}$. Es ist anzunehmen, dass die Zeitkonstanten die unterschiedliche Erwärmung von Spiegelbeschichtung und Quarzglas-Spiegelsubstrat widerspiegeln.
Aufgrund der hohen Empfindlichkeit ist es essentiell, eine Stabilisierung der resonatorinternen Leistung vorzunehmen. Hierzu wird das transmittierte Licht auf einer Photodiode detektiert und entsprechend einem PI-Regler zugeführt, welcher den extern einstellbaren Verstärkungsfaktor des Radiofrequenzverstärkers steuert (Abb. 4.7). Über die Änderung der Beugungseffizienz des AOMs lässt sich mit Hilfe der Radiofrequenzleistung die transmittierte Lichtleistung konstant halten.
Im nachfolgenden Abschnitt sind die Ergebnisse der Stabilisierung zusammengefasst.

### 4.1.4 Frequenzstabilität des Laserystems

In den vorangegangen Abschnitten wurde der Aufbau des Uhrenlasers beschrieben. Hier in diesen Abschnitt werden die Messergebnisse in Form der erreichten Frequenzstabilität zusammengefasst. Wie zu Beginn des Kapitels geschildert, handelt es sich bei diesem Aufbau um ein transportables Uhrenlasersystem. In einem ersten Test zur Transportabilität wurde untersucht, ob der Laser auf den Resonator stabilisiert bleibt, wenn er bewegt wird. Es sollte dabei speziell gezeigt werden, dass die optische Einkopplung in den Resonator erhalten bleibt. Hierzu wurde der Resonator für etwa 2 min manuell bewegt und gegen den Referenzlaser verglichen. Im nachfolgenden Bild 4.9 a.) ist dies durch ein Foto, während der Aufbau angehoben wurde, verdeutlicht. Der Laser blieb während des Anhebens

stets auf den Resonator stabilisiert und es wurden lediglich Frequenzänderungen von etwa $\Delta\nu = \pm 80\,\mathrm{kHz}$ gemessen.

Durch Vergleich der Laserfrequenz mit einem zweiten Lasersystem konnte der transporta-

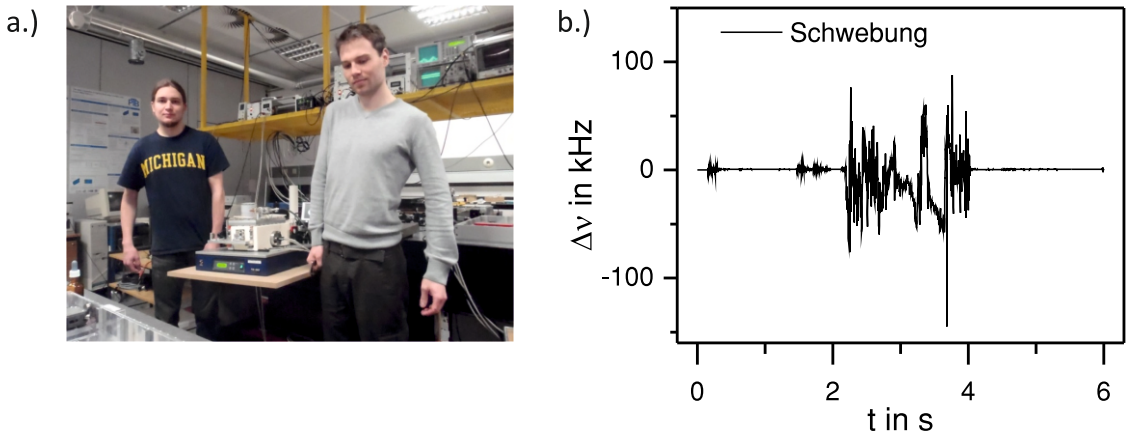



**Abbildung 4.9:** Bewegung des Resonatoraufbaus a.) und die Frequenzänderung während der Bewegung b.).

ble Laser charakterisiert werden. Das für die Messung verwendete Referenzsystem wird im nachfolgenden Kapitel näher erläutert. Es handelt sich dabei um ein auf einen 48 cm langen ULE-Glasresonator stabilisiertes Diodenlasersystem „Biest“ mit einer Stabilität von $\sigma_\mathrm{y}(1\ \mathrm{s}{-}1\,000\ \mathrm{s}) < 1 \cdot 10^{-16}$. Aus einem Frequenzvergleich über mehrere Stunden konnte das Langzeitverhalten des Systems ermittelt werden. In Abb. 4.10 sind die Frequenzänderungen dargestellt, nachdem eine lineare relative Drift von ca. 180 mHz $\mathrm{s}^{-1}$ subtrahiert wurde. Aufgrund der guten Temperaturstabilisierung betragen die verbleibenden Frequenzänderungen etwa nur 150 Hz innerhalb von 10 h und während einer Stunde nur einige Hertz. Auffällig sind jedoch die Frequenzsprünge, die von Zeit zu Zeit auftreten können. Deren Ursprung ist noch ungeklärt. Vermutlich werden sie durch ein Setzen der optischen Spiegelkontakte oder durch das Relaxieren mechanischer Spannungen in der Aufhängung verursacht, z. B. in den Drahtlitzen.

Die Laserinstabilität für die oben in der Vergrößerung dargestellte Frequenzspur wird in Abb. 4.11 gezeigt. Die Analyse der Daten zeigt eine minimale Instabilität von $\sigma_\mathrm{y}(13\,\mathrm{s}) = 4.4 \cdot 10^{-16}$.

Um einen besseren Einblick in möglicherweise begrenzende Effekte zu bekommen, werden nachfolgend die stabilitätsbegrenzenden Einflussfaktoren diskutiert: Residuelle Amplituden-Modulation, (RAM), hervorgerufen z. B. durch Polarisationsfehlanpassung im EOM, führt zu einem zeitlich variablen Offset des Fehlersignals. Durch die PDH-Stabilisierung wird

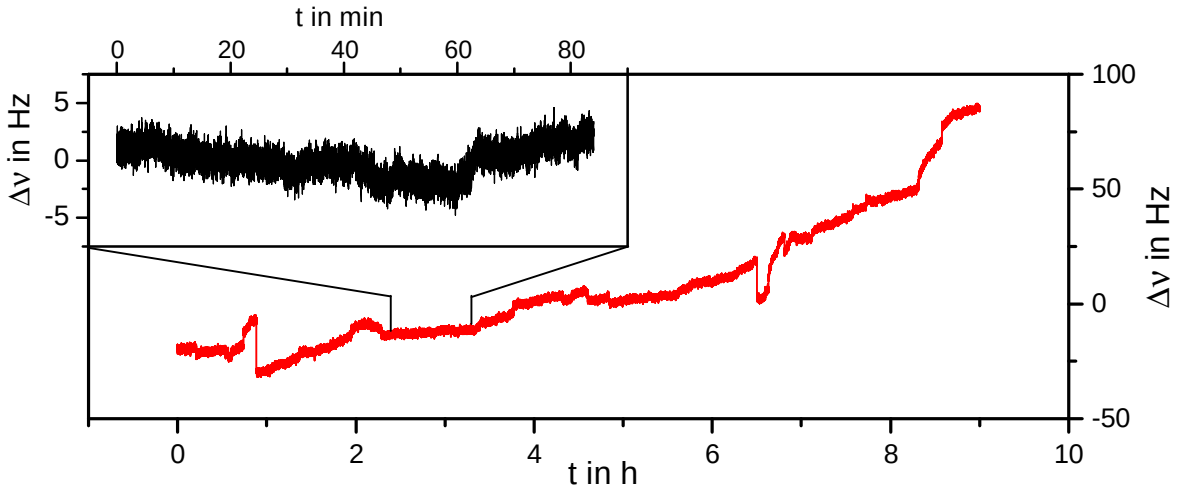



**Abbildung 4.10:** Frequenzänderungen gegen den 48 cm Resonator. In der Grafik links oben ist die Frequenzänderung für etwa eine Stunde vergrößert dargestellt.

das Fehlersignal auf Null geregelt und somit die RAM auf die Laserfrequenz aufmoduliert. Durch Verstimmung des unstabilisierten Lasers weit entfernt von einer Resonatorresonanz konnte der Einfluss der RAM durch Analyse des Fehlersignals untersucht werden. Hierzu wurde das Fehlersignal mit einem Multimeter[8] aufgezeichnet und analysiert. Die mit der Steigung der Diskriminatorflanke umgerechnete relative Frequenzinstabilität dieses Signals wird in 4.11 gezeigt und ist mit $\sigma_{\mathrm{y}} = 7 \cdot 10^{-17}$ deutlich unter dem zu erwarteten thermischen Rauschen.

Mit Hilfe einer zusätzlichen Photodiode, die einen Teil der transmittierten Lichtleistung detektierte, konnte unabhängig von der Leistungsregelung die verbleibenden Leistungsfluktuationen erfasst werden. Aus den Leistungsfluktuationen ohne Regelung ergeben sich relative Laserinstabilitäten von etwa $\sigma_{\mathrm{y}} = 2 \cdot 10^{-15}$. Diese werden durch das Einschalten der Leistungsregelung (Abb. 4.7)auf $\sigma_{\mathrm{y}} = 2 \cdot 10^{-16}$ reduziert.

Aus den in der Grafik 4.6 dargestellten Temperaturdaten des Resonators konnte die Langzeitstabilität abgeschätzt werden. Hierzu wurde eine Temperaturabweichung von $\Delta T = 1$ K vom Nulldurchgang des thermischen Ausdehnungskoeffizienten angenommen und aus der thermischen Längenänderung die entsprechende Frequenzänderung berechnet.

Aus dem Verlauf der Temperaturstabilität ist zu entnehmen, dass für lange Mittlungszeiten $\tau > 30\ s$ die Laserstabilität durch die Temperaturfluktuationen limitiert wird. Messungen haben gezeigt, dass im Labor typischerweise etwa $a = 1\ \mu$g an Beschleunigun-

[8] Agilent Multimeter 34972A

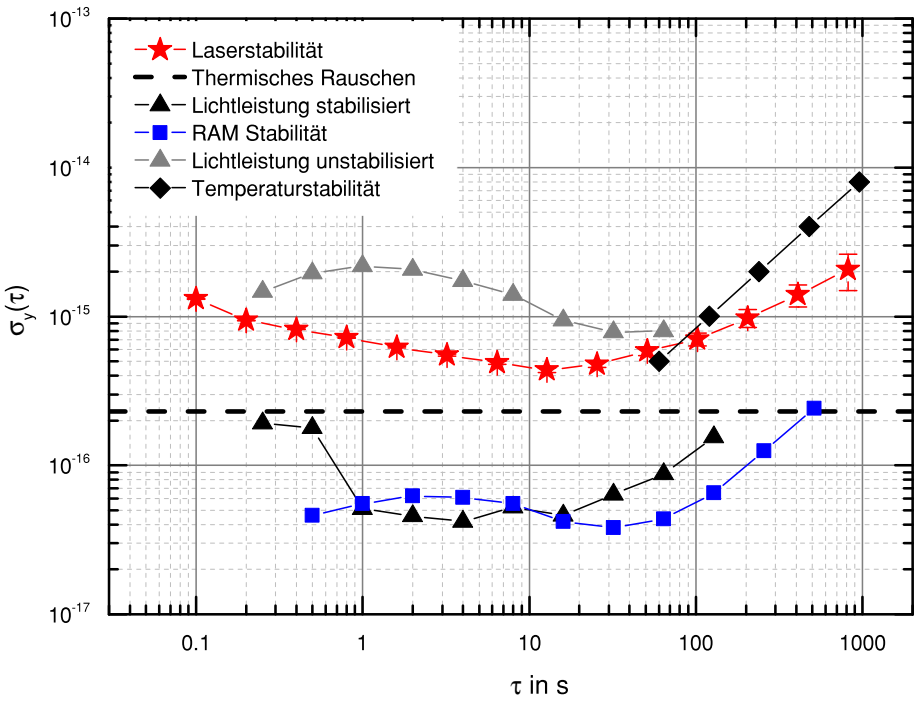



**Abbildung 4.11:** Ermittelte Laserstabilität, sowie die stabilitätsbegrenzenden Einflussfaktoren. Rote Sterne nach Abzug einer linearen Drift von ca. 180 mHz $s^{-1}$. Die schwarz gestrichelte Linie repräsentiert den Einfluss des zu erwartenden thermischen Rauschens. Die schwarze Rauten zeigen die Instabilität aufgrund der Schwankungen in der Resonatortemperatur (Abb. 4.6). Die Dreiecke symbolisieren die Stabilität mit (schwarz) und ohne (grau) Leistungsstabilisierung (außerhalb der Regelung gemessen). Die blauen Quadrate zeigen die Instabilitäten durch RAM-Effekte.

gen auftreten können. Schnelle Beschleunigungen über 1 Hz werden gut durch den aktiven Vibrationsisoliertisch unterdrückt, langsamere hingegen so gut wie nicht mehr. Als Folge ist es gut möglich, dass für kürzere Mittelungszeiten $\tau < 2\,\mathrm{s}$ die Laserstabilität wahrscheinlich durch seismische Störungen infolge der erhöhten Vibrationsempfindlichkeit in Z-Richtung beeinträchtigt wird. Hierzu wurden noch keine detaillierten Untersuchungen vorgenommen.

Das zur Charakterisierung des transportablen Lasersystems benutzte ebenfalls transportable Referenzlasersystem 1. Generation aus [68,121] diente der stationären Strontium Uhr über mehrere Jahre als Uhrenlaser. Mit diesem System wurden mit dem alternierenden Stabilisierungszyklus Uhrenstabilitäten von $5 \cdot 10^{-15}/\sqrt{\tau/\mathrm{s}}$ erreicht [36]. Diese Stabilität konnte nun durch das transportable Uhrenlasersystem, wie in Abb. 4.12 gezeigt, auf $2,4 \cdot 10^{-15}/\sqrt{\tau/\mathrm{s}}$ verringert werden. Derzeit erfüllt das neue transportable Uhrenlasersystem seinen Zweck und dient der transportablen optischen Strontium Uhr als Uhrenlaser-

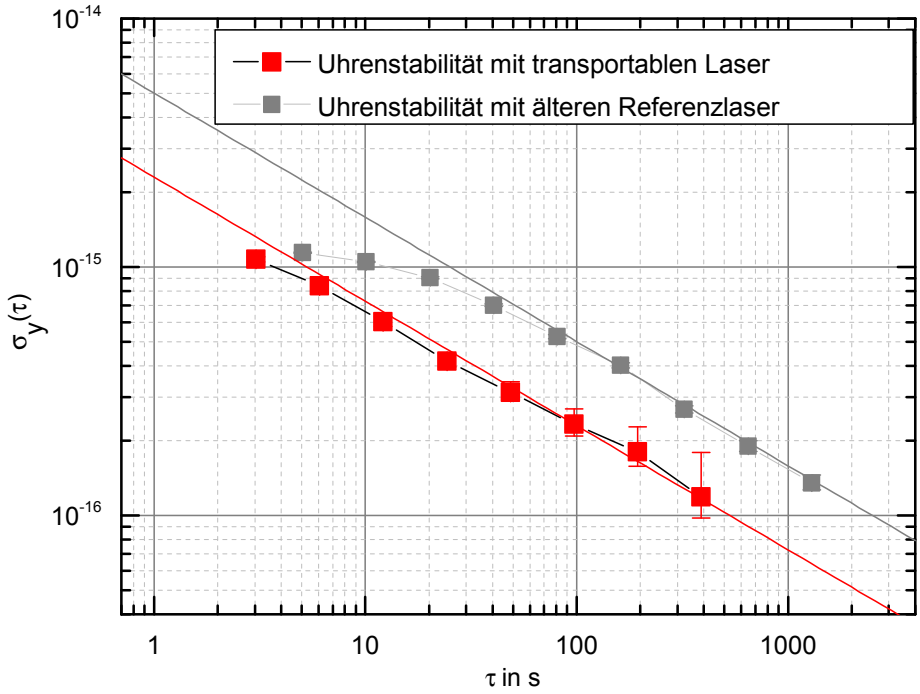



**Abbildung 4.12:** In der Grafik ist die Stabilität der Strontium-Uhr mit dem alternierenden Stabilisierungsverfahren dargestellt. Die graue Kurve zeigt die Uhrenstabilität mit dem ursprünglichen Referenzlaser [68, 121]. Die rote Kurve zeigt die Stabilität mit dem neuen transportablen Lasersystem, welches in dieser Arbeit entwickelt wurde.

system. Im Vergleich zu anderen ultrastabilen Lasersystemen mit Resonatorlängen von ca. 10 cm ist dieses System hier mit einer erreichten Instabilität von $4,4 \cdot 10^{-16}$ zur Zeit eines der robustesten und gleichzeitig das frequenzstabilste transportable Lasersystem.

## 4.2 Ein Lokaloszillator für industrielle Anwendungen

Aufgrund der hohen Kurzzeitstabilität von optischen Lokaloszillatoren könnten diese in vielen industriellen Bereichen Anwendungen finden. Für Laserhersteller wäre es möglich, diese als Referenz zur Charakterisierung der spektralen Eigenschaften von Lasern für wissenschaftliche Experimente (z.B. Spektroskopielaser) oder für die Telekommunikationstechnik zu verwenden.
Im Rahmen des EMRP: IND14 Projektes sollte für industrielle Anwendungen ein optischer Lokaloszillator (LO) mit einer Kurzzeitstabilität von $\sigma_y(\tau) < 5 \cdot 10^{-15}$ für Mittlungszeiten von $1\,\mathrm{s} < \tau < 100\,\mathrm{s}$ aufgebaut und getestet werden. Ähnlich wie im ersten Projekt galt es, ein leichtes und kleines System zu entwickeln, dessen Gesamtmasse 8 kg und ein Volumen von 30 l nicht überschreiten sollte. Des Weiteren sollte es möglich sein, das Lasersystem bei Temperaturen zwischen 0 °C und 40 °C zu betreiben.
In Kooperation mit dem NPL[9] wurde ein kubisch geformter ULE-Resonator mit 5 cm Kantenlänge nach dem Design von Steven Webster [122] bereitgestellt.
Durch Austausch der bereits kontaktierten ULE-Halbzoll-Spiegel für 1064 nm durch Quarzglas Zoll-Spiegel für eine Wellenlänge von 1540 nm mit ULE-Kompensationsringen kann ein theoretisches thermisches Rauschen von $8 \cdot 10^{-16}$ erreicht werden. Für diesen Resonator wurde durch die PTB eine geeignete Halterung mit Wärmeschilden und Vakuumkammer entwickelt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde anschließend die Lichtfrequenz einer Laserdiode[10] auf dem Resonator stabilisiert, um den Aufbau zu charakterisieren.

### 4.2.1 Resonatoraufbau

Im Gegensatz zu den zuvor beschriebenen zylindrischen Abstandshaltern handelt es sich hier um einen Würfel mit abgesetzten Ecken. Eine der drei Bohrungen entlang der geometrischen Symmetrieachsen wird als optische Achse verwendet und die Spiegel an zwei gegenüberliegenden Hauptflächen kontaktiert, siehe Abb. 4.13 links oben. Vier der abgesetzten Ecken in tetraedischer Anordnung dienen als Lagerflächen für die Halterung durch sphärisch geformte Widerlager. Bei Beschleunigung des Resonators schneiden sich alle resultierenden Kraftvektoren auf den geometrischen Achsen. Die auf die Achsen projizierten Kraftvektorkomponenten heben sich entlang der geometrischen Achsen auf. Dadurch ist die Längenänderung entlang der geometrischen Achse gleich Null. Auch hier ist es wichtig, dass die optische Achse, gegeben durch die Spiegelmittelpunkte und die geometrische

[9] National Physical Laboratory, Teddington, Großbritaninen
[10] RIO Planex Laser; Laserdiode $\lambda = 1540$ nm

Achse, zusammenfallen. Um das Verschieben des Resonators von den Lagerpunkten durch Beschleunigungen auszuschließen, muss dieser durch externe Kräfte fest eingespannt werden.
Veränderungen in der Vorspannkraft, z. B. durch Temperaturänderungen, können jedoch zu einer Längenänderung der optischen Achse führen. Dieser Effekt kann durch die Tiefe der abgesetzten Ecken minimiert werden. Mit Hilfe der Finiten-Elemente-Methode (FEM) lässt sich die optimale Tiefe ermitteln. Für den hier verwendeten Resonator beträgt diese 6.7 mm [122] bei einer Kantenlänge von 5 cm.
Die Lagerung des Resonators erfolgt in einem aus Aluminium gefertigten Käfig, siehe

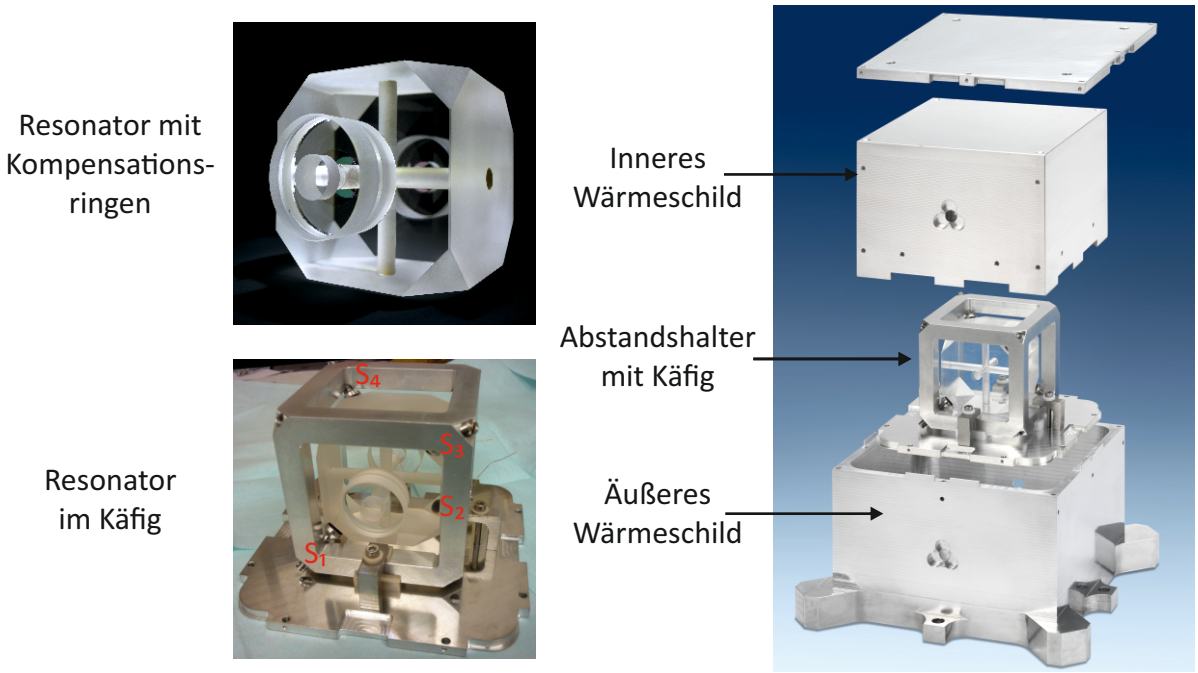



**Abbildung 4.13:** Die Grafik oben links zeigt ein Foto des Würfelresonators mit kontaktierten Spiegeln sowie Kompensationsringen. Das Foto darunter zeigt den Resonator fest im Käfig über die vier Ecken $S_1$, $S_2$ $S_3$ und $S_4$ eingespannt. Die Grafik rechts zeigt eine Fotomontage zum Aufbau. Der Resonator wird durch den Käfig fixiert und von zwei Aluminiumschilden thermisch isoliert.

Abb. 4.13 links unten, sowie durch vier Feingewindeschrauben M5 $\times$ 0, 5 mm an den Eckpunkten des Käfigs. Durch eine tetraedische Anordnung der Schrauben wird der Resonator in Position gehalten. Für eine weiche Ankopplung und Erhöhung des Reibungskoeffizienten sind zwischen Schraubengrund und Resonatorlagerfläche Vitonscheiben eingefügt.
Über das Anziehdrehmoment ist es möglich, eine Vorspannkraft auf den Resonator aufzubringen, die ausreichend ist, den Resonator bei maximalen Beschleunigungen in Position zu halten. Bei Annahme einer Beschleunigung von 50 g und einer Resonatormasse von ca.

$m \approx 300\,\mathrm{g}$ können die wirkenden Kräfte $F_\mathrm{v} \approx m \cdot a \approx 150\,\mathrm{N}$ und damit das Anziehdrehmoment $M_\mathrm{A} = 0.04\,\mathrm{N\,m}$ abgeschätzt werden[11].
Die aktive und passive Temperaturstabilisierung erfolgt ähnlich wie beim Konzept des transportablen Resonators in Abschnitt 4.1.2. Zunächst wird ein äußeres Wärmeschild durch vier Peltierelemente und einen Temperaturregler mit zwei Thermistoren auf einer konstanten Temperatur gehalten. Residuelle Temperaturfluktuationen werden durch ein inneres Wärmeschild gedämpft. Beide Schilde sind aus poliertem Aluminium gefertigt. Geneigte Quarzglasfenster ermöglichen den optischen Zugang und dienen zur Isolierung gegen thermische Strahlung. Drei weitere Thermistoren am Käfig, Innenschild und Außenschild dienen der Temperaturüberwachung.
Dieser innere Aufbau ist durch eine aus Aluminium gefertigte Vakuumkammer geschützt. Ein aktiver Vibrationsisoliertisch minimiert den Einfluss seismischer Störungen. Um den Einfluss von Brechzahländerungen in Folge von Druckänderungen zu minimieren, wurde ein Vakuum mit einem derzeitigen Gasrestdruck von $2 \cdot 10^{-6}$ mbar durch eine $2\ \mathrm{l\ s^{-1}}$ Ionengetterpumpe erzeugt.

### 4.2.2 Laserstabilisierung auf dem „Würfelresonator“

Wie bereits im vorgestellten Aufbau des transportablen Lasers wird auch in diesem Aufbau die Lichtfrequenz der Laserdiode auf eine Eigenmode des Würfelresonators stabilisiert. Bei dem verwendeten fasergekoppelten Probelaser handelt es sich um eine Laserdiode mit integriertem Bragg-Gitter, um die Linienbreite zu reduzieren[10]. Die Ausgangsleistung beträgt etwa 20 mW. Infolge der Faserkopplung war es möglich, den optischen Aufbau bis auf die Resonatoreinkopplung und Detektion mit fasergekoppelten Elementen auszuführen.
Aufgrund der Resoantorkonfiguration, bestehend aus einem planen und einem gekrümmten Spiegel ($r = 1\,\mathrm{m}$) separiert durch einen Abstand von $L = 5\,\mathrm{cm}$, ergibt sich ein hoher freier Spektralbereich von 3 GHz sowie ein Nebenmodenabstand von 215 MHz. Aus einer Messung der optischen Abklingzeit von $\tau \approx 26,4\ \mu\mathrm{s}$ ergibt sich eine hohe Finesse von $F \approx 490\ 000$ und damit eine spektrale Linienbreite von ca. $\gamma \approx 6,1$ kHz . Die Modulation der Seitenbänder erfolgt mit $f_\mathrm{pdh} = 26\,\mathrm{MHz}$ durch einen fasergekoppelten EOM[12]. Auch bei diesem Aufbau ist der optische Weg für die Einkopplung sehr kurz gehalten

[11] $M_\mathrm{A} \approx F_\mathrm{v} \frac{d_s}{2} \left( \frac{P}{2d_s} + \frac{\mu_\mathrm{g}}{2} \right)$ $d_s$-Schraubendurchmesser $P$-Gewindesteigung $\mu_\mathrm{g} \approx 0.16$-Reibungskoeffizient
[12] Photoline MPXPE-LN-0.1-P-P-FA-FA, polarisationserhaltend

und erfolgt über einen Faserkollimator, einer Modenanpassungslinse und zwei Spiegeln. Es wurde hiermit eine Resonatoreinkoppeleffizienz von 61% erreicht.
Das vom Resonator reflektierte Licht wird über einen Polarisationsteiler (PBS) und einer $\lambda/4$-Platte ausgekoppelt. Diese Konfiguration dient gleichzeitig als optischer Isolator, um externe Etalons zu unterdrücken. Für die Stabilisierung der Laserfrequenz wird das durch die Photodiode detektierte Signal mit der PDH-Modulationsfrequenz heruntergemischt und einem PDH-Regler zugeführt, siehe hierzu Abb. 4.14. Die Radiofrequenzen für das PDH-Signal werden von einem referenzierten vierfach-DDS generiert. Dieser ermöglicht auch die Phasenanpassung des Fehlersignals. Das schnelle Korrektursignal aus dem Regler wird einer schnellen Transistorschaltung nahe der Laserdiode zugeführt [111]. Hierdurch wird ein Teil des Konstantstroms für die Laserdiode abgezweigt und damit die Frequenz des Lasers geregelt. Der langsame Teil des Korrektursignals wird der Laserdiodenstromquelle direkt zugeführt und regelt deren Ausgangsstrom.
Durch Verstimmen des Lasers durch eine langsame Modulation der Laserfrequenz über die Cavityresonanz und Aufzeichnen des PDH-Signals kann die Empfindlichkeit $D_0 = 0,05\ \mathrm{mV\,Hz^{-1}}$ näherungsweise bestimmt werden.
Aufgrund des Aufbaus von fasergekoppelten EOMs bewirken diese meist eine hohe Restamplitudenmodulation (RAM). Im unstabilisierten Zustand weist das Fehlersignal in Folge der RAM korrespondierende Frequenzflukuationen von etwa $4-5$ Hz innerhalb einiger 10 s auf. Deshalb war es nötig, eine aktive Stabilisierung der RAM zu implementieren. Hierzu erfasst eine zweite Photodiode die Amplitudenmodulation in einem vor dem Resonator abgezweigten Lichtpfad bei der Frequenz $f_{\mathrm{pdh}}$. Diese wird ebenfalls zu einem Gleichspannungssignal mit einer weiteren phasenangepassten Radiofrequenz aus dem DDS heruntergemischt. Das tiefpassgefilterte Signal wird einem PI-Regler zugeführt, welcher eine Korrekturspannung über eine Frequenzweiche (Bias Tee) auf dem EOM gibt. Durch die Korrekturspannung wird die Phasenlage und Amplitude der Seitenbänder für die PDH-Stabilisierung konstant gehalten [129].
Auch in diesem Aufbau beeinträchtigen die Leistungsfluktuationen im Resonator die Frequenzstabilität. Durch Variation der eingekoppelten Lichtleistung durch Drehen der $\lambda/2$-Platte und Detektion der Frequenzänderung ergibt sich eine Abhängigkeit von ca. 130 Hz $\mu\mathrm{W}^{-1}$. Die im Resonator umlaufende Lichtleistung wird in einem weiteren Regelkreis, wie in Abschnitt 4.1.3 beschrieben, konstant gehalten.
Das System zeichnet sich ebenfalls durch seine kleinen Abmessungen von $L \times B \times H = 36\,\mathrm{cm} \times 30\,\mathrm{cm} \times 25\,\mathrm{cm}$ aus und liegt mit einem Gesamtvolumen von 16 l unter den geforderten Werten von 30 l. Die relativ hohe Gesamtmasse von etwa 12 kg (ohne Vibra-

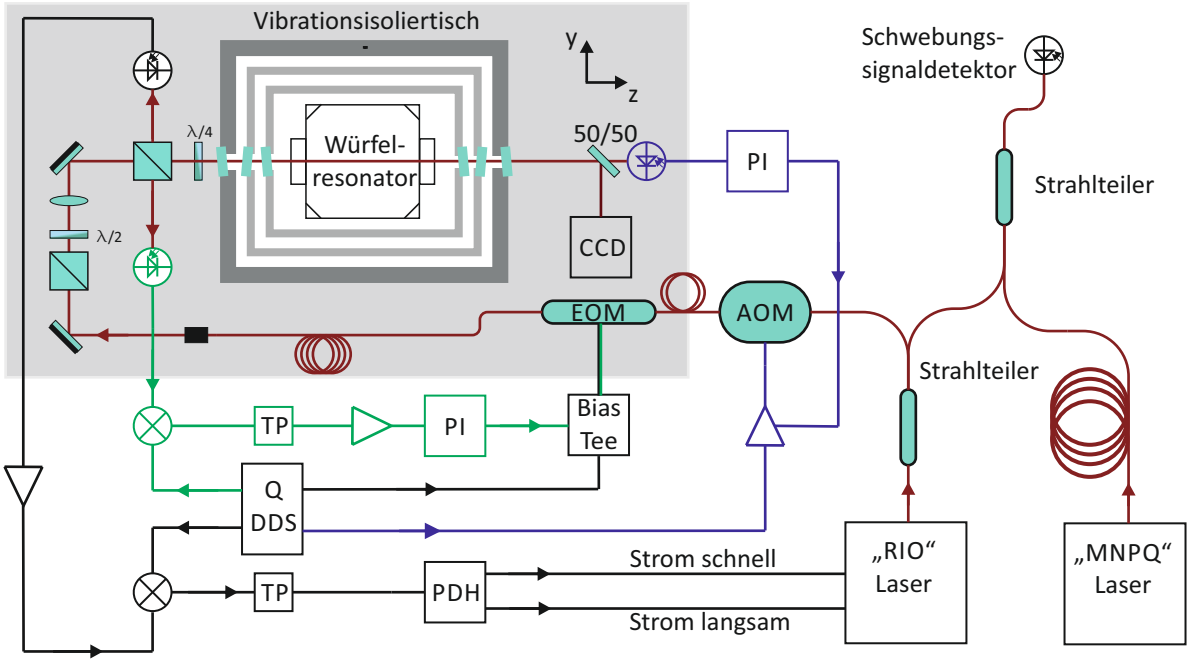



**Abbildung 4.14:** Die Grafik zeigt den schematischen Aufbau der Optik und Regelelektronik des auf den Würfelresonator stabilisierten Laserlichtes. Schwarze Signalpfade kennzeichnen die PDH-Stabilisierung, grüne Signalpfade zeigen die aktive RAM-Stabilisierung und blau zeigt die Signalpfade für die Leistungsstabilisierung.

tionsisoliertisch) ist durch die großzügig gestaltete Vakuumkammer und dem schweren Vakuumventil bedingt. Die Auslegung der Vakuumkammer stellt für zukünftige Systeme Verbesserungspotential dar. Im folgenden Abschnitt sind die Ergebnisse zur Charakterisierung des Resonators dokumentiert.

### 4.2.3 Messergebnisse mit dem Würfelresonator

Der Resonator wird momentan bei etwa 35,3 °C stabilisiert. Temperaturschwankungen, die mit den Sensoren außerhalb der Temperaturregelung gemessen werden, sind für mehrere Tage in Abb. 4.15 dokumentiert. Es zeigt sich, dass selbst ohne zweite aktive Temperaturstabilisierung der Vakuumkammer die Resonatortemperatur im Labor auf etwa 1 mK konstant gehalten wird.

Die Charakterisierung des Resonators erfolgte über einen Frequenzvergleich mit einm zweiten Referenzlaser mit einer Stabilität von $\sigma_y(10\ \mathrm{s}) \approx 1 \cdot 10^{-15}$. Mit einem fasergekoppelten Strahlteiler wird ein Teil des stabilisierten Laserlichtes ausgekoppelt und mit dem Licht des Referenzlasers in einem weiteren Strahlteiler überlagert und das Schwebungssignal analysiert.

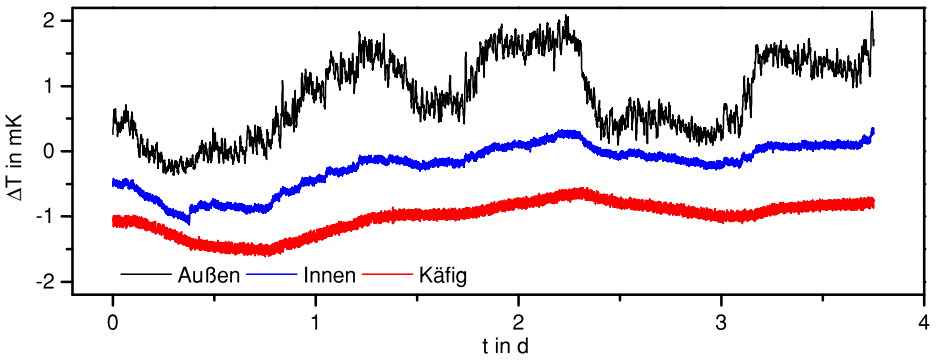



**Abbildung 4.15:** Die Temperaturänderung am äußeren Wärmeschild (schwarz), inneren Wärmeschild (rot) und am Resonatorkäfig (blau) des Würfelresonators ist in dieser Abbildung über mehrere Tage dargestellt. Es ist hierbei zu erwähnen, dass die ermittelten Temperaturen mit einem separaten Sensor außerhalb der Temperaturregelschleife gemessen wurden.

Durch Neigen des Resonators und aus der Analyse des Schwebungssignals konnte die statische Sensitivität $\kappa$ bezüglich der Beschleunigungen in Z-Richtung (horizontal, parallel zur optischen Achse) und Y-Richtung (horizontal, orthogonal zur optischen Achse) abgeschätzt werden. Leider konnte die vertikale Sensitivität (X-Richtung) durch „Kopfstellen des Aufbaus“ nicht ermittelt werden, da zu diesem Zeitpunkt eine externe Vakuumpumpe angeschlossen war. Jedoch konnte ein oberer Grenzwert durch aktives Schütteln des Tisches ermittelt werden. Die Resultate sind in Tabelle 4.2 mit dem gemessenen Werten vom NPL aufgeführt. Eine Verbesserung der Sensitivität wäre durch ein exakteres Ausrichten

| Aufbau | $\kappa_x$ pro $\mu$g | $\kappa_y$ pro $\mu$g | $\kappa_z$ pro $\mu$g |
|---|---|---|---|
| PTB | $< 9 \cdot 10^{-18}$ | $24 \cdot 10^{-18}$ | $70 \cdot 10^{-18}$ |
| NPL | $0,1 \cdot 10^{-18}$ | $2,1 \cdot 10^{-18}$ | $24,5 \cdot 10^{-18}$ |

**Tabelle 4.2:** Ermittelte Beschleunigungssensitivitäten für den PTB- und den NPL-Aufbau. Die ermittelten Beschleunigungsempfindlichkeiten des NPL-Aufbaus sind besser als die des PTB-Aufbaus [122]. Durch ein genaueres Positionieren des Resonators im Käfig könnte die Empfindlichkeit noch wesentlich gesenkt werden.

des Resonators im Käfig durchaus denkbar.

Aus einem Frequenzvergleich mit dem Referenzlaser konnte die Stabilität des Lasersystems ermittelt werden. Abbildung. 4.16 zeigt die Stabilität im Vergleich zum Original NPL-Aufbau. Im NPL-Aufbau wurden zwar etwas niedrigere Stabilitäten für kürzere Mittelungszeiten $\tau$ erreicht, dafür werden in unserem PTB-Aufbau eindeutig bessere Langzeitstabilitäten erzielt. Die Messung zeigt, dass mit diesem System das angestrebte Sta-

bilitätsziel von ($\sigma_y(1 - 100\ \mathrm{s}) < 5 \cdot 10^{-15}$) möglich ist. Die gute Langzeitstabilität ist eine Folge der aktiven und passiven Temperaturstabilisierung. Es scheint jedoch, dass die Kurzzeitstabilität für unseren PTB-Aufbau durch Schwankungen im hohen Vakuumrestdruck von $2 \cdot 10^{-6}$ mbar limitiert ist. Dieser Einfluss könnte durch ein besseres Ausheizen der Vakuumapparatur reduziert werden.

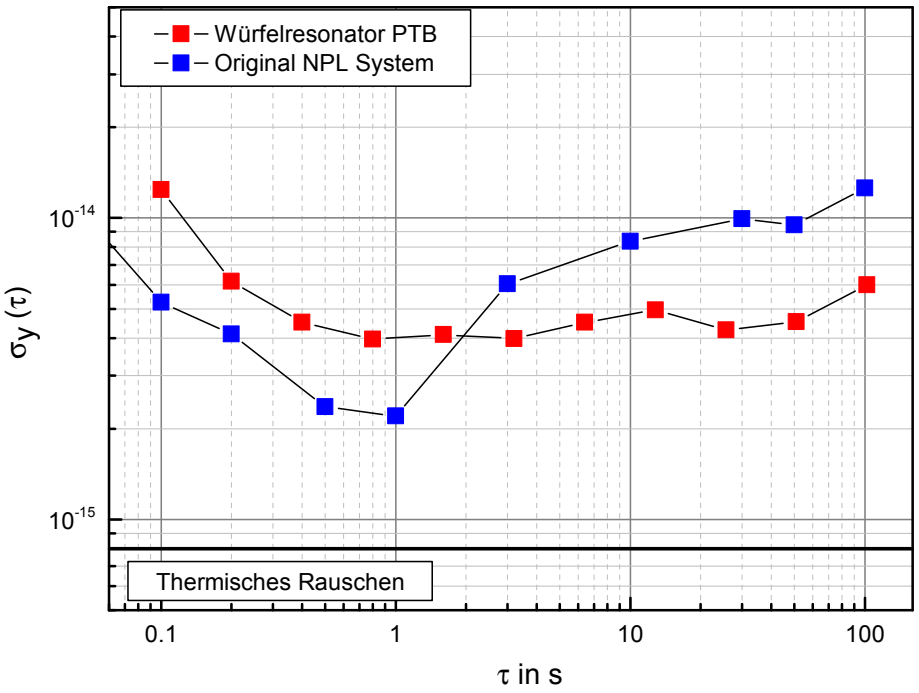



**Abbildung 4.16:** Erreichte Resonatorstabilitäten für unseren PTB-Aufbau (rot) und für das original NPL-System. Schwarz gestrichelt ist das theoretische thermische Rauschen gezeigt

## 4.3 Einfluss ionisierender Strahlung auf ULE-Glas Resonatoren

Im Rahmen der Weltraummission STE-QUEST[13] sollte unter anderem eine Rubidium-Uhr auf einem Satelliten integriert werden. STE-QUEST wurde 2010 im Rahmen des ESA Cosmic Vision Programs eingereicht und als eines von drei Vorhaben für Vorstudien ausgewählt. Mit der integrierten Rubidium-Uhr wären Präzisionsmessungen der gravitationsbedingten Rotverschiebung von Licht möglich. Aufgrund der starken elliptischen Bahn des Satelliten, welche durch den Strahlungsgürtel mit hochenergetischen Teilchen verläuft, mussten einige Teile und speziell der Resonator auf deren Empfindlichkeit gegen ionisierende Strahlung untersucht werden.
Für die Bereitstellung einer ultrastabilen Mikrowelle war ein auf einen externen Resonator stabilisiertes Lasersystem mit Frequenzkamm vorgesehen. Die Stabilität der Mikrowelle wird entscheidend durch die Längenstabilität des Resonators bestimmt. Es gibt Gründe, dass sich die Länge, das thermische Verhalten und die alterungsbedingte Driftrate des Resonators durch das Einwirken hochenergetischer Strahlung ändert [54, 91, 93]. Dies könnte zu Frequenzinstabilitäten durch Änderungen der Driftraten und der geänderten Temperaturempfindlichkeit während der Mission führen. Zur Abschätzung der Auswirkungen wurde ein ULE-Glas-Resonator, bestehend aus einem 20 mm langen und 14 mm im Durchmesser großen Abstandshalter mit hochreflektierenden Quarzglasspiegeln, untersucht, siehe Abb. 4.18. Die Länge und das thermische Verhalten des Resonators wurden

**Abbildung 4.17:** Bestrahlungsresonator mit 2 Euro Münze zum Größenvergleich

zunächst charakterisiert. In einem zweiten Schritt wurde der komplette Resonator mit ca. 1 kGy aus hochenergetischen Protonen am PSI[14] bestrahlt. Diese Dosis entspricht etwa dem bei einer dreijährigen Mission zu erwartenden Wert. Im letzten Schritt wurden die

[13] Space-Time Explorer and QUantum Equivalence Principle Space Test http:/sci.esa.int/ste-quest/
[14] Paul Scherrer Institut www.psi.ch

Länge und das thermische Verhalten erneut untersucht.
In Februar 2014 wurde die Plato-Mission[15] als endgültige Mission gewählt, während STE-QUEST in der nächsten Runde in modifizierter Form wieder eingereicht wird.

### 4.3.1 Versuchsaufbau zur Bestimmung der Längenänderung

Für die Messung des thermischen Verhaltens wurde für die Isolierung gegen äußere Störungen der Resonator zusammen mit einem kleinen Wärmeschild in eine extra dafür angefertigte Vakuumkammer eingesetzt. Die Kammer und der Schild wurden aus Aluminium gefertigt. Mit einem inneren Peltierelement zwischen Schild und Kammer sowie einer Temperaturregelung war es möglich, die Temperatur zwischen 0 °C und 50 °C einzustellen. Durch ein PT100-Widerstandsthermometer konnte die Temperatur mit Millikelvin-Auflösung gemessen werden. Eine 2 l $s^{-1}$-Ionengetterpumpe erzeugte das für die Messung notwendige Vakuum.
Aufgrund der kurzen Länge des Resonators ergibt sich ein hoher FSR von ca. 7,5 GHz. Für die Charakterisierung wurde die Laserfrequenz eines Faserlaser $\lambda = 1\,542$ nm auf eine Eigenmode nach dem PDH-Verfahren stabilisiert.

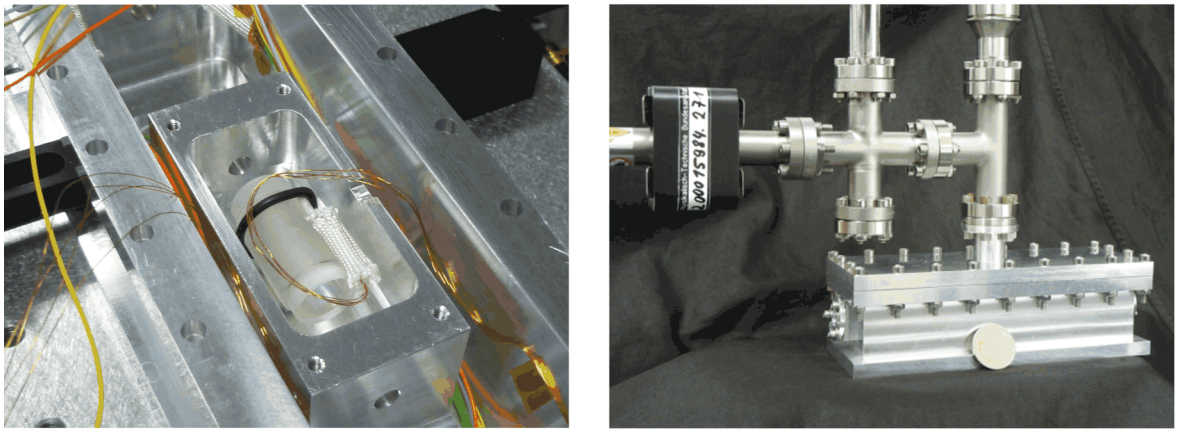


**Abbildung 4.18:** Abbildung links zeigt den Resonator im Wärmeschild und in der Vakuumkammer. In der Abbildung rechts ist das Vakuumsystem dargestellt.

### 4.3.2 Messdurchführung

Zunächst wurde die optische Abklingzeit durch das Modulieren der Laserfrequenz über eine Eigenmode des Resonators bestimmt. Aus der Abklingzeit $\tau_{\mathrm{rd}} = 10,1\ \mu$s konnte die

[15] PLAnetary Transits and Oscillations of stars http:/sci.esa.int/plato/

Finesse von ca. 476000 und damit die Resonatorlinienbreite von ca. 15,7 kHz ermittelt werden.
Unglücklicherweise hatte sich herausgestellt, dass sich nach dem Bestrahlen die Linienbreite auf 100 kHz erhöht hatte. Jedoch zeigte sich an separaten Spiegeln, welche ebenfalls bestrahlt wurden, keine Degradierung der Reflektivität. Man ging in diesem Falle davon aus, dass die kontaktierten Spiegel verunreinigt waren. Des Weiteren wurde in [16] gezeigt, dass hochenergetische Strahlung einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf die Reflektivität hochreflektierender Spigelschichten hat. Durch Abnehmen und Reinigen wäre die Länge des Resonators nicht mehr erhalten geblieben und es wurde daher versucht, die Messung trotzdem weiter zu verfolgen.
Für die Bestimmung der Absolutlänge bei einer gegeben Temperatur musste der FSR des Resonators exakt ermittelt werden, $FSR = \frac{c}{2L}$. Dies sollte durch eine Absolutfrequenzmessung der stabilisierten Laserfrequenz mit einem Frequenzkamm gegen die Cäsium-Atomuhr der PTB erfolgen. Da es jedoch Bedenken gab, dass durch die Bestrahlung größere Längenänderungen $\Delta l > \lambda/2$ zu erwarten waren, musste auch der longitudinal Modenindex $m_0$ der Laserfrequenz $\nu_0$ für die Messung bestimmt werden.

$$m_0 = \frac{\nu_0}{FSR} \tag{4.3}$$

Hierzu wurde der Laser auf zwei longitudinale Moden des Resonators in einem Abstand von drei FSRs stabilisiert und die entsprechenden Frequenzen gemessen. Zuerst wurden die Frequenzen durch ein Präzisions-Wellenlängenmessgerät mit wenigen MHz-Genauigkeit ermittelt. Mit dem Frequenzkamm konnte anschließend die Absolutfrequenz und damit die Ordnung der Kammmode im Abstand der Repitationsrate $f_{\text{rep}} = 253,378286$ MHz sehr genau bestimmt werden. Änderungen der Resonatortemperatur durch Erwärmung des Resonators infolge der eingekoppelten Lichtleistung wurden simultan gemessen und bei der Auswertung berücksichtigt, siehe Abb. 4.19.
Für den Resonator vor der Bestrahlung konnte aus einem linearen Fit zwischen Frequenz und Temperatur die Differenzfrequenz für $T = 26,05$ °C und damit der entsprechende $FSR = 7,456387\ (14)$ GHz bestimmt werden. Dies entspricht einer absoluten Resonatorlänge von $20,010306\ (4)$ mm. Hiermit und mit der gemessen Absolutfrequenz $194,341879$ THz war es nun möglich, eindeutig die Modennummer $m_0 = 26063,814\ (50)$ festzulegen. Der angegebene Bruchteil ergab sich durch die Dispersion des Phasensprungs bei der Reflektion des Lichtes an den dielektrischen Beschichtungen der Spiegel.
Nach der Bestrahlung ergab sich ein $FSR = 7,456399\ (14)$ GHz und damit eine ab-

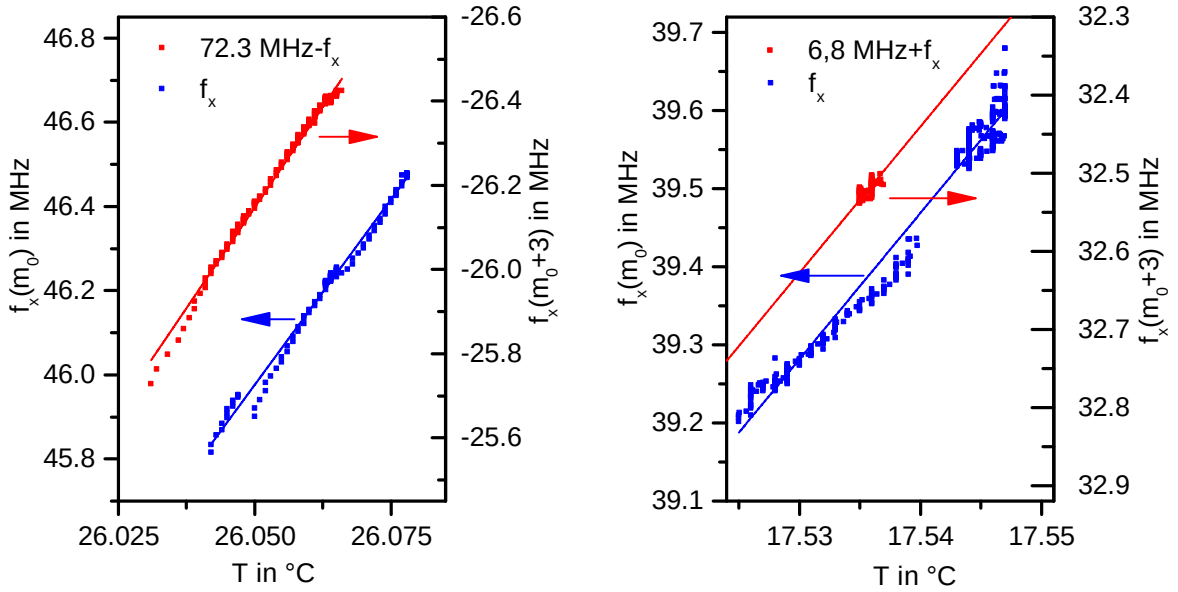



**Abbildung 4.19:** In der Abbildung wird die Frequenzdifferenz zwischen Resonatormode $m_0$ bzw. $m_0 + 3$ ($f_\mathrm{x}$) und jeweils benachbarter Kammmode in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt, links vor der Bestrahlung und rechts nach der Bestrahlung.

solute Länge von $20,010300\,(4)$ mm. Daraus ergab sich die gleiche Modennummer von $m_0 = 26063,805\,(50)$. Dies bedeutet, dass die Längenänderung durch die Bestrahlung kleiner als $\Delta L < \lambda/2$ war. Entsprechend brauchte bei der thermischen Charakterisierung durch die Messung der Resonatorabsolutfrequenz in Abhängigkeit von der Temperatur keine weitere Korrektur vorgenommen werden.

### 4.3.3 Messergebnisse zur Bestrahlung

Die Nulldurchgangstemperatur $T_0$ des ULE-Abstandhalters liegt bei etwa Raumtemperatur. Durch die Wirkung der Quarzglasspiegel und der kleinen Länge wird die Nulldurchgangstemperatur des kompletten Resonators zu tieferen Temperaturen hin verschoben [67]. Aus technischen Gründen konnte die Temperatur nur zwischen 4 °C und 38 °C variiert werden, sodass die Nulldurchgangstemperatur nicht angefahren werden konnte. In Abb. 4.20 links ist gezeigt, wie sich die gemessene Absolutfrequenz derselben Resonatormode vor und nach der Bestrahlung zwischen 4 °C und 38 °C verändert. In Abb. 4.20 rechts ist die relative Längenänderung des Resonators dargestellt. Das Ausdehnungsverhalten des Resonators lässt sich um die Nulldurchgangstemperatur nach Gleichung 2.16 anpassen[16]. Für die Bestimmung der Nulldurchgangstemperatur wurden die Koeffizien-

[16] $\frac{\Delta L}{L} = L_0 + \frac{a}{2}\left(T - T_0\right)^2 + \frac{b}{3}\left(T - T_0\right)^3$

ten dieser Gleichung durch einen Fit errechnet. Aus den Messergebnissen ist zu entneh-

| Bestrahlung | $T_0$ in °C | $a$ in $K^{-2}$ | $b$ in $K^{-3}$ |
|---|---|---|---|
| Vorher | $-24,8\ (21)$ | $2,9\ (2)$ | $-0,014\ (3)$ |
| Nachher | $-33,5\ (16)$ | $2,4\ (1)$ | $-0,007\ (1)$ |

**Tabelle 4.3:** Fitkoeffizienten entsprechend der Gleichung 2.16 für die Messung des thermischen Ausdehnungsverhaltens des Resonators.

men, dass sich durch die Bestrahlung des Resonators die Nulldurchgangstemperatur von $-24,8$ °C auf $-33,5$ °C verschoben hatte. Des Weiteren hat sich auch die Länge des Resonators um ca. 10 nm verkürzt. Da die Nulldurchgangs-Temperatur weit außerhalb des gemessenen Temperaturbereichs liegt, ist die Verschiebung um 10 (4) K mit großer Unsicherheit behaftet. Jedoch ist die bestimmte Verschiebung auch im gemessen Temperaturbereich deutlich zuerkennen.

Die beobachtete Driftrate des Resonators lag vor dem Bestrahlen bei $0,269(97)$ ppb $d^{-1}$

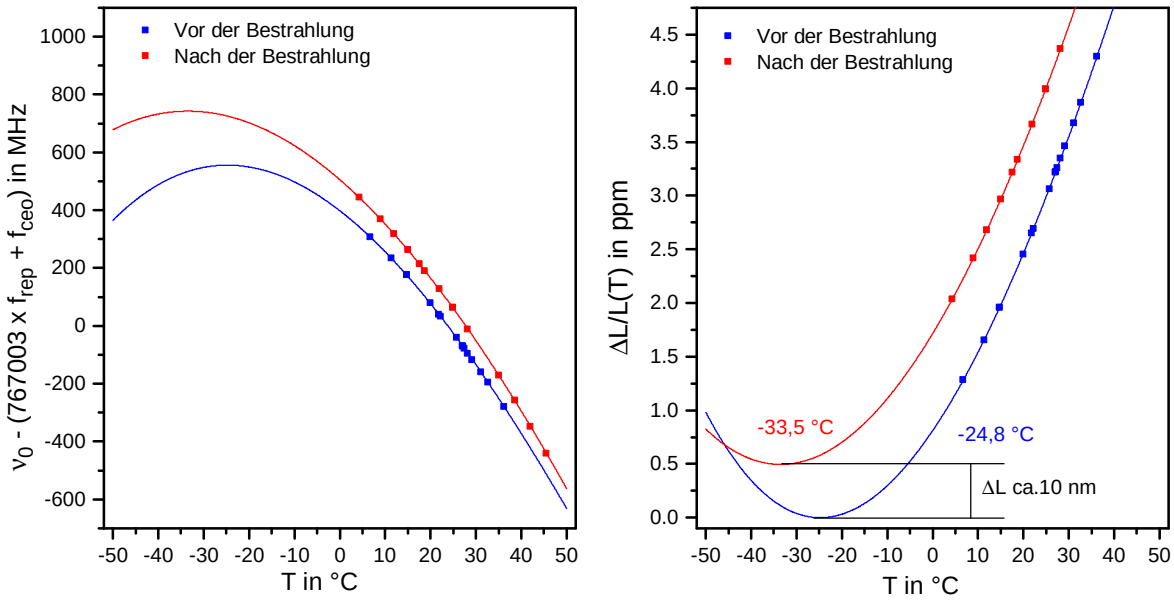



**Abbildung 4.20:** Links ist die gemessene Absolutfrequenz des Resonatorlichtes in Abhängigkeit der Temperatur vor (blau) und nach der Bestrahlung (rot) dargestellt. Die rechte Abbildung zeigt die relative Längenänderung vor (blau) und nach der Bestrahlung (rot)

und hat sich nach dem Bestrahlen auf $0,129(25)$ ppb $d^{-1}$ während der 55 Tage Messdauer verringert. Die Ursache hierfür ist noch nicht geklärt. Eine Änderung der Driftrate könnte auch ohne Bestrahlung durch nicht-lineare Relaxation des Materials aufgetreten

sein. Hierzu müsste jedoch die Längenänderung über einen langen Zeitraum von mehreren Jahren vermessen werden.
Zukünftig könnte die Messanordnung eventuell noch verbessert werden. Durch die horizontale Lagerung des Resonators auf Haltestiften können Änderungen der Lagerkräfte durch Temperaturänderungen am Wärmeschild die Länge des Resonators beeinflussen. Eine vertikale Lagerung auf der Spiegelseite würde dies minimieren.

### 4.3.4 Bewertung der Messergebnisse

Die aus den Messdaten gewonnenen Erkenntnisse über die Längenänderung und das Verhalten des thermischen Ausdehnungskoeffizienten erlauben, die Auswirkungen für den Einsatz eines optischen Resonators zur Erzeugung der ultrastabilen Mikrowelle für die Rubidium-Uhr der STE-QUEST Mission abzuschätzen.

#### Einfluss der strahlungsinduzierten Längenänderung

Durch die Alterungsprozesse im ULE-Glasmaterial tritt eine typische relative Längenänderung von etwa $\Delta L/L \approx 10^{-10}$ d$^{-1}$ bzw. $\Delta L/L \approx 10^{-15}$ s$^{-1}$ auf. In Abb. 4.20 links ist ersichtlich, dass sich die Resonatorfrequenz vor und nach der Bestrahlung um ca. 160 MHz verschoben hat. Für eine 3-jährige Dauer der Mission ergibt sich unter der Annahme der zusätzlichen Drift durch eine gleichmäßige Bestrahlung eine Driftrate von ca. $\Delta L/L \approx 9 \cdot 10^{-10}$ d$^{-1}$ bzw. $\Delta L/L \approx 9 \cdot 10^{-10}$ s$^{-1}$. Die beschleunigte Driftrate muss bei der Erzeugung der optischen Mikrowelle berücksichtigt werden.
In dem Projektvorgaben wird gefordert, dass optische- und Uhrenfrequenz ein festes Verhältnis haben müssen, da die optische Frequenz nicht der Resonatorfrequenz entspricht. Dies bedeutet, dass die optische Frequenz kontinuierlich korrigiert werden muss. Aufgrund der entstehenden hohen Differenzfrequenz könnte dies durch einen AOM im doppelten Durchgang zwischen Laser und Resonator ausgeglichen werden.

#### Einfluss der strahlungsinduzierten Änderung des Ausdehnungskoeffizienten

Um den Einfluss der Längenänderung durch Temperaturfluktuationen klein zu halten, werden die Resonatoren meist bei der Nulldurchgangstemperatur $T_0$ betrieben. Verschiebt sich jedoch dieser durch die Einwirkung der Strahlung, ergibt sich entsprechend eine höhere Temperaturempfindlichkeit bei gleichbleibender Umgebungstemperatur. Die gemessene

Verschiebung von 10 K erhöht die Sensitivität der relativen Länge und damit der relativen Frequenz auf $2,8 \cdot 10^{-8}$ $\mathrm{K}^{-1}$. Aus den geforderten Stabilitäten der Mikrowelle von $\sigma_{\mathrm{y}}(1\ \mathrm{s}{-}100\ \mathrm{s}) = 3,5 \cdot 10^{-15}$ muss die Temperatur auf $0,1$ mK konstant gehalten werden. Im vorangegangenen Abschnitt 4.2 ist gezeigt, dass solch eine Temperaturstabilisierung mit nur einem zusätzlichen passiven Wärmeschild möglich ist. Zusammenfassend wurden in der vorliegenden Untersuchung wertvolle Hinweise für das Design eines weltraumtauglichen Resonators geliefert.

# Kapitel 5

# Ein Uhrenlasersystem für die stationäre Strontium-Uhr

Die Stabilität der stabilsten optischen Uhren [55] wird durch das Laserrauschen des Abfragelasers infolge des Dick-Effektes und der limitierten Kohärenzzeit begrenzt. Für eine Verbesserung der Stabilität der Uhren ist daher die Minimierung des Laserrauschens zwingend notwendig.
Die meisten Uhrenlasersysteme verwenden externe Resonatoren, bei denen die Laserstabilität direkt an deren Längenstabilität gekoppelt ist (siehe Kapitel 2). Die fundamentale Längenstabilität wird durch das thermische Rauschen des Resonators limitiert (siehe Abschnitt 2.2.4). Diese Limitierung wird entscheidend durch die Temperatur und die mechanischen Güte der Resonatormaterialien beeinflusst.
Der Beitrag zum thermischen Rauschen wird im Allgemeinen durch die geringe mechanische Güte der zumeist verwendeten dielektrischen Spiegelbeschichtungen dominiert, wohingegen der Beitrag vom Abstandshalter und vom Spiegelglassubstrat nicht so stark ins Gewicht fallen. Der thermische Rauschbeitrag der Beschichtung zur Laserstabilität skaliert mit $1/L$ und dessen Wirkung kann entsprechend durch lange Resonatoren verringert werden. Durch die Verwendung kristalliner Materialien wie Silizium oder Saphir für Resonatoren, sowie deren Abkühlen zu kryogenen Temperaturen, lässt sich ebenfalls das thermische Rauschen minimieren [64].
Die Entwicklung ultra-stabiler Laser basierend auf Referenzresonatoren hat gezeigt, dass kryogene und kristalline Resonatoren oder lange Glasresonatoren die vielversprechendsten Methoden sind, das thermische Rauschen zu minimieren. Mit beiden Konzepten wurden Stabilitäten von etwa $\sigma_{\mathrm{y}} = (1-2) \cdot 10^{-16}$ erreicht [63, 64, 80].
Kristalline Materialien, wie Silizium oder Saphir, müssen für einen optimalen Betrieb auf

den Nulldurchgang des thermischen Ausdehnungskoeffizienten mit flüssgen Stickstoff [64] oder zu sehr niedrigen Temperaturen mit Helium [124] abgekühlt werden. Dies ist sehr aufwendig und bedarf einer kontinuierlichen Pflege des Systems. Aufgrund der hohen Absorption von Silizium im sichtbaren Wellenlängenbereich können diese Resonatoren nur im infraroten Wellenlängenbereich ($\lambda_{\mathrm{si}} \approx 0,9 - 5\,\mu\mathrm{m}$) betrieben werden [24,38]. Hingegen ist der sogenannte Uhrenübergang in optischen Uhren meist bei sichtbaren oder ultravioletten Wellenlängen zu finden [73]. Mit etwas Aufwand lässt sich die Resonatorstabilität aus dem infraroten Bereich auf sichtbare bzw. ultraviolette Wellenlängen mit Frequenzvervielfachung [101] oder einen Frequenzkamm [49] übertragen.
Uhrenlaser basierend auf langen ULE-Glas-Resonatoren mit ULE oder Quarzglasspiegeln können bei Raumtemperatur sowie direkt im sichtbaren bzw. in einem weit aus größeren Spektralbereich ($\lambda_{\mathrm{fs}} \approx 0,2{-}3\,\mu\mathrm{m}$) eingesetzt werden [58]. Dadurch entfällt eine aufwendige kryogene Umgebung und sie können direkt für die meisten Wellenlängen eingesetzt werden. Eine Begrenzung in der spektralen Breite gibt es hier durch die limitierte Reflektivität der Spiegelbeschichtungen und erhöhte Lichtstreuung an Defekten für kleine Wellenlängen[1]. Nachteile langer Resonatoren ergeben sich durch eine höhere Empfindlichkeit auf Vibrationen und durch die Schwierigkeit, Temperaturfluktuationen klein zu halten.
Aufgrund der erwähnten Vorteile wurde für die stationäre Strontium-Uhr in dieser Arbeit ein ca. 48 cm langer ULE-Glas-Resonator mit Quarzglasspiegeln und ULE-Kompensationsringen entwickelt. Das Design erlaubt ein thermisches Rauschen von $\sigma_{\mathrm{y}} = 5,4 \cdot 10^{-17}$ (siehe hierzu Abschnitt 2.2.4), welches etwa dem stickstoffgekühlten Silizium-Resonator [65] entspricht. Nach unserem Kenntnisstand wurde mit diesem Aufbau die kleinste bisher gemessene Instabilität von $\sigma_{\mathrm{y}} = 7,4 \cdot 10^{-17}$ erreicht, welches sich in einer ausgesprochen hohen Stabilität der Strontium-Uhr widerspiegelt. Dies bedeutet, dass alle Effekte auf einem bisher nicht erreichten Niveau kontrolliert werden können.
In den folgenden Abschnitten wird eine detaillierte Beschreibung des Uhrenlaseraufbaus gegeben. Es wird beschrieben, wie sich die Vibrationsempfindlichkeit durch eine spezielle Halterung verringert, sowie die Resonatortemperatur durch eine ausgeklügelte Stabilisierung konstant halten lässt. Des Weiteren wird eine Faserlängenstabilisierung beschrieben, die es erlaubt, Licht phasenstarr vom Resonatorspiegel bis hin zu den Atomen, die im optischen Gitter gefangen sind, zu übertragen. Am Ende des Kapitels werden die gewonnenen Messergebnisse über Stabilität und Rauschen ausgewertet und diskutiert.

[1] Eine Auswahl von verfügbaren Spiegeln kann hier (www.advancedthinfilms.com) gefunden werden. Zurzeit beziehen wir unsere High-Finesse Spiegel von Advanced Thin Films

## 5.1 Mechanischer Aufbau des Resonators

Der ULE-Abstandshalter des Resonators hat eine Länge von $L_0 = 479,5$ mm, einen Durchmesser von $91,7$ mm und eine innere Bohrung mit 13 mm Durchmesser für die optische Achse. Eine mit etwa 5 mm im Durchmesser große Bohrung in der vertikalen Symmetrieebene dient der Evakuierung. Aus praktischen Gründen und für die Möglichkeit der Minimierung der Biegeverformung wird der Resonator auf vier Punkten horizontal gelagert [79, 107] (siehe Abb. 5.3 a)).
Hierzu wurden vier kleine Aussparungen (Länge: 40 mm, Tiefe: 4 mm) in die Mantelfläche eingefräst, um möglichst die Zylindersymmetrie zu erhalten [78, 123]. Dennoch wird die vertikale Geometrie durch die Aussparungen sowie die Entlüftungsbohrung gebrochen, wodurch die genaue Position und Größe der Aussparungen für die vertikale Sensitivität (X-Richtung) mit der Finiten-Elemente-Methode (FEM) optimiert werden musste. Es ergab sich hieraus eine optimale Lage der Aussparungshöhe in der horizontalen Symmetrieebene (YZ-Ebene).

#### Vertikale Empfindlichkeit

Wenn Aussparungshöhen mit der idealen horizontalen Symmetrieebene zusammenfallen, lässt sich die Empfindlichkeit der optischen Länge $L_{\mathrm{opt}}$ auf vertikale Beschleunigungen in X-Richtungen durch die Querkontraktion (Poisson-Effekt) mit der Biegeverformung des Resonators kompensieren (Kapitel 2.2.2). Hieraus ergibt sich eine resultierende vertikale Beschleunigungsempfindlichkeit, welche hauptsächlich durch die vertikale Spiegelneigung beeinflusst wird. Mit der Hilfe von FEM-Simulationen lässt sich die Neigung der Spiegel durch die horizontale Position der Lager im Abstand $d_{\mathrm{z}}$ von der Stirnseite des Resonatorabstandshalters minimieren. In Abbildung 5.1 ist die Spiegelneigung $\breve{k}_r$ in Abhängigkeit von der Lagerposition $d_{\mathrm{z}}$ dargestellt. Durch die Kontaktierung der Spiegel mit Hilfe einer Zentrierschablone konnten die Spiegel mit einer relativen Genauigkeit von $\Delta r \approx 0,2$ mm positioniert werden. Damit lässt sich die vertikale Empfindlichkeit auf die Lagerposition $\kappa_{\mathrm{x}} = 2\arctan(\breve{k}_r) \cdot \Delta r / L_0 \approx 4 \cdot 10^{-17}\ \mu\mathrm{g}^{-1}\mathrm{mm}^{-1}$ abschätzen. In der Regel ist eine Positionierung der Lager auf $\Delta d_{\mathrm{z}} \approx\ 0,5$ mm möglich. Mit typischen vertikale Beschleunigungen von $a_{\mathrm{x}} = 1\ \mu\mathrm{g}$ sollten daher Längenstabilitäten $2 \cdot 10^{-17}\ \mu\mathrm{g}^{-17}$ realisierbar sein.

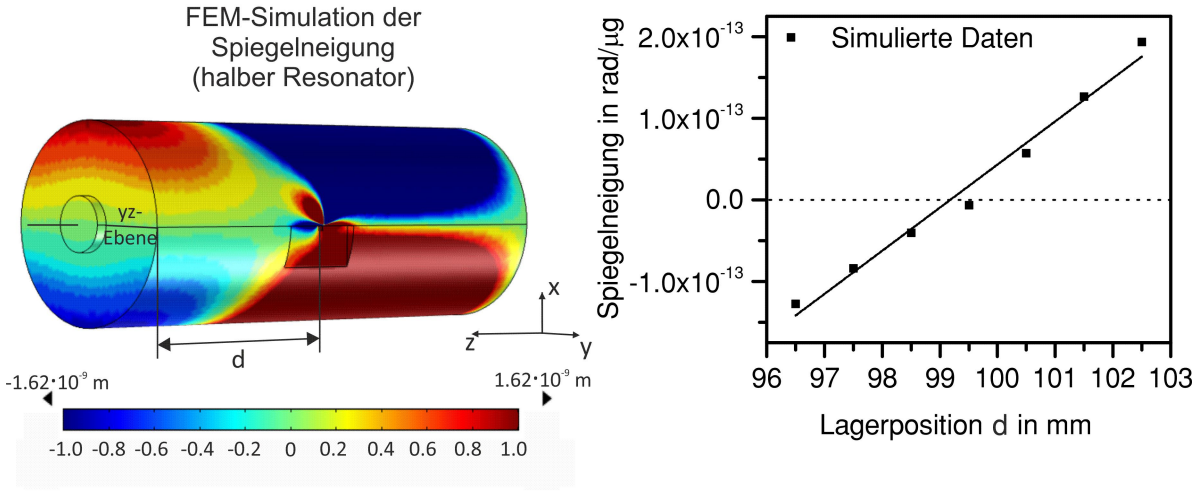



**Abbildung 5.1:** In der Abbildung links ist die horizontale Verschiebungskomponente z durch eine vertikale Beschleunigung von 1 g in X-Richtung dargestellt. Die rechte Abbildung zeigt die simulierte Spiegelneigung in Abhängigkeit von der Lagerposition $d_{\mathrm{z}}$ (Abstand von Resonatorstirnseite) durch eine vertikale Beschleunigung. Es ergibt sich eine Empfindlichkeit von $\check{k}_r = 5,2 \cdot 10^{-14}$ rad $\mu$g$^{-1}$ mm$^{-1}$ (linearer Fit durch simulierte Datenpunkte).

### Horizontale Empfindlichkeit

Die Empfindlichkeit der optischen Länge $L_{\mathrm{opt}}$ auf horizontale Beschleunigungen in Y bzw. Z-Richtung wird durch drei wesentliche Faktoren beeinflusst: die horizontale Spiegelneigung, Asymmetrien in der Lagerposition und durch die Lagerkräfte selbst. Speziell wird die Sensitivität auf Beschleunigungen in Y-Richtung entscheidend durch die Spiegelneigung beeinflusst. Aufgrund der Zylindersymmetrie des Resonators kann man annehmen, dass sich für die horizontale Spiegelneigung eine ähnliche Empfindlichkeit sowie optimale Lagerposition wie für die zuvor beschriebene vertikale Neigung ergibt.
Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, werden gleichlang überstehende Resonatorteillängen $d_{\mathrm{zl}} = d_{\mathrm{zr}}$ durch horizontale Beschleunigungen entlang der optischen Achse um $\Delta d$ gestaucht bzw. um $\Delta d$ gedehnt. Die Gesamtlänge bleibt jedoch konstant. Durch Asymmetrien in der Lagerposition ($d_{\mathrm{zl}} \neq d_{\mathrm{zr}}$) ergibt sich eine direkte Empfindlichkeit der Resonatorlänge auf horizontale Beschleunigung $a_{\mathrm{z}}$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{a_{\mathrm{z}}}{2} \cdot \frac{\rho}{E L_0} \left( L_{\mathrm{zl}}^2 - L_{\mathrm{zr}}^2 \right), \tag{5.1}$$

wobei $\rho$ und $E$ die Dichte und das E-Modul von ULE-Glas beschreiben. Das mittlere Teilstück zwischen der Halterung hingegen trägt unter der Annahme symmetrischer

Lagerkräfte nicht zur Längenänderung bei. Es ergibt sich für kleine Asymmetrien eine Empfindlichkeit von etwa $0,7 \cdot 10^{-17}$ $\mu\mathrm{g}^{-1}\mathrm{mm}^{-1}$. Mit einer Positioniergenauigkeit der Lager von $\Delta L_\mathrm{z} \approx 0,5$ mm sind Empfindlichkeiten von $3 \cdot 10^{-17}$ $\mu\mathrm{g}^{-1}$ erreichbar.
Für einen auf horizontale Beschleunigungen unempfindlichen Resonator müssen auch alle Reaktionskräfte an den Lagerpunkten identisch sein. Infolge der zwangsläufigen Vierpunktlagerung des horizontal ausgerichteten Resonators ist dieser mechanisch überbestimmt. Dies kann gravierende Folgen auf die horizontale Beschleunigungssensitivität haben, vor allem entlang der optischen Achse. Durch Höhentoleranzen der Lager werden die Punkte nicht gleichmäßig belastet, sodass die entsprechenden Reaktionskräfte verschieden sind, was eine erhöhte Empfindlichkeit auf horizontale Beschleunigungen zur Folge hat (siehe Abb. 5.2). Für relative Längenänderungen von ca. $5 \cdot 10^{-17}$ bei 1 $\mu$g Beschleunigung ist eine relative Lagerkraftsymmetrie von $|F_\mathrm{l} - F_\mathrm{r}|/F_{\mathrm{a_z}} \approx 10^{-3}$ nötig! Hierbei ist $F_{\mathrm{a_z}} = m \cdot \mathrm{a_z} = 68$ $\mu$N die wirkende Gesamtkraft durch 1 $\mu$g Beschleunigung. Näherungsweise lässt sich die relative Längenänderung ebenfalls durch folgende Annahme bestimmen

$$\frac{\Delta L}{L_0} \approx \frac{\Delta F}{EA} \cdot \frac{L_\mathrm{F}}{L_0}, \tag{5.2}$$

wobei $L_\mathrm{F}$ eine Teillänge der Resonatorgesamtlänge $L_0$ ist und ungefähr dem Abstand zwischen den Lagerpunkten entspricht. $E$ und $A$ repräsentieren das E-Modul des Materials und die Querschnittsfläche.

In unserem Aufbau werden die vier Lagerpunkte des Resonators jeweils durch eine etwa 4 mm starke Vitonkugel verkörpert, wobei Resonator und Vitonkugeln lose durch vier Teflonfüße getragen werden. Aufgrund von minimalen Höhenunterschieden der Teflonfußhöhen, welche sich durch Fertigungstoleranzen nicht vermeiden lassen, werden die Vitonkugeln unterschiedlich durch die Gewichtskraft des Resonators zusammengedrückt, siehe Abb. 5.2. Infolge der unterschiedlichen Belastung der Vitonkugeln ändert sich auch deren „Schubsteifigkeit“ $G$ in $\mathrm{kNm}^{-1}$ und damit die Reaktionskräfte in den Lagerpunkten. Aus Messungen zur Charakterisierung der Vitonkugeln konnte die Empfindlichkeit der Schubsteifigkeit auf die Belastung durch eine Masse auf $\Delta G/\Delta m \approx 0,3\ \mathrm{kN\,m^{-1}\,kg^{-1}}$ ermittelt werden. Aus der „Kompressionssteifigkeit“ $K \approx 3,5\ \mathrm{kN\,m^{-1}}$ der Vitonkugeln lassen sich die maximal zulässigen Höhentoleranzen der Teflonfüße abschätzen. Für relative Längenstabilitäten von $5 \cdot 10^{-17}$ und dem bereits erwähnten relativen Kräftegleichgewicht ist eine Höhentoleranz von $\Delta h < 3$ $\mu$m nötig. Leider ist solch eine präzise Fertigung kaum erreichbar. Des Weiteren werden auch die Vitonkugeln Toleranzen aufweisen, sodass das

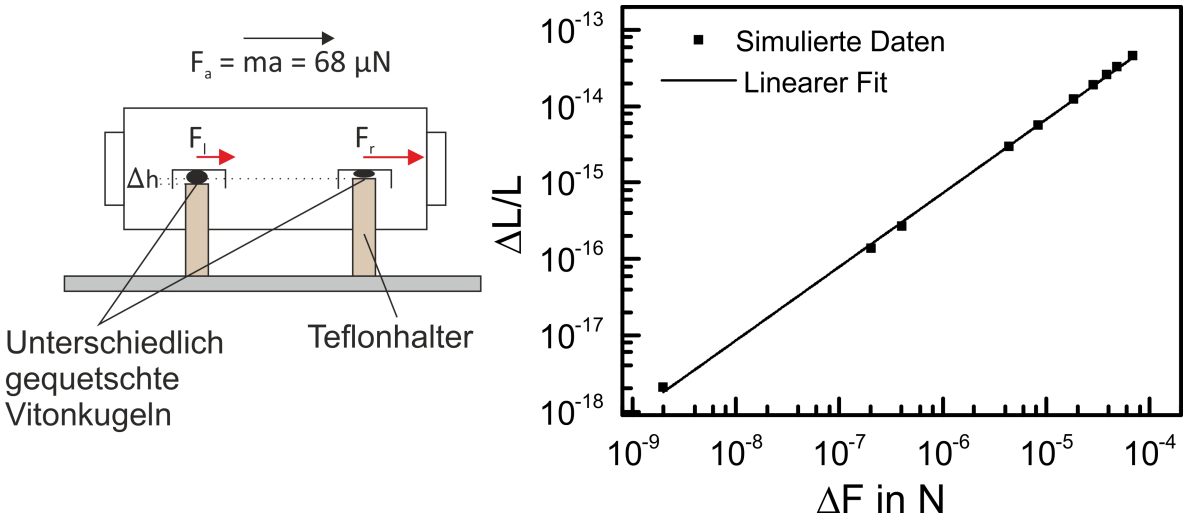



**Abbildung 5.2:** Die Skizze links zeigt, wie Höhentoleranzen zu unterschiedlicher Kompression der Vitonkugeln und zu unterschiedlichen Reaktionskräften führen. Rechts ist die Empfindlichkeit der relativen geometrischen Länge $L$ in Abhängigkeit der Lagerkraftabweichung zwischen linker und rechter Lagerposition unter der Annahme einer vertikalen Beschleunigung von 1 $\mu$g dargestellt.

geforderte Kräftegleichgewicht nicht einfach zu erreichen ist.

### 3-Punktlagerung des Resonators

Eine mechanische Überbestimmung lässt sich durch eine 3-Punktlagerung vermeiden und der Einfluss der Lagerhöhen und damit der Kraftasymmetrien minimieren. Im Resonatoraufbau ist deshalb eine mechanische Wippe eingefügt, welche ein automatisches Ausgleichen der Höhenunterschiede zweier Füße erlaubt, wodurch mit den zwei weiteren Füßen die Lagerbedingung eindeutig bestimmt ist. Wie bereits erwähnt, wird der Resonator durch vier Teflonfüße mit Vitonkugeln getragen. Zwei der sich am jeweiligen Ende des Resonators befindlichen Teflonfüße sind mit einer Aluminiumklammer zu einer U-förmigen Halterung zusammen geschraubt, siehe Abb. 5.3 b) und c). Ein Ende des Resonators (Abb.5.3 a) links) wird über die Aluminiumklammer durch zwei Glaskugeln getragen. Das zweite Ende des Resonators (Abb.5.3 a), rechts) wird nur durch eine Glaskugel getragen, was eine Rotation um die Kugel erlaubt.
Für die mechanische Stabilisierung der U-förmigen Halterungen sind diese über zwei Zerodurstäbe miteinander verbunden. Die Vitonkugeln zwischen den Zerodurstäben und der Aluminiumklammer ermöglichen hohe Reibungskräfte, welche ein Verschieben der Halterungen entlang der Stäbe (Z-Richtung) verhindert. Dennoch bieten sie eine flexible

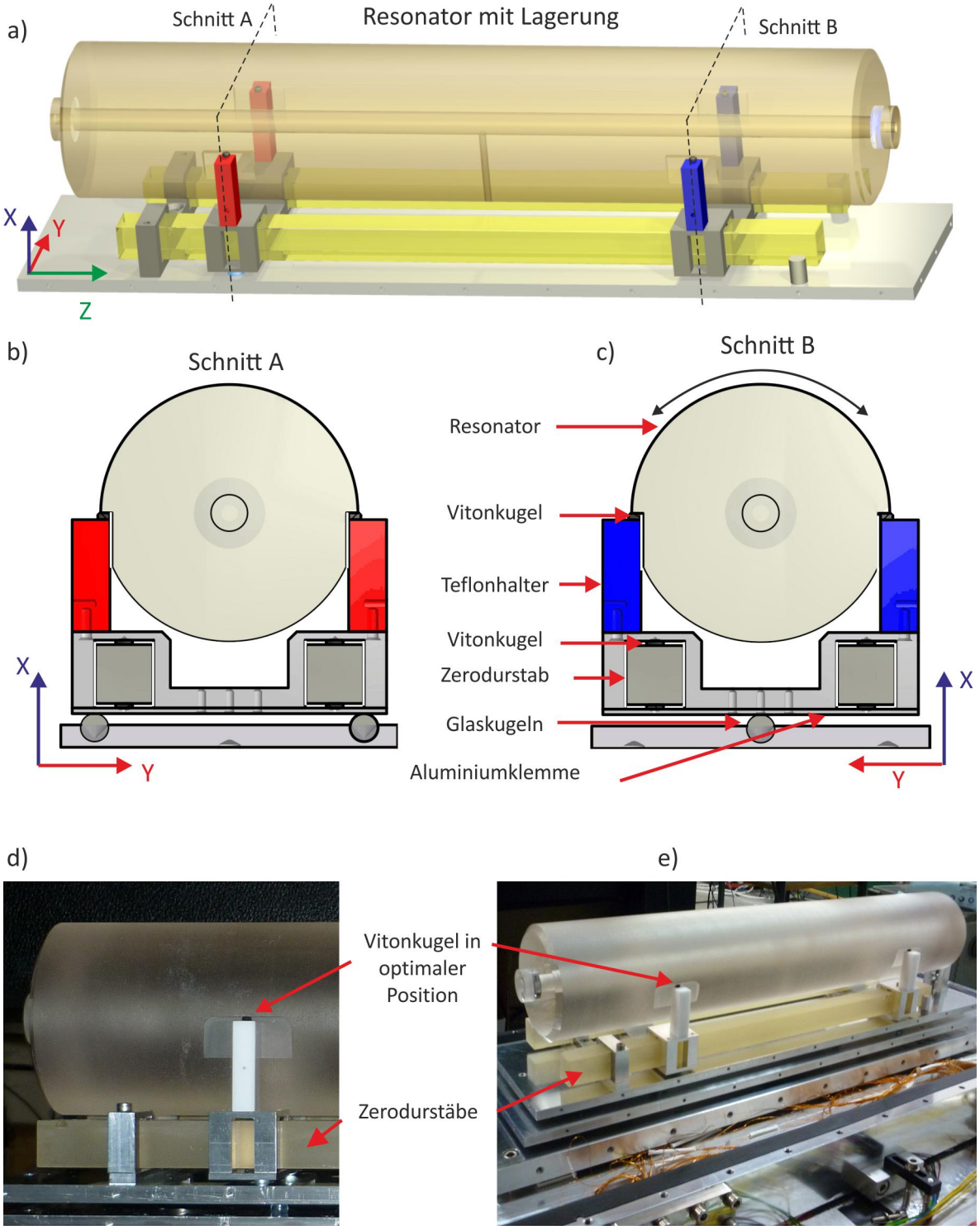



**Abbildung 5.3:** Die Abbildung a) zeigt eine 3D-Skizze der Resonatorhalterung mit Zerodurstäben. In b) und c) sind Schnitte durch die U-förmigen Halter dargestellt, um das Prinzip der 3-Punkt Lagerung zu verdeutlichen. Für ein besseres Verständnis ist die Lage dieser Schnitte in der obigen 3D-Skizze durch gestrichelte Linien hervorgehoben. Abbildung d) zeigt die Nahaufnahme der linken „festen“ U-förmigen Halterung mit Resonator, e) zeigt eine Aufnahme vom gesamten Resonator mit Halterung.

Lagerung zwischen Klammer und Stäben, die eine Rotation um die Glaskugel ermöglicht. Zur thermischen Isolierung ist der Resonator von Aluminiumwärmeschilden und einer Vakuumkammer umgeben, siehe Abschnitt 5.2.5. Infolge der unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten zwischen Resonator (ULE-Glas) $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-9}$ K$^{-1}$ und den Aluminiumwärmeschild $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-5}$ kommt es bei Temperaturänderungen zu Kräften, welche die Längenstabilität des Resonators bei wechselnden Temperaturen beeinflussen. Durch die Implementierung der Zerodurstäbe mit ähnlichen Ausdehnungskoeffizienten wie ULE-Glas erfolgt eine Entkopplung vom sich stark ausdehnenden Aluminiumwärmeschild.
Die Fixierung der Zerodurstäbe erfolgt nur an einem Ende des Wärmeschildes, um ein unabhängiges Ausdehnen des Schildes von der Halterung zu realisieren. Hierzu sind die Zerodurstäbe über eine Klammer am linken Ende auf dem Wärmeschild fixiert. Eine weitere Sicherung gegen ein seitliches Verrutschen der Halterung auf den Kugeln wird durch zwei kleine Zylinder am gegenüberliegenden Ende (rechte Seite) des Schildes gewährleistet.
Alle Abschätzungen zeigen, dass eine relative Längenstabilität $\Delta L/L < 1 \cdot 10^{-16}$ bei seismischen Störungen von $a \approx 1$ $\mu$g erreicht werden kann. Zur Isolierung gegen seismische Störungen ist der Resonatoraufbau auf einem passiven Vibrationstisch befestigt.[2]

### Die Beschleunigungsempfindlichkeit

Die Realisierung der 3-Punkt-Halterung war ein Entwicklungs- und Erkenntnisprozess. Vor der Realisierung dieser Halterung wurden nur mäßige bis schlechte Beschleunigungsempfindlichkeiten von etwa $4 \cdot 10^{-14}$ $\mu$g$^{-1}$ mit schlechter Reproduzierbarkeit erreicht. Selbst mit der Implementierung der 3-Punkt-Halterung musste die vertikale Empfindlichkeit noch durch ein symmetrisches Verschieben der Vitonkugeln entlang der Z-Richtung optimiert werden. Die Resultate sind in Abb. 5.4 a) dargestellt. Aus dem linearen Zusammenhang zwischen Kugelposition und Empfindlichkeit konnte eine optimale Lagerposition bestimmt werden. Der ermittelte Zusammenhang zeigt einerseits die hohe Reproduzierbarkeit der Messergebnisse, anderseits jedoch auch eine hohe Positionierempfindlichkeit der Kugeln. Die experimentell ermittelte Positionierempfindlichkeit zeigt eine um etwa 30-fach höhere Sensitivität als durch die FEM-Berechnungen bestimmt. Diese Abweichung ist zur Zeit noch nicht geklärt und lässt sich auch nicht durch die Lage der Spielgel $\Delta r$ auf den Stirnflächen, welche einen geometrischen Offset zwischen geometrischer und optischer Achse zur Folge hätte, erklären.

[2] 250WS-4 www.minusk.com

Die Charakterisierung der Beschleunigungsempfindlichkeit erfolgte ähnlich dem zuvor im Kapitel 4 beschriebenen Prinzip. Durch den passiven Vibrationsisoliertisch war es möglich, den Aufbau mit der Hand gezielt harmonisch zu beschleunigen. Die Beschleunigung konnte simultan über drei Beschleunigungssensoren für jede Raumrichtung (X vertikal; Y horizontal (orthogonal zur optischen Achse); Z horizontal (optische Achse)) gemessen werden. Mit Hilfe eines Messwandlers sind die gemessenen Beschleunigungen in eine proportionale Spannung umgewandelt worden[3].
Auf dem Resonator wurde die Laserfrequenz einer Laserdiode mit Hilfe der PDH-Methode stabilisiert, siehe Kapitel 2.1 und Abschnitt 5.4. Ein Teil des Lichtes wurde anschließend mit dem frequenzstabilen Licht des transportablen Uhrenlasersystems „Schuhbox“ überlagert. Laserfrequenzänderungen infolge der wirkenden Beschleunigungen wurden mit einem DDS in eine zur Frequenzänderung proportionalen Spannung umgewandelt ($\epsilon = 0,34$ V kHz$^{-1}$). Das generierte Spannungssignal wie auch die zu den Beschleunigungen proportionalen Spannungen wurden mit einem digitalen Oszilloskop aufgenommen.
Bei dem DDS handelt es sich um eine Baueinheit bestehend aus einem Phasenkomparator mit zwei Eingängen, einem VCO (spannungsgesteuerter Oszillator) und dem eigentlichen DDS-Baustein (direkt-digitaler Synthesizer). Die Taktfrequenz des DDS-Bausteins wird vom VCO vorgegeben, wobei dessen Eingangsspannung aus einen Phasenkomparator gewonnen wird. Durch eine interne Rückführung der DDS-Frequenz auf einen Eingang des Phasenkomparators entsteht eine PLL (phasenstabilisierte Schleife), welche durch Phasenlage der Referenzfrequenz am zweiten Eingang festgelegt wird. Durch das Referenzieren des Phasenkomparatoreingangs auf eine externe Referenzfrequenz stellt sich eine konstante Spannung am VCO-Eingang ein und eine stabile DDS-Ausgangsfrequenz wird erzeugt. Die DDS-Baueinheit lässt sich ebenfalls als Frequenzspannungswandler verwenden, wenn die interne Rückführung durch eine externe Rückführung ersetzt wird. Hierzu wird der Ausgang des DDS-Bausteins mit der Frequenz $f_1$ auf einen Eingang des Phasenkomparators gegeben und am zweiten Eingang des Phasenkomparators eine ähnliche Eingangsfrequenz angelegt $f_2 = f_1 \pm \delta f$. Infolge der geschlossenen PLL stellt sich am Eingang des VCOs eine zu den Eingangsfrequenzfluktuationen $\delta f$ proportionale Spannung ein. Diese Spannung kann genutzt werden um die Frequenzfluktuationen des Lasers in eine Spannung umzuwandeln.
Aufgrund von zahlreichen Kabeln für das Temperaturmanagement, die Vakuumpumpe, sowie die optischen Fasern war ein gezieltes Anregen des Tisches in nur eine Raumrich-

[3]PCB Piezotronics Model 393B31 $s \approx 10$ Vg$^{-1}$

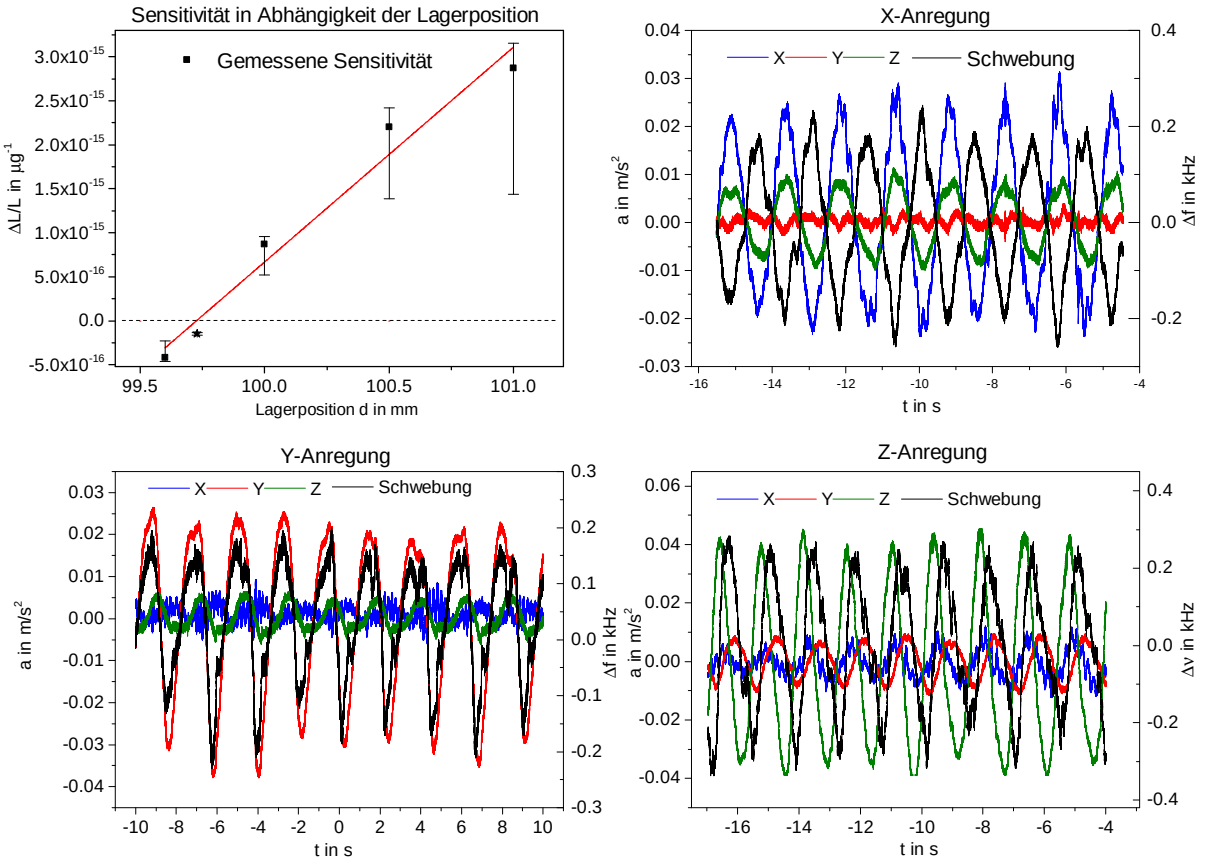



**Abbildung 5.4:** Die Abbildung oben links zeigt die Beschleunigungsempfindlichkeit in Abhängigkeit von der Vitonkugelposition $d_z$ (gemessen von der Resonatorstirnseite). Der Stern zeigt die vertikale Empfindlichkeit an der finalen Position der Kugeln. Die hohe Unsicherheiten ergeben sich durch Abschätzungen der horizontalen Beschleunigungen. Die rote Linie ist ein linearer Fit durch die Messpunkte. Die Abbildung oben rechts zeigt sowohl Beschleunigungen als auch Frequenzänderungen für die vertikale Anregung an der finalen Position. Unten links und rechts sind die entsprechenden Resultate für die horizontale Y-Anregung und Z-Anregung gezeigt.

tung nicht möglich. Ein leichtes Übersprechen der Beschleunigungen in die entsprechend anderen Richtungen konnte nicht vermieden werden. Des Weiteren war es nur möglich, den Tisch bei seinen richtungsabhängigen Resonanzfrequenzen anzuregen ($f_\mathrm{x} = 0,7$ Hz; $f_\mathrm{y} = 0,5$ Hz; $f_\mathrm{z} = 0,7$ Hz). Die Beschleunigungen sowie die Frequenzänderungen sind für jede Anregungsrichtung in der Abb. 5.4 b), c), d) dargestellt. Aus den Beschleunigungen und der Frequenzänderung konnte durch Lösen des linearen Gleichungssystems 2.28 die Empfindlichkeiten für jede Raumrichtung bestimmt werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.1 dokumentiert. Des Weiteren sollte hier noch erwähnt werden, dass die Messungen

| Methode | $\kappa_x$ $\mu$g$^{-1}$ | $\kappa_y$ $\mu$g$^{-1}$ | $\kappa_z$ $\mu$g$^{-1}$ | $\varphi_x$ in ° | $\varphi_y$ in ° | $\varphi_x$ in ° |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Dynamisch | $1,5(5) \cdot 10^{-16}$ | $0,5(5) \cdot 10^{-16}$ | $1,7(3) \cdot 10^{-16}$ | 161 | $-7$ | 93 |

**Tabelle 5.1:** In der Tabelle sind die Beschleunigungsempfindlichkeiten des Resonators dokumentiert.

der vertikalen Empfindlichkeiten für die Optimierung, welche in Abb.5.4 links oben gezeigt sind, mit zwei Schwingspul-Beschleunigungssensoren durchgeführt wurden. Entsprechend konnten nicht für jede Raumrichtung die Beschleunigung ermittelt werden, was zu hohen Unsicherheiten bei den Messwertangaben führte. Die Messung der Frequenzänderung erfolgte durch einen Frequenzzähler[4], anstatt wie oben beschrieben durch einen DDS.
Die ermittelten Ergebnisse von ca. $1 \cdot 10^{-16}$ $\mu$g$^{-1}$ sind mit relativ hohen Unsicherheiten angegeben, da es aus technischen Gründen nicht möglich war, die Beschleunigungen direkt am Resonator zu bestimmen. Die Sensoren wurden daher außerhalb der Vakuumkammer in Höhe des Resonators befestigt. Es zeigte sich, dass die gemessenen Beschleunigungen stark vom Ort der Sensoren abhängen, was auf eine Rotation des Tisches zurückzuführen ist und somit zu einem hohen systematischen Fehler von bis zu 50 % führen kann.
Des Weiteren ist in Abb. 5.4 d) die große Phasenverschiebung von 90 ° bereits bei einer Anregungsfrequenz von $0,7$ Hz zwischen Beschleunigungen in Z-Richtung und der ermittelten Laserfrequenz auffällig. Diese Phasenverschiebung könnte eine Folge der relativ weichen Lagerung des Resonators auf den Vitonkugeln sein. Kleine mechanische Steifigkeiten können mechanische Resonanzfrequenzen in der Lagerung des Resonators und damit Phasenverschiebungen verursachen. Wie bereits erwähnt, wurde die „Schubsteifigkeit“ $G_\mathrm{k}(1,7\,\mathrm{kg}) = 220$ N m$^{-1}$ der Vitonkugel vermessen ($m$ = 6,8 kg/4 pro Kugel). Die

[4]Fluke PM6681

Abschätzung der Resonanzfrequenz eines Fußes mit Kugel ergibt sich aus der Schubsteifigkeit und der wirkenden Masse[5].

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{G}{m}} \tag{5.3}$$

Demnach ergibt sich eine Resonanzfrequenz $f_z = 1,8$ Hz. Für einen gedämpften Federschwinger lässt sich die Phasenverschiebung nach [86] folgendermaßen beschreiben:

$$\tan(\epsilon) = \frac{2D \cdot f/f_z}{1-(f/f_z)^2}, \tag{5.4}$$

wobei $D$ den Dämpfungsgrad beschreibt. Infolge der niedrigen Resonanzfrequenz und einer hohen Dämpfungsrate ist die gemessene Phasenverschiebung erklärbar.
Für eine bessere Charakterisierung der Halterung müsste die Transferfunktion der Halterung ermittelt werden. Dies ist jedoch mit dem passiven Isolationstisch nur sehr schwer zu realisieren.
Die ermittelten kleinen Empfindlichkeiten auf Beschleunigungen sind essentiell für die Kurzzeitstabilität von $\tau = 0,1$ s bis 5 s des Lasers und stimmen in guter Näherung mit den vorher getroffenen Abschätzungen überein. Solche geringen Beschleunigungsempfindlichkeiten wurden bisher nur für kleine Resonatoren mit einer Länge von ca. 10 cm erreicht. Aufgrund der effektiven 3-Punkthalterung ist dies nun auch für längere Resonatoren möglich.

### Welche Resonatorlänge ist noch sinnvoll?

In diesem Abschnitt soll dargelegt werden, welche Resonatormaximallänge durch die Implementierung einer 3-Punktlagerung möglich ist. Wie bereits erwähnt, sinkt das thermische Rauschen mit wachsender Resoantorlänge, da der thermische Rauschanteil der Spiegelbeschichtungen kleiner wird. Hingegen steigt die Beschleunigungsempfindlichkeit mit der Länge, da sich zum Beispiel infolge der Massenzunahme die Beschleunigungskräfte an den Lagerpunkten erhöhen. Als Grundlage für die folgenden Abschätzungen sollen experimentell ermittelte Ergebnisse eines weiteren ultra-stabilen Laseraufbaus einer anderen Arbeitsgruppe dienen [92].
In diesem Aufbau wurde ebenfalls eine 3-Punktlagerung für einen 39,5 cm langen ULE-

[5] Zusätzlich wurde die Steifigkeit der U-förmigen Halterung gegen Querkräfte vermessen. Aufgrund der leicht rechteckigen Grundform der Teflonfüße $a_z = 10$ mm, $b_y = 13,5$ mm, $l_x = 40$ mm ergeben sich auch unterschiedliche Schubsteifigkeiten $G_z = 33$ kN/m und $G_y = 65$ kN/m. Da diese jedoch um etwa zwei Größenordnungen höher als die der Vitonkugeln liegen, kann dessen Einfluss vernachlässigt werden.

Glas Resonator mit einer quadratischen Querschnittsfläche $7,4$ cm $\times$ $7,4$ cm implementiert. Für die horizontale Beschleunigungsempfindlichkeit entlang der optischen Achse (Z-Richtung) wurden in diesem Design $2 \cdot 10^{-18}$ $\mu$g$^{-1}$ erreicht (X: $3 \cdot 10^{-18}$ $\mu$g$^{-1}$ Y: $12 \cdot 10^{-18}$ $\mu$g$^{-1}$). Dies bedeutet, dass eine relative Kraftsymmetrie entlang der Z-Richtung von $\Delta F/F \approx 1,5 \cdot 10^{-5}$ realisiert wurde.
Für die Abschätzung der Maximallänge unter dem Einfluss horizontaler Beschleunigungen entlang der optischen Achse sind folgende Annahmen getroffen worden:

- Eine Maxialbeschleunigung von $a_{\mathrm{z}} = 1$ $\mu$g
- Um die Biegeverformung zu minimieren, wurde der Durchmesser des Resonators im Verhältnis D:L=1:5 ebenfalls vergrößert.
- Für die Lagerposition wurden die Airypunkte gewählt $L_{\mathrm{l,r}} = L_0/2(1 \pm \sqrt{1/3})$. Diese entsprechen bei langen Resonatoren in guter Näherung den optimalen Punkten.
- Es wurde eine Positioniergenaugigkeit der Lager auf $dz = 100$ $\mu$m angenommen. Dies könnte durch eine Positionierung mit einer Mikrometerschraube möglich sein. Die resultierende Empfindlichkeit wurde nach Gleichung 5.1 ermittelt.
- Eine relative Kraftsymmetrie von $1 \cdot 10^{-4}$ wurde angenommen. Nach Gleichung 5.2 lässt sich näherungsweise dessen Einfluss auf die Längenstabilität bestimmen. In [92] wurde diese Annahme bestätigt.

In Abb. 5.5 sind die Ergebnisse der Abschätzung dargestellt. Die grüne und blaue Kurve zeigen das theoretische thermische Rauschen, welches nach [65] berechnet ist. Da die dissipierte Energiedichte an den Spiegelkontaktstellen zum Abstandshalter inhomogen verteilt ist, ist der Beitrag des Abstandsalters zum thermischen Rauschen etwas größer [65]. Dieser Effekt wurde jedoch bei dieser Abschätzung nicht mit einbezogen. Die grüne Kurve ist mit dielektrischen Spiegelbeschichtungen mit einer mechanischen Güte von $Q = 2,5 \cdot 10^3$ gerechnet, hingegen ist die blaue Kurve unter der Annahme von kristallinen Beschichtungen $Q = 2,5 \cdot 10^4$ berechnet worden [20]. Für die Berechnung aufgrund der extrapolierten Resonatorlänge von bis zu 1 m wurde für die optische Resonatorstabilität ein planer und ein gekrümmter Spiegel mit $R = 2$ m Radius verwendet.
Die gestrichelte rote Linie zeigt die wachsende Instabilität durch die Kräfteasymmetrie in den Lagerpunkten. Die gepunktete rote Linie repräsentiert die Empfindlichkeit aufgrund einer asymmetrischen Platzierung der Lagerpunkte von etwa 100 $\mu$m (Vitonkugeln). Beide Effekte können sich addieren, wodurch sich die als rote Linie dargestellte Empfindlichkeit

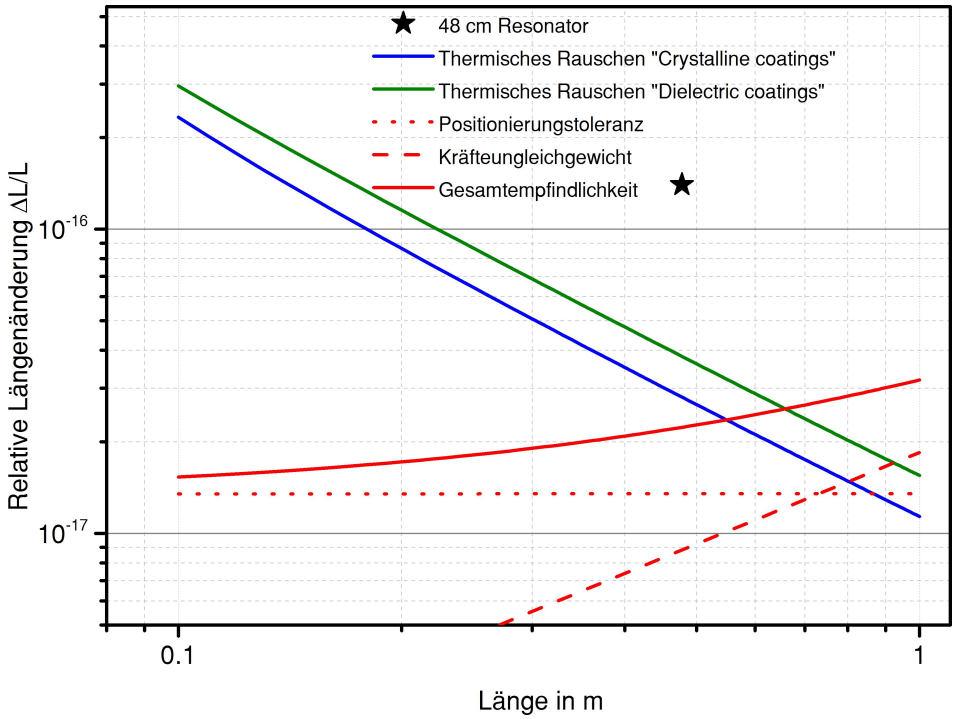



**Abbildung 5.5:** Die Abbildung zeigt eine mögliche Abschätzung der maximalen Resonatorlänge. Blau (kristalline Beschichtungen) und Grün (dielektrische Beschichtungen) zeigen das thermische Rauschen. Die rote Kurve stellt die zu erwartenden Instabilitäten für horizontale Beschleunigungen entlang der optischen Achse dar. Der Stern repräsentiert die ermittelte Beschleunigungsempfindlichkeit in Z-Richtung.

ergibt.

Demnach wird die optimale Länge eines Resonators mit dielektrischen Spiegeln bei ca. 66 cm mit einem thermischen Rauschen von $\sigma_y = 2,6 \cdot 10^{-17}$ liegen; die eines Resonators mit kristallinen Spiegelbeschichtungen bei 55 cm mit $\sigma_y = 2,3 \cdot 10^{-17}$. Hierzu sei angemerkt, dass für einen 66 cm langen Resonator die Masse auf ca. 20 kg ansteigt, was die Positionierung der Lager ohne zusätzliche Hilfsmittel deutlich erschweren könnte.

Infolge der hier vorgestellten Resonatorhalterung konnten beachtlich niedrige Beschleunigungssensitivitäten von $2 \cdot 10^{-16}$ $\mu g^{-1}$ erreicht werden. Es ist durchaus denkbar, dass mit dieser Methode ein Resonator nicht nur an 4 Stellen unterstützt werden kann, sondern auch noch durch $n \cdot 4$-Punkte. Hierdurch könnte auch noch zusätzlich die Durchbiegung des Resonators reduziert werden.

## 5.2 Temperaturstabilisierung

Die Temperaturstabilisierung erfolgt zunächst über einen doppelten passiven Wärmeschild. Des Weiteren ist der Resonator von einem durch sechs Peltierelemente[6] gekühlten aktiven Wärmeschild umgeben. Mit diesem Konzept werden Temperaturstabilitäten von ca. 1 $\mu$K bei 1000 s Mittelungszeit erreicht. Dadurch ist es ebenfalls möglich, Laserstabilitäten von $1 \cdot 10^{-16}$ bei 1000 s Mittelungszeit zu realisieren. Im Folgenden wird die Temperaturstabilisierung genauer vorgestellt.

### 5.2.1 Passive Temperaturstabilisierung

Alle Schilde sind aus poliertem Aluminium gefertigt, wodurch ein geschätzter Emissionsgrad $\epsilon = 0,03$ [5] erreicht werden kann, siehe Tabelle 2.1. Die Separation der Schilde untereinander erfolgt über drei Glaskugeln mit ca. 8 mm Durchmesser, wodurch der theoretische thermische Widerstand nach Abschnitt 2.17 ca. $R_{\mathrm{kgl}} = 320$ K W$^{-1}$ pro Kugel beträgt. Der thermische Widerstand variiert $R_{\mathrm{sb}}$ infolge der Wärmestrahlung nach Gleichung 2.19 aufgrund der unterschiedlichen Größe der Flächen. In der folgenden Tabelle sind die einzelnen Übergangswiderstände sowie Wärmekapazitäten der einzelnen Schilde sowie für den Resonator gegenübergestellt.

**Tabelle 5.2:** Theoretisch ermittelte Zeitkonstanten. (|| Symbolisieren die Parallelschaltung der Wärmeübergangswiderstände durch die Kugeln $R_{\mathrm{kgl}}$ und des Übergangswiderstands durch die Strahlung $R_{\mathrm{sb}}$)

| i | Schilde | $m_i$ in kg | $C_i$ in kJ kg$^{-1}$K$^{-1}$ | $R_{\mathrm{i}} = (R_{\mathrm{kgl}}/3)\|\|R_{\mathrm{sb}}$ in K W$^{-1}$ | $\tau_i = C_i/R_i$ in d |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Resonator mit Halterung | 7,2 | 5,8 | $R_1$: 106\|\|24=19 | 1,3 |
| 2 | 1. passives Schild | 5,6 | 5,04 | $R_2$: 106\|\|41=29 | 1,7 |
| 3 | 2. passives Schild | 7 | 6,3 | $R_3$: 106\|\|32=25 | 1,8 |
| 4 | aktives Schild | 29,5 | 26,55 | 17 ($R_{\mathrm{sb}}$) | 5,1 |

Für die Temperaturkontrolle sind an den Wärmeschilden und an einem der Zerodurstäbe Thermistoren mit hoher Langzeitstabilität[7] angebracht. Ein direktes Anbringen eines Thermistors am Resonator kam aufgrund der Gefahr einer Kraftbrücke nicht in Frage.

[6] Peltron GmbH: Peltierelement Nummer 72A0020H200. Betriebstemperatur bis 200 °C

[7] EPCOS Model B57550 $R_{25} = 10\,\mathrm{k}\Omega$; $B_{0/100} = 3450\mathrm{K}^{-1}$; $R(T) = R_{25}\exp(B_{0/100}(T^{-1} - T_{25}^{-1}))$

Dennoch sollte der Thermistor an dem Zerodurstab aufgrund des gleichen Emissionsgrades und ähnlicher thermischer Übergangswiderstände wie der Resonator ebenfalls die gleiche Temperatur aufweisen.
Aus einer mathematischen Anpassung der Abkühlkurve am Resonator, die durch einen Temperatursprung am aktiven Wärmeschild ausgelöst wurde, (siehe Abb.5.6), konnten die thermischen Zeitkonstanten in Form der Eigenwerte $a, b$ und $c$ nach Gleichung 2.23 bestimmt werden; $a = 0,3\,d$, $b = 0,8\,d$ und $a = 7,5\,d$. Wie in Abschnitt 2.2.1 erwähnt, lassen sich die Zeitkonstanten der einzelnen Wärmeschilde durch Lösen der Eigenwertgleichung 2.24 ermitteln. Da die thermischen Wärmekapazitäten relativ einfach und präzise ermittelt werden können, ist es möglich, daraus die thermischen Übergangswiderstände zu bestimmen. Hieraus ergaben sich für $R_1 = 12$ K W$^{-1}$, $R_2 = 22$ K W$^{-1}$ und $R_3 = 26$ K W$^{-1}$. Diese Werte stimmen gut mit den theoretischen Werten in Tabelle 5.2 überein. Abweichungen lassen sich durch den Emissionsgrad erklären, der aufgrund von Rauigkeiten und Oberflächenverunreinigungen leicht von den Literaturwerten abweichen kann. Für die Be-

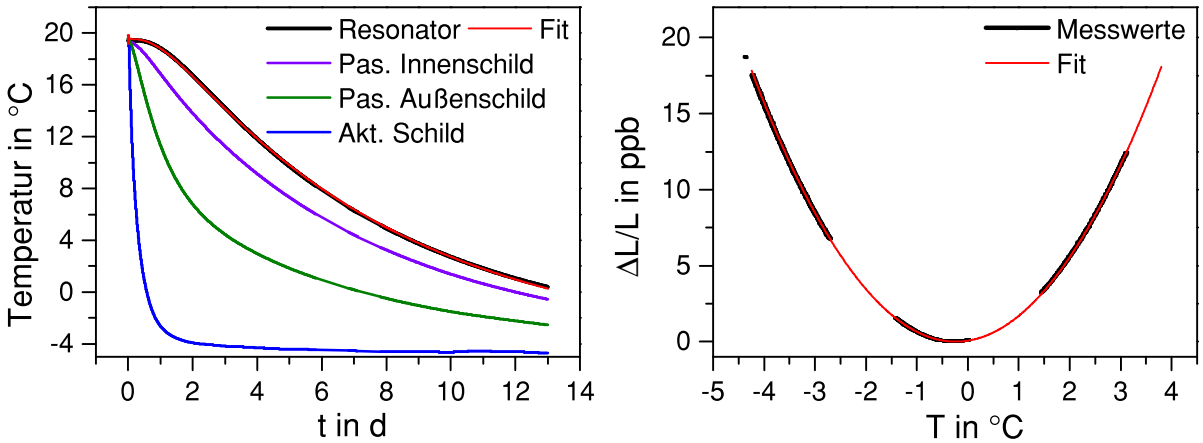



**Abbildung 5.6:** Diese Abbildung zeigt links das Tiefpassverhalten der Wärmeschilde. Rechts ist das Ausdehnungsverhalten des Resonators in Abhängigkeit der Temperatur gezeigt.

stimmung der relativen thermischen Längenänderung des Resonators wurde zunächst das Licht einer Laserdiode auf eine Eigenmode des Resonators stabilisiert. Ein Teil des Lichtes wurde mit dem Licht des in Abschnitt 4.1.2 beschriebenen, transportablen Uhrenlasersystems auf einer schnellen Fotodiode überlagert und die Schwebungsfrequenz $f \approx 208$ MHz mit einem Zähler[8] aufgenommen. Mit den Peltierelementen wurde die Temperatur von Raumtemperatur auf etwa $-4\,°$C gesenkt. Für die Messung des Ausdehnungskoeffizienten

[8] Fluke PM6681

wurde der Thermistor direkt an den Resonator befestigt (derselbe Thermistor, welcher später am Zerodurstab befestigt wurde). Die gemessenen Daten der Schwebungsfrequenz und der Temperatur wurden simultan aufgenommen. Da die relative Frequenzänderung nach Gleichung 2.1 der relativen Längenänderung entspricht, lässt sich daraus die thermische Längenänderung bestimmen. In Abb. 5.6 rechts ist die thermische Längenänderung des Resonators in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt. Aus einem Fit der Daten konnte der Ausdehnungskoeffizient $\alpha$ bestimmt werden:

$$\alpha(T) = 2,2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{K}^{-2}\,(T + 0,24\ ^\circ\mathrm{C}) \tag{5.5}$$

### 5.2.2 Innere aktive Temperaturstabilisierung

Für eine Minimierung der Temperaturempfindlichkeit möchte man die Temperatur des Resonators möglichst exakt auf den thermischen Nulldurchgang des Ausdehnungskoeffizienten einstellen: $T_0 = 0,24$ °C. Aufgrund der großen Abmessungen des Resonators ist es schwierig, eine homogene Temperaturverteilung bei $T_0$ zu realisieren. Allein durch die Implementierung der Glaskugeln zwischen den Wärmeschilden als Abstandshalter ist die vertikale Symmetrie des Wärmestroms gebrochen und es entsteht ein vertikaler Temperaturgradient. Ähnlich können horizontale Temperaturgradienten, z. B. durch unterschiedliche Luftströmungen an der Außenseite der Vakuumkammer, auftreten. Entscheidend sind nicht die Temperaturgradienten selbst, die Problematik besteht vielmehr in deren zeitlichen Änderungen. Da sich die Stabilität der Gradienten nur schwer kontrollieren lässt, ist beim Design der Temperaturstabilisierung darauf zu achten, dass diese Gradienten möglichst vermieden werden.

Des Weiteren sind die optischen Zugänge in den Aluminiumschilden ($\varnothing = 12$ mm), welche einen horizontalen Temperaturgradienten bewirken könnten, mit BK7-Glasfenstern ($D = 25$ mm $d = 6$ mm) gegen thermische Strahlung isoliert. Aufgrund der niedrigen Infrarot-Transmission von BK7-Glas und der kleinen Temperaturgradienten zwischen den Wärmeschilden kann dieser Einfluss der thermischen Strahlung auf den Resonator vernachlässigt werden.

Um den Einfluss der Temperaturgradienten zu minimieren, wurde eine neuartige aktive Temperaturstabilisierung implementiert. Der äußere Wärmeschild (aktives Wärmeschild) wird dabei durch sechs Peltierelemente gekühlt. Hierzu sind jeweils zwei in Reihe zu einem Paar geschaltet und in einer $3\times2$ -Matrix an der Unterseite des Wärmeschildes angeordnet. Indiumfolienstücke zwischen Peltierelementen und Schildunterseite bzw. Vakuumkammer-

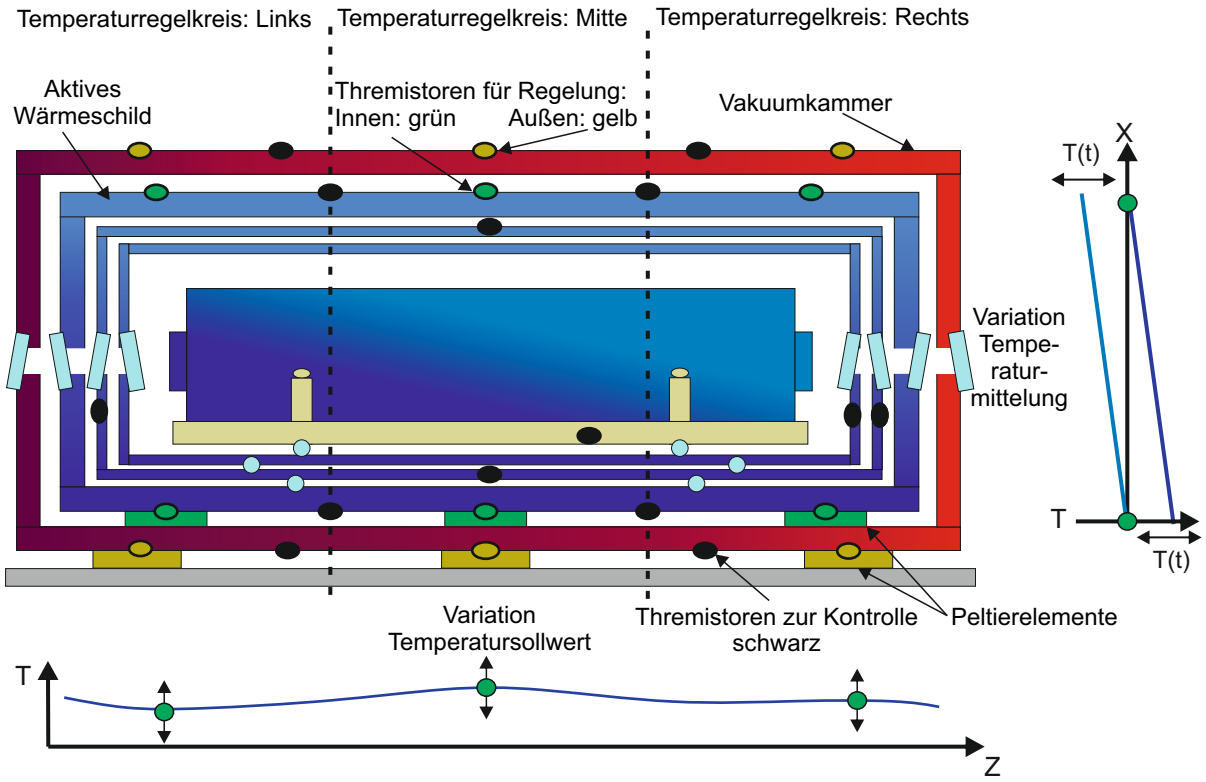



**Abbildung 5.7:** Diese Skizze zeigt schematisch die Temperaturstabilisierung des Resonators. Die farbigen Übergänge verdeutlichen mögliche Temperaturgradienten. Speziell soll der horizontale äußere Farbverlauf an der Vakuumkammer Temperaturgradienten durch z. B. Luftströmungen verdeutlichen. Der innere vertikale Farbverlauf zeigt die Gradientenbildung durch die einseitige Kühlung von unten durch die Peltierelemente. Das untere Diagramm zeigt, wie die Temperatur der einzelnen Abschnitte („Links“, „Mitte“ und „Rechts“) durch die Wahl der Solltemperatur beeinflusst werden kann. Das Diagramm rechts verdeutlicht die Beeinflussung des vertikalen Regelpunktes durch die Temperaturgewichtung aus oberen und unteren Thermistor am aktiven Wärmeschild (grün). Für die Messung der Temperaturstabilität bzw. Kontrolle sind zahlreiche Thermistoren, hier in schwarzer Farbe gekennzeichnet, angebracht.

boden erlauben eine gute thermische Anbindung. Die verwendeten Peltierelemente weisen eine effektive Kühlleistung von ca. $4,5$ W $A^{-1}$ pro Element bei einer Temperaturdifferenz von etwa 25 °C auf.
Durch Mehrfachreflektionen der Wärmestrahlung zwischen den Wärmeschilden können lokale Temperaturgradienten verringert werden. Diese Wirkung kann durch die Implementierung mehrerer Schilde verstärkt werden. In unserem Aufbau sind daher zwei passive Wärmeschilde integriert, siehe Abb.5.7. Dennoch lassen sich Temperaturgradienten durch die Wärmeleitung über die Glaskugeln nicht vermeiden.

### Vermeidung horizontaler Gradienten

Für die Minimierung von horizontalen Temperaturgradienten kann jedes Peltierelementepaar unabhängig voneinander durch einen eigenen Temperaturregelkreis bestehend aus Thermistoren (siehe Abb.5.7 Thermistoren grün) und einem Regler geregelt werden. Durch Variation der Regler-Solltemperatur lässt sich die horizontale Temperaturverteilung entlang der Z-Achse in den drei Abschnitten („Links“, „Mitte“ und „Rechts“) beeinflussen.
Es hat sich leider herausgestellt, dass das mittlere Peltierelementpaar nicht optimal funktioniert. Durch Erhöhung des Peltierstroms wurde kein signifikanter Beitrag zur Abkühlung des mittleren Wärmeschildabschnittes beobachtet. Ein Vertauschen der Peltierelementpolarität konnte ausgeschlossen werden. Ursachen können in einer schlechten thermischen Anbindung oder in der Beschädigung der Elemente durch den Aufheizprozess für die Vakuumpräparation zu suchen sein. Als Konsequenz wurde das Peltierelementpaar von seinem Temperaturregelkreis entfernt. Dennoch könnte das mittlere Peltierelementepaar aufgrund der intrinsischen hohen Wärmeleitfähigkeit einen thermischen Kurzschluss zwischen aktivem Schild und Vakuumkammer bewirken. Um diesen Effekt entgegenzuwirken, wird es von einem Konstantstrom durchflossen, sodass die Peltierelementoberseite auf etwa der Schildtemperatur gehalten wird.
Aufgrund der hohen Temperaturunsicherheit der Thermistoren $\Delta T = 0,5$ K wurde versucht, den horizontalen Temperaturgradienten über den Peltierstrom des linken und rechten-Paars zu reduzieren $I_\mathrm{L} \approx 0,9$ A und $I_\mathrm{L} \approx 1,1$ A ($I_\mathrm{M} \approx 0,3$ A). Dabei wird angenommen, dass der horizontale Gradient am geringsten ist, wenn die Ströme durch die Peltierelemente symmetrisch bzw. gleich sind.
Ein noch besseren Ausgleich der Ströme ergab einen deutlich höheren Temperaturgradi-

enten als aus der Temperaturunsicherheit der Thermistoren $\Delta T = 0,5$ K zwischen linker und rechter Seite zu erwarten ist.

**Vermeidung vertikaler Gradienten**

Am aktiven Wärmeschild sind für jeden Abschnitt („Links“, „Mitte“ und „Rechts“) zwei Thermistoren angebracht, je einen an der Unterseite sowie je einen an der Oberseite. Im Regler wird durch eine Brückenschaltung die Temperaturinformation der beiden Thermistoren in eine proportionale Spannung umgewandelt. Beide Spannungen können im Regler durch ein Potentiometer R20 gewichtet und entsprechend einem PI-Regler zugeführt werden. Der Ausgang steuert eine integrierte Verstärkerstufe, welche den Peltierstrom regelt und somit die Temperatur konstant hält. Das bedeutet, dass sich durch die Stellung des Potentiometers eine mittlere vertikale Solltemperatur einstellen lässt.

Zuerst wurde experimentell versucht, die vertikalen Temperaturgradienten zu ermitteln. Hierzu wurde die Oberseite der Vakuumkammer mit Hilfe einer Heizfolie harmonisch mit einer Periodendauer von ca. 5,5 h um ca. 0,12 K erwärmt und abgekühlt. Die Temperaturmodulation wurde von den Kontrollthermistoren an den Wärmeschilden (Out of Loop Sensoren) gemessen. Durch Veränderung des Gewichtungsfaktors zwischen oberer und unterer Seite sollte sich die Amplitude der am äußeren passiven Wärmeschild gemittelten Temperatur zwischen In-Phase und gegenphasig mit dem Temperaturgradienten ändern. Beim optimalen Gewichtungsfaktor sollte die Amplitude minimal sein. Leider wurde keine deutliche Abhängigkeit beobachtet. Die Messungen wurden nicht weiter ausgedehnt, da sich abzeichnete, dass sie zeitintensiv sind und bereits hervorragende Langzeitstabilitäten des Lasers erreicht wurden. Daher wurde aus dem Verhältnis der thermischen Widerstände, $R_{\mathrm{kg}}/(R_{\mathrm{kg}}||R_{\mathrm{sb}}) \approx 1:4,3$ durch die das aktive Schild isoliert ist, der Gewichtungsfaktor abgeschätzt. Da sich aus den Messungen der Zeitkonstanten herausgestellt hatte, dass der Emissionsgrad etwas schlechter als der Literaturwert ist, wurde ein Gewichtungsverhältnis von etwa 1 : 5 gewählt und eingestellt.

### 5.2.3 Temperaturregler

Beim verwendeten Temperaturregler handelt es sich um eine Neuentwicklung. Im Schaltungsdesign wurde speziell darauf geachtet, eine minimale Temperaturempfindlichkeit der Elektronik zu erzielen. Im Folgenden wird kurz auf einige Besonderheiten in der Schaltung

eingegangen.

Die Schaltung besteht prinzipiell aus drei Teilen. Im ersten Teil der Schaltung erfolgen die Temperaturmessungen für den oberen und unteren Teil des Wärmeschildes durch zwei Messbrücken, welche die Thermistoren beinhalten. Anschließend erfolgt die Temperaturgewichtung. Der zweite Teil der Schaltung beinhaltet den eigentlichen PID-Regler. Dieser steuert den dritten Teil der Schaltung, eine Verstärkerstufe zur Regelung des Stroms für die Peletierelemente.

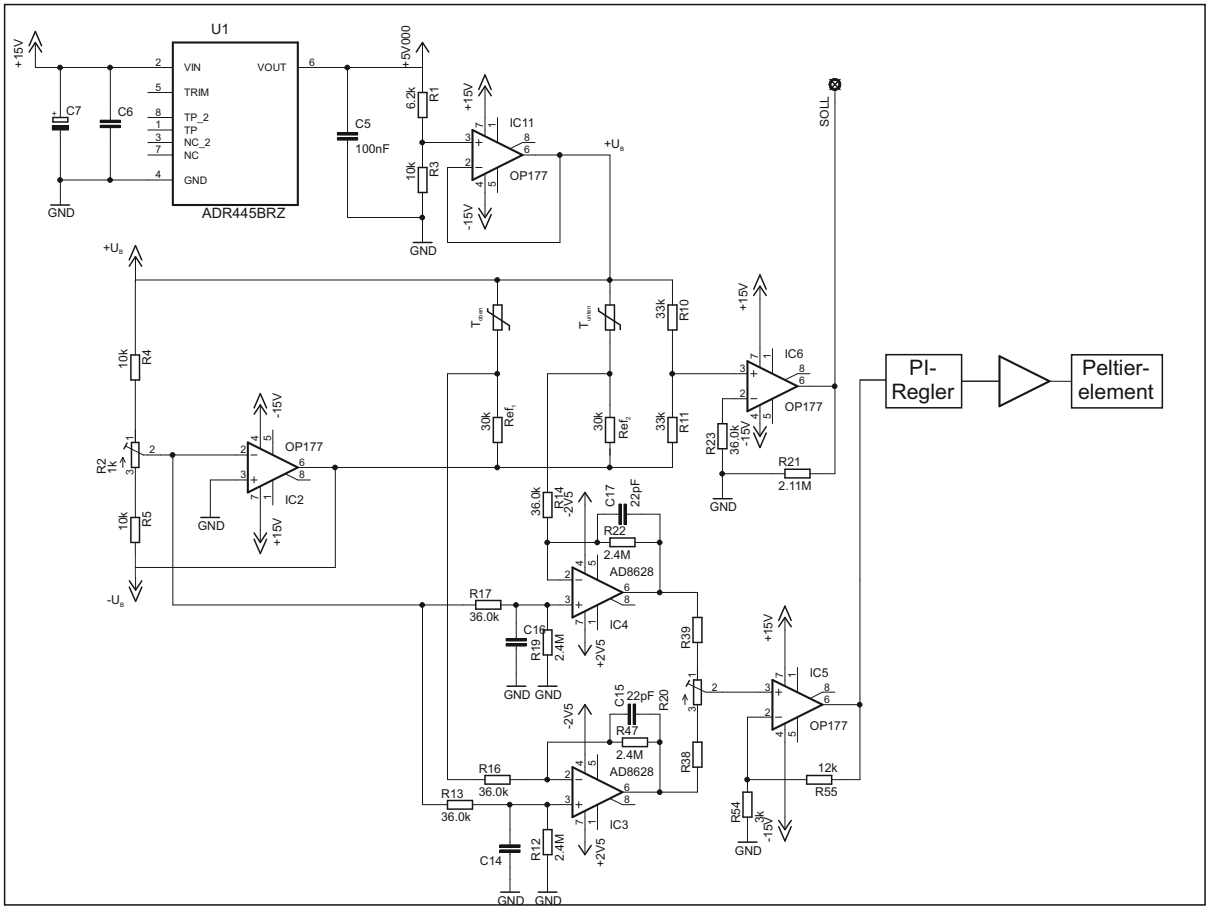



**Abbildung 5.8:** Schaltplan des Temperaturreglers für den aktiven Wärmeschild. In diesem Schaltplan sind zusätzlich Leitungsverbindungen für den „Slave-Betrieb“ eingezeichnet.

**Messschaltung:** Zunächst wird über den Präzisions-Spannungsregler U1 und den Spannungsteiler $R1$ und $R6$ mit anschließenden IC11 (siehe Abb. 5.8) eine stabile postive Brückenspannung $+U_\mathrm{B} \approx 3$ V bereitgestellt. Diese Spannung wird durch den Verstärker IC2 mit R5 und R4 sowie dem Potentiometer R2, welche den Referenzpfad der Messbrücke bilden, zu $-U_\mathrm{B} \approx 3$ V invertiert. Mit Hilfe des Potentiometers R20 lässt sich die negative

Spannung um etwa ±10 % in Bezug zur Masse (in folgenden GND) variieren und somit die Solltemperatur für die Reglung einstellen.
Jeder Thermistor (für die Temperaturmessung oben bzw. unten) ist mit einem Referenzwiderstand $R_{ref}$ in Reihe geschaltet und bildet mit dem zuvor erwähnten Referenzpfad die Messbrücke. Die beiden Spannungen $+U_B$ und $-U_B$ liegen an den beiden Messbrücken (für oben und unten), sowie an einer dritten Messbrücke mit R11 und R10 an. Mit der zweiten Messbrücke lässt sich die Verstimmung der negativen Spannung in Bezug zu GND und somit die Solltemperatur messen. Ist die Messbrücke nicht verstimmt, dass heißt, $|+U_B|$ und $|-U_B|$ sind gleich und der Thermistorwiderstand ist identisch mit dem Referenzwiderstand, ergibt sich für die Teilspannung in Bezug zu GND $U_M = 0$ V (Mittenspannung: Spannung zwischen GND und Kontaktpunkt zwischen Referenzwiderstand $R_{ref}$ und Thermistor). Ändert der Thermistor infolge einer Temperaturänderung seinen Widerstandswert entsprechend $\Delta R/\Delta T_{-3\,°C} \approx 1,4$ kΩ $K^{-1}$, ändert sich auch die Teilspannung $U_M \neq 0$ V. Die Teilspannungen aus den beiden Brückenschaltungen für die Temperaturmessung von Oben und Unten werden jeweils durch einen Differenzverstärker IC3 und IC4 mit einem hohen Vertärkungsfaktor V=75 verstärkt. In einem Spannungsteiler in Form eines zweiten Potentiometers R20 werden die beiden Spannungen zusammengeführt. Durch Verstellen des Potentiometers lässt sich die Temperaturgewichtung zwischen der oberen und unteren Schildtemperatur einstellen. Ein weiterer Verstärker IC5 erhöht die Sensitivität auf ca. 100 V $K^{-1}$.
Jedes in dieser Schaltung integrierte Bauteil hat eine Temperaturempfindlichkeit. Es ändert sich der Widerstandswert in Abhängigkeit von der Temperatur wie auch die Offsetspannung der Operationsverstärker $U_{off}$. Dies führt zu einer ungewollten Temperaturempfindlichkeit der Schaltung.
Aus diesem Grund wurden Referenzwiderstände mit kleinen Temperaturkoeffizienten von 5 ppm $K^{-1}$ gewählt. Bei den Differenzverstärkern IC3 und IC4 (AD8628) handelt es sich um sogenannte Chopper-Verstärker. Diese haben zwar nur eine kleine Verstärkungsbandbreite von 2,5 MHz, zeichnen sich aber durch eine sehr geringe Temperaturdrift von ca. $U_{off}(T) \approx 5$ nV $K^{-1}$ und geringes elektronisches Rauschen aus. Problematisch ist jedoch noch die Temperaturempfindlichkeit der Offsetspannung des IC2, welcher $-U_B$ für die Brückenschaltung generiert. Diese wird durch den nachfolgenden Differenzverstärker gemessen.
Ein idealer invertierender Operationsverstärker mit Spannungsgegenkopplung steuert seinen Ausgang, sodass an seinem negativen und positiven Eingang eine Differenzspannung $U_{off} = 0$ V anliegt. Es entsteht hier ein virtueller Nullpunkt, welcher in diesem Fall mit

dem GND-Potential identisch ist. Bei einem realen, invertierenden Operationsverstärker mit Spannungsgegenkopplung hingegen liegt infolge der Offsetspannung der virtuelle Nullpunkt nicht auf GND und die Ausgangspannung ist um $U_{\mathrm{a}}(T) = V \cdot U_{\mathrm{off}}(T)$ verstimmt (hier am IC2 beträgt die Verstärkung $V \approx -1$). Wird nun der positive Eingang des Differenzverstärkers IC3 und IC4 auf dieses Potenzial gelegt, wird durch die Gleichtaktunterdrückung des Differenzverstärkers dieser Einfluss eliminiert.
Des Weiteren wird durch die nahezu symmetrische Spannung über den Messbrücken die Temperaturempfindlichkeit reduziert. Durch diese Maßnahmen wird die Empfindlichkeit der Schaltung nur noch durch die Temperaturkoeffizienten des Potentiometers R2 für die Solltemperatureinstellung sowie den beiden Widerständen R4 und R5 bestimmt. Da jedoch beide Widerstände sehr dicht beieinander liegen, ist auch ihr Einfluss durch eine Gleichttaktverstärkung am IC2 unterdrückt. Auch der Einfluss des Potentiometers ist durch den relativ kleinen Widerstandswert minimal.
In nachfolgender Abb. 5.9 ist der Einfluss der Außentemperatur an einer der Messschaltungen dargestellt. Es wird gezeigt, welcher Temperaturfehler am Resonator durch die Temperaturänderung der Messschaltung zu erwarten ist. Im empfindlichsten Temperaturbereich bei etwa 29 °C der Messkurve ergibt sich ein Unterdrückungsverhältnis auf Temperaturschwankungen von $\Delta T_{\mathrm{error}}/\Delta T_{\mathrm{a}} \approx 1 : 5000$. Die ersichtliche, jedoch außerordentlich geringe Temperaturempfindlichkeit könnte durch das Potentiometer für die Temperaturverstimmung bewirkt werden.

**Regler:** Nach der Temperaturgewichtung zwischen der oberen und unteren Seite des Schildes durch die Messschaltung wird das gewichtete Spannungssignal dem PID-Regler zugeführt. Dieser besteht aus drei Operationsverstärkerschaltungen mit IC7 als Proportionalverstärker (P), IC8 als Integrierverstärker (I) und IC9 als Differentialverstärker (D). Aufgrund der hohen Wärmekapazität des aktiven Wärmeschildes sind keine schnellen Temperaturänderungen zu erwarten und entsprechend wird der Differentialverstärker nicht genutzt.
Die Anpassung des P- und I-Teils für jeden Regler („Links“ und „Rechts“) erfolgte experimentell über die Analyse des Einschwingverhaltens. Hieraus ergab sich für den proportionalen Teil durch R29 und R30 eine Verstärkung von 0,5 und für die „Eckfrequenz“ zwischen Integral und Proportionalteil eine Zeitkonstante von 1/2000 Hz.

**Verstärker:** Die Spannungen aus dem P- und I-Teil werden in der Verstärkerschaltung addiert und steuern den Stromfluss der Peltierelemente über eine Transistorschaltung.

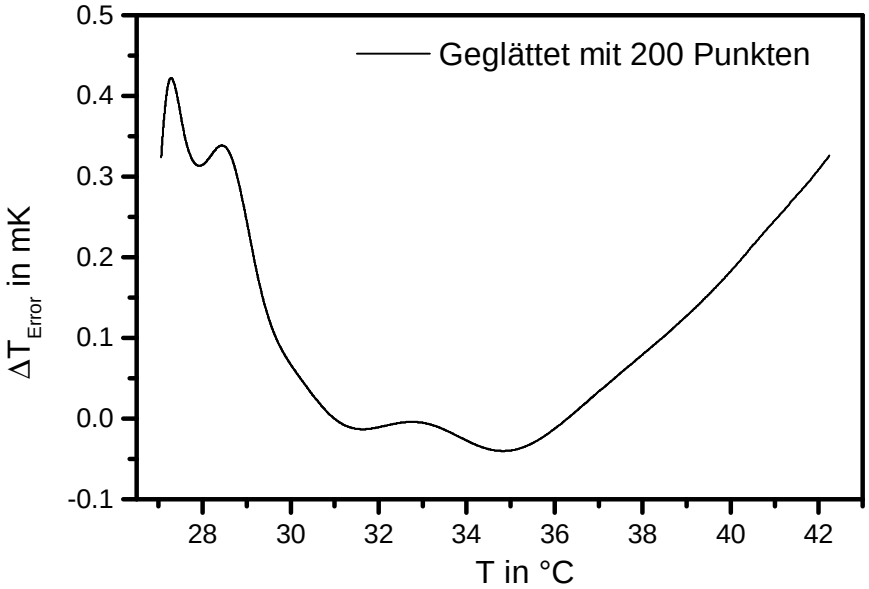



**Abbildung 5.9:** In dieser Abbildung ist die Temperaturempfindlichkeit einer Temperaturmesschaltung auf die Umgebungstemperatur dargestellt. Für die Messung wurde der Thermistor ebenfalls durch einen Referenzwiderstand ersetzt. Die Temperatur der Schaltung wurde anschließend in einem Klimaschrank verändert und die Fehlerspannung nach dem Differenzverstärker IC4 gemessen.

Die Besonderheit dieser Schaltung liegt darin, dass die Leistungstransistoren als „offener Emitter " ausgelegt sind. Dies ermöglicht den Anschluss eines unabhängigen Netzteils für den Betrieb der Peltierelemente. Dadurch ist es möglich, die Spannung und Verlustleistung über die Transistorschaltung auf ein Minimum zu reduzieren. Durch die Verwendung eines Netzteils mit zusätzlicher Strombegrenzung wird der Stromfluss durch die Peltierelemente bei Störungen in der Regelung begrenzt.
Des Weiteren lässt sich die Verstärkerschaltung unabhängig vom Regler als einstellbare Konstantstromquelle betreiben. Dadurch wird zum Beispiel der Konstantstrom der Peletierlemente für den mittleren Abschnitt des aktiven Wärmeschildes gesteuert.

**„Master-Slave-Regler"** Wie in Abschnitt 5.2.2 erwähnt, erfolgt die Temperaturregelung des aktiven Wärmeschildes an drei Abschnitten. Für eine einfachere Einstellung der optimalen Solltemperatur sind die drei Regler zusätzlich als „Master-Slave-Regler" geschaltet. Das bedeutet, dass sich mit der Sollwerteinstellung des mittleren Reglers („Master") in einem relativ großen Bereich von ±1 K die Sollwerteinstellung aller drei Regler und damit die Gesamtsolltemperatur des Schildes variieren lässt. Für die Reduktion der Tem-

peraturgradienten lassen sich die beiden „Slave-Regler“ („Links“ und „Rechts“) individuell und relativ dazu in einem kleineren Temperaturbereich von ±0.3 K verstellen.

### 5.2.4 Aktive Temperaturstabilisierung der Vakuumkammer

Um den Einfluss von Schwankungen der Labortemperatur auf den Resonator weiter zu reduzieren, erfolgt eine zusätzliche Temperaturstabilisierung der Vakuumkammer auf etwa 20 ° C. Wie bereits in Abb. 5.7 ersichtlich war, wird auch dies durch Peltierelemente auf der Unterseite der Vakuumkammer realisiert. Das Stabilisierungskonzept für den aktiven Wärmeschild wurde auch für die Vakuumkammer übernommen. Das heißt, es gibt drei Regelkreise, welche die Temperatur über die Vakuumkammerlänge (Z-Richtung) regeln. Zurzeit erfolgt die Temperaturmessung der einzelnen Abschnitte jeweils nur durch die unteren Thermistoren. Prinzipiell wäre auch hier eine Temperaturgewichtung zwischen der Ober- und Unterseite möglich. Aufgrund der hohen Wärmekapazität durch die Kammer hätten die Regelparameter für jede kleine Wichtungsänderung neu angepasst werden müssen. Deswegen wurde auf diese Erweiterung verzichtet.
Die Verlustleistung der Peltierelemente an der Vakuumkammer beträgt etwa 2 W und für die inneren Peltierelemente 12 W. Diese Wärme wird an die Aluminiumplatte des passiven Vibrationsisoliertisches abgegeben. In einem Test konnte der Wärmeübergangswiderstand einer Aluminiumplatte zur Laborumgebung mit $0,04$ K $\mathrm{W}^{-1}\mathrm{m}^{-2}$ ermittelt werden. Damit konnte die Erwärmung der Aluminiumplatte des passiven Vibrationsisoliertisches als ausreichendes Kühlelement abgeschätzt werden. Es stellte sich heraus, dass sich die Platte auf nur ca. 21 ° C erwärmte. Die Verlustwärme wird an die Umgebungsluft abgegeben.
Die Vakuumkammer, inklusive des passiven Vibrationsisoliertisches, ist für eine bessere Isolation gegen akustische Störungen von einer Akustikbox aus Holz und Schaumstoffmatten umgeben. Leider bewirkt dies auch eine gute thermische Isolierung, sodass die Verlustwärme nicht optimal an die Laborumgebung abgegeben werden kann und somit die Temperatur in der Box stark ansteigt. Momentan wird dies durch einen Luftspalt in der Box vermieden, was jedoch die akustische Isolierung verschlechtert. Wärmeleitrohre (heat pipes), welche die Wärme des Tisches von der Innenseite der Isolationsbox nach außen führen, könnten eventuell Abhilfe für dieses Problem schaffen.

### 5.2.5 Messergebnisse der Temperaturstabilisierung

Aufgrund der sehr guten Bedienbarkeit der aktiven Temperaturstabilisierung konnte die Resonatortemperatur zunächst sehr nahe ($\Delta T \approx 50$ mK) an dem Nulldurchgang $T_0 =$

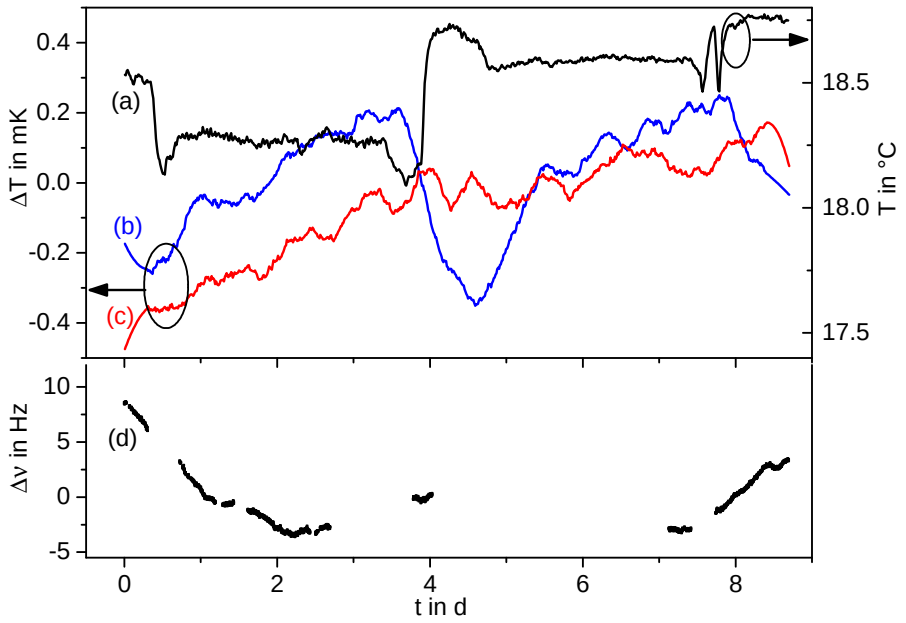



**Abbildung 5.10:** In der Grafik sind die Temperaturfluktuationen im Resonatoraufbau über 8 Tage dargestellt. Die schwarze Kurve (a) zeigt die in der Akustikbox mit einem unabhängigen Sensor gemessenen Temperaturänderungen (rechte °C-Skala). Die blaue Kurve (b) zeigt die auftretenden Temperaturfluktuation am aktiven Wärmeschild mit einem unabhängigen Sensor gemessen (linke mK-Skala), die rote Kurve (c) stellt die residuellen Temperaturänderungen am Zerodurstab der Halterung dar. Die untere Grafik (d) zeigt die Frequenzfluktuationen des Lasers, nachdem eine lineare Drift von ca. 20 mHz $s^{-1}$ abgezogen wurde.

$-0,237$ °C des thermischen Ausdehnungskoeffizienten $\alpha$ eingestellt werden. In Abb. 5.10 sind die Temperaturänderungen des Resonatoraufbaues über 8 Tage dargestellt. Die schwarze Kurve (a) zeigt die Temperaturänderung in der Akustikbox. Diese weist Temperaturfluktuationen von etwa 0,5 K auf. Infolge der aktiven Temperaturstabilisierung der Vakuumkammer und des aktiven Wärmeschildes werden diese Fluktuationen auf etwa 500 $\mu$K reduziert, woraus sich eine aktive Dämpfung der Temperaturfluktuationen von 1:1000 ergibt. Kurze Fluktuationen innerhalb etwa 1 bis 2 Tagen, wie hier in der blauen Kurve zu sehen, werden weiter durch die Tiefpasswirkung der Wärmeschilde gedämpft. Die rote Kurve zeigt die Temperaturänderung dicht am Resonator, welche durch den Thermistor an der Resantorhalterung gemessen wurde. Die Kurve zeigt, dass die Temperatur am Resonator nahezu unbeeinflusst von der kurzen Änderung am aktiven Wärmeschild bleibt. Dennoch ist für die ersten Tage eine residuelle Temperaturdrift von etwa 120 $\mu$K pro Tag zu erkennen, bzw. 1 $\mu$K 1000 $s^{-1}$. Diese ist das Resultat einer Temperaturstörung von 4 mK am aktiven Wärmeschild einige Tage zuvor.

Infolge dieser exzellenten Temperaturstabilisierung in $\mu$K-Bereich über längere Zeiten lassen sich auch hervorragende niedrige Frequenzänderungen über längere Zeiträume in der Laserfrequenz erreichen. Im unteren Teil der Abb. 5.10 sind die simultanen Laserfrequenzänderungen in Hz dargestellt. Hierzu wurde die Laserfrequenz auf die atomare Strontium-Referenz stabilisiert und das Korrektursignal der Stabilisierung ausgewertet. Die Frequenzfluktuation von $\pm 6$ Hz pro Tag stimmt sehr gut mit der zu erwartenden thermischen Fluktuation des Resonators überein. Infolge des Alterungsprozesses des ULE-Glasmaterials ergibt sich eine Driftrate von etwa 20 mHz $s^{-1}$. Diese lineare Driftrate wurde in der Darstellung abgezogen.

## 5.3 Vakuumsystem

Um den Einfluss von Luftdruckschwankungen auf den Brechungsindex der Luft und damit auf die optische Länge zu minimieren sowie auch zur thermischen Isolation, befindet sich der Resonator unter Vakuum in einer Aluminiumkammer. Eine Ionen-Getter-Pumpe[9] mit einem Saugvermögen $S_{\mathrm{m}} = 20$ l $s^{-1}$, ermöglicht einen Restdruck $p$ von ca. $3 \cdot 10^{-8}$ mbar, siehe hierzu Abb. 5.11 oben. Der Druck konnte während der vergangenen 2 Jahre über den fließenden Ionengetterstrom beobachtet werden.[10] Hierzu wurde der Druck über den Strom der Pumpe etwa alle 1000 s kurzzeitig vermessen, siehe Abb. 5.11.
In den Aufzeichnungen sind relativ große Druckschwankungen ersichtlich. Infolge des kontinuierlichen Veränderns der Elektroden in der Pumpe (Abscheiden neuen Gettermaterials) kann es zum Aufbau von Materialspitzen kommen. Aufgrund von hohen Feldstärken an diesen Spitzen können kurzzeitige Entladungen an den Elektroden auftreten. Für diesen Moment sinkt die Pumpleistung bzw. eingelagerte Moleküle im Gettermaterial werden wieder freigesetzt, sodass der Druck ansteigt. In [48] wurde bereits gezeigt, dass solche Schwankungen einen erheblichen Einfluss auf die Laserstabilität haben können. Dennoch scheint es, dass diese Entladungen in unserem Aufbau relativ selten auftreten und dadurch der Betrieb der optischen Gitteruhr nicht gestört wird.

In den Stirnflächen der Wärmeschilde sind acht hintersetzte Entlüftungstaschen eingefräst, welche die direkte Wärmestrahlung blocken, dabei jedoch das Restgas durchströmen lassen. Diese Entlüftungstaschen fungieren als Blenden und damit als Widerstand $R_{\mathrm{bl}}$ für das

[9] Agilent VacIon Plus 20 starcell

[10] Aus den Herstellerspezifikationen lässt sich die Abhängigkeit des Drucks vom fließenden Ionengetterstrom für den Druckbereich $1 \cdot 10^{-8}$ mbar bis $2 \cdot 10^{-7}$ mbar durch folgende Beziehung $p = \ln((I(p) + 1,71 \cdot 10^{-5})/1,78 \cdot 10^{-5}) \cdot 8,14 \cdot 10^{-8}$ mbar beschreiben.

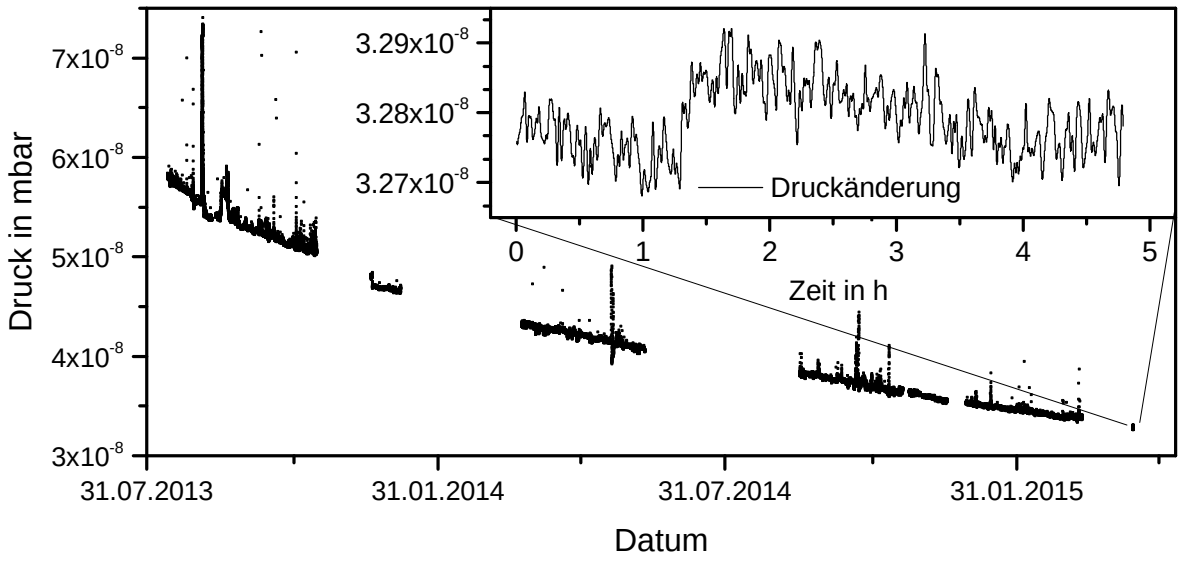



**Abbildung 5.11:** In der Abbildung ist der Vakuumdruck währen der letzten zwei Jahre dargestellt. Hierzu wurde alle 1000 s der Ionengetterstrom gemessen und entsprechend in einen Druck umgerechnet. Von Zeit zu Zeit sind größere Druckschwankungen vor allem zu Beginn der Aufzeichnung ersichtlich. Diese entstehen vermutlich durch Unregelmäßigkeiten im Entladungsstrom, welche durch das kontinuierliche Verändern des Elektrodengettermaterials bewirkt werden kann. Die innere Grafik zeigt einen zeitlich vergrößerten Ausschnitt der Druckkurve von oben im Bereich $p \approx 3,3{\cdot}10^{-8}$ mbar. Für diesen Ausschnitt wurde der Strom kontinuierlich jede Sekunde gemessen.

zu evakuierende Restgas. Im Ultrahochvakuumbereich (UHV), $p \approx 1 \cdot 10^{-8}$ mbar, treten Molekularbewegungen ohne gegenseitige Wechselwirkungen der Moleküle auf. Für diese Strömung lässt sich der Leitwert $L_{\mathrm{bl}}$ einer Blende unabhängig vom Druck folgendermaßen berechnen,

$$L_{\mathrm{bl}} = \frac{1}{R_{\mathrm{bl}}} = \frac{\bar{v}}{4} A. \tag{5.6}$$

Mit einer Durchgangsfläche der Blende A von ca. $1 \cdot 10^{-4}$ m$^2$ und einer mittleren kinetischen Gasgeschwindigkeit von $\bar{v} = 463$ m s$^{-1}$ für Luft ergibt sich ein Leitwert von ca. 11.6 l s$^{-1}$.

Der zu evakuierende Gasstrom unter UHV-Bedingungen wird entscheidend durch die an den Oberflächen adsorbierten Molekülen bestimmt, welche sich im Laufe der Zeit von der Oberfläche lösen. Durch die relativ hohe Rauheit der Vakuumkammeroberfläche gegenüber der polierten Oberflächen der Wärmeschilde ist dessen effektive Fläche größer. Daher wird auch der zu evakuierende Gasstrom ausgehend von oberflächenadsorbierten Molekülen an der Vakuumkammer $q_{\mathrm{vak}}$ höher sein als der der inneren Wärmeschilde $q_{\mathrm{schild}}$:

$q_{\mathrm{vak}} > q_{\mathrm{schild}}$, zumal die inneren Wärmeschilde zusätzlich noch auf 0 °C abgekühlt werden. Der entstehende Gesamtgasstrom $q_{\mathrm{p}}$ wird durch die Saugleistung $S_{\mathrm{m}}$ der Vakuumpumpe und den Druck $p_1$ zu $q_{\mathrm{p}} = q_{\mathrm{vak}} + q_{\mathrm{schild}} = S_{\mathrm{m}} \cdot p_1$ berechnet. Für eine konservative Abschätzung für den auftretenden Gasstrom $q_{\mathrm{schild}} = q_{\mathrm{p}}/5$ durch die acht Blenden und den wirkenden Leitwert lässt sich der Druck hinter dem ersten Wärmeschild nach folgender Beziehung bestimmen,

$$p_2 = \frac{q_{\mathrm{schild}}}{L_{\mathrm{bl}}}. \tag{5.7}$$

Demnach würde sich ein Druck von $1,4 \cdot 10^{-7}$ mbar hinter dem ersten Wärmeschild einstellen.

Die Wirkung der beiden zusätzlichen Wärmeschilde erhöhen den Druck im Resonator noch deutlicher. Es ist daher anzunehmen, dass der Enddruck im Resonator um mindestens einen Faktor 10 höher als der an der Pumpe ist. Durch diese Druckerhöhung wird der Resonator, d. h. die Laserfrequenz, empfindlicher auf relative Druckschwankungen. Für eine Laserstabilität $1 \cdot 10^{-16}$ muss daher mindestens eine relative Druckstabilität am Resonator von $\Delta p/p = 0.1\%$ erreicht werden. Temperaturschwankungen am Resonator oder am inneren Wärmeschild können zu von der Temperatur exponentiellabhängigen Ausgasraten der Oberflächen führen und somit den relativen Druck im Inneren des Resonators ändern. Diese Problematik sollte jedoch durch die gute Temperaturstabilisierung sehr gut unterbunden sein.

Zusätzlich lässt sich die Zeitkonstante $\tau = RV$ auf wirkende Druckänderungen aus dem wirkenden Blendenwiderstand $R_{\mathrm{bl}}$ und dem Volumen des ersten Wärmeschilds, $V = 18$ l, auf $\tau < 1$ s abschätzen (Annahme: Materialvolumen des zweiten, dritten Schildes sowie des Resonators wird vernachlässigt). Das bedeutet, dass alle Druckfluktuationen durch die Pumpe, welche länger als 1 s andauern ebenfalls im Inneren des Wärmeschildes auftreten. Aus einem Datensatz, (siehe Abb. 5.11 innen) indem über mehre Stunden der Druck kontinuierlich jede Sekunde aufgezeichnet wurde, betragen die absoluten Druckschwankungen nur etwa $\Delta p \approx 2 \cdot 10^{-10}$ mbar. Auch wenn der Innendruck im Resonator um eine Größenordnung höher ist, ergibt sich aus diesem Datensatz eine zu erwartende Instabilität für die Laserfrequenz von unter $1 \cdot 10^{-17}$. Es ist daher davon auszugehen, dass Restdruckschwankungen im Vakuum die Laserstabilität nicht beeinflussen. Dennoch stellten Druckschwankungen in einigen Laseraufbauten ein reales Problem für die Erzeugung ultra-stabiler optischer Frequenzen dar und sollten daher beim Aufbau nicht unterschätzt werden, wie schon in Ref. [48] gezeigt.

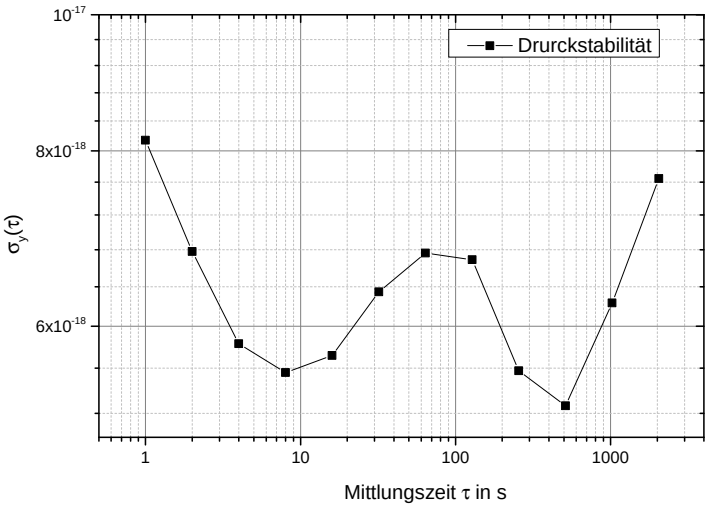



**Abbildung 5.12:** In der Grafik ist die durch die Druckfluktuationen zu erwartende Stabilität dargestellt.

## 5.4 Optischer Aufbau

Im folgenden Abschnitt wird die Stabilisierung der Laserfrequenz eines Diodenlasersystems auf eine optische Eigenmode des langen Resonators mit Hilfe der PDH-Technik beschrieben. Hiefür wurde zunächst die Linienbreite des Resonators bestimmt. Diese konnte speziell durch Veränderung der Spiegelposition auf der Resonatorstirnseite optimiert werden, wobei hierfür die Toleranz der verwendeten Schablone zur Positionierung vergrößert wurde. Anschließend erfolgt eine zusammenfassende Beschreibung der PDH-Stabilisierung mit einigen Besonderheiten zur Unterdrückung parasitärer Effekte. Im weiteren Verlauf des Abschnittes wurde die Empfindlichkeit der Laserfrequenz auf die im Resonator umlaufende Leistung bestimmt. Aufgrund dieser Ergebnisse musste eine Stabilisierung der optischen Leistung vorgenommen werden. Die Implementierung sowie die Resultate der Leistungsstabilisierung sind am Ende des Abschnittes beschrieben.

### 5.4.1 Messung der optischen Abklingzeit

Wie auch der transportable Resonator aus Abschnitt 4.1, ist auch dieser Resonator mit Quarzglasspiegeln (Planspiegel und ein Spiegel mit dem Krümmungsradius R =1 m) und entsprechenden ULE-Kompensationsringen optisch kontaktiert. Aufgrund der Länge ergibt sich ein relativ kleiner freier Spektralbereich von etwa $312,5$ MHz mit einem Nebenmodenabstand von ca. 76 MHz.

Die Finesse des Resonators wurde mit Hilfe der optischen Abklingzeit ermittelt. Hierzu

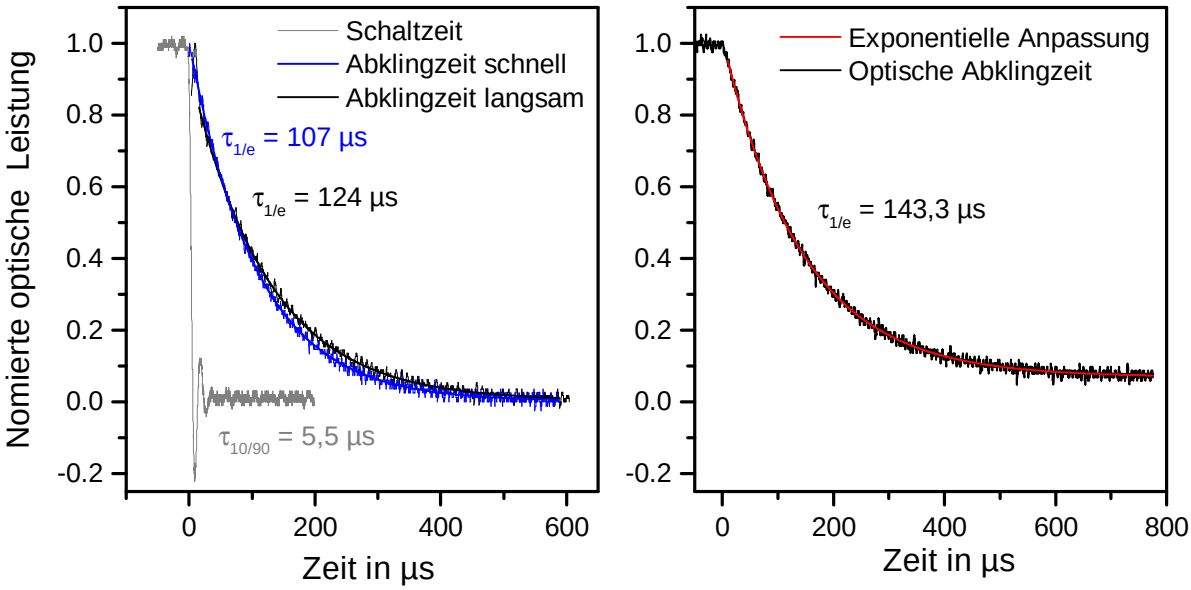



**Abbildung 5.13:** In dieser Grafik ist eine Messung der optischen Abklingzeit des im Resonator umlaufenden Lichtes dargestellt. Links ist deutlich eine Verlängerung der Abklingzeit unter atmosphärischen Bedingungen infolge der Positionsoptimierung zu erkennen (blau mit schlechter Finesse und schwarz nach Optimierung der Position). Rechts ist die optische Abklingzeit unter Vakuum nach dem festen Einbau des Resonators in die Vakuumkammer dargestellt. Infolge von Schmutzpartikeln, welche sich durch das zahlreiche Belüften des Vakuumkammer auf den Spiegeln absetzten, ist die Finesse von ca. 380 000 auf 280 000 gesunken. Nach dem festen Einbau in die Vakuumkammer war es nicht möglich, direkt die optische Schaltzeit der Photodiode mit einem AOM zu ermitteln. Diese sollte jedoch unter 10 $\mu$s liegen.

wurde das Licht eines Laserdiodensystems in den Resonator eingekoppelt und die Transmission mit einer Photodiode gemessen. Mit Hilfe eines AOMs und eines elektronischen Schwellwertschalters konnte das Licht innerhalb von 6 $\mu$s ausgeschaltet werden. Infolge der hohen Reflektivität der Spiegel lässt sich auf der Fotodiode ein exponentieller Abfall der gespeicherten Lichtleistung detektieren.

Erfahrungen haben gezeigt, dass die Spiegelbeschichtungen mit kleineren Defekten gekennzeichnet sind. An ihnen wird das Licht gestreut und die Finesse dadurch reduziert. Leider weisen auch unsere Spiegel einige Defekte auf, deren Position nährungsweise mit einem Mikroskop bestimmt werden konnte. Nach einem gründlichen Reinigungsprozess mit hochreinem Aceton wurde zunächst der Planspiegel an der Stirnseite des Resonators kontaktiert. Der gekrümmte Spiegel wurde vorsichtig auf die gegenüberliegende Stirnseite gelegt, sodass Licht in den Resonator eingekoppelt und die optische Abfallzeit bestimmt werden konnte. Durch geschicktes Positionieren, das heißt seitliches Verschieben und Dre-

hen der Spiegel, konnte die Finesse von ca. 200000 auf 244000 optimiert werden. Dies ist in Abb. 5.13 durch die unterschiedlichen Abfallzeiten $\tau_{1/e}$ zu erkennen. Diese Werte entsprechen nach dem im Kapitel 4.1.3 bestimmten Absorptionskoeffizienten $\gamma_{\text{luft}} = 1,3{\cdot}10^{-5}\,\text{m}^{-1}$ für Luft einer Finesse von 300 000 bzw. 386 000 im Vakuum.
Durch die Verschiebung der Spiegel ändert sich auch die relative Lage der optischen Achse zur geometrischen Achse des Resonators und damit die theoretische Vibrationssensitivität. Infolge des im Abschnitt 5.1 geschilderten Optimierungsprozess konnte die Vibrationssensitivität reduziert werden. Hierzu musste jedoch die Vakuumkammer und damit der Resonator häufig belüftet werden. Es ist sehr wahrscheinlich, dass sich durch diese Tätigkeiten Schmutz- bzw. Staubpartikel auf den Spiegeloberflächen festsetzten, da eine erneute Bestimmung der Finesse nach dem finalen Einbau des Resonators lediglich nur noch eine Finesse von 282 000 ergab, was einer Resonatorlinienbreite von ca. 1,1 kHz entspricht. In anderen Experimenten konnte gezeigt werden, dass es mit Linienbreiten von 3,1 kHz bereits möglich ist, Stabilitäten von ca. $1 \cdot 10^{-16}$ zu erreichen, wie in Ref. [48] gezeigt.

### 5.4.2 Diodenlasersystem

Das hier verwendete, Lasersystem basiert auf einem filterstabilisierten Diodenlaser mit erweitertem Resonator [3, 40]. Dieses Lasersystem wurde von der Universität Hannover im Rahmen des SOC2-Projektes entwickelt und aufgebaut. Hierbei wird die hohe Linienbreite von $\approx 1$ MHz der Laserdiode durch einen erweiterten Resonator mit internem Interferenzfilter auf einige 10 kHz reduziert. Über zwei integrierte Miniaturspiegel und einem Kollimator wird das Laserlicht direkt in eine optische Faser einkoppelt. Ein bereits implementierter optischer Isolator mit ca. 35 dB Isolation schützt die Laserdiode vor Rückreflektionen. Durch die relativ hohe Leistung der Laserdiode[11] steht für den Uhrenlaseraufbau hinter der Faser ca. 17 mW optische Leistung zur Verfügung. Dadurch entfällt das in der Vergangenheit implementierte „Slave-Laserdiodesystem“ zur Leistungserhöhung, wodurch das Gesamtsystem robuster gegen Störungen wird.
Die Temperatur der Laserdiode wird mit Hilfe eines Peltierelements auf etwa 30 °C stabilisiert. Ebenfalls wird das Aluminiumgehäuse des Diodensystems über ein Peltierelement auf etwa Raumtemperatur konstant gehalten. Die Laserfrequenz lässt sich (unabhängig von der Temperatur) durch einen Piezoaktuator, welcher die Länge des erweiterten Resonator verändert, um etwa 1,6 GHz ohne Modensprünge durchstimmen.

[11] Diode: entspiegelte Diode, Firma Sacher SAL0705-020

Für den Betrieb der Laserdiode kommt eine einstellbare stromrauscharme Konstantstromquelle zum Einsatz. Über eine zur Laserdiode parallel geschaltete Feldeffekttransistorschaltung lässt sich der Diodenstrom für die Laserfrequenzstabilisierung modulieren [111]. Messungen ergaben eine Stromempfindlichkeit der Laserdiode von etwa 180 kHz $\mu$A$^{-1}$ sowie eine Spannungsempfindlichkeit der Laserdiode nach der Transistorschaltung von etwa 630 kHz mV$^{-1}$. Mit Hilfe der Strommodulation werden die hochfrequenten Rauschanteile des Laserspektrums unterdrückt, langsame Frequenzänderungen, z. B. infolge einer Temperaturdrift, werden durch den Piezoaktuator ausgeregelt.

### 5.4.3 PDH-Stabilisierung

Wie bereits in Abschnitt 5.2.4 erwähnt, befindet sich der Resonatoraufbau in einer Akustikbox auf einem passiven Vibrationsisoliertisch. Das Laserdiodensystem ist daneben auf einem separaten optischen Tisch geschraubt. Ein Teil des Lichtes, etwa $1,3$ mW, wird über einen polarisierenden Strahlteilerwürfel (polarizing beam splitter PBS) zu einem Offset-AOM ($-2 \cdot 207$ MHz) im doppelten Strahldurchgang reflektiert und anschließend über eine etwa 2 m lange optische Faser zum Resonatoraufbau geführt, siehe Abb. 5.17. Mit Hilfe des Offset-AOMs ist es möglich, die Frequenz des Lasers auf den Uhrenübergang der Strontiumatome abzustimmen.
An einer Seite der Vakuumkammer sind Optiken für die PDH-Stabilisierung befestigt. Ein Freistrahl-EOM moduliert die für die Stabilisierung notwendigen optischen Seitenbänder auf das Licht, welches über eine Modenanpassungslinse $F = 300$ mm und zwei Spiegel in den Resonator eingekoppelt wird. Hierbei wird eine Einkoppeleffizienz von ca. 70 % erreicht.
Für einen störungsfreien Betrieb der Stabilisierung darf die Modulationsfrequenz der Seitenbänder nicht mit den transversalen Nebenmoden des Resonators zusammenfallen. In einem solchen Fall wird das Licht der Modulationsseitenbänder ebenfalls in den Resonator eingekoppelt. Dies bewirkt eine Amplituden- bzw. Phasenasymmetrie in den Seitenbändern, wodurch ein Regeloffset im PDH-Regelkreis entsteht. Infolge von Einkoppelschwankungen (beam pointing) kann dieser Offset auch fluktuieren und die Laserstabilität zusätzlich herabsetzen. Entsprechend muss die Modulationsfrequenz mit einem möglichst hohen Abstand $\Delta f > f_{\mathrm{RB}}$ zu solchen Nebenmoden gewählt werden, wobei $f_{\mathrm{RG}}$ die Regelbandbreite der PDH-Stabilisierung beschreibt. Aufgrund des kleinen FSR-Bereichs von $312,5$ MHz und des kleinen Nebenmodenabstands des Resonators von 76 MHz, wurde

eine Modulationsfrequenz der Seitenbänder von $f_{\mathrm{pdh}} = 3,95$ MHz gewählt.

**EOM:** Der verwendete Freistrahl-EOM nutzt einen im Brewster-Winkel geschnittenen Lithiumniobat-Kristall ($LiNbO_3$). Aufgrund der großen Kristallabmessungen (Dicke $\approx$ 6 mm) sind hohe Spannungen für eine ausreichende Modulationstiefe nötig. Daher wurde die hochfrequente Spannung mit Hilfe eines Transformators und Parallelschwingkreises erhöht und an den Kristall angelegt. Messungen in einem kleinen Interferometeraufbau ergaben, dass bei einer eingekoppelten RF-Leistung von etwa 1,1 W etwa 25 % der optischen Leistung in die Summe der beiden Seitenbänder verschoben wurde. Dies ist zwar nicht ideal für die Erzeugung eines optimalen PDH-Signals, aber dennoch ausreichend.
Infolge der starken Doppelbrechung des Materials und der Strahlführung im Kristall werden der ordentliche und der außerordentliche Strahl räumlich getrennt ausgekoppelt. Dadurch wird der Einfluss von RAM auf die Laserstabilität deutlich verringert. Durch den relativ großen Laserstrahldurchmesser $\varnothing \approx 1,5$ mm kann die Phasenlage des Lichtes im Strahl selbst durch die temperaturabhängige Brechzahl im Kristall fluktuieren. Des Weiteren ist man durch die resonante RF-Ankopplung stark an die Resonanzfrequenz des Schwingkreises gebunden. Auch ein nachträgliches Ausregeln der RAM durch eine zusätzlich angelegte Gleichspannung [129] wird durch die benötigte Hochspannung deutlich erschwert.

**Optische Isolierung:** Externe Etalons durch die Reflexionen an optischen Bauteilen im Strahlengang können ebenfalls zu Frequenzinstabilitäten führen. Licht, welches durch den Resonatorspiegel zurück in den optischen Strahlengang reflektiert wird, kann teilweise wieder von den Oberflächen optischer Bauteile zum Resonator zurück reflektiert werden. Dadurch entsteht ein externes Etalon, dessen Dicke durch Temperaturschwankungen und Luftströmungen gestört wird. Das bedeutet, dass die PDH-Stabilisierung eine zusätzliche veränderliche Phasenlage des von den externen optischen Oberflächen reflektierten Lichtes detektiert. Da sich dadurch die Phasenlage zwischen Träger und Seitenband ändern, wird das PDH-Signal gestört. Um diesen Effekt zu unterbinden, sind optische Isolatoren in den Strahlengang implementiert.
Die erste Isolation wird durch eine $\lambda/4$-Platte und einen PBS erreicht, siehe Abb. 5.17. Die $\lambda/4$-Platte ist direkt vor dem Resonatorspiegel (Einkopplungsseite) in der Vakuumkammer platziert. Aufgrund der guten thermischen Stabilisierung des Resonators ist auch der Abstand zwischen Platte und Spielgel konstant. Durch die $\lambda/4$-Platte wird das reflektierte Licht im Bezug zum einfallenden Lichtstrahl um 90° gedreht. Ein direkt vor

der Vakuumkammer platzierter PBS (Polarisationsstrahlteiler) lenkt das vom Resonator reflektierte Licht zu der PDH-Photodiode.
Die zweite und dritte Isolation erfolgt durch zwei kommerzielle optische Isolatoren, welche vor dem EOM (35 dB Isolation) und dahinter (38 dB Isolation) implementiert sind.

Durch die vier Fenster zur thermischen Isolierung des Resonators sowie der $\lambda/4$-Platte wird das Licht zum Resonator um etwa 10 % abgeschwächt, wodurch etwa 35 $\mu$W auf den Resonatorspiegel fallen. Entsprechend der optischen Leistung in den Seitenbändern und der Kopplungseffizienz werden in den Resonator etwa 16 $\mu$W eingekoppelt. Da die transmittierte Leistung etwa 3 $\mu$W beträgt, wird etwa 80 % der eingekoppelten Leistung in den Spiegel dissipiert bzw. am Defekten gestreut.
Nach Gleichung 2.14 ergibt sich als fundamentale Limitierung für die PDH-Regelung infolge des Schrotrauschens ein Frequenzrauschpegel von $S_{\mathrm{pdh}} = 1,1 \cdot 10^{-9}$ Hz$^2$ Hz$^{-1}$. Untersuchungen an der PDH-Photodiode ergaben jedoch erst eine Schrotrauschlimitierung ab einer Leistung von 0,6 mW. Da die Leistung auf der PDH-Diode weit darunter liegt, ist die PDH-Detektion durch das elektronische Rauschen limitiert, wie in Abb. 5.14 rechts zu sehen ist. Aus der Grafik ergibt sich eine Limitierung durch das elektronische Rauschen von $2 \cdot 10^{-6}$ Hz$^2$ Hz$^{-1}$.
Für den Aufbau der PDH-Stabilisierung wird das detektierte Fehlersignal bei $f_{\mathrm{pdh}}$ zunächst tiefpassgefiltert und anschließend verstärkt. Mit einem Mischer wird das Fehlersignal mit Hilfe der Modulationsfrequenz $f_{\mathrm{pdh}}$ zu einer modulierten Gleichspannung verschoben. Die Radiofrequenz für die Modulation der Seitenbänder sowie für den Mischer wird durch einen DDS generiert. Dadurch konnte relativ einfach die Phasenlage zwischen den beiden Frequenzen verändert und somit das Fehlersignal optimiert werden. Zur Vermeidung von 50 Hz Einstreuungen durch Brummschleifen im Fehlersignal wurde der Ausgang des Mischers galvanisch getrennt ausgeführt. Zwei weitere Bandstopps für $f_{\mathrm{pdh}}$ und $2 \cdot f_{\mathrm{pdh}}$ ermöglichen das Herausfiltern restlicher Modulationsfrequenzen.
Anschließend wird das gefilterte Fehlersignal dem PDH-Regler zugeführt. Hierbei handelt es ich um einen PID-Regler mit zwei getrennten Ausgängen mit unterschiedlichen Regelbandbreiten (einen Ausgang mit hoher und einen mit niedriger Regelbandbreite). Der schnelle Ausgang steuert direkt den Laserdiodenstrom über die parallel geschaltete Transistorstufe. Hierdurch werden die hohen Frequenzanteile der Störungen im Laserlicht ausgeregelt. Der langsame Ausgang steuert den Piezoaktuator im Laserdiodensystem, wodurch z. B. Temperaturfluktuationen an der Diode, ausgeregelt werden. Die Optimierung der Stabilisierung erfolgte durch Veränderungen der Eckfrequenzen. Die Regelbandbreite

wird entscheidend durch die Phasenverschiebung in der Laserdiode infolge der Reaktion der optischen Frequenz auf Stromänderung und durch die Tiefpasscharakteristik des Resonators für hohe Frequenzen limitiert. Durch die Implementierung eines Differentiators im PDH-Regelverstärker lässt sich die Phasenschiebung durch die Laserdiode zu höheren Frequenzen verschieben. Hierzu muss der Regelverstärker für eine hohe Regelbandbreite ausgelegt sein. Mit diesem Aufbau wurden Regelbandbreiten von etwa 0,65 MHz erreicht. Wird die Verstärkung bzw. die Laserleistung erhöht, treten deutliche Oszillationen bei etwa 0,8 MHz auf. Das Rauschen des Fehlersignals im stabilisierten Zustand ist für hohe Fourierfrequenzen in der Abb. 5.14 links dargestellt.

Für die Charakterisierung der Stabilisierung musste zunächst die Empfindlichkeit des Fehler- bzw. Diskriminatorsignals bestimmt werden. Hierzu wurde eine Referenzspannung im Regler harmonisch mit $f \approx 0,5$ Hz um einige Millivolt moduliert. Die dadurch erzeugte Frequenzänderung des Lasersystems konnte durch die erneute Frequenzüberlagerung mit dem transportablen Lasersystem (siehe Abschnitt 4) ermittelt werden. Aus dem Verhältnis der Frequenzänderung sowie der Modulationshöhe des Fehlersignals konnte die Empfindlichkeit $D_0 = 0,083$ mV Hz$^{-1}$ des PDH-Diskriminatorsignals bestimmt werden.

In Abb. 5.14 ist die Analyse des PDH-Fehlersignals für den niederfrequenten Regelbereich dargestellt. Die schwarze Kurve zeigt das Rauschen im unstabilisierten Zustand ohne Licht auf der PDH-Diode. Das detektierte Rauschlevel ist mit $S_{\mathrm{el}} \approx 2 \cdot 10^{-6}$ Hz$^2$Hz$^{-1}$ deutlich über dem Schrotrauschlevel der PDH-Stabilisierung ($S_{\mathrm{pdh}} = 1,1 \cdot 10^{-9}$ Hz$^2$Hz$^{-1}$) und ist wie bereits erwähnt durch das elektronische Rauschen der PDH-Diode bestimmt. Mit eingeschaltetem Laserlicht und einer Abstimmung der Laserfrequenz neben einer Resonatorresonanz ist ersichtlich, dass das Rauschen zu niedrigeren Frequenzen hin ansteigt. Das Ansteigen zu niedrigeren Frequenzen ist eine Folge von RAM durch den EOM, siehe rote Kurve in Abb. 5.14 links. Die blaue Kurve zeigt das Fehlersignal während der Stabilisierung. Der Gesamtrauschbeitrag auf dem Laser ergibt sich durch die Summe aus dem geometrischen Mittel $S_{\mathrm{ges}} = \sqrt{S_{\mathrm{el}}^2 + S_{\mathrm{lock}}^2}$ aus elektronischen Rauschen mit RAM durch den EOM (siehe rote Kurve) und dem Rauschbeitrag im stabilisiertem Zustand (blaue Kurve). Die ersichtlichen Rauschspitzen bei 50 Hz, 100 Hz, etc. wurden durch „Brummschleifen“ im Messaufbau induziert. Diese waren stark von der Position des FFTs sowie des Computers für die Datenaufnahme abhängig. Dennoch liegt das elektronische Rauschen für niedrige Frequenzen deutlich unter dem thermischen Rauschen des Resonators.

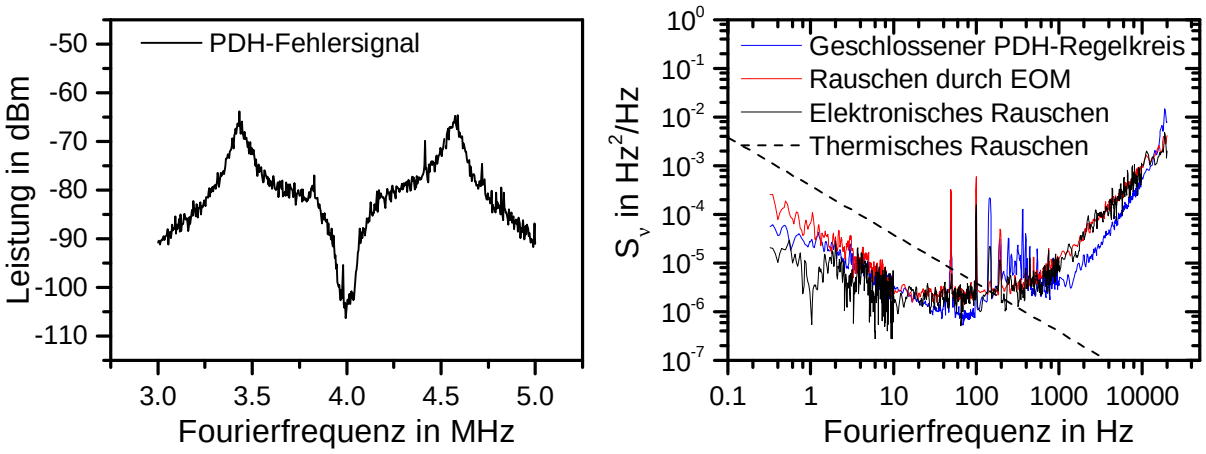



**Abbildung 5.14:** Die Grafik links zeigt das PDH-Fehlersignal im geschlossenen Regelkreis, welches mit einem Spektrumanalysator aufgenommen wurde. Die Regelbandbreite des Signals beträgt etwa $0,7$ MHz bei einer Modulationsfrequenz von $3,95$ MHz. Für niedrigere Fourierfrequenzen wurde das Fehlersignal mit einem FFT-Analysator untersucht. In Folge der Resonatorlinienbreite steigt dies ab etwa 1 kHz an. Die schwarze Kurve zeigt das elektronische Rauschen der Diode und der weiteren peripheren elektronischen Bauteile. Die rote Kurve zeigt den Einfluss der RAM durch ein überhöhtes Rauschen unter 1 Hz. Die blaue Kurze zeigt das PDH-Fehlersignal im geschlossen Regelkreis. Des Weiteren zeigt die gestrichelte Kurve das zu erwartende thermische Rauschen des Resonators. Demnach ist der Regelkreis für Fourierfrequenzen unter 100 Hz durch das thermische Rauschen begrenzt.

### 5.4.4 Stabilisierung der im Resonator umlaufenden optischen Leistung

Wie im vorherigen Abschnitt erwähnt, wird etwa 80 % der eingekoppelten Leistung in den Spiegeln dissipiert bzw. an ihnen gestreut. Dies geschieht zunächst in den Spiegelbeschichtungen, wodurch sich diese erwärmen und verformen. Infolge der Verformung wird der Resonator etwas kürzer und ändert damit die Laserfrequenz.
Um diese Empfindlichkeit der Laserfrequenz auf die eingekoppelte Leistung zu ermitteln, kann man wie im Kapitel 4 beschrieben die optische Leistung schnell ändern und die Antwort der Laserfrequenz beobachten, siehe hierzu auch Abb. 4.8.
Die Laserfrequenzänderung wurde wieder durch ein Schwebungsignal mit dem transportablen Lasersystem ermittelt. Die Änderung der transmittierten Leistung wurde gleichzeitig über die Spannungsänderung an einer zweiten Photodiode gemessen.
Nach einer abrupten Änderung der Laserleistung stellt sich nach etwa 10 s ein neuer Wert für die Laserfrequenz ein. Aus dem Verhältnis der Leistungsänderung zu Frequenzänderung konnte die Empfindlichkeit $\epsilon$ für diese langen Einschwingzeiten ermittelt werden. Durch eine Mittelung über 6 Messungen konnte die Empfindlichkeit mit $\epsilon = 126\ \mathrm{Hz}\,\mu\mathrm{W}^{-1}$ genauer bestimmt werden. Das Ergebnis ist in Abb. 5.15 oben als „Stern“ gekennzeichnet.
Des Weiteren wurde für eine bessere Charakterisierung des zeitlichen Verhaltens der Spiegelverformung, die eingekoppelte optische Leistung bei verschiedenen Frequenzen $f$ moduliert. Für eine einfache Analyse der Laserfrequenzänderungen wurde wieder ein DDS als Frequenzspannungswandler benutzt. Durch Variation der Modulationsfrequenz $f$ konnte das dynamische Verhalten des Resonators, speziell der Spiegel, auf zeitliche Änderungen der optischen Leistung ermittelt werden. In Abb. 5.15 ist der Amplitudengang (oben) und Phasengang (unten) dargestellt. Beim genaueren Betrachten des Amplitudengangs sind zwei unterschiedliche Frequenzbereiche $0.1-1$ Hz und etwa $1-6$ Hz mit unterschiedlichen Steigungen ersichtlich. Für den höheren Frequenzbereich fällt die Amplitude stärker mit steigender Frequenz ab, als bei niedrigeren Frequenzen. Ursache hierfür ist vermutlich die schnelle Erwärmung der Spiegelbeschichtung und aufgrund der größeren Masse die langsame Erwärmung des Spiegelsubstrates im Bereich des Laserstrahls.
Aus den Messungen ist ersichtlich, dass für eine Laserstabilität von $\sigma_y < 1 \cdot 10^{-16}$ die relative transmittierte optische Leistung auf mindestens $1 \cdot 10^{-3}$ konstant gehalten werden muss. Diese kann durch Polarisationsdrehungen in der optischen Faser, durch mechanische Schwankungen in der Resonatoreinkopplung oder durch Fluktuationen in der Laserdiodenleistung deutlich stärker fluktuieren.

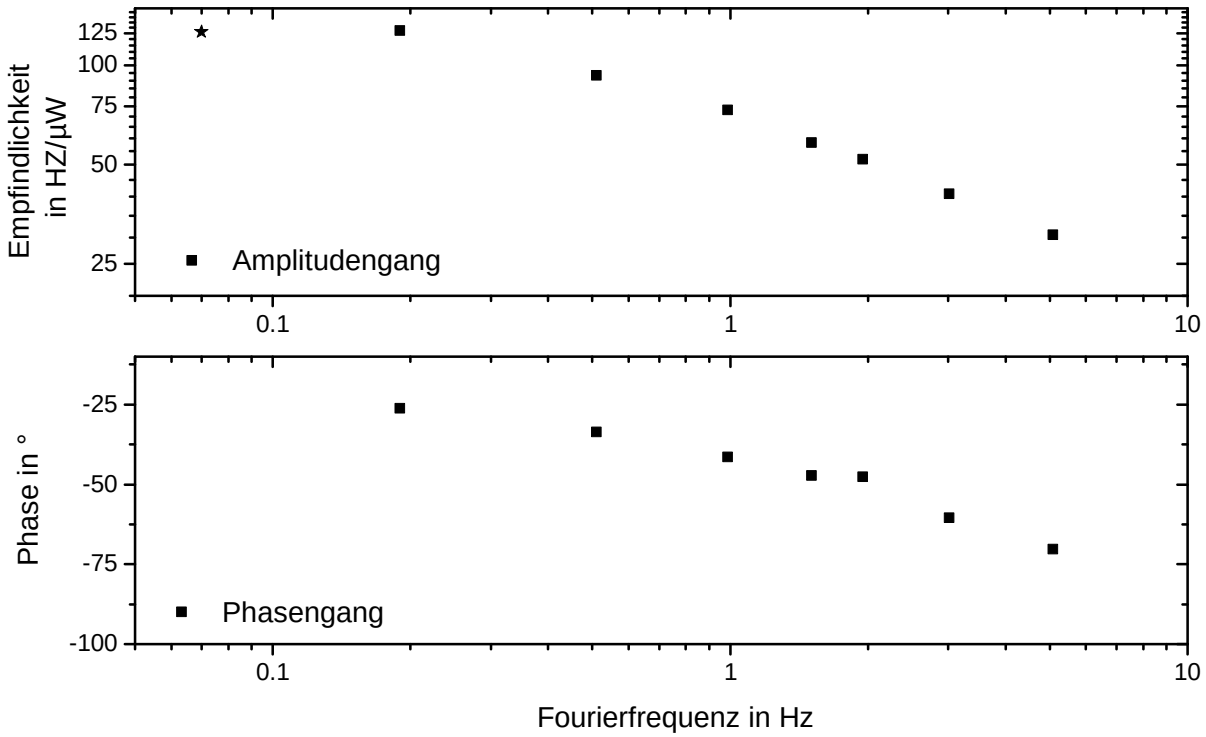



**Abbildung 5.15:** In dieser Grafik ist die Amplituden- und Phasenantwort der Laserfrequenz auf der im Resonator umlaufenden optischen Leistung dargestellt. Hierzu wurde die eingekoppelte Laserleistung periodisch moduliert und die Frequenzantwort des Resonators ermittelt. Die Modulation der internen Leistung erfolgte bei verschiedenen Frequenzen, welche durch ein schwarzes Quadrat im Diagramm dargestellt sind. Lediglich der erste Wert, welcher mit einem Stern gekennzeichnet ist, repräsentiert die Frequenzantwort durch einen Sprung in der optischen Leistung von etwa $0,5\ \mu$W. nach etwa 15 s.

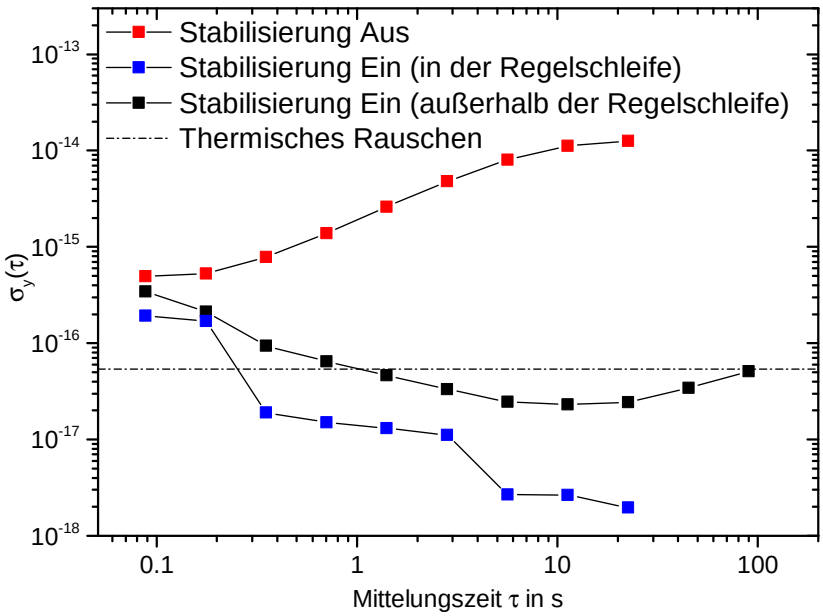



**Abbildung 5.16:** In der Grafik ist die zu erwartende Laserstabilität infolge von Fluktuationen der optischen Leistung dargestellt. Für die Umrechnung der optischen Leistungsfluktuationen in die korrespondierende Frequenzinstabilität wurde zur Vereinfachung der statische Faktor $\epsilon = 126$ Hz $\mu$W$^{-1}$ verwendet. Die rote Kurve zeigt die zu erwartende Stabilität ohne die Leistungsstabilisierung. Die blaue Kurve zeigt die Laserstabilität mit Leistungsstabilisierung gemessen an einer separaten Photodiode. Die blaue Kurve stellt die zu erwartende Stabilität aus den verbleibenden Fluktuationen, welche im Regelkreis gemessen sind, dar. Die gestrichelte Linie repräsentiert das theoretische thermische Rauschen des Resonators.

Um eine ausreichende Stabilität zu realisieren, wird mit einem Regelkreis die transmittierte Leistung konstant gehalten. Hierzu wird ein Teil der transmittierten Leistung mit einer Photodiode (Didod P in Abb. 5.17) detektiert und in eine zur Leistung proportionale Spannung umgewandelt und von einer Referenzspannung subtrahiert. Dieses Spannungssignal wird einem PI-Regler zugeführt, siehe Abb. 5.17. Mit der Ausgangsspannung des Reglers wird der Verstärkungsfaktor eines Radiofrequenzverstärkers variiert und durch die Änderung der Radiofrequenzleistung die Beugungseffizienz des Offset-AOMs gesteuert und somit die Lichtleistung zum Resonator verändert. In der Summe bedeutet dies, dass die detektierte Lichtleistung durch den PI-Regler und den AOM als Stellglied konstant gehalten wird. In der Abb. 5.16 ist die zu erwartende Laserstabilität durch Fluktuationen in der eingekoppelten optischen Leistung dargestellt. Ohne Stabilisierung der optischen Leistung wird aufgrund von Leistungsfluktuationen eine Laserinstabilität von $\sigma_y = 1 \cdot 10^{-14}$ erreicht, siehe rote Kurve. Aus Messungen der verbleibenden Leistungfluktuationen in der

Transmission mit Regelung durch eine separate Photodiode beträgt die zu erwartende Laserstabilität etwa $\sigma_y = 5 \cdot 10^{-17}$ in einer Sekunde, siehe schwarze Kurve. Dies entspricht der theoretischen Laserstabilität durch das thermische Rauschen. Das „Flickern“ bzw. das leichte Ansteigen der Stabilität für längere Mittelungszeiten $\tau$ wird vermutlich durch die Temperaturempfindlichkeit einer Offsetspannung im Regelverstärker bewirkt. Die genaue Ursache müsste durch eine erneute Untersuchung des Regelverstärkers ermittelt werden. Das theoretische Limit für die Leistungsstabilisierung infolge des Schrotrauschens auf der Photodiode beträgt etwa $S_\mathrm{s} = 1,8 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{Hz\,Hz^{-2}}$ [12]. Dies entspricht einer Instabilität von $2 \cdot 10^{-19}$ bei einer Sekunde Mittelungszeit $\tau$.

## 5.5 Optische Weglängenstabilisierung

Im folgenden Abschnitt wird die phasenstabile Lichtübertragung des Laserlichtes beschrieben. Hierzu wird ein neues Konzept vorgestellt, welches erlaubt, die hohe Phasenstabilität des Lichtes zwischen den Teilen des experimentellen Aufbaus vom Resonatorspiegel zum Strontiumexperiment und zum Frequenzkamm zu übertragen. Die Lichtübertragung vom Laserdiodensystem zu den einzelnen Nutzern erfolgt über polarisationserhaltende Fasern. Durch äußere Störungen auf die Fasern, wie z. B. Temperaturflukutationen oder mechanische Vibrationen, kann sich die optische Länge der Faser ändern und somit die Phase des Lichtes beeinflussen und über den optischen Dopplereffekt zu Frequenzverschiebung führen. Um diese Effekte zu reduzieren, werden optische Weglängenstabilisierungen implementiert.

In der Vergangenheit war meist eine einfache phasenstabile Lichtübertragung nach [75] vom Diodenlaser zum Experiment bzw. Frequenzkamm ausreichend. Die relativ kurze optische Weglänge vom Lasersystem zum Resonator, welcher meist gesondert auf einer Vibrationsisolierplattform steht, wurde aufgrund des kleinen Rauschbeitrages bis jetzt nicht oder nur teilweise stabilisiert. Durch die hohe Laserstabilität des hier vorgestellten Systems hat sich herausgestellt, dass auch dieser Rauschbeitrag die Laserstabilität verschlechtert. Daher wurde ein Konzept entwickelt, um auch diesen Rauschbeitrag durch eine neue optische Weglängenstabilisierung zu minimieren. Des Weiteren fordert der Betrieb des Strontiumexperiments eine gepulste Weglängenstabilisierung [35], dessen Funktionsweise in diesem Abschnitt ebenfalls vorgestellt wird.

In der Abb. 5.17 ist die implementierte Optik für die Stabilisierung des Laserlichtes auf

[12] Schrotrauschen: $S_\mathrm{s} = 2\epsilon^2 \cdot h\frac{c}{\lambda}P_\mathrm{opt}$ h Plank´sche-Wirkungsquantum; $\lambda$ Wellenlänge; c Lichtgeschwindigkeit und $\epsilon$ Empfindlichkeit der Laserfrequenz auf Leistungsänderungen im Resonator

den Resonator sowie die optische Weglängenstabilisierung dargestellt. Meist wird für eine Stabilisierung der Weglänge $L_{\mathrm{ow}}$ nach [75] ein Teil des Lichtes nach der Strecke $L_{\mathrm{ow}}$ wieder in den optischen Strahlengang reflektiert und am lokalen Ende mit einem an einem Referenzspiegel reflektierten Licht überlagert (Michelson-Interferometer). Ein AOM zwischen dem lokalen Arm und dem Ende der zu stabilisierenden optischen Weglänge ermöglicht einen Frequenzoffset und damit eine heterodyne Detektion auf dem Licht und dient gleichzeitig als Stellglied für die Stabilisierung von $L_{\mathrm{ow}}$. Da das reflektierte Licht zweimal den AOM durchläuft, ist es zum Licht im lokalen Arm um $f = 2(f_{\mathrm{amo}} + d\phi_{\mathrm{L_{ow}}}/dt)$ verstimmt. Das detektierte Schwebungsignal auf der Photodiode wird in einem elektronischen Phasenkomperator mit einer phasenstabilen Radiofrequenz (RF) verglichen und das zur Phasendifferenz proportionale Signal einem VCO (spannungsgesteuerter Oszillator) zugeführt. Der Ausgang des VCOs steuert eventuell noch einen Synthesizer, welcher die Radiofrequenz für den AOM generiert und somit die Störungen $d\phi_{\mathrm{L_{ow}}}/dt$ durch die so geformte Phasenregelschleife (PLL) ausregelt[13]. Oftmals befindet sich zwischen Ende der Faser und dem Rückreflexspiegel noch ein weiterer AOM als Marker. Dieser ermöglicht das lokale Zuordnen der Reflektionen, denn es ist durchaus möglich, dass es zu Mehrfachreflektionen an im optischen Strahlengang befindlichen Bauteilen kommen kann. Der Regelkreis führt daher zu einer festen Phasenbeziehung zwischen dem Licht am lokalen Referenzspiegel und dem entfernten Referenzspiegel.
In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen optischen Weglängenstabilisierungen aufgrund der jeweiligen speziellen Anforderungen gesondert beschrieben.

### 5.5.1 Optische Weglängenstabilisierung zum Resonator

Die PDH-Stabilisierung bewirkt, dass das Laserlicht am Ort der Resonatorspiegel die höchste Stabilität aufweist. Störungen $\phi_{\mathrm{L_{pdh}}}$ in der optischen Weglänge $L_{\mathrm{pdh}}$ vom Diodenlaser zum Resonator, welche eine 2 m lange Faser enthält, werden durch die PDH-Stabilisierung als „Frequenzfluktuationen der Laserdiode“ interpretiert und am Ort der Resonatorspiegel ausgeregelt. Jedoch durchläuft das Nutzlicht für die Strontium-Uhr und dem Frequenzkamm nicht diesen optischen Weg, sodass diese Störungen $\phi_{\mathrm{L_{pdh}}}$ auf das Nutzlicht eingeregelt werden und die Stabilität verringern. Um dies zu vermeiden, muss auch $L_{\mathrm{pdh}}$ stabilisiert werden.
In Abschnitt 5.4.3 wurde erwähnt, dass Reflektionen vom Resonatorspiegel zurück in den

[13] Frequenzteiler, Phasenkomparator und Spannungsgesteuerter Oszillator und direktdigitaler Synthesizer (DDS) (Chip AD9956) ist in einer Baueinheit vereinigt (Umgangssprachlich wird bei uns die gesamte Baueinheit „DDS“ genannt). [35]

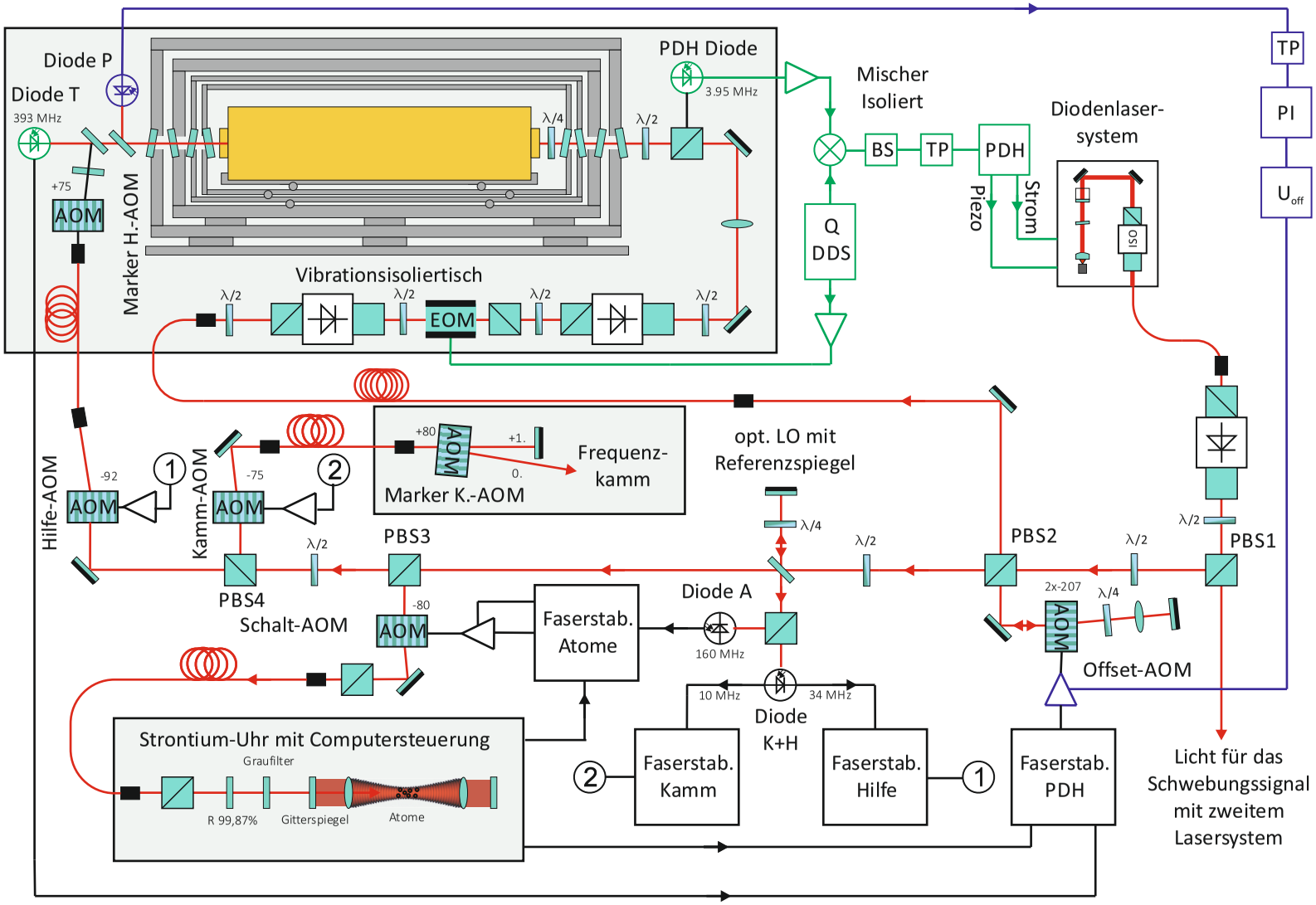



**Abbildung 5.17:** In Dieser Grafik ist der optische Aufbau des Lasersystems dargestellt.

optischen Strahlengang zu parasitären Etalons führen können, welche die Laserstabilität verschlechtern. Aus diesem Grund ist der optische Strahlengang zum Resonator mehrfach gegen Reflektionen isoliert.
Diese optische Isolation verhindert die Implementierung einer vollständigen Weglängenstabiliserung vom Diodenlasersystem zum Resonator nach [75]. Um den Einfluss von $\phi_{\mathrm{L_{pdh}}}$ dennoch zu eliminieren, wird bei einigen frequenzstabilisierten Laseraufbauten nur ein Teil der optischen Weglänge (bis zur optischen Isolation), z. B. das der Faser nach [75], stabilisiert. In unserem Aufbau erfolgt die Stabilisierung hingegen „nahezu vollständig“ bis zum Resonatorspiegel.
Um das Dilemma der optischen Isolation zu umgehen, wurde ein neues Konzept verfolgt. Nachdem ein Teil des Lichtes durch PBS2 vom Diodenlasersystem für die PDH-Stabilisierung abgezweigt wurde, wird ein weiterer Teil des Lichtes durch eine Strahlteilerplatte auf einen lokalen Referenzarm mit Referenzspiegel gegeben und auf eine Photodiode (Diode H+K) fokussiert, siehe hierzu Abb. 5.17. Nachdem durch PBS3 Licht für die Atome und durch PBS4 Licht zum Frequenzkamm abgezweigt wurde, wird das restliche Licht des Lasers über eine zweite Faser „Hilfe“ zur Transmissionsseite des Resonators gesendet und an einem halbdurchlässigen Spiegel zurück auf die Photodiode (Diode H+K) reflektiert. Phasenfluktuationen $\phi_{\mathrm{L_{Hilfe}}}$ zwischen dem Referenzspiegel und dem halbdurchlässigen Spiegel dicht am Resonatorende werden über die Photodiode ermittelt und über eine Phasenregelschleife (PLL) mit dem „Hilfe-AOM“, wie oben beschrieben, ausgeregelt. Mit dieser Methode wird die Stabilität des Lichtes am Ort des Referenzspiegels virtuell auf die Transmissionsseite des Resonators transformiert. Hinter dem halbdurchlässigen Spiegel erfolgt eine heterodyne Überlagerung des Lichtes mit dem transmittierten Licht aus dem Resonator auf einer weiteren Photodiode (Diode T). Durch diese Photodiode können die Phasenfluktuationen $\phi_{\mathrm{L_{pdh}}}$ der optischen Weglänge im PDH-Regelkreis detektiert werden. In einem weiteren Phasenregelkreis mit dem „Offset-AOM“ als Stellglied lassen sich diese Störungen ausgregeln. Damit dient dieser Offset-AOM als Stellglied in drei verschiedenen Regelkreisen:

- als Frequenzstellglied für die Stabilisierung auf den Uhrenübergang
- zur Stabilisierung der optischen Leistung im Resonator
- als Stellglied, um Phasenfluktuationen $\phi_{\mathrm{L_{pdh}}}$ der optischen Weglänge im PDH-Regelkreis auszuregeln.

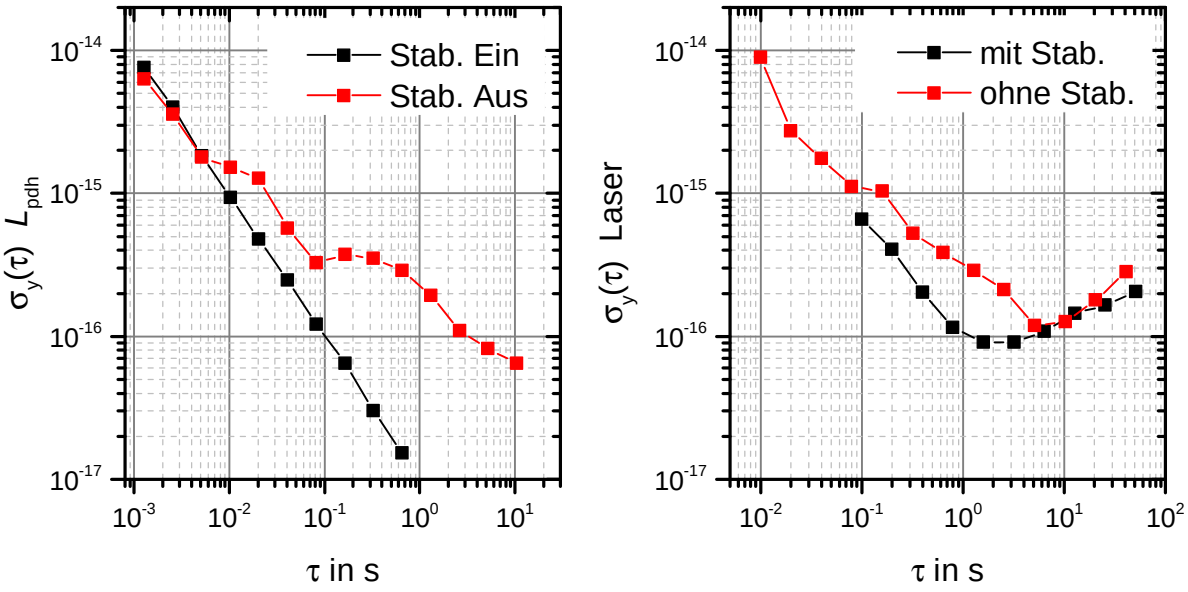



**Abbildung 5.18:** In dieser Abbildung ist links die Weglängenstabilität mit und ohne Stabilisierung gezeigt. Hierzu wurde das Schwebungssignal auf der Transmissionsphotodiode T jeweils (Stabilisierung ein und Stabilisierung aus) mit einem Oszilloskop aufgenommen. Rechts ist die korrespondierende Laserstabilität mit und ohne optische Weglängenstabilisierung dargestellt. Die einzelnen Lasersstabilitäten wurden aus Dreiecksvergleichen mit zwei weiteren Lasersystemen errechnet.

Aus der Analyse des Schwebungssignals der auf der transmittierenden Seite des Resonators implementierten Photodiode T lässt sich die Stabilität der optische Weglänge im PDH-Regelkreis ermitteln. Hierzu wurde das Schwebungssignal auf ca. 10 kHz herunter gemischt und mit einem Oszilloskop aufgenommen. Aus der Oszillation konnte das Phasenrauschen und daraus anschließend die Stabilität errechnet werden. In der Abb. 5.18 ist die Stabilität der optische Weglänge („in loop“) mit und ohne Stabilisierung dargestellt. In der linken Grafik ist eine deutliche Verbesserung der Stabilität ab einer Mittelungszeit von 10 ms ersichtlich. Im rechten Graphen ist die unabhängig gemessene Frequenzstabilität des Lasers dargestellt. Auch hier ist eine deutliche Verbesserung der Kurzzeitstabilität des Lasers durch die Implementierung der optische Weglängenstabilisierung im PDH-Regelkreis ersichtlich.

### 5.5.2 Lichtübertragung zur Strontium-Uhr

Einer weiteren Besonderheit bedarf es bei der Implementierung der Lichtübertragungsstrecke zur Strontium-Uhr. Aufgrund der Präparation der Atome, die eine dopplerfreie Spektroskopie erlaubt, sowie dem Abfragemechanismus zur Bestimmung der Laserver-

stimmung vom atomaren Uhrenübergang, wird der Uhrenlaser nur in bestimmten Intervallen (Zeitfenstern) eingestrahlt. In Folge des Abfragemechanismuses ist eine optische Weglängenstabilisierung nur während bestimmter Pulssequenzen erforderlich. Jedoch erschwert das Ein- und Ausschalten des Laserlichtes die optische Weglängenstabilisierung. Eine gepulste optische Weglängenstabilisierung für den Rabi-Zyklus wurde bereits von früheren Kollegen entwickelt und erprobt und in der Referenz [35] ausführlich beschrieben. Dieses Konzept wurde in unserem neuen Uhrenlaseraufbau ebenfalls implementiert sowie geringfügig modifiziert. Im Folgenden soll kurz die Funktionsweise erläutert und auf die neue Modifikation, welche das Überwachen der optischen Weglängenstabilisierung während des Uhrenlaserpulses erlaubt, eingegangen werden.
In unserem Aufbau erfolgt das Ein- und Ausschalten des Uhrenlasers durch einen bei ca. 80 MHz betriebenen Schalt-AOM, siehe hierzu Abb. 5.17. Mit Hilfe dieses AOMs lassen sich ebenfalls die erforderliche Lichtleistungen zur Strontium-Uhr während der Pulssequenzen steuern. Des Weiteren wird durch den AOM ein veränderlicher Frequenzoffset von einigen Kilohertz auf das Licht aufgeprägt. Damit werden die Übergänge von den $m_F = \pm\frac{9}{2}$ Hyperfeinkomponenten adressiert.
Aus dem in Abschnitt 3.2.3 erläuterten Rabi-Abfragemechanismus ergeben sich folgende Bedingungen für die Übertragung des Laserlichtes zu den Atomen:

- Während der Präparation der Atome muss der Uhrenlaser ausgeschaltet sein.
- Für einen kurzen $\pi$-Puls wird eine hohe Lichtleistung von $P_{\text{faser}} \approx 4,5$ mW (nach der Faser zur Strontium-Uhr) benötigt, um Atome aus einem $m_F$-Niveau durch Anregung zu selektieren.
- Für den langen $\pi$-Uhrenpuls ist eine optische Weglängenstabilisierung erforderlich. Dabei wird die Lichtleistung um einen weiteren Faktor von 400 auf ca. 10 $\mu$W abgeschwächt.

### Aufbau der Lichtübertragungsstrecke

Über PBS3 wird der größte Teil des Lichtes (etwa 6 mW) über den Schalt-AOM und einer rund 20 m langen polarisationserhaltenden Faser zur Strontium-Uhr gesendet, siehe hierzu Abb. 5.17. Nach der Faser stehen etwa $4,5$ mW optische Leistung zur Verfügung. Während des Uhrenpulses wird die Leistung zur Uhr durch den Schalt-AOM um ca. 20 dB abgeschwächt, entsprechend wird das für die optische Weglängenstabilisierung benötigte Licht nach dem Rückreflexspiegel und erneutem Durchgang durch den Schalt-AOM nochmalig

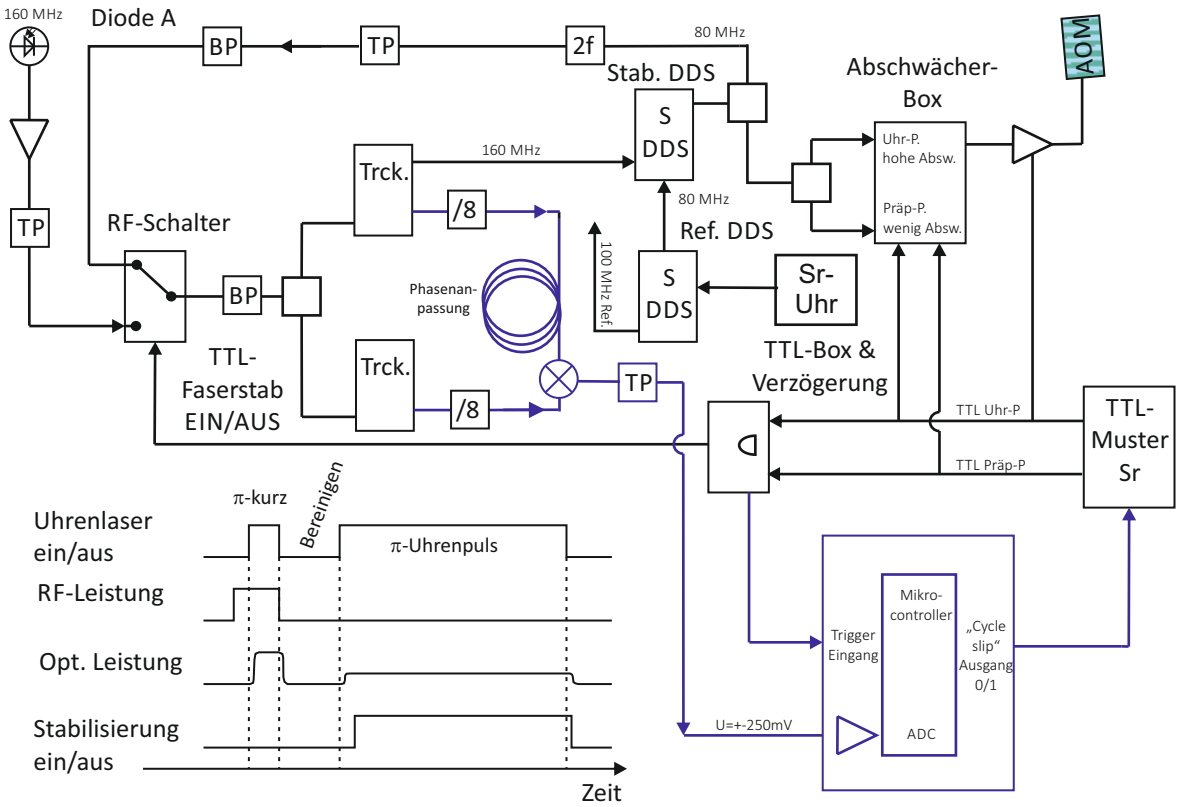



**Abbildung 5.19:** Diese Grafik zeigt den elektronischen Aufbau für die Lichtübetragungsstrecke zur Strontium-Uhr. In Blau ist die Überwachungselektronik für die optische Weglängenstabilisierung gezeigt. Des Weiteren ist links unten der Abfragezyklus sowie die Aktivität der für die Stabilisierung notwendigen Komponenten gezeigt. Folgende Akronyme wurden verwendet: Trck: Tracking Oszillator (Tracker); TP Tiefpass; BP Bandpass; 2f Frequenzverdoppler; /8 Frequenzteiler durch 8.

um 20 dB reduziert. Um noch genügend Leistung für die Faserlängenstabilisierung zur Verfügung zu haben, muss der Rückreflexspiegel eine hohe Reflektivität von $R \approx 99,9$ % aufweisen. Zusätzlich wird die Leistung zu den Atomen nach dem Rückreflexspiegel nochmalig um ein Faktor 100 reduziert. Durch die Überlagerung des reflektierten Lichtes mit dem Licht des Referenzarmes entsteht ein Schwebungssignal bei ca. 160 MHz, welches aufgrund orthogonaler Polarisation zum Licht in der PDH-Stabilisierung von einer zweiten Photodiode (Diode A) erfasst wird.

In der Abb. 5.19 ist der Aufbau der Elektronik für die Lichtübertragungsstrecke zu den Atomen gezeigt. Dort ist ersichtlich, dass die Radiofrequenz für den Schalt-AOM von einem VCO-DDS generiert wird. Dieser Stabilisierungs-DDS wird von einem zweiten computergesteuerten Referenz-DDS mit ebenfalls 80 MHz Ausgangsfrequenz referenziert. Durch dessen Frequenzänderung um einige Kilohertz können die Hyperfeinübergänge $m_{\mathrm{F}} = \pm\frac{9}{2}$

adressiert werden.
Mit Hilfe einer Abschwächerbox kann die RF-Leistung des Stabilisierungs-DDS in zwei unabhängigen Kanälen abgeschwächt werden. Die Abschwächung lässt sich manuell für jeden Kanal über ein Schaltersystem einstellen. Des Weiteren lässt sich jeder Eingangs-Kanal über ein TTL-Signal (TTL Präp-P) als Ausgang wählen und über ein zweites TTL-Signal (TTL Uhr-P) durchschalten. Damit ist es möglich, Pulse unterschiedlicher Leistung zu schalten. Das zweite TTL-Signal dient außerdem dazu, den Radiofrequenzverstärker für den Schalt-AOM auszuschalten.
Zu allen Zeiten, außer während des Uhrenlaserabfragepulses, wird die Phasenregelschleife (PLL) des Stabilisierungs-DDS über einen RF-Bypass geschlossen. Dazu wird der Ausgang des DDSs frequenzverdoppelt und über einen TTL-Schalter für Radiofrequenz in den Phasenkomparator des DDS gegeben, mit der Radiofrequenz des Referenz DDSs verglichen und stabilisiert. Während dieser Zeit erfolgt keine Stabilisierung der optischen Weglänge zur Strontium-Uhr. Die Tracking-Oszillatoren zur Verbesserung des Signal zu Rauchverhältnisses erhalten aber während dieser Zeit „sinnvolle“ Eingangssignale und bleiben in der Frequenznähe von 160 MHz.
Für den langen Uhrenpuls wird zunächst der Verstärker eingeschaltet und der Kanal mit der Abschwächung für den Abfragepuls wird an der Abschwächerbox adressiert. Dadurch wird der AOM mit wenigen Milliwatt RF-Leistung betrieben und abgeschwächtes Licht in die Faser zur Strontium-Uhr gebeugt. Nach etwa $\Delta t \approx 17\ \mu$s hat sich ein stabiles Signal aufgebaut und der RF-Schalter schaltet auf das Schwebungssignal der Photodiode A um. Durch die Einschaltverzögerung ($\Delta t \approx 17\ \mu$s) wird verhindert, dass kein anderes Signal von der Photodiode an die Tracking-Oszillatoren geliefert wird und diese den Einfangbereich verlassen. Die Einschaltverzögerung wurde aus Messungen bestimmt und entsprechend in der Verzögerungslogik angepasst. Hierdurch wird nun die Regelschleife des Stabilisierungs-DDS über den optischen Zweig geschlossen und somit die optische Weglänge zur Uhr stabilisiert.

### Optische Weglängenstabilität während des Einschaltvorgangs

Durch Anpassung des Proportional- und Integralteils der Phasenregelschleife konnte das Einschwingverhalten optimiert werden, welches aus der Analyse des 160 MHz-Fehlersignals für den Stabilisierungs DDS ermittelt wird. Hierzu wurde die Radiofrequenz für den Stabilisierungs DDS mit einem Mischer und einer Referenzfrequenz zu einer Gleichspan-

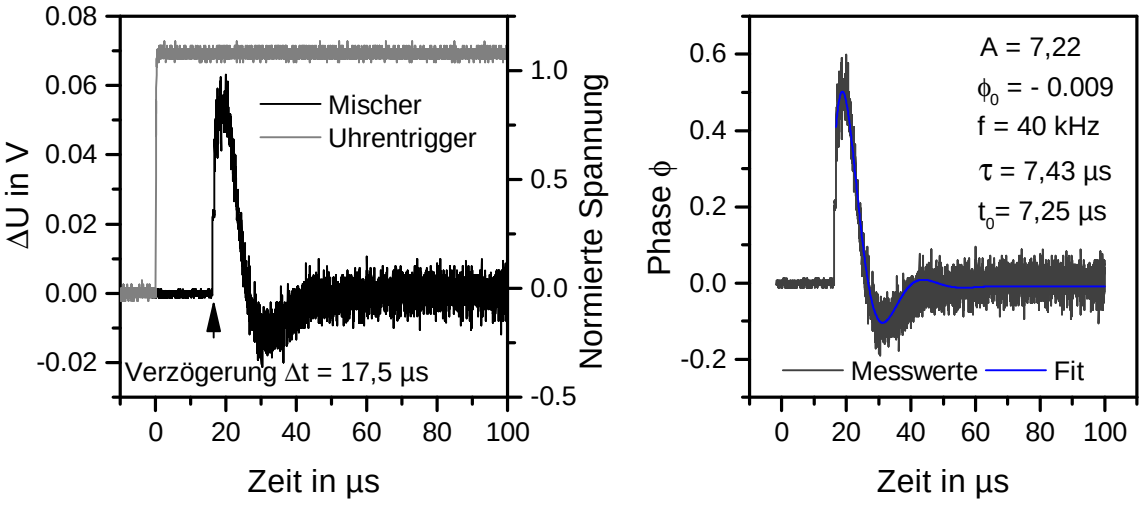



**Abbildung 5.20:** In der linken Grafik ist der Ausgang der Mischerspannung (schwarz) während des Einschaltvorgangs dargestellt. Die graue Kurve zeigt das Triggersignal für den langen Uhrenpuls. Erst ca. 17 $\mu$s später erfolgt die Stabilisierung der optischen Weglänge mit einem charakteristischen Einschwingverhalten. In der rechten Kurve ist die entsprechende Phasenänderung gezeigt. Das Einschwingverhalten der Phase wurde mit der Gleichung einer gedämpften Schwingung $\phi(t) = Ae^{-t/\tau} \cdot \sin(2\pi f(t - t_0)) + \phi_0$ angepasst.

nung heruntergemischt. Dadurch werden Phasenfluktuationen kleiner modulo $\pm\pi/2$ in eine Spannung $U_\phi \approx \pm 65$ mV rad$^{-1}$ umgewandelt. In der Grafik 5.19 rechts ist eine typische Phasenauslenkung während des Einschaltvorgangs der optischen Weglängenstabilisierung dargestellt. Das Einschwingverhalten lässt sich durch eine gedämpfte Schwingung beschreiben:

$$\phi(t) = Ae^{-t/\tau} \cdot \sin(2\pi f(t - t_0)) + \phi_0 \tag{5.8}$$

Durch einen Fit der Gleichung an die Messwerte konnten die Gleichungsparameter bestimmt werden, siehe hierzu Abb. 5.20 rechts. Aus der zeitlichen Ableitung von Gleichung 5.8 lässt sich das entsprechende Frequenzverhalten $\delta\nu = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\phi(t)$ ermitteln. Zusammen mit Gleichung 3.18 lässt sich die Anregungswahrscheinlichkeitsänderung $\delta p$ für das Einschwingverhalten der Weglängenstabilisierung ermitteln. Durch das Berechnen des Integrals ergibt sich eine Anregungswahrscheinlichkeitsänderung $\delta p = 2,7 \cdot 10^{-4}$. Da für die Stabilisierung die Flanken der atomaren Resonanz auf beiden Seiten mit entgegengesetzten Vorzeichen abgefragt werden, ergibt sich für die totale Anregungswahrscheinlichkeitsänderung $\Delta p = 2\delta p \cdot p_{\max}$, wobei $p_{\max} \approx 0,86$ die tatsächlich erreichte maximale Anregungswahrscheinlichkeit in der Strontium-Uhr wiedergibt.

Mit der Gleichung nach [35]

$$\Delta\nu = \frac{1}{1,516}\frac{\Delta p}{2p_{\max}}FWHM, \tag{5.9}$$

lässt sich die Frequenzverschiebung des Lasers und somit ein potenzieller Frequenzoffset für die Strontium-Uhr ermitteln. Für $\Delta\nu$ ergibt sich demnach ein Frequenzoffset von 0,3 mHz mit $FWHM = 0,798685/T$ durch die optische Weglängenstabilisierung. Für typische Abfragezeiten von $T \approx 0,65$ s erhält man eine Linienbreite von ca. 1,2 Hz.

### Überwachung der optischen Weglängenstabilisierung

Der Phasenregelkreis für die Stabilisierung der optischen Weglänge kann Änderungen der Phase $\phi$ von modulo $2\pi$ nicht unterscheiden. Durch die Regelbandbreite von einigen 100 kHz, welche durch die Laufzeit innerhalb des AOMs limitiert wird, können plötzliche und große Phasenänderungen $\phi \geq \pm\pi$ im optischen Weg bzw. auf der Regelstrecke eventuell nicht richtig detektiert werden. Entsprechend „springt“ die Phase am Faserausgang um modulo $2\pi$ weiter. Da die Atome diese Bandbegrenzung nicht zeigen und auf die tatsächliche Phasenwirkung reagieren, werden sie mit einer um $\pm\pi/T_\pi$ höheren Frequenz als gewünscht angeregt. Diesen Vorgang bezeichnet man häufig als „cycle slip“.
Um solche Phasensprünge zu identifizieren, wurde in den Regelkreis zwei Tracking-Oszillatoren implementiert, siehe Abb. 5.19. Hierbei handelt es sich um auf das Eingangssignal phasenstabilisierte und spannungsgesteuerte Oszillatoren (VCO). Beide Oszillatoren sind im unstabilisiertem Zustand zur 160 MHz-Eingangsfrequenz jeweils um einige $\pm$100 kHz verstimmt. Infolge dieser Verstimmung treten bei nicht verfolgbaren Phasenstörungen am Eingang der Tracking-Oszillatoren an deren Ausgängen mit hoher Wahrscheinlichkeit relative Phasensprünge zueinander von mindestens $2\pi$ auf.
Die 160 MHz Radiofrequenz aus den Ausgängen der beiden Frequenzverfolger werden jeweils mit einem Teiler durch 8 geteilt. Beide geteilten Frequenzen werden mit einem Mischer zu einer Gleichspannung gemischt, die die Phasenlage der Tracking-Oszillatoren modulo $2\pi/8$ wiedergibt.
Tritt während des langen Uhrenabfragepulses ein Phasensprung von $2\pi$ im Regelkreis auf, so stellt sich am Ausgang des Mischers in Folge der Frequenzteilung eine um $\Delta U > 30$ mV zum vorhergehenden Spannungswert andere Spannung ein.
In einer speziellen Mikrokontrollerschaltung „cycle slip detector“ erfolgt durch ein Triggersignal eine Spannungsmessung der Mischerausgangsspannung zu Beginn des Uhrenpulses. Die Mischerspannung wird kontinuierlich durch einen Analog-Digitalwandler gemessen.

Die Daten werden anschließend in einer elektronischen Warteschlange (FiFo) über ein bestimmtes Zeitfenster gespeichert. Ergab sich während des Uhrenpulses eine Spannungsänderung größer $\Delta U > 30$ mV, wird diese Änderung als Phasensprung im Regelkreis interpretiert und über ein TTL-Ausgang zur Experimentsteuerung gesendet.
Diese Überwachung ist für die Unsicherheit der Uhr von $< 1 \cdot 10^{-17}$ sehr wichtig, da eine Phasensänderung von $2\pi$ in der Regelschleife während der Abfrage ein Frequenzoffset von ca. $\nu_{\text{off}} = \pi/(T_\pi 2\pi) \approx 700$ mHz ergibt. Bei einer Zykluszeit von ca. 1,5 s bedeutet dies einen statistischen Fehler von $1{\cdot}10{-}17$, wenn alle 100 s ein „cycle slip“ unbeobachtet bleibt.

Die Messung der ultrastabilen Laserlichtfrequenz erfolgt durch den optischen Frequenzkamm, der diese in elektronisch detektierbare Radiofrequenzen transformiert. Auch zum Frequenzkamm wurde eine optische Weglängenstabilisierung vorgenommen. Diese beruht auf dem einfachen Prinzip nach [75], wie zu Beginn dieses Abschnittes beschrieben. Am Frequenzkamm wird ein Teil des Lichtes nach einem Marker-AOM wieder zum optischen Lokaloszillator des Uhrenlasersystems reflektiert, siehe Abb. 5.17, und ein entsprechendes Schwebungssignal auf der Photodiode (Diode K+H) detektiert. Über einen weiteren DDS und den „Kamm-AOM“ erfolgt die Stabilisierung der optischen Weglänge.
Durch die Referenzierung aller optischen Weglängenstabilisierungen auf einen Referenzspiegel am Laser werden differenzielle Störungen zwischen Kamm und Strontium-Uhr vermieden und das Licht vom Resonatorspiegel phasenstarr übertragen. Dadurch werden potenzielle Frequenzoffsets in der gemessenen Strontiumübergangsfrequenz durch Längenänderung der Faser vermieden.
Es ist ebenfalls wichtig, dass die Referenzfrequenzen für die optischen Weglängenstabilisierungen sowie der DDS für den Marker AOM am Frequenzkamm mit einer ausreichend genauen Radiofrequenz betrieben werden. Dies wird durch eine Referenzierung aller Radiofrequenzen auf einen Wasserstoffmaser sichergestellt.

## 5.6 Stabilität des Uhrenlasers

Im folgenden Abschnitt werden die mit dem langen Uhrenlasersystem erreichten Frequenzstabilitäten sowie das Frequenzrauschen dargelegt. Dabei wird die Messmethode sowie die Analyse der Daten näher beleuchtet. Zuvor wird noch einmal in einer kurzen Übersicht auf die zu erwartende Stabilitätslimitierung durch äußere Einwirkungen, wie in Kapitel 2.2 anfänglich beschrieben, eingegangen.

### 5.6.1 Limitierung der Frequenzstabilität durch äußere Einflüsse

Seismische Störungen, Temperaturfluktuation sowie Schwankungen im Restgasdruck können, wie anfänglich als äußere Einflüsse beschrieben, die Frequenzstabilität des Lasers signifikant verschlechtern. Durch eine geeignete Lagerung des Resonators können seismische Einflüsse sowie durch die Implementierung einer komplexen Temperaturstabilisierung thermische Einflüsse unterdrückt werden. Des Weiteren können beim Stabilisieren des Lasers auf eine Eigenmode des Resonators Störungen auftreten. Hierzu zählen Fluktuationen in der Laserleistung, RAM-Effekte oder Schwankungen in der optischen Weglänge zum Resonator.
In dem hier vorgestellten Laseraufbau wurde versucht, die Auswirkungen all dieser soeben genannten Effekte auf ein Level unter dem thermischen Rauschlimit des Resonators zu optimieren.
In der Abb. 5.21 sind die zu erwartenden Laserstabilitäten durch die einzelnen Einwirkungen dargestellt. Durch Gewichtung des jeweiligen Rauschens mit der entsprechenden Empfindlichkeit auf Beschleunigungen für jede Richtung, konnte die zu erwartende Stabilität ermittelt werden. Entsprechend dieser Auswertung, in Abbildung 5.21, ist die zu erwartende Stabilität des Lasers für kurze Mittelungszeiten durch die seismischen Störungen limitiert, da dieser Beitrag oberhalb des thermischen Rauschens liegt.
Wie bereits erwähnt, wurden die Leistungsfluktuationen des transmittierten Lichtes mit einer Photodiode gemessen und entsprechend aus der Empfindlichkeit des Resonators auf Fluktuationen in der Leistung die zu erwartende Stabilität ermittelt. Danach könnten für mittlere Mittelungszeiten $2 - 700$ s theoretisch das thermische Rauschen erreicht werden, da scheinbar kein Effekt die Stabilität limitiert. Es ist auch ersichtlich, dass der Beitrag zur Laserstabilität durch die Leistungsfluktationen ab etwa 100 s kritisch wird.
Für die Langzeitstabilität wurden die Temperaturdaten aus Abb. 5.10 analysiert, die Längenfluktuationen und damit die Stabilität des Resonators errechnet. Aus dieser Abschätzung lässt sich schlussfolgern, dass die zu erwartende Langzeitstabilität des Lasers ab etwa 700 s Mittelungszeit durch den Beitrag der Temperaturfluktuationen limitiert ist.
Zur Bestimmung des Einflusses der RAM auf die Laserstabilität wurde der Laser unstabilisiert und weit vom Resonator verstimmt. Aus den Fluktuationen des PDH-Fehlersignals konnte durch Kenntnis der Diskriminatorflanke auf die Stabilität geschlossen werden. Entsprechend der Messungen sollte der Einfluss der RAM mit $1 \cdot 10^{-17}$ weit unterhalb des thermischen Rauschens liegen und daher die Stabilität nicht bzw. nur minimal beeinflussen.

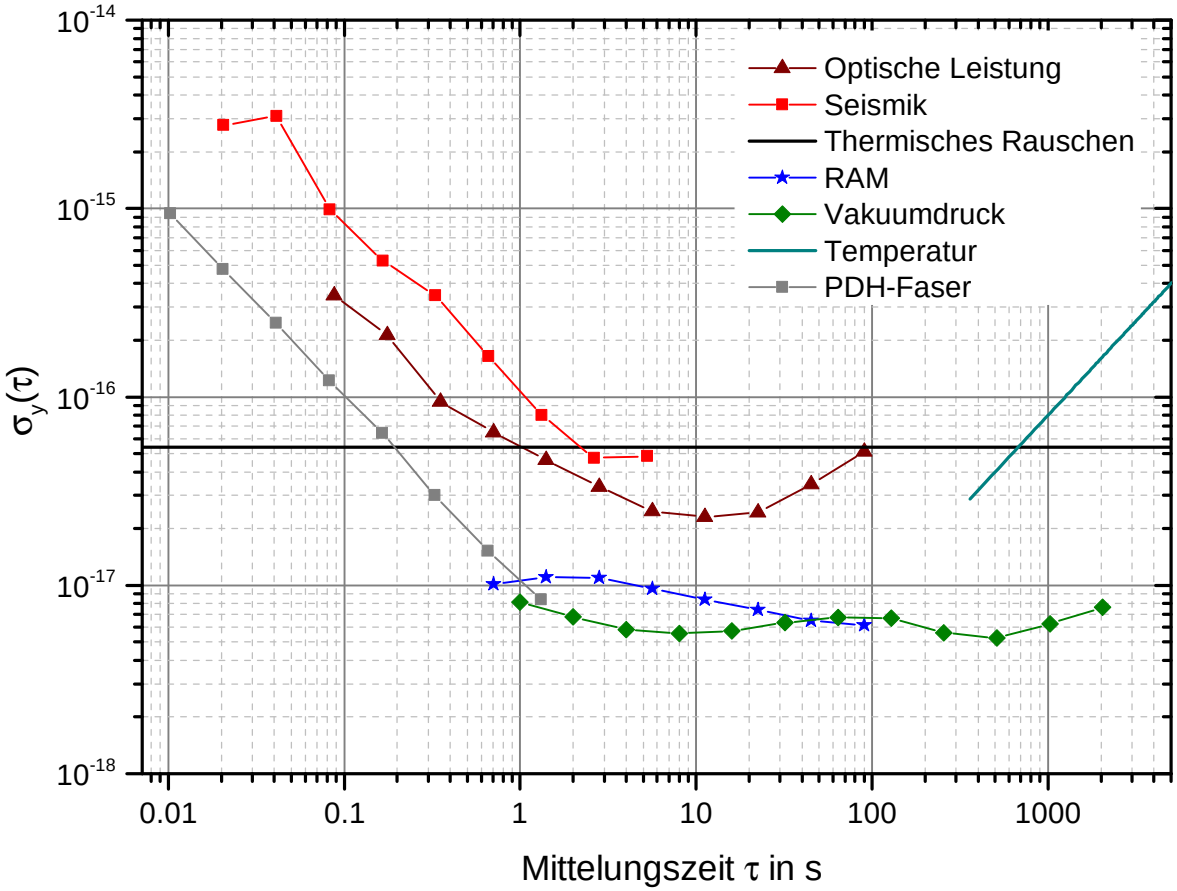



**Abbildung 5.21:** In dieser Garfik sind die zu erwartenden Laserstabilitäten durch die Beiträge äußerer Einflüsse dargestellt. Hieraus ist ersichtlich, dass die Stabilität des Lasers wahrscheinlich für kurze Mittlungszeiten $\tau < 2$ s immer noch durch Vibrationen limitiert ist. Für mittlere Mittlungszeiten $2 - 700$ s sollte sich eine Limitierung durch das thermische Rauschen oder durch Leistungsfluktuationen im Laserlicht ergeben. Für lange Mittlungszeiten ist der Laser durch Temperaturfluktuationen limitiert.

Die Frequenzfluktuationen durch Druckschwankungen wurden bereits in Abschnitt 5.3 diskutiert und liegen weit unterhalb des thermischen Rauschens. Infolge der optischen Weglängenstabilisierung sollte eine Laserstabilität von $5 \cdot 10^{-17}$ bereits bei 200 ms erreicht werden können.

### 5.6.2 Spektrale Analyse des Laserrauschens

Das Leistungsdichtespektrum $S_\nu$ des Uhrenlasers ist in der Abb. 5.22 dargestellt. Zunächst wurde das Rauschen des unstabilisierten Lasers ermittelt, indem dieser über ein Schwebungssignal mit dem stabilisierten transportablen Uhrenlaserystem aus Abschnitt 4.1 verglichen wurde. Die Oszillation wurde mit einem Mischer auf etwa 1 MHz herunter

gemischt und mit einem Oszilloskop abgetastet. Aus diesem Schwebungssignal konnten die Phasenfluktuationen und damit das Leistungsdichtespektrum $S_\nu$ wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, errechnet werden (rote Kurve in Abb. 5.22). Aufgrund der höheren Regelbandbreite des transportablen Uhrenlasersystems von ca. 1 MHz wird das ersichtliche Rauschen unterhalb von 1 MHz zum größten Teil durch den freilaufenden ECDL verursacht.

Im stabilisierten Zustand konnte das Laserrauschen für hohe Frequenzen $f < 1$ kHz (größer als die Linienbreite des Resonators) ermittelt werden, indem das Schwebungssignal auf der Transmissionsphotodiode T (Abb.5.17) für die optische Weglängenstabilisierung im PDH-Regelkreis analysiert wurde. Auf dieser Photodiode wird ein Schwebungssignal mit dem hochstabilen und tiefpassgefilterten Licht aus dem Resonator und dem ungefilterten Licht direkt aus der Laserdiode erzeugt. Durch die Tiefpassfilterung des Resonators mit der Bandbreite von $1,1$ kHz entspricht das ermittelte Frequenzrauschen hauptsächlich dem hochfrequenten Rauschanteilen der stabilisierten Laserdiode. Dies ist in der schwarzen Kurve in der Abb.5.22 gezeigt.

Die Bestimmung der niederfrequenten Rauschanteile ist schwieriger, da kein Referenzlaser mit kleinerem Rauschen vorhanden ist. Jedoch lässt sich das Spektrum über einen Dreiecksvergleich mit zwei weiteren Lasersystemen mit ähnlichem Rauschen ermitteln. Diese Technik wurde bereits in Kapitel 3.3 ausführlich beschrieben.

Für die Messung wurden zwei optische Schwebungssignale erzeugt. Zum einen wurde wieder das Schwebungssignal zwischen dem langen Uhrenlasersystem und dem transportablen Uhrenlasersystem genutzt. Zum anderen wurde ein virtuelles Schwebungssignal über den Frequenzkamm mit dem kryogenen Lasersystem [48, 64] erzeugt. Beide Oszillationen wurden auf etwa 100 kHz heruntergemischt und mit einer computergesteuerten Analog-Digitalwandlerkarte aufgezeichnet und das Phasenrauschen berechnet. Des Weiteren konnte aus den beiden Signalen numerisch das fehlende Phasenrauschen zwischen dem transportablen Uhren- sowie dem kryogen Lasersystem für den Dreiecksvergleich ermittelt werden. Aus den drei relativen Phasenrauschspektren konnte nun die individuellen Phasenrauschspektren jedes Lasers berechnet werden. Das Ergebnis ist in der blauen Kurve für niedrige Frequenzen dargestellt. Im Spektrum sind deutliche Beiträge bei etwa 1 Hz, 7 Hz und 20 Hz zu erkennen. Aus Messung des seismischen Spektrums können die ersten beiden Komponenten eindeutig seismischen Vibrationen zugeordnet werden, siehe kleine Grafik in Abb. 5.22. Zum Vergleich ist das zu erwartende Rauschspektrum durch die Vibrationen in grau zusätzlich in die Abbildung eingefügt. Vermutlich wird die deutlich sichtbare Spektralkomponente bei 20 Hz durch eine mechanische Resonanz in der

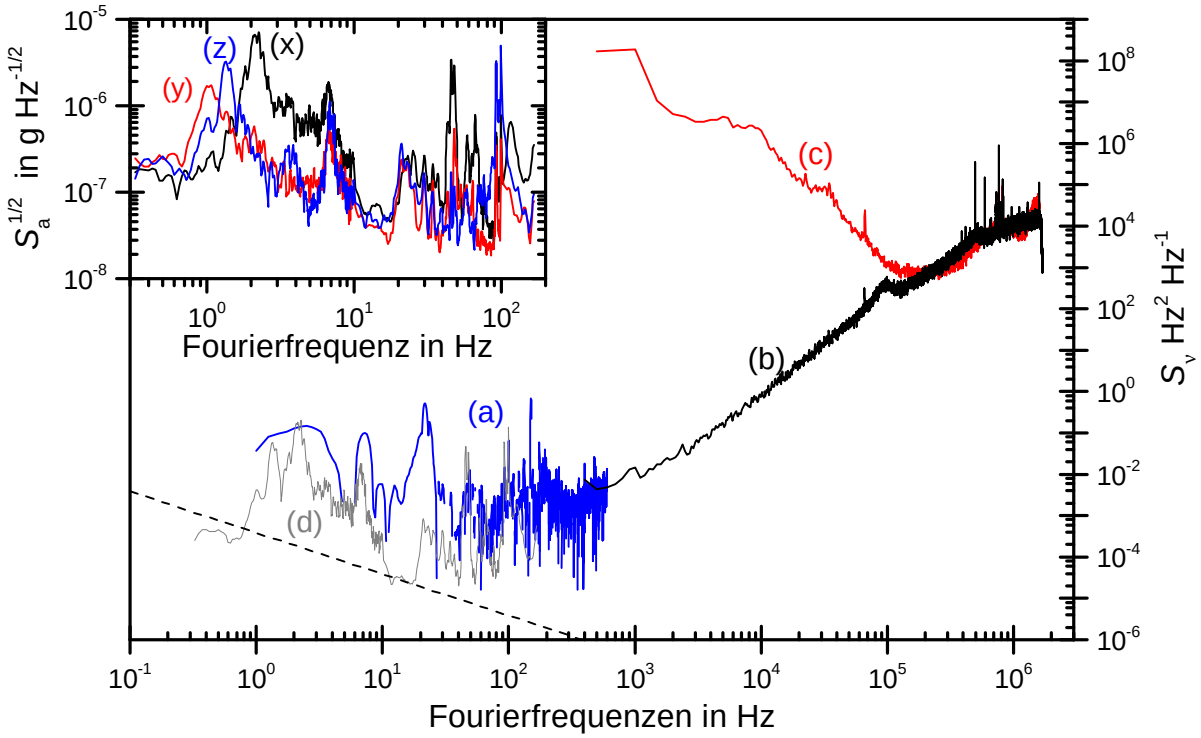



**Abbildung 5.22:** In dieser Abbildung ist das Laserrauschen des stabilisierten und unstabilisierten Diodenlasersystems gezeigt. Die rote Kurve (c) zeigt das Frequenzrauschen des unstabilisierten Lasers und weist ein weißes Frequenzrauschniveau $S_\nu$ von etwa 20 000 kHz$^2$Hz$^{-1}$ auf. Die schwarze Kurve zeigt das Frequenzrauschen des stabilisierten Lasersystems. Dieses Rauschen wurde durch eine Überlagerung der Transmission des Resonators (und somit tiefpassgefiltert) mit dem Licht direkt von der Laserdiode ermittelt. Das niederfrequente Rauschen (a blaue Kurve) wurde durch einen Dreiecksvergleich bestimmt. Die graue Kurve zeigt das zu erwartende Frequenzrauchen durch seismische Störungen, deren Spektren für jede Raumrichtung in der oberen linken Einlage zu sehen ist. (x-vertikale Orientierung, y-horizontale Orientierung quer zur optischen Achse, z-horizontale Orientierung entlang der optischen Achse.)

Lagerung des Resonators verursacht, wie in Abschnitt 5.1 berechnet wurde. Es hat sich herausgestellt, dass das Rauschen bei 1 Hz durch eine mechanische Resonanz durch den passiven Vibrationsisoliertisch induziert wird. Leider ergab eine Modifikation des Tisches durch den Einbau zusätzlicher passiver Öldämpfer keine signifikante Verbesserung. Auch ein erster Versuch, die Laserstörungen durch das Subtrahieren der aus den gemessenen seismischen Störungen zu erwartenden Frequenzänderungen zu kompensieren, konnte aufgrund des komplexen Frequenzganges der Vibrationsempfindlichkeit keine Verbesserung erzielen [115]. Langfristig erscheint dies aber nach dem Beispiel von Thorpe [115] ein vielversprechender Ansatz, die Laserstabilität deutlich zu verbessern.

### 5.6.3 Laserstabilität

In der Abb. 5.23 ist die erreichte Stabilität des Lasers dargestellt. Für kurze Mittlungszeiten von $0.1 - 10$ s konnte die Stabilität über einen Dreiecksvergleich mit dem soeben erwähnten transportablen Lasersystem und dem kryogenen Siliziumlasersystem ermittelt werden. Hierzu wurde wieder mit Hilfe des Frequenzkamms die Stabilität des kryogenen Siliziumlasersystems im infraroten Spektralbereich in den sichtbaren Spektralbereich der Strontiumreferenz übertragen. Für die Messung wurden etwa 10 h lang die relativen Frequenzänderungen zwischen den beiden Systemen mit jeweils einem Frequenzzähler mit einer Torzeit von 0,1 s aufgenommen. Anschließend wurde die dritte relative Frequenzänderung zwischen dem Siliziumsystem und dem transportablen Uhrenlasersystem errechnet und für jede relative Frequenzspur eine lineare Drift über die gesamte Messzeit abgezogen. Um auf die Stabilitäten der individuellen Laser zu schließen, wurde die Methode des Dreiecksvergleiches angewandt. Da jedoch dabei häufig negative Varianzen für den stabileren Laser der drei involvierten Systeme durch Subtraktion zweier rauschbehafteten Messgrößen entstehen, wurde ein Mittlungsverfahren angewandt. Hierzu wurde die etwa 10 h dauernde Messung in über hundert kürzere Zeitspuren mit etwa 400 s Länge geschnitten. Aus jeder einzelnen Zeitspur wurde anschließend die individuelle Stabilität des Lasers berechnet und ein Mittel aus den über hundert einzelnen Stabilitäten gebildet. Hierdurch konnte der Einfluss negativer Varianzen auf Kosten der gemittelten Länge gemindert werden.

Für lange Mittlungszeiten von $10 - 2000$ s wurde die Stabilität des Lasersystems gegen die Strontiumreferenz ermittelt. Zur Bestimmung dieser Langzeitstabilität wurde die Radiofrequenz für die Steuerung des Offset-AOMs auf den Uhrenübgergang analysiert. Infolge des Abfragemechanismus wird etwa alle 4.5 s die Radiofrequenz zum Steuern des Lasers auf den Uhrenübergang um einen gewissen Betrag aktualisiert. Zusätzlich wird quasi-kontinuierlich die aktuelle aus der Messung bestimmte Resonatordrift korrigiert. Die Größen ergeben sich aus der über die atomare Anregung bestimmte Frequenzablage des Lasers von der atomaren Resonanz. In guter Näherung kann davon ausgegangen werden, dass etwa nach der zweiten Aktualisierung (9 s) die Stabilität der Radiofrequenz am Offset-AOM der der Stabilität des Lasers entspricht (durch den Betrieb des AOMs im doppelten Durchgang muss ein Faktor 2 berücksichtigt werden).

In der Abb. 5.10 ist das Korrektursignal nach Abzug einer einmaligen linearen Drift von 20 mHz $s^{-1}$ über mehrere Tage dargestellt. Dieser Datensatz umfasst etwa 240 000 s. Da die Annahme einer linearen Drift für den gesamten Zeitraum aufgrund von z. B. Tempe-

raturänderungen nicht gerechtfertigt ist, wurde für die Analyse der Laserstabilität dieser Datensatz (ohne Driftabzug) in 24 einzelne Datensätze geteilt. Anschließend wurde für jeden einzelnen Datensatz (Datensatzlänge 10 000 s) eine individuell angepasste Laserdrift abgezogen und die Stabilität berechnet. In einem weiteren Schritt wurde der Mittelwert aus den 24 Stabilitäten gebildet. Infolge der Teilung der Datensätze und des Abzugs einer individuellen Drift ist es möglich, dass die Instabilitäten der Punkte systematisch zu klein erhalten werden. Nach [43] beträgt dieser Effekt etwa 5 % bei $\tau = 1000$ s und ca. 20 % bei $\tau = 2000$ s. Dieser potentielle Fehler liegt jedoch innerhalb der berechneten Unsicherheiten aus der Mittelung. In der Abb. 5.23 ist das Ergebnis dieser Analyse in der roten Kurve dargestellt. Das Lasersystem erreicht eine hervorragend kleine Instabilität von $\sigma_y(15\text{ s}) = 8 \cdot 10^{-16}$ und unter $\sigma_y = 1 \cdot 10^{-16}$ für $\tau$ =2–1000 s. Nach unserer Kenntnis ist dies das stabilste Lasersystem weltweit. In einer weiteren Messung gegen die

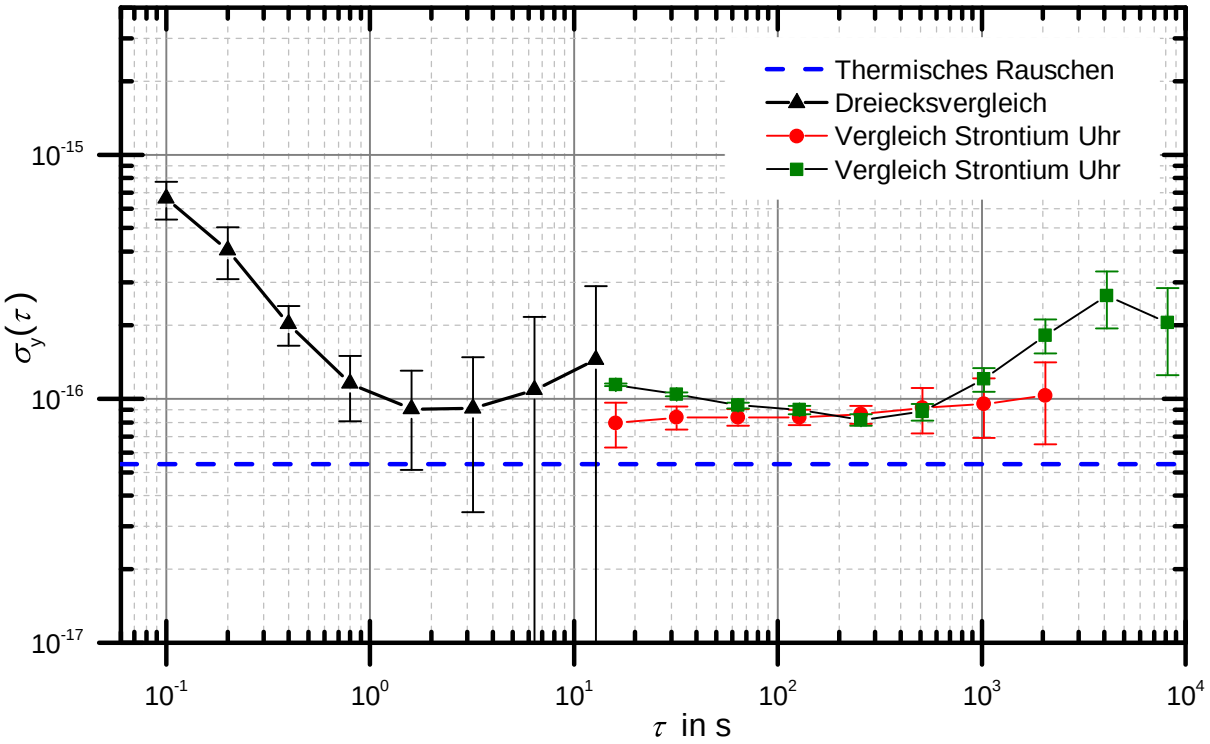



**Abbildung 5.23:** Die Abbildung zeigt die ermittelte Laserstabilität. Die schwarze Kurve stellt die Kurzzeitstabilität des Lasersystems dar. Diese wurde aus einem Dreiecksvergleich mit zwei weiteren ultra-stabilen Lasersystemen ermittelt. Die rote Kurve zeigt die Langzeitstabilität des Lasers durch den Vergleich gegen die Strontium-Referenz, wobei hier ein langer Datensatz über mehrere Tage in 24 kürzere Stücke geteilt sowie anschließend gemittelt wurde. Die grüne Kurve zeigt die Stabilität durch eine weitere Messung gegen die Strontium-Referenz etwa ein halbes Jahr später.

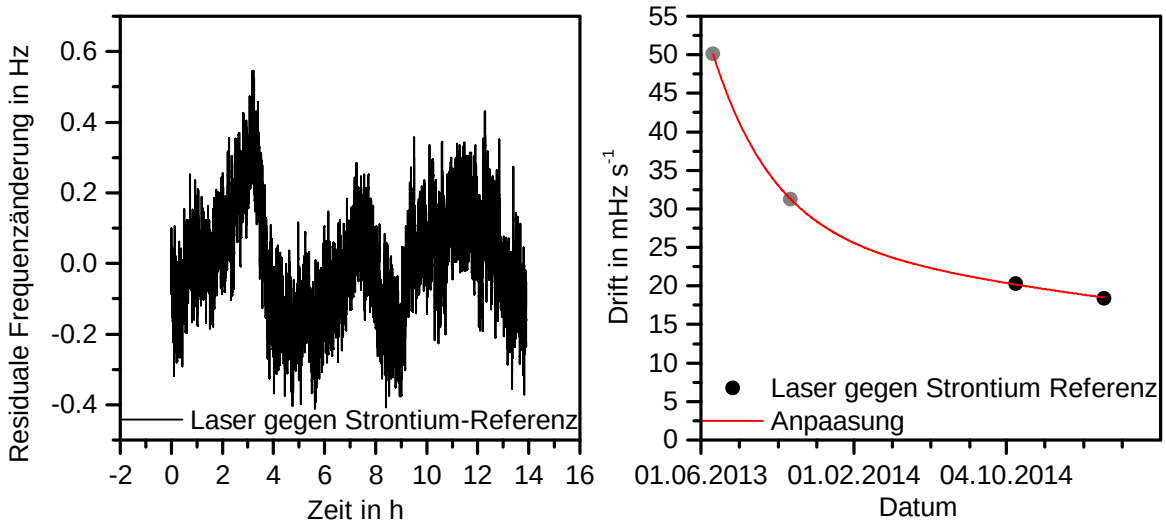



**Abbildung 5.24:** Die Abbildung links zeigt die residuellen Frequenzfluktuationen des Laserlichtes nach Abzug einer linearen Drift von 18 mHz $s^{-1}$. Die Grafik rechts zeigt die Änderung der Resonatordrift während der letzten 2 Jahre. Die grauen Punkte zeigen die Drift durch die Auswertung der DDS-Frequenzen zum Stabilisieren der Laserfrequenz auf den Uhrenübergang. Die schwarzen Punkte zeigen die Auswertung der Drift durch eine direkte Analyse der Radiofrequenz zum Offset-AOM. Die rote Kurve zeigt eine exponentielle Anpassung $y(t) = A \cdot e^{-t/\tau_a} + B \cdot e^{-t/\tau_b}$ mit $A = 32,2$ mHz $s^{-1}$ $B = 900$ mHz $s^{-1}$, $\tau_a \approx 100$ d, $\tau_b \approx 1700$ d.

Strontiumreferenz mit einer Dauer von über 10 h etwa ein halbes Jahr später konnte diese Stabilität bestätigt werden.

Die aus den seismische Störungen zu erwartende Laserstabilität stimmt sehr gut mit der beobachteten Stabilität überein. Deswegen gehen wir davon aus, dass die beobachtete Laserstabilität im Wesentlichen durch seismische Störungen limitiert ist. Die Langzeitstabilität ist durch die residualen Temperaturfluktuationen am Resonator begrenzt, vergleiche Abb. 5.21.

Für mittlere Mittlungszeiten von $2 - 1000$ s wird nicht ganz das theoretische Rauschlimit erreicht. Die Ursache hierfür ist noch nicht ganz geklärt. Zu einem könnte die Leistungstabilisierung des Laserlichtes im Resonator Langzeitstörungen aufweisen. Des Weiteren ist die mechanische Güte der Spiegelbeschichtungen und des Glassubstrates nicht genau bekannt, so dass das thermische Rauschen etwas höher liegen kann.

In der Abb. 5.24 links sind die zeitlichen residuellen Frequenzänderungen der grünen Kurve aus der Abb. 5.23 dargestellt. Durch vier Vergleiche des Lasersystems gegen die Strontiumreferenz konnte eine Veränderung der Driftrate während der letzten 600 Tage beobachtet werden. Diese Änderung ist in der Abb. 5.24 rechts dargestellt. Die rote Kurve zeigt ei-

ne exponentielle Anpassung mit zwei Zeitkonstanten $\tau_1 \approx 100$ d und $\tau_2 \approx 1700$ d. Die anfängliche schnelle Zeitkonstante wurde eventuell durch das Setzen der optischen Kontaktierung der Spiegel bewirkt. Hingegen wird die langsame Zeitkonstante wahrscheinlich durch das Altern des ULE-Glaszylinders hervorgerufen. Erstaunlicherweise deckt sich diese Verhalten sehr gut mit dem Driftverhalten wie in [30] beschrieben. Durch Integration der angepassten Gleichung lässt sich die Längenänderung des Resonators auf etwa 16 nm während der letzten 600 d angeben.

# Kapitel 6

# Stabilität der Strontium-Uhr

Optische Uhren sind die fortschrittlichsten Messinstrumente für Frequenzen, sowie für die Zeit. Momentan werden mit den besten Uhren relative Genauigkeiten von $2,0 \cdot 10^{-18}$ für eine Strontium-Gitter-Uhr [81] erreicht. Dieser enorme Gewinn an Genauigkeit ist eng verknüpft mit der Verbesserung der Uhrenstabiltät durch die Entwicklung immer stabilerer Uhrenlasersysteme. Mit steigender Uhrenstabilität ist es möglich, systematische Effekte, welche den atomaren Uhrenübergang beeinflussen, mit einer höheren Genauigkeit in kürzeren Zeiten zu bestimmen. Des Weiteren wächst die Möglichkeit, mit stabileren Uhren Änderungen in der Zeit, z. B. die durch Gezeiteneffekte hervorgerufene gravitationsbedingte Rotverschiebung, zu messen.
Zurzeit wird die fundamentale Stabilität von optischen Gitteruhren mit vielen neutralen Atomen,

$$\sigma_y(\tau) \approx \kappa \frac{\Delta\nu_0}{\nu} \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{T_\mathrm{c}}{\tau}}, \tag{6.1}$$

die durch das Quantenprojektionsrauschen begrenzt ist, nicht erreicht. Hierbei ist $\kappa$ ein Formfaktor, welcher durch den Abfragemechanismus bestimmt wird, und $T_\mathrm{c} = T_\pi + T_\mathrm{tot}$ die Abfrageperiode an einer Flanke der beiden $m_F$-Übergängen. $T_\pi$ beschreibt die Uhrenpulslänge und $T_\mathrm{tot}$ die erforderliche Zeit für die Präparation der Atome. Durch die limitierte Kohärenzzeit $T_\pi$ des Lasers ergibt sich eine obere Grenze $T_\pi$, sodass sich im Allgemeinen für Fourier-limitierte Linienbreiten die natürliche Linienbreite $\Delta\nu$ des atomaren Übergangs nicht auflösen lässt. Es gilt für $\Delta\nu \propto \frac{1}{T_\pi}$. Aus der Stabilität $\sigma_y$ des Uhrenlasers lässt sich die Kohärenzzeit $T_\pi$ aus folgender Beziehung nach [99] abschätzen:

$$\sigma_y(T_\pi) \approx \frac{0,25 \text{ rad}}{2\pi\nu_0 T_\pi} \tag{6.2}$$

Nach dieser Gleichung entspricht die Stabilität des Lasers $\sigma_y(T_\pi)$ der Kohärenzzeit $T_\pi$ nachdem sich die Phase des Laserlichtes um ca. $0,25$ rad geändert hat.
Des Weiteren kommt es durch die diskontinuierliche Abfrage des atomaren Übergangs zu weiteren Instabilitäten. Infolge des Informationsverlustes über die Laserfrequenz während $T_{\text{tot}}$, z. B. durch die Präparation der Atome, kommt es ggf. zu einem Aliasing-Effekt, bei dem höherfrequentes Laserrauschen in den niedrigeren Frequenzbereich projiziert wird. Mit Hilfe des von Dick eingeführten Formalismus [28] lässt sich die Stabilität der Uhr infolge des Aliasings beschreiben. Zur Zeit werden sehr kleine Uhreninstabiltäten von ca. $3 \cdot 10^{-16}(\tau/\text{s})^{-1/2}$ erreicht [55].

## 6.1 Der Dick-Effekt

Wie im vorherigen Absatz beschrieben, wird die Stabilität der Uhr unter anderem durch den Dick-Effekt limitiert. Dieser Beitrag, $\sigma_{y,\text{Dick}}(\tau)$, lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$\sigma^2_{y,\text{Dick}}(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{k=1}^{\infty} S_\nu(k/T_\text{c}) \left| \frac{w_k}{w_0} \right|^2 \tag{6.3}$$

In dieser Gleichung wird das Laserrauschen $S_\nu$ bei der Frequenz $f = k/T_\text{c}$ mit $k$ als Laufindex mit den Koeffizienten $w_k$ gewichtet. Bei $w_k$[1] handelt es sich um den Fourierkoeffizient der Sensitivitätsfunktion $g(t)$ für einen Abfragezyklus $T_\text{c}$. Während des Uhrenpulses $T_\pi$ entspricht $g(t)$ der atomaren Sensitivitätsfunktion $g_\pi(t)$, welche bereits in Abschnitt 5.5.2 eingeführt wurde. Zur „Totzeit“ $T_{\text{tot}}$ ist die atomaren Sensitivitätsfunktion $g(t) = 0$. Die Sensitivitätsfunktion $g_\pi(t)$ beschreibt die Empfindlichkeit der Anregungswahrscheinlichkeit $p$ in Abhängigkeit von Frequenzänderungen in der Uhrenlaserfrequenz an einer Flanke des $m_f$-Übergangs. Wie erwähnt, ist hierbei für die Erhöhung der Empfindlichkeit die Laserfrequenz von der Resonanz auf die Hälfte der Anregungswahrscheinlichkeit (FWHM) $\Delta\nu \approx \pm 0,399343/T_\pi$ verstimmt.
Für den Uhrenbetrieb werden beide Flanken der jeweiligen $m_F = \pm 9/2$-Übergänge abgefragt, sodass ein voller Abfragezyklus zur Bestimmung der Verstimmung $\delta\nu$ des Uhrenlasers vom atomaren Übergang $4T_\text{c}$ beträgt. Hierdurch erweitert sich auch die Sensitivitätsfunktion als Serie von vier aneinander gereihten Sensisitivitätsfunktionen $g(t)$.
Zur Bestimmung systematischer Frequenzabweichungen wird die Uhr im alternierenden Zyklus betrieben. Hierbei erfolgt die Abfrage des Uhrenübergangs unter wechselnden Be-

[1] $w_k = \int_0^{T_\text{c}} g(t) \cdot e^{-2i\pi kt/T_\text{c}}$

dingungen $B_i$. So kann das Magnetfeld für jeden Zyklus geändert werden, um z. B. den Einfluss des quadratischen Zeeman-Effektes zu untersuchen. Zunächst wird der Übergang unter dem Einfluss von $B_1$ und anschließend unter dem Einfluss vom $B_2$ abgefragt. Dabei erweitert sich der Abfragezyklus auf $8T_c$, wobei die Sensitivitätsfunktion für die jeweilige Erweiterung Null beträgt. In der Abb. 6.1 ist der Abfragezyklus illustriert. Die schwarze Kurve von $t = 0$ bis $t = 4T_c$ stellt die Sensitivitätsfunktion für den Uhrenbetrieb dar. Hingegen zeigt die erweiterte schwarze Kurve $t = 0$ bis $t = 8T_c$ und die rote Kurve den alternierenden Betrieb.

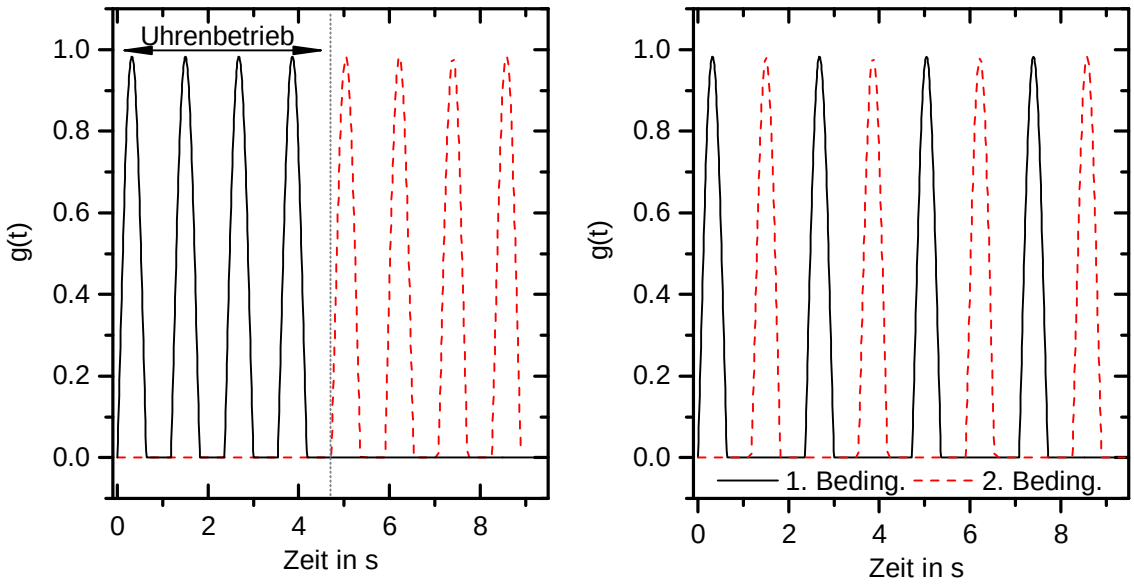



**Abbildung 6.1:** In dieser Grafik ist die Sensitivitätsfunktion $g(t)$ dargestellt. Die schwarze Kurve von $t = 0$ bis $t = 4T_c$ stellt die Sensitivitätsfunktion für den Uhrenbetrieb dar. Für den alternierenden Betrieb erweitert sich die Länge von $t = 0$ bis $t = 8T_c$, wobei die Sensitivitätsfunktion für die letzte Hälfte Null beträgt. Die gestrichelte rote Linie zeigt den zweiten alternierenden Abfragezyklus unter anderen Bedingungen. Typische Abfragezeiten sind für $T_\pi = 0,64$ s und $T_{\text{tot}} = 0,54$ s.

## 6.2 Stabilität der Strontium-Uhr

Durch Berechnung der Fourierkoeffizienten der in Abb. 6.1 gezeigten Sensitivitätsfunktion $g(t)$ mit den typischen Zyklusparametern $T_\pi = 0,64$ s, $T_{\text{tot}} = 0,54$ s und der Kenntnis über das typische Leistungsdichtespektrum des Lasers lässt sich mit Hilfe der Gleichung 6.3 die für den Dick-Effekt zu erwartende Stabilität $\sigma_y(\tau)$ der Uhr berechnen. Das für die Berechnung benötigte Spektrum des Lasers wurde mehrfach über einen Dreiecksver-

gleich bestimmt. Details wurde bereits in Abschnitt 3.3.2 und Abschnitt 5.6.2 beschrieben. Für den alternierenden Uhrenbetrieb sind die Fourierkoeffizienten von $w_k^2/w_0^2$ sowie das

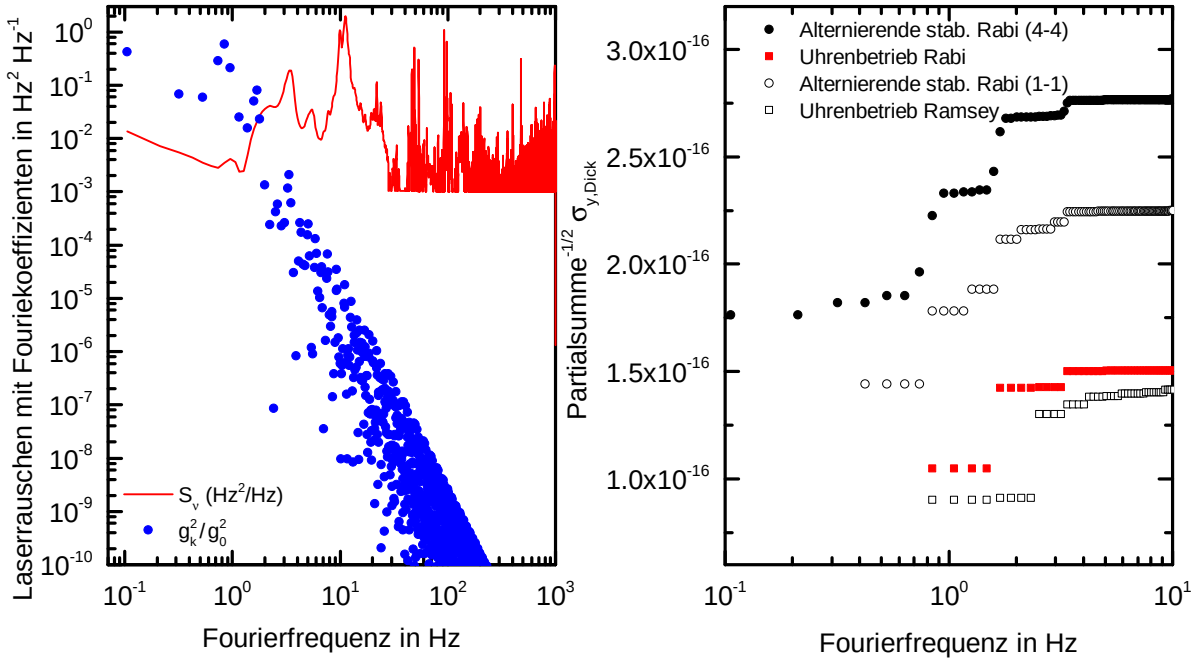



**Abbildung 6.2:** In der linken Abbildung sind die Fourierkoeffizienten durch blaue Punkte $w_k^2/w_0^2$ für $k > 0$ für die alternierende Stabilisierung mit den erwähnten Parametern gezeigt. Des Weiteren ist in Rot das typische Laserrauschen in $\mathrm{Hz}^2\ \mathrm{Hz}^{-1}$ gezeigt. In der rechten Grafik ist die Wurzel der partielle Summe aus der Gleichung 6.3 dargestellt. Die Kreise zeigen dabei die Ergebnisse für die alternierende Stabilisierung in Abhängigkeit von der Frequenz $f = k/(8T_\mathrm{c})$ mit $T_\mathrm{c} = 1,18$ s, die Quadrate für die Stabilisierung im Uhrenbetrieb mit $f = k/(4T_\mathrm{c})$. Die offenen Kreise zeigen hierbei eine Möglichkeit der Minimierung des Dick-Effektes für die alternierende Stabilisierung durch ein Wechseln der Bedingung nach jeden Uhrenpulszyklus $T_\mathrm{c}$. Die offenen Quadrate zeigen den Einfluss des Dick-Effektes für den Uhrenbetrieb mit dem Ramsey- Abfragemechanismus.($T_{pi/2} =$ 100 ms)

typische Rauschspektrum des Lasers in der Abb. 6.2 links gezeigt. Aus dem Fourierkoeffizientenverlauf ist ein Tiefpasscharakter der atomaren Sensitivität auf das Laserrauschen zu erkennen. Mit steigender Frequenz werden die Fourierkoeffizienten sukzessiv kleiner, wodurch die Gewichtung des Frequenzrauschens für hohe Frequenzen abnimmt. Das bedeutet, dass die Stabilität der Uhr vorwiegend auf niedrige Frequenzrauschanteile $f < 10$ Hz empfindlich ist.

In der Abb. 6.2 rechts ist die Partialsumme der Gleichung 6.3 in Abhängigkeit von der Frequenz für verschiedene Stabilisierungsmethoden dargestellt. Für den Fall der alternierenden Stabilisierung wird die Uhr, wie zuvor erwähnt, mit zwei unabhängigen Zyklen

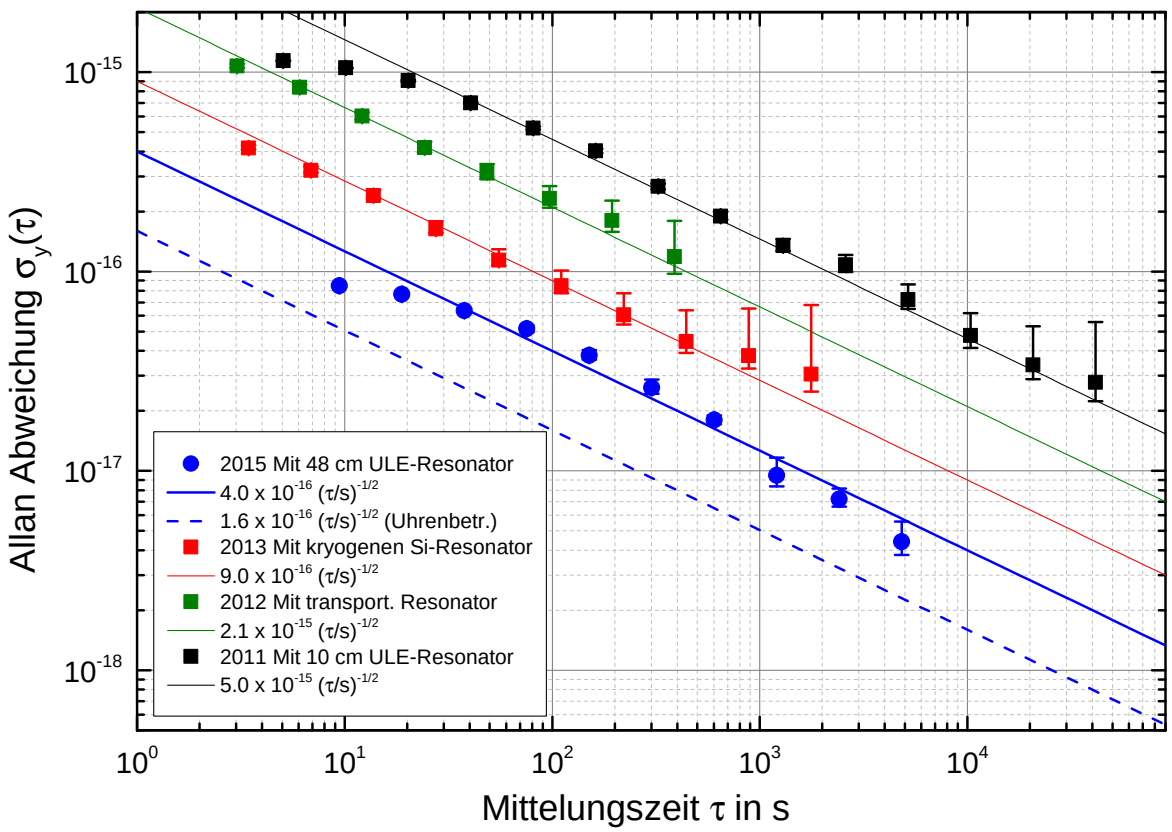



**Abbildung 6.3:** In dieser Grafik ist die historische Entwicklung der Stabilität der stationären Strontium-Uhr dargestellt. Die Messwerte, welche durch Punkte und Quadrate dargestellt sind, wurden mit dem alternierenden Stabilisierungsverfahren ermittelt. Die Messwerte wurden mit einer Funktion $\sigma_y(\tau) = a/\sqrt{\tau}$ hinterlegt (durchgezogene Kurven), um die Stabilität besser vergleichen zu können. Die gestrichelte blaue Kurve zeigt die zu erwartende Stabilität der Strontium-Uhr im Uhrenbetrieb.

betrieben. Jeder einzelne Zyklus trägt dabei seinen eigenen Rauschanteil zur Gesamtstabilität bei. Für den alternierenden Uhrenbetrieb ergibt sich daher aus der Partialsumme der Gleichung 6.3 ein Rauschbeitrag $\sqrt{2} \cdot 2,8 \cdot 10^{-16}$ durch den Dick-Effekt. Des Weiteren muss für das zu erwartende Gesamtrauschen der Uhr noch zusätzlich das Detektionsrauschen jeweils von $6 \cdot 10^{-17}$ beachtet werden, welches in unabhängigen Messungen ermittelt wurde. Da beide Rauchbeiträge als unabhängig gelten, werden sie quadratisch addiert, sodass sich eine resultierende Gesamtstabilität $\sigma_y = 4 \cdot 10^{-16}$ $(\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$ ergibt. Dieses Ergebnis ist in exzellenter Übereinstimmung mit der gemessenen Stabilität für die alterierende Stabilisierung von ebenfalls $\sigma_y = 4 \cdot 10^{-16}$ $(\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$, siehe hierzu Abb. 6.4.

Die Stabilität der alternierenden Stabilisierung kann durch eine kleine Modifikation im Abfragezyklus verbessert werden. Durch einen Wechsel der Abfragebedingungen nach je-

dem Uhrzyklus (nach $1T_c$ anstatt nach $4T_c$) lässt sich die Gesamtstabilität auf $\sigma_y = 3,3 \cdot 10^{-16}$ $(\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$ reduzieren, siehe hierzu auch Abb. 6.2 links.
Aus dem bekannten Rauschbeitrag des Lasers lässt sich auch die Stabilität der Uhr im einfachen Uhrenbetrieb ermitteln. Hierfür ergibt sich eine Stabilität von $\sigma_y = 1.6 \cdot 10^{-16}$ $(\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$. Es soll hierbei noch erwähnt werden, dass erst der Fourier-Koeffizient bei der Frequenz $f = 1/T_c$ in Abbildung 6.2 rechts maßgeblich die Stabilität beeinflusst und nicht etwa schon der Fourier-Koeffizient bei $f = 1/(4T_c)$. Diese ist nicht sofort verständlich, da erst nach der $4T_c$ eine Korrektur der Laserfrequenz erfolgt. Hingegen trägt in der alternierenden Stabilisierung bereits der Fourier-Koeffizient bei $f = 1/(8T_c)$ maßgeblich zur Uhrenstabilität bei.

Leider ist es momentan nicht möglich, die Stabilität von $\sigma_y = 1,6 \cdot 10^{-16}$ $(\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$ experimentell nachzuweisen, da sich eine zweite Uhr noch im Aufbau bzw. in der Evaluierungsphase befindet. Nach unserem Kenntnisstand ist damit die zu erwartende Instabilität der stationären Strontium-Uhr die kleinste Instabilität einer optischen Uhr weltweit. Dieses Ergebnis ist eine Folge des in dieser Arbeit vorgestellten rauscharmen Lasersystems, wodurch der Einfluss des Dick-Effektes reduziert werden konnte.
Des Weiteren lässt sich theoretisch durch die Anwendung des Ramsey-Abfragemechanismus die Stabilität noch weiter auf etwa $\sigma_y = 1,5 \cdot 10^{-16}$ $(\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$ reduzieren. Jedoch muss für dieses Abfragekonzept eine neue optische Weglängenstabilisierung implementiert werden, wobei die Stabilität sich nur mäßig verbessern würde.
In der Abb. 6.4 ist unter anderem die historische Entwicklung der Stabilität der stationären Strontium-Uhr bei der alternierenden Stabilisierung dargestellt. Die schwarze Kurve zeigt die Stabilität der Uhr (2011) mit einem Uhrenlaser basierend auf einem 10 cm langen Resonator. Die grüne Kurve stellt bereits durch die Implementierung des transportablen Uhrenlaserystems eine Verringerung der Instabilität um einen Faktor 2 dar. Mit der Anbindung des kryogenen Lasersystems an die Strontiumuhr im Jahr 2013 konnte die Instabilität (grüne Kurve) erneut um einen Faktor 2 reduziert werden. Schließlich war es nun möglich, die Uhreninstabilität mit dem langen Uhrenlasersystem auf $\sigma_y = 4 \cdot 10^{-16} (\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$ zu senken. Wie in diesem Abschnitt gezeigt, könnte eine Instabilität von $\sigma_y = 1,6 \cdot 10^{-16} (\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$ im Single-Betrieb mit einem Rabi-Abfragemechanismus erreicht werden.
Infolge der extrem langen Kohärenzzeit des Uhrenlasers lässt sich der schmalbandige atomaren Übergang $^1\mathrm{S}_0 \rightarrow {}^3\mathrm{P}_0$ Fourier-limitiert auf $1,2$ Hz mit hohem Kontrast von 80 % auflösen, wodurch ein sehr robuster Betrieb der Uhr möglich ist.

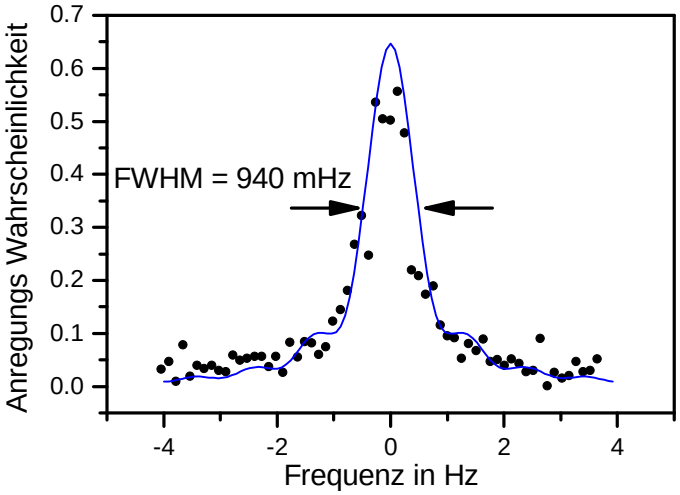



**Abbildung 6.4:** In dieser Grafik ist die Auflösung des schmalbandigen Uhrenübergangs dargestellt. Mit einer Uhrenpulslänge von ca. $T_\pi = 680$ ms konnte der Übergang auf 940 mHz aufgelöst werden.

In einer weiteren Messung konnte die Linienbreite auf 940 mHz reduziert werden. Jedoch ging gleichzeitig der Kontrast auf etwa 60 % zurück.

# Kapitel 7

# Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde unter anderem ein Uhrenlasersystem basierend auf einem 12 cm langen ULE-Glasresonator für eine transportable Strontium-Uhr entwickelt und aufgebaut. Aus Vergleichen mit anderen Lasersystemen konnte eine Instabilität von $\sigma_y = 4,4 \cdot 10^{-16}$ ermittelt werden. Das Design des Resonators wurde speziell darauf ausgelegt, den Resonator vibrationsunempfindlich zu lagern und potentielle Beschleunigungen von bis zu 50 g standzuhalten. Des Weiteren wurde versucht, die Größe und Masse des Gesamtaufbaus, bestehend aus Resonator mit Wärmeschilden und Vakuumsystem, auf ein Miniumum zu reduzieren. Mit gerade einmal einer Masse von 8 kg und einer Größe von einem etwas größeren Schuhkarton wäre dieser Aufbau ein idealer Kandidat für potentielle Weltraummissionen. Zurzeit ist dieses System eines der robustesten und gleichzeitig das frequenzstabilste transportable Lasersystem.
Aus Kapitel 4 ist jedoch ersichtlich, dass von Zeit zu Zeit Sprünge von einigen Hertz in der Laserfrequenz auftreten. Diese Frequenzsprünge werden vermutlich durch das Relaxieren der Stahllitze zur Lagerung des Resonators verursacht. In einer Kooperation mit der Heinrich-Heine-Universität in Düsseldorf wurde bereits ein neues Konzept in [15] vorgestellt, das es ermöglicht, die Stahllitze durch Festkörpergelenke zu ersetzen. Bei diesem Konzept wurde der Resonator mit zur optischen Achse parallel verlaufenden Rippen versehen und über eine Art von Festkörpergelenken gelagert. Es ist durchaus denkbar, dass mit dieser rippenförmigen Resonatorgestalt und der Implementierung der dynamischen 3-Punktlagerung entlang der beiden radialen Orientierungsrichtungen des Resonators, welche im Kapitel 5 vorgestellt wurde, noch längere Resonatoren vibrationsinsensitiv und transportabel gelagert werden können. So könnten mit einem 20 cm langen ULE-Glasresonator in Kombination mit kristallinen Spiegelbeschichtungen Intabilitäten von $9 \cdot 10^{-17}$ erreicht werden.

Des Weiteren wurde im Rahmen dieser Arbeit für eine stationäre Strontium-Gitteruhr ein neues Uhrenlasersystem, basierend auf einen ca. 48 cm langen ULE-Glasresonator, aufgebaut. Dieses System hat durch Vergleiche mit der Strontium-Uhr eine minimale Instabilität von $\sigma_y(15\ \mathrm{s}) = 8 \cdot 10^{-17}$ erreicht und ist nach unserem Kenntnisstand zurzeit damit das stabilste Lasersystem weltweit. Des Weiteren zeigt dieser Resonator hervorragende Langzeitstabilitäten von $\sigma_y = 1 \cdot 10^{-16}$ für Mittelungszeiten bis $\tau = 1000$ s. Hierfür wurde lediglich eine konstante lineare Drift von ca. 20 mHz $\mathrm{s}^{-1}$ abgezogen, welche durch das Altern des Glasresonators bewirkt wird. Mit diesem Ergebnis wurden Langzeitstabilitäten erreicht, welche vergleichbar mit auf kryogene Temperaturen gekühlte kristalline Resonatoren [50] sind.
Auf der Basis eines Dreiecksvergleiches mit zwei weiteren ultra-stabilen Lasersystemen war es möglich, das vollständige Frequenzrauschspektrum des Lasers zu ermitteln. Ausgehend vom Frequenzrauschspektrum konnte durch Berechnungen anhand des Dick-Effektes die zu erwartende Uhreninstabilität der Strontium-Uhr bestimmt werden. Für den alternierenden Uhrenbetrieb stimmen die berechneten Ergebnisse sehr gut mit der beobachteten Instabilität der Uhr überein. Auf der Grundlage dieser Berechnung ergibt sich für den normalen Uhrenbetrieb eine Instabilität von $\sigma_y = 1,6 \cdot 10^{-16}(\tau/\mathrm{s})^{-1/2}$. Leider sind wir momentan nicht in der Lage, diese Stabilität zu demonstrieren, da sich unsere zweite Strontium-Uhr noch im Aufbau und in der Evaluierungsphase befindet. Im internationalen Vergleich wäre auch die stationäre Strontium-Uhr an der PTB momentan die stabilste Uhr weltweit [55]. Infolge der sehr niedrigen Instabilität lassen sich nun systematische Effekte, welche die Genauigkeit der Uhr beeinflussen können, in kürzeren Zeiten bestimmen. Die hervorragende niedrige Instabilität des Uhrenlasersystems konnte erst durch die Implementierung innovativer Konzepte ermöglicht werden. Es ist bekannt, dass sich die Wirkung des thermischen Rauschbeitrages der Glasspiegel bzw. der Beschichtungen auf die relative Längenstabilität des Resonators durch längere Resonatoren verringern lassen. Mit wachsender Länge wird es allerdings schwieriger, Längenänderungen der Resonatoren durch einwirkende Kräfte infolge von seismischen Störungen zu kontrollieren. Durch die Implementierung einer dynamischen 3-Punktlagerung konnte eine Vibrationsempfindlichkeit von $(\Delta\nu/\nu)/a = 2 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{g}^{-1}$ erreicht und damit der Einfluss seismischer Störungen reduziert werden. Des Weiteren sind fluktuierende Temperaturgradienten über den Resonator problematisch in der Kontrolle. Hierzu wurde eine neuartige Temperaturstabilisierung entwickelt, die es ermöglicht, diese Gradienten konstant zu halten, wodurch die exzellenten hohen Langzeitstabilitäten erreicht werden konnten. In unserem Aufbau wird das Licht von einer Laserdiode zum Resonator, zur Strontium-Uhr sowie zum Frequenz-

kamm über polarisationserhaltende optische Fasern geleitet. Mit der Stabilisierung aller drei optischen Weglängen auf einem gemeinsamen Referenzpunkt kann das Licht phasenstarr vom Resonator zu den Atomen und zum Frequenzkamm übertragen werden. Vor allem durch die Implementierung der Faserstabilisierung zum Resonator konnte die Kurzzeitstabilität bei $\tau = 1$ s des Lasersystems von $\sigma_y(1\text{ s}) = 3 \cdot 10^{-16}$ auf $\sigma_y(1\text{ s}) = 1 \cdot 10^{-16}$ reduziert werden. Auch für die neue Generation von transportablen Uhrenlasersystemen, welche darauf abzielen Stabilitäten von $\sigma_y = 1 \cdot 10^{-16}$ zu erreichen, ist eine phasenstabile Lichtübertragung vom Resonator zu den Atomen unabdingbar. Für solch einen Aufbau könnte das hier vorgestellte Konzept ebenfalls integriert werden.
In Abschnitt 5.6.2 wurde eine detaillierte Analyse des Frequenzrauschspektrums vom Laser gegeben. Es stellte sich heraus, dass das Rauschen durch seismische Störungen um Fourierfrequenzen von 1 Hz erhöht ist. Untersuchungen haben gezeigt, dass diese seismische Störungen durch die Resonanzüberhöhungen des passiven Vibrationsisoliertisches erzeugt werden. Zukünftig könnten diese Störungen durch den Austausch des passiven Tisches durch einen aktiven Isoliertisch, welcher in der Regel keine Resonanzüberhöhungen aufweist, reduziert werden. Des Weiteren könnte mit diesem Tisch gezielt die mechanische Transferfunktion des Resonators mit Halterung bestimmt werden. Damit wäre es möglich durch Messung des seismischen Rauschens und einer entsprechenden Korrektur im Laserrauschen, die Kurzzeitstabilität des Lasers zu verbessern. Diese Technik wurde bereits erfolgreich von Thorpe [115] implementiert sowie getestet und könnte ebenfalls in unser System integriert werden. Abschätzungen haben gezeigt, dass durch die Reduktion dieser Störungen die Kohärenzzeit des Lasers von $0,64$ s auf etwa 1 s verlängert werden kann. Infolge dieser Kohärenzzeitverlängerung wäre es möglich, den Einfluss des Dick-Effektes noch weiter zu reduzieren. Dieser Einfluss des Dick-Effektes könnte sich bei einer angenommenen Totzeit für Präparation und Detektion der Atome von etwa $0,54$ s auf etwa $\sigma_y = 9 \cdot 10^{-17}(\tau/\text{s})^{-1/2}$ verringern.

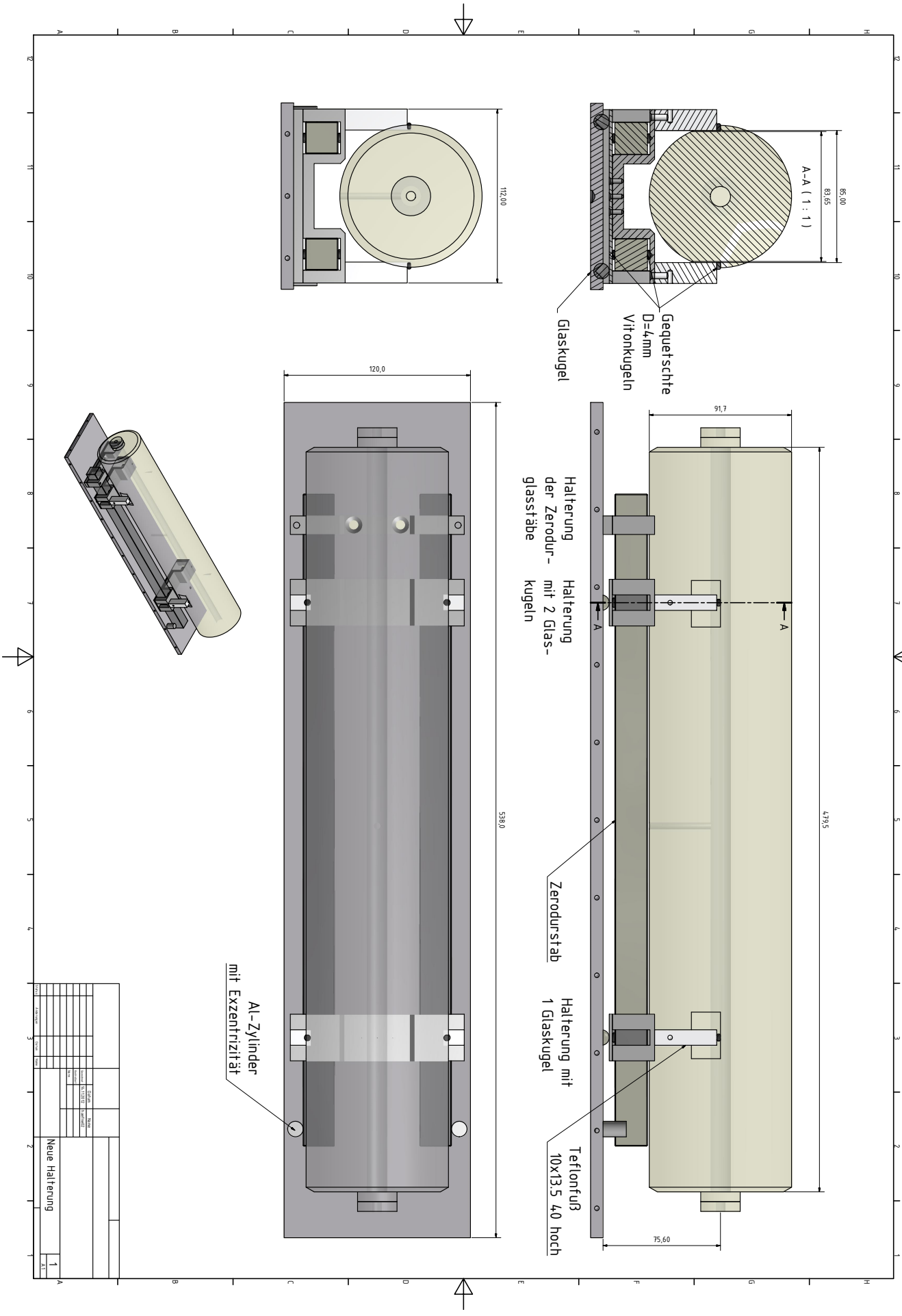
Wie aus der jüngsten Veröffentlichung zu sehen [55] ist, wird weltweit daran gearbeitet, die Uhrengenauigkeit sowie Stabilität zu verbessern. Es wurde bereits in der Einleitung darauf hingewiesen, dass die Stabilität der Uhren momentan durch das Rauschen der Laser limitiert ist. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher versucht, wie weit sich das Laserrauschen durch Verlängern der Glasresonatoren noch realistisch reduzieren lässt, da mit wachsender Länge, z. B. die Vibrationsempfindlichkeit der Resonatoren, ansteigt. Aus Abschätzungen der erreichbaren Vibrationssensitivität mit der hier vorgestellten 3-Punkt-Lagerung, welche auch in [92] bestätigt werden konnte, scheint es durchaus möglich zu

sein, einen Resonator mit etwa 55 cm Länge aufzubauen, welcher nicht durch seismische Störungen limitiert wird. In Kombination mit kristallinen Spiegelbeschichtungen könnte damit eine theoretische Laserstabilität von $\sigma_y = 2,3 \cdot 10^{-17}$ erreicht werden. Mit solch einem Lasersystem lassen sich Kohärenzzeiten von etwa $2,5$ s erreichen, wodurch es möglich wäre den Uhrenübergang auf etwa 320 mHz aufzulösen. Unter der Annahme einer totzeitbehafteten Abfrage von $T_{\text{tot}} = 0,54$ würde sich der Einfluss des Dick-Effektes auf etwa $\sigma_y = 3,2 \cdot 10^{-17}(\tau/\text{s})^{-1/2}$ reduzieren.

Für noch höhere Stabilitäten ist es wahrscheinlich sinnvoll, Lasersysteme mit kryogen gekühlten Resonatoren wie Silizium oder Saphir zu entwickeln. Zurzeit wird an der PTB bereits an einem auf 4 K gekühlten kristallinen Silizium Resonator gearbeitet. Mit diesem System könnten theoretisch Instabilitäten von ca. $\sigma_y = 3 \cdot 10^{-18}$ erreicht werden, womit Kohärenzzeiten von ca. 30 s möglich wären.

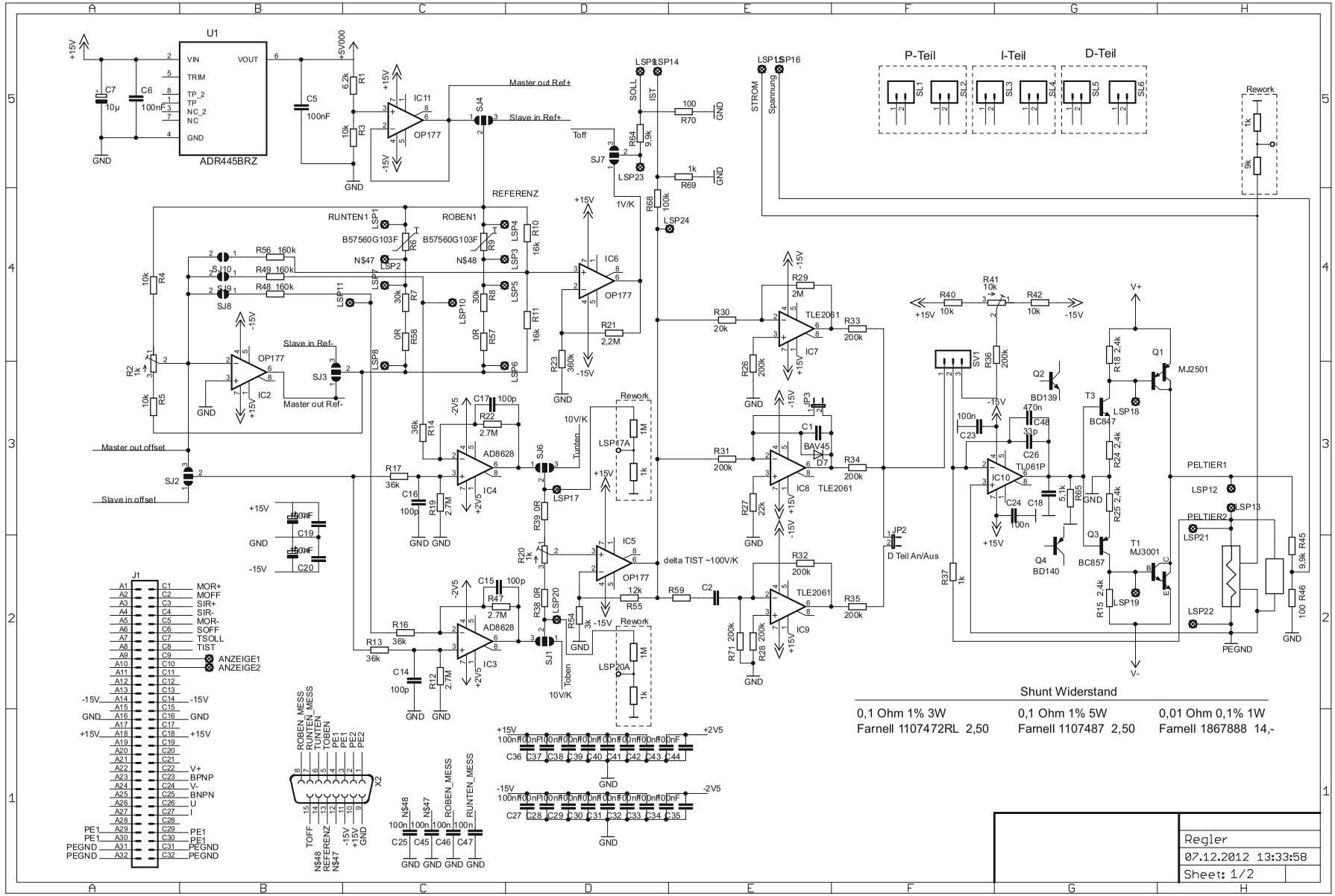
# Anhang A

# Halterung des 48 cm Resonators


A-A ( 1 : 1 )
85,00
83,65
Gequetschte
D=4mm
Vitonkugeln
Glaskugel
112,00
91,7
479,5
A
A
Halterung
der Zerodur-
glasstäbe
Halterung
mit 2 Glas-
kugeln
Zerodurstab
Halterung mit
1 Glaskugel
Teflonfuß
10x13,5 40 hoch
75,60
120,0
538,0
Al-Zylinder
mit Exzentrizität
Neue Halterung
1
A1

# Anhang B

# Temperaturregler für den 48 cm Resonator


U1
ADR445BRZ
VIN
VOUT
TRIM
TP_2
TP
NC_2
NC
GND
+15V
+5V000
C7 10µ
C6 100nF
C5 100nF
R1 6,2k
R3 10k
IC11 OP177
Master out Ref+
Slave in Ref+
REFERENZ
RUNTEN1
ROBEN1
B57560G103F
R6
R9
R10 16k
R11 16k
R7 30k
R8 30k
R58 0R
R57 0R
R56 160k
R49 160k
R48 160k
S10
S9
SJ8
SJ4
SJ3
SJ2
SJ6
SJ1
SJ7
R4 10k
R5 10k
R2 1k
IC2 OP177
Slave in Ref-
Master out Ref-
Master out offset
Slave in offset
IC6 OP177
R21 2,2M
R23 360k
R64 9,9k
R68 100k
R70 100
R69 1k
SOLL
IST
Toff
1V/K
10V/K
Tunten
Toben
Rework
R17 36k
R16 36k
R13 36k
R14 36k
R22 2.7M
R47 2.7M
R19 2.7M
R12 2.7M
C16 100p
C14 100p
C17 100p
C15 100p
IC4 AD8628
IC3 AD8628
R39 0R
R38 0R
R20 1k
R54 3k
R55 12k
R59
C2
IC5 OP177
delta TIST ~100V/K
IC7 TLE2061
IC8 TLE2061
IC9 TLE2061
R29 2M
R30 20k
R31 200k
R32 200k
R33 200k
R34 200k
R35 200k
R26 200k
R27 22k
R28 200k
R71 200k
C1
BAV45
D7
JP3
JP2
D Teil An/Aus
STROM
Spannung
P-Teil
I-Teil
D-Teil
SL1
SL2
SL3
SL4
SL5
SL6
R40 10k
R41 10k
R42 10k
SV1
R36 200k
R37 1k
C23 100n
C48 470n
C26 33p
C24 100n
C18
IC10 TL061P
R65 5,1k
Q2 BD139
Q4 BD140
Q3 BC857
T3 BC847
T1 MJ3001
Q1 MJ2501
R18 2,4k
R24 2,4k
R25 2,4k
R15 2,4k
PELTIER1
PELTIER2
PEGND
R45 9,9k
R46 100
V+
V-
J1
MOR+
MOFF
SIR+
SIR-
MOR-
SOFF
TSOLL
TIST
ANZEIGE1
ANZEIGE2
BPNP
BNPN
U
I
PE1
PEGND
X2
ROBEN_MESS
RUNTEN_MESS
TUNTEN
TOBEN
TOFF
REFERENZ
C36 C37 C38 C39 C40 C41 C42 C43 C44
C27 C28 C29 C30 C31 C32 C33 C34 C35
C25 C45 C46 C47
Shunt Widerstand
0,1 Ohm 1% 3W
Farnell 1107472RL 2,50
0,1 Ohm 1% 5W
Farnell 1107487 2,50
0,01 Ohm 0,1% 1W
Farnell 1867888 14,-
Regler
07.12.2012 13:33:58
Sheet: 1/2

# Danksagung

Am Gelingen dieser Arbeit waren viele Personen beteiligt, denen ich auf diesem Weg ein herzliches Dankeschön aussprechen möchte.

Ein besonderer Dank gebührt Herrn Dr. Uwe Sterr, der durch seine fachlichen Ratschläge maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Seine stets freundliche, hilfsbereite Art sowie seine sehr hohe fachliche Kompetenz haben mich sehr beeindruckt und waren eine große Hilfe beim Erstellen der Arbeit.

Danke sage ich Herrn Dr. Christian Lisdat für die Betreuung dieser Arbeit. Sein zielstrebige Herangehensweise, besonders am Ende, war entscheidend für die Fertigstellung.

Ganz besonders danke ich Herrn Prof. Dr. Ertmer von der Universität Hannover für die gute Betreuung im Graduierten-Kolleg sowie für die Bereiterklärung als Korreferent.

Ein weiterer Dank geht an meinen Kollegen und, Mitstreiter Stefan Vogt, welcher mich während meiner gesamten Zeit mit seiner fachlichen Kompetenz unterstützt hat.

Ich danke auch meinen Kollegen Dr. Christian Grebing, Dr. Thomas Legero und Dr. Dan Matei, die mir zu jeder Zeit mit Rat und Tat zur Seite standen.

Danke sage ich meinen anderen Mitstreitern Ali Al-Masoudi und Evgenij Pachomow für die gute Zeit.

Ich möchte mich auch bei André Uhde, Klemens Budin und unseren ehemaligen Mitarbeiter Jörn Falke bedanken, die die Fertigung des Aufbaus übernommen haben und mich stets tatkräftig unterstützt haben.

Des Weiteren danke ich unserer Elektronik-Crew Andreas Koczwara, Mattias Misera und Marion Wengel. Ohne deren Engagement wäre die Realisierung des Aufbaus nicht möglich gewesen.

Ich danke auf diesem Weg auch allen anderen Mitarbeitern unserer Abteilung und der PTB. Ohne das organisatorische Talent unserer ehemaligen Sekretärin Frau Voss und unseres Abteilungsleiters Herrn Dr. Harald Schnatz wäre diese Arbeit ebenfalls nicht zustande gekommen. Natürlich möchte ich mich auch bei unseren neuen Kollegen Dr. Sören Dörscher, Dr. Silvio Koller, Jacopo Grotti für die gute Zusammenarbeit bedanken. Bedanken für die guten fachlichen Gespräche möchte ich mich auch bei der Arbeitsgruppe von Dr. Cesine Grosche mit Dr. Sebastian Raupach sowie bei Dr. Erik Benkler.

Danke sage ich auch meiner Freundin Juliane und Torsten Berndt sowie meinen Eltern für die Unterstützung bei der Fertigstellung meiner Arbeit.

Ein Dank gilt auch den finanziellen Förderern meiner Arbeit. Hierbei möchte mich ganz besonders beim Graduierten Kolleg RTG 1729 der Leibniz Universität Hannover und bei der Europäischen Weltraum Agentur ESA, welche meine Arbeit in Technical Assessment Study TEC MME/2012/270 RFQ 3 – 13581/12/NL/PA förderten, bedanken.

**Vielen Dank**

# Publikationen

Häfner, S., S. Falke, C. Grebing, S. Vogt, T. Legero, M. Merimaa, C. Lisdat und U. Sterr: $8\times10^{-17}$ *fractional laser frequency instability with a long room-temperature cavity*. Opt. Lett., 40:2112–2115, 2015.

Falke, S., N. Lemke, C. Grebing, B. Lipphardt, S. Weyers, V. Gerginov, N. Huntemann, C. Hagemann, A. Al-Masoudi, S. Häfner, S. Vogt, U. Sterr und C. Lisdat: *A strontium lattice clock with* $3 \times 10^{-17}$ *inaccuracy and its frequency*. New J. Phys., 16:073023, 2014.

Chen, Q.-F., A. Nevsky, M. Cardace, S. Schiller, T. Legero, S. Häfner, A. Uhde und U. Sterr: *A compact, robust, and transportable ultra-stable laser with a fractional frequency instability of* $1 \times 10^{-15}$. Rev. Sci. Instrum., 85:113107, 2014.

# Lebenslauf

## Kontakt

E-Mail: sebhae851@yahoo.com

## Sebastian Häfner

| | |
|---|---|
| Geboren am: | 10.01.1985 |
| Ort: | Schmalkalden |
| Familienstand: | ledig |
| Nationalität: | deutsch |

## Ausbildung

| | |
|---|---|
| 2002 – 2005 | Berufliches Gymnasium Schmalkalden |
| 2005 – 2008 | Fachhochschule Jena, Bachelor für Laser und Optotechnologien Bachelorarbeit am IOQ Jena: *Charakterisierung von Hochleistungsdiodenlasern mit zeitaufgelöster Messung des Emissionsspektrums* |
| 2008–2011 | Fachhochschule Jena, Master für Laser und Optotechnologien Masterarbeit an der Physikalisch-Technische Bundesanstalt Braunschweig: *Aufbau eines vibrationsunempfindlichen, transportablen Referenzresonator für einen Diodenlaser mit Sub-Hertz Linienbreite* |
| seit 2011 | Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Physikalisch-Technische Bundesanstalt Braunschweig |

# Literaturverzeichnis


[1] Allan, D. W.: *Statistics of Atomic Frequency Standards*. Proc. IEEE, 54:221–230, 1966.

[2] Amairi, S., T. Legero, T. Kessler, U. Sterr, J. B. Wübbena, O. Mandel und P. O. Schmidt: *Reducing the effect of thermal noise in optical cavities*. Appl. Phys. B, 113:233–242, 2013.

[3] Baillard, X., A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon und P. Rosenbusch: *Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers*. Opt. Commun., 266:609–613, 2006.

[4] Barnes, J. A., A. R. Chi, L. S. Cutler, D. J. Healey, D. B. Leeson, T. E. McGunigal, J. A. Mullan, W. L. Smith, R. L. Sydnor, R. F. C. Vessot und G. M. R. Winkler: *Characterization of Frequency Stability*. IEEE Trans. Instrum. Meas., IM-20:105–120, 1971. see corrections in NIST TN-1337 [108].

[5] Bartl, J. und M. Baranek: *Emissivity of aluminium and its importance for radiometric measurement*. Measurement Science Review, 4:31–36, 2004.

[6] Bauch, A., J. Achkar, S. Bize, D. Calonico, R. Dach, R. Hlavać, L. Lorini, T. Parker, G. Petit, D. Piester, K. Szymaniec und P. Uhrich: *Comparison between frequency standards in Europe and the USA at the* $10^{-15}$ *uncertainty level*. Metrologia, 43:109–120, 2006.

[7] Bayer-Helms, F.: *Langzeitige Längenänderungen der Glaskeramik "Zerodur' ' als Auswirkung eines Diffusionsvorganges*. Metrologia, 23:145–151, 1987.

[8] Berthold III, J. W. und S. F. Jacobs: *Ultraprecise thermal expansion measurements of seven low expansion materials*. Appl. Opt., 15:2344–2347, 1976.

[9] Berthold III, J. W., S. F. Jacobs und M. A. Norton: *Dimensional Stability of Fused Silica, Invar, and Several Ultra-low Thermal Expansion Material*. Metrologia, 13:9–16, 1977.

[10] Birch, K. P. und M. J. Downs: *An Updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air*. Metrologia, 30:155–162, 1993.

[11] Bishof, M., X. Zhang, M. J. Martin und J. Ye: *Optical spectrum analyzer with quantum-limited noise floor*. Phys. Rev. Lett., 111:093604, 2013.

[12] Black, E. D.: *An Introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization*. Am. J. Phys., 69:79–87, 2001.

[13] Brantley, W. A.: *Calculated elastic constants for stress problems associated with semiconductor devices*. J. Appl. Phys., 44:534–535, 1973.

[14] Callen, H. B. und T. A. Welton: *Irreversibility and Generalized Noise*. Phys. Rev., 83(1):34–40, 1951.

[15] Chen, Q.-F., A. Nevsky, M. Cardace, S. Schiller, T. Legero, S. Häfner, A. Uhde und U. Sterr: *A compact, robust, and transportable ultra-stable laser with a fractional frequency instability of* $1 \times 10^{-15}$. Rev. Sci. Instrum., 85:113107, 2014.

[16] Chen, Q.-F., A. Nevsky, S. Schiller, E. Portuondo Campa, S. Lecomte und D. Parker: *Proton irradiation robustness of dielectric mirrors for high-finesse Fabry-Pérot resonators in the near-infrared spectral range*. Appl. Phys. B, 116:385–391, 2013.

[17] Chou, C. W., D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland und T. Rosenband: *Frequency Comparison of Two High-Accuracy* $Al^+$ *Optical Clocks*. Phys. Rev. Lett., 104:070802, 2010.

[18] Chou, C. W., D. B. Hume, T. Rosenband und D. J. Wineland: *Optical Clocks and Relativity*. Science, 329:1630 – 1633, 2010.

[19] Cole, G. D., S. Gröblacher, K. Gugler, S. Gigan und M. Aspelmeyer: *Monocrystalline* $Al_xGa_{1-x}As$ *heterostructures for high-reflectivity high-Q micromechanical resonators in the megahertz regime*. Appl. Phys. Lett., 92(26):261108, 2008.

[20] Cole, G. D., W. Zhang, M. J. Martin, J. Ye und M. Aspelmeyer: *Crystalline coatings for ultra-low-noise optical cavities*. In: *CLEO*, S. JM2N.2. Optical Society of America, 2013.

[21] Cole, G. D., W. Zhang, M. J. Martin, J. Ye und M. Aspelmeyer: *Tenfold reduction of Brownian noise in optical interferometry*. Nature Photonics, 7:644–650, 2013.

[22] Cook, S., T. Rosenband und D. R. Leibrandt: *Laser frequency stabilization based on steady-state spectral-hole burning in* $Eu^{3+}$*:*$Y_2SiO_5$. Phys. Rev. Lett., 114:253902, 2015.

[23] Corning: *ULE® Corning Code 7972*. www.corning.com, 08 2006. properties of ULE.

[24] Dash, W. C. und R. Newman: *Intrinsic Optical Absorption in Single-Crystal Germanium and Silicon at 77°K and 300°K**. Phys. Rev., 99(4):1151–1155, 1955.

[25] Dawkins, S. T., J. J. McFerran und A. N. Luiten: *Considerations on the measurement of the stability of oscillators with frequency counters*. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 54:918–925, 2007.

[26] Degenhardt, C., T. Nazarova, C. Lisdat, H. Stoehr, U. Sterr und F. Riehle: *Influence of Chirped Excitation Pulses in an Optical Clock with Ultracold Calcium Atoms*. IEEE Trans. Instrum. Meas., 54:771–775, 2005.

[27] Degenhardt, C., H. Stoehr, C. Lisdat, G. Wilpers, H. Schnatz, B. Lipphardt, T. Nazarova, P.-E. Pottie, U. Sterr, J. Helmcke und F. Riehle: *Calcium optical frequency standard with ultracold atoms: Approaching* $10^{-15}$ *relative uncertainty*. Phys. Rev. A, 72:062111–1–17, 2005.

[28] Dick, G. J.: *Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards*. In: *Proceedings of* $19^{th}$ *Annu. Precise Time and Time Interval Meeting, Redendo Beach, 1987*, S. 133–147, Washington, DC, 1988. U.S. Naval Observatory.

[29] Drever, R. W. P., J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley und H. Ward: *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*. Appl. Phys. B, 31:97–105, 1983.

[30] Dubé, P., A. Madej, J. Bernard, L. Marmet und A. Shiner: *A narrow linewidth and frequency-stable probe laser source for the $^{88}Sr^{+}$ single ion optical frequency standard*. Appl. Phys. B, 95:43–54, 2009.

[31] Edlén, B.: *The refractive index of air*. Metrologia, 2:71–80, 1966.

[32] Eisele, C., A. Y. Nevsky und S. Schiller: *Laboratory Test of the Isotropy of Light Propagation at the $10^{-17}$ Level*. Phys. Rev. Lett., 103:090401, 2009.

[33] Ekstrom, C., F. Torcaso, E. Burt und D. Matsakis: *Estimating the stability of N clocks with correlations*. In: *Frequency and Time Forum, 1999 and the IEEE International Frequency Control Symposium, 1999., Proceedings of the 1999 Joint Meeting of the European*, S. 168–172 vol.1, 1999.

[34] Falke, S., N. Lemke, C. Grebing, B. Lipphardt, S. Weyers, V. Gerginov, N. Huntemann, C. Hagemann, A. Al-Masoudi, S. Häfner, S. Vogt, U. Sterr und C. Lisdat: *A strontium lattice clock with $3 \times 10^{-17}$ inaccuracy and its frequency*. New J. Phys., 16:073023, 2014.

[35] Falke, S., M. Misera, U. Sterr und C. Lisdat: *Delivering pulsed and phase stable light to atoms of an optical clock*. Appl. Phys. B, 107:301–311, 2012.

[36] Falke, S., H. Schnatz, J. S. R. Vellore Winfred, T. Middelmann, S. Vogt, S. Weyers, B. Lipphardt, G. Grosche, F. Riehle, U. Sterr und C. Lisdat: *The $^{87}Sr$ optical frequency standard at PTB*. Metrologia, 48:399–407, 2011.

[37] Fortier, T. M., F. Quinlan, A. Hati, C. Nelson, J. A. Taylor, Y. Fu, J. Campbell und S. A. Diddams: *Photonic microwave generation with high-power photodiodes*. Opt. Lett., 38:1712–1714, 2013.

[38] Frey, B. J., D. B. Leviton und T. J. Madison: *Temperature dependent refractive index of silicon and germanium*. arXiv:physics/0606168v1, 2006. to be published in the Proc. of SPIE 6273 (Orlando).

[39] Fukuda, Y., K. Yamamoto, T. Hasegawa, T. Nakaegawa, J. Nishijima und M. Taniguchi: *Monitoring groundwater variation by satellite and implications for in-situ gravity measurements*. Science of The Total Environment, 407:3173–3180, 2009.

[40] Gilowski, M., C. Schubert, M. Zaiser, W. Herr, T. Wübbena, T. Wendrich, T. Müller, E. Rasel und W. Ertmer: *Narrow bandwidth interference filter-stabilized diode laser systems for the manipulation of neutral atoms*. Opt. Commun., 280:443–447, 2007.

[41] Goulielmakis, E., M. Schultze, M. Hofstetter, V. S. Yakovlev, J. Gagnon, M. Uiberacker, A. L. Aquila, E. M. Gullikson, D. T. Attwood, R. Kienberger, F. Krausz und U. Kleineberg: *Single-Cycle Nonlinear Optics*. Science, 320(5883):1614–1617, 2008.

[42] Gray, J. E. und D. W. Allan: *A method for estimating the frequency stability of an individual oscillator*. In: *Proceedings of the 28th Annual Symposium on Frequency Control, 29-31 May 1974, Atlantic City, New Jersey, New Jersey*, S. 243–246. Electronic Industries Association, 2001 Eye Street, N.W., Washington, D.C. 20006, 1974.

[43] Greenhall, C. A.: *The third-difference approach to modified Allan variance*. IEEE Trans. Instrum. Meas., 46:696–703, 1997.

[44] Grosche, G., B. Lipphardt und H. Schnatz: *Optical frequency synthesis and measurement using fibre-based femtosecond lasers*. Eur. Phys. J. D, 48:27–33, 2008.

[45] Grosche, G., O. Terra, K. Predehl, R. Holzwarth, B. Lipphardt, F. Vogt, U. Sterr und H. Schnatz: *Optical frequency transfer via 146 km fiber link with* $10^{-19}$ *relative accuracy*. Opt. Lett., 34:2270–2272, 2009.

[46] Häfner, S.: *Aufbau eines vibrationsunempfindlichen, transportablen Referenzresonators für einen Diodenlaser mit Sub-Hertz Linienbreite*. Diplomarbeit, Fachhochschule Jena, 2011.

[47] Häfner, S., S. Falke, C. Grebing, S. Vogt, T. Legero, M. Merimaa, C. Lisdat und U. Sterr: $8 \times 10^{-17}$ *fractional laser frequency instability with a long room-temperature cavity*. Opt. Lett., 40:2112–2115, 2015.

[48] Hagemann, C.: *Ultra-stable laser based on a cryogenic single-crystal silicon cavity*. Doktorarbeit, Fakultät für Mathematik und Physik der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2013.

[49] Hagemann, C., C. Grebing, T. Kessler, S. Falke, N. Lemke, C. Lisdat, H. Schnatz, F. Riehle und U. Sterr: *Providing* $10^{-16}$ *short-term stability of a* 1.5 $\mu m$ *laser to optical clocks*. IEEE Trans. Instrum. Meas., 62(6):1556–1562, 2013.

[50] Hagemann, C., C. Grebing, C. Lisdat, S. Falke, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M. J. Martin und J. Ye: *Ultra-stable laser with average fractional frequency drift rate below* $5 \times 10^{-19}$/s. Opt. Lett., 39:5102–5105, 2014.

[51] Hänsch, T. W. und B. Couillaud: *Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity*. Opt. Commun., 35:441–444, 1980.

[52] Heraeus: *Base Materials*. www.heraeus-quarzglas.de, 02 2013. properties of fused silica.

[53] Hess, M., L. Stringhetti, B. Hummelsberger, K. Hausner, R. Stalford, R. Nasca, L. Cacciapuoti, R. Much, S. Feltham, T. Vudali, B. Léger, F. Picard, D. Massonnet, P. Rochat, D. Goujon, W. Schäfer, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, P. Wolf, C. Salomon, I. Procházka, U. Schreiber und O. Montenbruck: *The ACES mission: System development and test status*. Acta Astronautica, 69(11—12):929–938, 2011.

[54] Higby, P. L., E. J. Friebele, C. M. Shaw, M. Rajaram, E. K. Graham, D. L. Kinser und E. G. Wolff: *Radiation Effects on the Physical Properties of Low-Expansion-Coefficient Glasses and Ceramics*. J. Am. Ceram. Soc., 71:796–802, 1988.

[55] Hinkley, N., J. A. Sherman, N. B. Phillips, M. Schioppo, N. D. Lemke, K. Beloy, M. Pizzocaro, C. W. Oates und A. D. Ludlow: *An atomic clock with* $10^{-18}$ *instability*. Science, 341:1215–1218, 2013.

[56] Hosaka, K., H. Inaba, D. Akamatsu, M. Yasuda, J. Sugawara, A. Onae und F.-L. Hong: *A Fabry—Pérot Etalon with an Ultralow Expansion Ceramic Spacer*. Jpn. J. Appl. Phys., 52(3R):032402, 2013.

[57] Huntemann, N., M. Okhapkin, B. Lipphardt, S. Weyers, C. Tamm und E. Peik: *High-accuracy optical clock based on the octupole transition in* $^{171}Yb^{+}$. Phys. Rev. Lett., 108:090801, 2012.

[58] Hutchinson, I. H.: *The far-infrared absorption of different types of fused silica*. Infrared Physics, 22:117–121, 1982.

[59] Jacobs, S. F., S. C. Johnston und G. A. Hansen: *Expansion hysteresis upon thermal cycling of Zerodur*. Appl. Opt., 23:3014–3016, 1984.

[60] Jacobs, S. F., S. C. Johnston, J. M. Sasian, M. Watson, J. D. Targove und D. Bass: *Surface figure changes due to thermal cycling hysteresis*. Appl. Opt., 26:4438–4442, 1987.

[61] Jedamzik, R., C. Kunisch und T. Westerhoff: *ZERODUR: progress in CTE characterization*. In: *Proc. SPIE 8860, UV/Optical/IR Space Telescopes and Instruments: Innovative Technologies and Concepts VI, 88600P*, 2013.

[62] Jiang, H., F. Kéfélian, S. Crane, O. Lopez, M. Lours, J. Millo, D. Holleville, P. Lemonde, C. Chardonnet, A. Amy-Klein und G. Santarelli: *Transfer of an optical frequency over an urban fiber link*. J. Opt. Soc. Am. B, 25:2029–2035, 2008.

[63] Jiang, Y. Y., A. D. Ludlow, N. D. Lemke, R. W. Fox, J. A. Sherman, L.-S. Ma und C. W. Oates: *Making optical atomic clocks more stable with* $10^{-16}$ *level laser stabilization*. Nature Photonics, 5:158–161, 2011.

[64] Kessler, T., C. Hagemann, C. Grebing, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M. J. Martin, L. Chen und J. Ye: *A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity*. Nature Photonics, 6:687–692, Dec. 2012.

[65] Kessler, T., T. Legero und U. Sterr: *Thermal noise in optical cavities revisited*. J. Opt. Soc. Am. B, 29:178–184, 2012.

[66] Legero, T., Ch.Lisdat, J. S. R. Vellore Winfred, H. Schnatz, G. Grosche, F. Riehle und U. Sterr: *Clock Laser System for a Strontium Lattice Clock*. In: Maleki, L. (Hrsg.): *Proceedings of the 7th Symposium Frequency Standards and Metrology*, S. 427–431. World Scientific, 2009. Asimolar Conference Grounds, Pacific Grove, CA, USA, 5-11 October 2008.

[67] Legero, T., T. Kessler und U. Sterr: *Tuning the thermal expansion properties of optical reference cavities with fused silica mirrors*. J. Opt. Soc. Am. B, 27:914–919, 2010.

[68] Legero, T., C. Lisdat, J. S. R. Vellore Winfred, H. Schnatz, G. Grosche, F. Riehle und U. Sterr: *Interrogation laser for a strontium lattice clock*. IEEE Trans. Instrum. Meas., 58:1252–1257, 2009.

[69] Leibrandt, D. R., M. J. Thorpe, M. Notcutt, R. E. Drullinger, T. Rosenband und J. C. Bergquist: *Spherical reference cavities for frequency stabilization of lasers in non-laboratory environments*. Opt. Express, 19(4):3471–3482, Feb 2011.

[70] Levin, Y.: *Internal thermal noise in the LIGO test masses: A direct approach*. Phys. Rev. D, 57:659–663, 1998.

[71] Liebetrau, H., M. Hornung, A. Seidel, M. Hellwing, A. Kessler, S. Keppler, F. Schorcht, J. Hein und M. C. Kaluza: *Ultra-high contrast frontend for high peak power fs-lasers at 1030 nm*. Opt. Express, 22:24776–24786, 2014.

[72] Lineykin, S. und S. Ben-Yaakov: *PSPICE-Compatible Equivalent Circuit of Thermoelectric Cooler*. In: *36t IEEE Power Electronics Specialists Conference, 2005*, S. 608–612. IEEE Cat. No.05CH37659C, 2005.

[73] Ludlow, A. D., M. M. Boyd, J. Ye, E. Peik, P. O. Schmidt, A. D. Ludlow, M. M. Boyd, J. Ye, E. Peik und P. O. Schmidt: *Optical atomic clocks*. Rev. Mod. Phys., 87:637–701, Jun 2015.

[74] Ludlow, A. D., X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt und J. Ye: *Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at* $1 \times 10^{-15}$. Opt. Lett., 32:641–643, 2007.

[75] Ma, L.-S., P. Jungner, J. Ye und J. L. Hall: *Delivering the same optical frequency at two places: accurate cancellation of phase noise introduced by optical fiber or other time-varying path*. Opt. Lett., 19:1777–1779, 1994.

[76] Maiman, T. H.: *Stimulated Optical Radiation in Ruby*. Nature, 187:493–494, 1960.

[77] Meiser, D., J. Ye, D. R. Carlson und M. J. Holland: *Prospects for a Millihertz-Linewidth Laser*. Phys. Rev. Lett., 102:163601, 2009.

[78] Millo, J., D. V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, E. M. L. English, P. G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde und G. Santarelli: *Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities*. Phys. Rev. A, 79:053829, 2009.

[79] Nazarova, T., F. Riehle und U. Sterr: *Vibration-insensitive reference cavity for an ultra-narrow-linewidth laser*. Appl. Phys. B, 83:531–536, 2006.

[80] Nicholson, T., M. Martin, J. Williams, B. Bloom, M. Bishof, M. Swallows, S. Campbell und J. Ye: *Comparison of Two Independent Sr Optical Clocks with* $1 \times \times 10^{-17}$ *Stability at* $10^3$ *s*. Phys. Rev. Lett., 109:230801, 2012.

[81] Nicholson, T. L., S. L. Campbell, R. B. Hutson, G. E. Marti, B. J. Bloom, R. L. McNally, W. Zhang, M. D. Barrett, M. S. Safronova, G. F. Strouse, W. L. Tew und J. Ye: *Systematic evaluation of an atomic clock at* $2 \times 10^{-18}$ *total uncertainty*. Nature Com., 6:6896, 2015.

[82] Notcutt, M., L.-S. Ma, J. Ye und J. L. Hall: *Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity*. Opt. Lett., 30:1815–1817, 2005.

[83] Numata, K.: *Direct measurement of mirror thermal noise*. Doktorarbeit, Department of Physics, Faculty of Science, University of Tokyo, 2002.

[84] Numata, K., A. Kemery und J. Camp: *Thermal-Noise Limit in the Frequency Stabilization of Lasers with Rigid Cavities*. Phys. Rev. Lett., 93:250602, 2004.

[85] Numata, K., K. Yamamoto, H. Ishimoto, S. Otsuka, K. Kawabe, M. Ando und K. Tsubono: *Systematic measurement of the intrinsic losses in various kinds of bulk fused silica*. Phys. Lett. A, 327(4):263–271, 2004.

[86] Paland, E.: *Technisches Taschenbuch*. INA Schaeffler KG, 2002.

[87] Penn, S. D., P. H. Sneddon, H. Armandula, J. C. Betzwieser, G. Cagnoli, J. Camp, D. R. M. Crooks, M. M. Fejer, A. M. Gretarsson, G. M. Harry, J. Hough, S. E. Kittelberger, M. J. Mortonson, R. Route, S. Rowan und C. C. Vassiliou: *Mechanical loss in tantala/silica dielectric mirror coatings*. Class. Quantum Grav., 20(13):2917, 2003.

[88] Petersen, K. E.: *Silicon as a Mechanical Material*. Proc. IEEE, 70:420–457, 1982.

[89] Pound, R. V.: *Electronic frequency stabilization of microwave oscillators*. Rev. Sci. Instrum., 17:490–505, 1946.

[90] Predehl, K., G. Grosche, S. M. F. Raupach, S. Droste, O. Terra, J. Alnis, T. Legero, T. W. Hänsch, T. Udem, R. Holzwarth und H. Schnatz: *A 920-Kilometer Optical Fiber Link for Frequency Metrology at the 19th Decimal Place*. Science, 336(6080):441–444, 2012.

[91] Primak, W. und E. Edwards: *Radiation-Induced Dilatations in Vitreous Silica*. Phys. Rev., 128:2580–2588, 1962.

[92] Pyka, S. Amairi ep: *A long optical cavity for sub-Hertz laser spectroscopy*. Doktorarbeit, QUEST-Leibniz-Forschungsschule der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2014.

[93] Rajaram, M. und E. Friebele: *Effects of radiation on the properties of low thermal expansion coefficient materials: A review*. Journal of Non-Crystalline Solids, 108(1):1–17, 1989.

[94] Rathmann, C., G. Mann und M. Nordberg: *A new ultralow-expansion, modified fused-silica glass*. Appl. Opt., 7:819–823, 1968.

[95] Raupach, S. M. F., A. Koczwara und G. Grosche: *Optical frequency transfer via a 660 km underground fiber link using a remote Brillouin amplifier*. Opt. Express, 22:26537, 2014.

[96] Richard, J.-P. und J. J. Hamilton: *Cryogenic monocrystalline silicon Fabry-Perot cavity for the stabilization of laser frequency*. Rev. Sci. Instrum., 62:2375–2378, 1991.

[97] Riehle, F.: *Use of optical frequency standards for measurements of dimensional stability*. Meas. Sci. Technol., 9:1042–1048, 1998.

[98] Riehle, F.: *Frequency Standards: Basics and Applications*. Wiley-VCH, Weinheim, 2004.

[99] Rogers, A. E. E. und J. M. Moran, Jr.: *Coherence limit for very long baseline interferometry*. IEEE Trans. Instrum. Meas., 30:283–286, 1981.

[100] Rosenband, T., D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland und J. C. Bergquist: *Frequency Ratio of $Al^+$ and $Hg^+$ Single-Ion Optical Clocks; Metrology at the 17th Decimal Place*. Science, 319:1808–1812, 2008.

[101] Rosenband, T., P. O. Schmidt, D. B. Hume, W. M. Itano, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, K. Kim, S. A. Diddams, J. C. J. Koelemeij, J. C. Berg-

QUIST und D. J. WINELAND: *Observation of the* $^1S_0$ - $^3P_0$ *clock transition in* $^{27}Al^+$. Phys. Rev. Lett., 98:220801–1–4, 2007.

[102] RUPSCHUS, G., R. NIEPRASCHK, K. JOUSTEN und M. KÜHNE: *Detection of small pressure pulses in an ion pumped ultrahigh vacuum system.* J. Vacc. Sci. Tech. A, 12:1686–1689, 1994.

[103] RUTMAN, J.: *Characterization of phase and frequency instabilities in precision frequency sources: fifteen years of progress.* Proc. IEEE, 66:1048–1075, 1978.

[104] SCHOTT: *ZERODUR.* www.schott.com, 2011. properties of zerodur.

[105] SCHOTT: *Sapphire for Advanced Imaging, Sensing and Security.* www.schott.com, 2013. proberties of sapphire.

[106] STEFFEN, H., O. GITLEIN, H. DENKER, J. MÜLLER und L. TIMMEN: *Present rate of uplift in Fennoscandia from GRACE and absolute gravimetry.* Tectonophysics, 474:69–77, 2009.

[107] STOEHR, H.: *Diodenlaser mit Hertz-Linienbreite für ein optisches Calcium-Frequenznormal.* Doktorarbeit, Universität Hannover, Universität Hannover, 2004. in German, urn:nbn:de:gbv:089-4850973620.

[108] SULLIVAN, D., D. ALLAN, D. HOWE und F. WALLS: *Characterization of Clocks and Oscillators.* NIST Tech. Note 1337, NIST, U.S Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology, March 1990. online available at http://tf.nist.gov/cgi-bin/showpubs.pl.

[109] TAVELLA, P. und A. PREMOLI: *Estimating the Instabilities of N Clocks by Measuring Differences of their Readings.* Metrologia, 30:479–486, 1994.

[110] TAYLOR, J., S. DATTA, A. HATI, C. NELSON, F. QUINLAN, A. JOSHI und S. DIDDAM: *Characterization of Power-to-Phase Conversion in High-Speed P-I-N Photodiodes.* IEEE Photonics Journal, 3:140–151, 2011.

[111] TELLE, H. R.: *Stabilization and modulation schemes of laser diodes for applied spectroscopy.* Spectrochimica Acta Rev., 15:301–327, 1993.

[112] TELLE, H. R. Private Mitteilungen, 2002.

[113] Telle, H. R., B. Lipphardt und J. Stenger: *Kerr-lens mode-locked lasers as transfer oscillators for optical frequency measurements*. Appl. Phys. B, 74:1–6, 2002.

[114] Terra, O., G. Grosche und H. Schnatz: *Brillouin amplification in phase coherent transfer of optical frequencies over 480 km fiber*. Opt. Express, 18(15):16102–16111, 2010.

[115] Thorpe, M. J., D. R. Leibrandt, T. M. Fortier und T. Rosenband: *Measurement and real-time cancellation of vibration-induced phase noise in a cavity-stabilized laser*. Opt. Express, 18(18):18744–18751, Aug 2010.

[116] Thorpe, M. J., L. Rippe, T. M. Fortier, M. S. Kirchner und T. Rosenband: *Frequency-stabilization to* $6 \times 10^{-16}$ *via spectral-hole burning*. Nature Photonics, 5:688–693, June 2011.

[117] Torcaso, F., C. Ekstrom, E. Burt und D. Matsakis: *Estimating the stability of N clocks with correlations*. IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 47:1183–1189, 2000.

[118] Toscano, W. M. und E. G. Cravalho: *Thermal Radiative Properties of the Noble Metals at Cryogenic Temperatures*. Journal of Heat Transfer, 98(3):438–445, 1976.

[119] Uchiyama, T., T. Tomaru, M. E. Tobar, D. Tatsumi, S. Miyoki, M. Ohashi, K. Kuroda, T. Suzuki, N. Sato, T. Haruyama, A. Yamamoto und T. Shintomi: *Mechanical quality factor of a cryogenic sapphire test mass for gravitational wave detectors*. Physics Letters A, 261:5–11, 1999.

[120] Ushijima, I., M. Takamoto, M. Das, T. Ohkubo und H. Katori: *Cryogenic optical lattice clocks*. Nature Photonics, 9:185–189, 2015.

[121] Vogt, S., C. Lisdat, T. Legero, U. Sterr, I. Ernsting, A. Nevsky und S. Schiller: *Demonstration of a Transportable 1 Hz-Linewidth Laser*. Appl. Phys. B, 104:741–745, Aug. 2011.

[122] Webster, S. und P. Gill: *Force-insensitive optical cavity*. Opt. Lett., 36:3572–3574, 2011.

[123] Webster, S. A., M. Oxborrow und P. Gill: *Vibration insensitive optical cavity*. Phys. Rev. A, 75:011801(R), 2007.

[124] Wiens, E., Q.-F. Chen, I. Ernsting, H. Luckmann, U. Rosowski, A. Nevsky und S. Schiller: *Silicon single-crystal cryogenic optical resonator*. Opt. Lett., 39(11):3242–3245, Jun 2014. See Erratum: Optics Letters Vol. 40, Iss. 1, pp. 68–68 (2015).

[125] Willke, B., K. Danzmann, M. Frede, P. King, D. Kracht, P. Kwee, O. Puncken, R. L. S. (Jr), B. Schulz, F. Seifert, C. Veltkamp, S. Wagner, P. Wessels und L. Winkelmann: *Stabilized lasers for advanced gravitational wave detectors*. Class. Quantum Grav., 25(11):114040, 2008.

[126] Yamamoto, K., S. Miyoki, T. Uchiyama, H. Ishitsuka, M. Ohashi, K. Kuroda, T. Tomaru, N. Sato, T. Suzuki, T. Haruyama, A. Yamamoto, T. Shintomi, K. Numata, K. Waseda, K. Ito und K. Watanabe: *Measurement of the mechanical loss of a cooled reflective coating for gravitational wave detection*. Phys. Rev. D, 74:022002, 2006.

[127] Young, B. C., F. C. Cruz, W. M. Itano und J. C. Bergquist: *Visible Lasers with Subhertz Linewidths*. Phys. Rev. Lett., 82:3799–3802, 1999.

[128] Yudin, V. I., A. V. Taichenachev, M. V. Okhapkin, S. N. Bagayev, C. Tamm, E. Peik, N. Huntemann, T. E. Mehlstäubler und F. Riehle: *Atomic clocks with suppressed blackbody radiation shift*. Phys. Rev. Lett., 107:030801, 2011.

[129] Zhang, W., M. J. Martin, C. Benko, J. L. Hall, J. Ye, C. Hagemann, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, G. D. Cole und M. Aspelmeyer: *Reduction of residual amplitude modulation to* $1 \times 10^{-6}$ *for frequency-modulation and laser stabilization*. Opt. Lett., 39:1980–1983, 2014.

[130] Zhao, K., Q. Zhang, M. Chini, Y. Wu, X. Wang und Z. Chang: *Tailoring a 67 attosecond pulse through advantageous phase-mismatch*. Opt. Lett., 37(18):3891–3893, Sep 2012.

1.3