

Mentale Rotation von Würfelkonfigurationen

- theoretischer Abriss, mathematikdidaktische Perspektiven
und Analysen zu Strategien von Grundschulkindern in einer
konstruktiven Arbeitsumgebung

von der Philosophischen Fakultät
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades einer
Doktorin der Philosophie
Dr. phil. -

genehmigte Dissertation
von

Simone Reinhold

geboren am 31.01.1972 in Hameln

2007

Referent: Prof. Dr. Th. Bedürftig
(Universität Hannover)

Koreferenten: Prof. em. Dr. H. Wippermann
(Universität Hannover)

Prof. em. Dr. H. Maier
(Universität Regensburg)

Tag der Promotion: 8. Januar 2007

Dankeschön

Bereits während der ersten Phase meiner Lehramtsausbildung motivierten mich Herr Prof. Dr. Thomas Bedürftig und Herr Prof. em. Dr. Heinrich Wippermann zum wissenschaftlichen Arbeiten und trugen maßgeblich dazu bei, mein Interesse an mathematikdidaktischen Fragestellungen auch nach meinem Eintritt in den schulischen Alltag weiter zu entwickeln. In beispielloser Intensität setzten sie sich für die Überwindung bürokratischer Hürden ein und ermöglichten in Kooperation mit der ehemaligen Bezirksregierung Hannover die Aufnahme meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Didaktik der Mathematik und Physik an der Universität Hannover (IDMuP). Die vorliegende Arbeit entstand in diesem organisatorischen Freiraum, für den allen Beteiligten sehr herzlich gedankt sei.

Vor allem die motivierende Zuversicht meiner Betreuer und ihr Vertrauen in meine Fähigkeiten verhalfen der Arbeit zu eigenen wissenschaftlichen Wegen. Am IDMuP in Hannover bereicherten zudem die konstruktiven Anregungen und der Austausch im Didaktischen Kolloquium sowie die Diskussionen in unserem Doktorandenseminar meine Arbeit. Allen hiesigen Kolleginnen und Kollegen - v.a. Herrn Prof. em. Dr. Hans-Günther Bigalke, Herrn Prof. Dr. Klaus Hasemann, Herrn Rainer Mangels, Herrn Knut Rickmeyer, Herrn Dirk Tönnies sowie Herrn Dr. Frank-Rüdiger Walter - danke ich herzlich für kritische Kommentare und wertvolle Anregungen, die meinen Blick in vielerlei Hinsicht geschärft haben. Mein Dank gilt ferner dem ehemaligen Fachbereich Erziehungswissenschaften der Universität Hannover für die finanzielle Unterstützung meines Projektes.

Als besondere Bereicherung meiner Arbeit empfand ich die Möglichkeit, mich national wie international über mein Promotionsvorhaben austauschen zu können. Besonders hervorzuheben sind hier die Initiativen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, deren Angebote für Doktoranden meiner Arbeit eine wertvolle Plattform für inhaltlichen und informellen Austausch boten.

Frau Antje Blasius, Frau Daniela Winkler und Frau Marita Runnebom sei an dieser Stelle herzlich gedankt für ihre tatkräftige Unterstützung bei der mühsamen Anfertigung der Transkripte und ihr darüber hinaus gehendes inhaltliches Interesse an Interpretation der Daten. Besonders wertvolle Unterstützung erhielt ich zudem von meinem Bruder Sven Heißmeyer, der mir half auch die letzten technischen Tücken bei der Anfertigung des Manuskripts zu meistern. Darüberhinaus gilt mein herzliches Dankeschön allen an der Studie beteiligten Kindern sowie den Kolleginnen in der Schule, ohne deren stets interessierte und motivierte Kooperation die vorliegende Untersuchung nicht entstanden wäre.

Das Zusammenspiel von wissenschaftlicher Qualifikation und Familienalltag birgt bekanntermaßen vielfältige Reibungspunkte. So bin ich besonders dankbar für die vielfältige emotionale und tatkräftige organisatorische Unterstützung, die mir zuteil wurde. Die stets verständnisvolle Haltung unseres Freundeskreises und vor allem die unerschütterliche Geduld aller großen und kleinen Mitglieder meiner Familie bei geistiger Abwesenheit oder schwer zu ertragenden Launen trugen wesentlich zum Gelingen der Arbeit bei, die ich vor allem meinem Mann Michael und unseren Kindern widme.

Simone Reinhold
Hannover, November 2006

Abkürzungsverzeichnis

a.a.O.	am angegebenen Ort
Abb.	Abbildung
allg.	allgemein
Anm.	Anmerkung
bzw.	beziehungsweise
d.h.	das heißt
dt.	deutsch
etc.	et cetera
f	und die folgende Seite
ff	und die folgenden Seiten
ggf.	gegebenenfalls
Kap.	Kapitel
m.E.	meines Erachtens
s.	siehe
S.	Seite (innerhalb der vorliegenden Arbeit)
sog.	sogenannt
S.R.	Simone Reinhold
u.a.	und andere
usw.	und so weiter
v.a.	vor allem
vgl.	vergleiche
z.B.	zum Beispiel
zit.	zitiert
z.T.	zum Teil

Zusammenfassung

- Mentale Rotation
- Strategien
- Grundschulkinder

Die vorliegende Arbeit widmet sich der Analyse individueller Zugänge von Grundschulkindern bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben und bietet zunächst einen umfangreichen Einblick in das Forschungsfeld zu mentaler Rotation: Psychologische Konzepte zur mentalen Rotation aus kognitiver, psychometrischer und differentieller Perspektive werden dabei ebenso reflektiert wie entwicklungspsychologische Befunde zur Raumvorstellung und zur Fähigkeit mentaler Rotation im Grundschulalter. Damit verbunden werden mathematikdidaktische Sichtweisen und eine ausführliche Auseinandersetzung mit bereits vorliegenden Befunden zu Strategien bei der Bearbeitung von Rotationsaufgaben.

Im zweiten Teil der Arbeit wird daran anknüpfend der Frage nachgegangen, welche Strategien acht- bis zehnjährige Grundschulkinder bei der mentalen Rotation massiver Würfelfünflinge einsetzen. In einer empirischen, qualitativ ausgerichteten Studie werden die Kinder im Rahmen einer eigens für die eigene Untersuchung entwickelten Aufgabenstellung mit verschiedenen Würfelfünflingen konfrontiert, die aus Einzelwürfeln rekonstruiert und zu diesem Zweck mental rotiert werden müssen. Die eigenen Analysen zu den Vorgehensweisen der Kinder bei der Bearbeitung dieser Aufgabenstellung decken im Sinne empirisch begründeter Theoriebildung konstitutive Elemente der beobachteten Strategien auf und beschreiben diese in ihrem Zusammenwirken. Ein daraus resultierendes Modell dient einerseits der Charakterisierung typischer Vorgehensweisen in der eigenen Studie und kann darüber hinaus auch in vergleichbaren Situationen als Analyseinstrument eingesetzt werden.

Summary

- mental rotation
- strategies
- elementary school children

This work is dedicated to the analysis of individual approaches of elementary school children to mental-rotation-tasks. In the first part, it provides an extensive insight into the field of research on mental rotation: Results from developmental psychology concerning spatial abilities and imagery representing movement complement the presentation of psychological research results from cognitive, psychometric and from differential perspective on mental rotation. These findings are connected to positions and results from corresponding mathematics education research as well as to results from research on individual performances on mental-rotation-tasks.

The second part of the work presents the author's own study on mental rotation strategies of elementary school children aged eight to ten. The core experiment investigates cognitive strategies of children solving a unique mental-rotation-task with solid pentacubes: On each trial children had to rotate a solid pentacube mentally in order to rebuild it with single wooden cubes. Interpretation of the data followed the principles of Grounded Theory and led to a model of constitutive elements of the observed strategies. The model helps to describe typical strategies and may serve as an instrument of analysis in comparable situations.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
I	Theoretische Ausgangspunkte	9
2	Mentale Rotation in Konzepten zur Raumvorstellung	11
2.1	Die kognitive Sichtweise: Von der Wahrnehmung zum mentalen visuellen Operieren	12
2.1.1	Wahrnehmung	13
2.1.1.1	Wahrnehmung statischer Objekte	13
2.1.1.2	Wahrnehmung von Bewegung	25
2.1.2	Vorstellungen	29
2.1.2.1	Komponenten von Vorstellungen	30
2.1.2.2	Mentale Repräsentationen visueller Informationen	33
2.1.3	Mentales visuelles Operieren	45
2.2	Die psychometrische Betrachtungsweise	63
2.2.1	Raumvorstellung als Primärfaktor der Intelligenz	63
2.2.2	Mentale Rotation als Element der Raumvorstellung in der faktorenanalytischen Betrachtung	69
2.3	Differentielle Betrachtungen	93
2.3.1	Kommen Frauen nicht „ins Rotieren“? - Unterschiede zwischen den Geschlechtern bei mentaler Rotation	93
2.3.2	Erklärungsansätze für Unterschiede beim mentalen visuellen Rotieren	96
2.3.2.1	Erklärungsansätze auf der Grundlage biologischer Erkenntnisse	96
2.3.2.2	Äußerlich beeinflussbare Bedingungen	98
3	Raumvorstellung im Grundschulalter	111
3.1	Entwicklung der visuellen Wahrnehmung	113

3.2	Kindlicher Ausdruck räumlicher Vorstellung	116
3.2.1	Strukturierungsprozesse beim Erfassen von Würfelkonfigurationen	116
3.2.2	Kinderzeichnungen als Ausdruck von Raumvorstellung	128
3.2.3	Raumvorstellung in räumlich-konstruktiven Arbeitsumgebungen	143
3.3	Zur Entwicklung mentaler Repräsentationen und der Fähigkeit zu gedanklicher Rotation	152
3.3.1	Zur Theorie Piagets	153
3.3.2	Mentale Rotation im Vor- und Grundschulalter aus kognitionspsychologischer Perspektive	165
3.3.3	Zur Entwicklung Jugendlicher	173
3.4	Zusammenfassung	175
4	Mathematikdidaktische Sichtweisen zu Raumvorstellung und mentaler Rotation	179
4.1	Begriffliche Annäherungen	180
4.2	Didaktisch-methodische Ansätze	193
4.2.1	Trainierbarkeit und Relevanz	193
4.2.2	Geometrie, Raumvorstellung und mentale Rotation im Mathematikunterricht	201
4.2.3	Mentale Rotation: Beispiele aus dem Geometrieunterricht der Grundschule	210
4.2.4	Zusammenhang zu curricularen Vorgaben	235
4.2.5	Zusammenfassung	238
5	Die strategische Perspektive zu Raumvorstellung und mentaler Rotation	243
5.1	Strategien im Zusammenhang von Denken und Problemlösen .	244
5.2	Individuelle Unterschiede beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben mit mentaler Rotation	252
5.2.1	Strategien erwachsener Probanden	252
5.2.2	Strategien blinder und sehbehinderter Erwachsener und Kinder	274
5.2.3	Strategien von Jugendlichen	276
5.2.4	Kinder lösen mentale Rotationsaufgaben	285
5.2.5	Zusammenfassung	292

II Grundschulkinder bearbeiten Aufgaben mit mentaler Rotation 301

6	Konzeption der Untersuchung	303
6.1	Leitende Fragestellungen	304
6.2	Methodologische Bezugspunkte	309
6.2.1	Qualitative Forschung in der Mathematikdidaktik . . .	309
6.2.2	Elemente empirisch begründeter Theoriebildung	311
6.3	Vorüberlegungen zur Planung der Untersuchung	319
6.3.1	Aufgabentypen und Forschungsdesigns zur Untersuchung von Strategien beim Umgang mit Aufgaben zu mentaler Rotation	319
6.3.2	Ausschnitte aus einer Voruntersuchung mit explorativem Charakter	322
6.4	Planung der Hauptuntersuchung	327
6.4.1	Aufgabenauswahl für die eigene Studie: Konfigurationen und ihre strukturellen Charakteristika	327
6.4.2	Planung des halbstandardisierten Interviewablaufs . . .	340
6.4.3	Re-Interviews: Zur Methode des nachträglichen lauten Denkens bei Kindern im Grundschulalter	344
7	Durchführung der Studie	349
7.1	Ablauf und organisatorische Bedingungen der Untersuchung .	349
7.2	Schriftliche Aufgabenbearbeitung im Vorfeld	351
7.2.1	Intentionen und Darstellung der Aufgaben	352
7.2.2	Zusammenstellung der beteiligten Schülerpaare	363
7.3	Durchführung der Interviews	374
7.4	Dokumentation und Analyse	381
7.4.1	Dokumentation der Interviews	381
7.4.1.1	Video- und Tonbanddokumentation	381
7.4.1.2	Transkription mit Beispielen	383
7.4.2	Vorgehen bei der Analyse	389
7.4.2.1	Betrachtung individueller Performanzen	390
7.4.2.2	Analyse unter kooperativen Gesichtspunkten .	395
7.4.2.3	Analyse unter dem Eindruck von Interventionen	398
8	Ergebnisse	403
8.1	Erste Analysen und Auffälligkeiten weisen den Weg...	404
8.1.1	Analyse von Fehlertypen	404
8.1.2	Begleitende motorische Aktivitäten	411
8.1.3	Assoziationen	422

8.1.4	Erweiterung des Kodierschemas	430
8.2	Vergleichende Analysen: Strategieelemente in Bearbeitungen der Aufgaben 1-h2 bis 1-h5	437
8.2.1	Ergebnisse zu Aufgabe 1-h2	437
8.2.1.1	Florian zu 1-h2	438
8.2.1.2	Hanno zu 1-h2	439
8.2.1.3	Finn und Ron zu 1-h2	441
8.2.1.4	Zusammenfassung zu 1-h2	443
8.2.2	Ergebnisse zu Aufgabe 1-h3	445
8.2.2.1	Timo und Florian zu 1-h3	445
8.2.2.2	Finn zu 1-h3	448
8.2.2.3	Louis zu 1-h3	450
8.2.2.4	Zusammenfassung zu 1-h3	454
8.2.3	Ergebnisse zu Aufgabe 1-h4	456
8.2.3.1	Valerie zu 1-h4	456
8.2.3.2	Jana zu 1-h4	458
8.2.3.3	Felix und Sven zu 1-h4	459
8.2.3.4	Leon und Timo zu 1-h4	462
8.2.3.5	Zusammenfassung zu 1-h4	464
8.2.4	Ergebnisse zu Aufgabe 1-h5	466
8.2.4.1	Leon zu 1-h5	466
8.2.4.2	Valerie und Alina zu 1-h5	468
8.2.4.3	Louis zu 1-h5	470
8.2.4.4	Zusammenfassung zu 1-h5	471
8.3	Komponenten mentaler Rotation	473
8.3.1	Darstellung der Komponenten mentaler Rotation im Modell	474
8.3.1.1	Zur Art der mentalen Operationen	474
8.3.1.2	Verbale und gestische Stützen der Transfor- mation	475
8.3.1.3	Individuell unterschiedliche Zugänge	477
8.3.1.4	Strukturierungsweisen	477
8.3.1.5	Aspekte der zeitlichen Organisation	479
8.3.1.6	Aspekte der Rotationskoordination	480
8.3.2	Beschreibung individueller Vorgehensweisen mit dem Komponentenmodell	484
8.3.2.1	Beispiele für Typen additiver und sukzessiver mentaler Rotation im Komponentenmodell	484
8.3.2.2	Schablonentechnik	487

9 Reflexion und Ausblick	491
9.1 Zusammenfassung	491
9.2 Relevanz der Arbeit für den Geometrieunterricht der Grund- schule	492
9.3 Reflexion der eingesetzten Methoden	496
9.4 Offene Fragen und weiterführende Hypothesen	500
Abbildungsverzeichnis	505
Literaturverzeichnis	515

Kapitel 1

Einleitung

Die Begegnung mit schlichten, kleinen Holzwürfeln zu Beginn des eigenen Studiums legte den Grundstein für die vorliegende Arbeit: Aus dem Interesse an der Vielzahl reizvoller methodischer Vorschläge zum Konstruieren und gedanklichen Operieren mit Würfeln entwickelte sich im späteren Schulalltag ein fester Bestandteil des eigenen Geometrieunterrichts in der Grundschule (vgl. Heißmeyer 2000a, b).

Erklärtes Ziel dieser und vergleichbarer Aktivitäten war und ist neben dem Erhalt der Lernfreude, der Entwicklung von Kooperationsfähigkeit und von argumentativen Kompetenzen stets vor allem eine Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens der Schülerinnen und Schüler¹. So wurde und wird geometrischen Aktivitäten und der Schulung der Raumvorstellung seitens der Mathematikdidaktik eine besondere Bedeutung beigemessen, die auch in die gegenwärtige Etablierung von Standards und Bildungsplänen für den Mathematikunterricht in der Grundschule einfließt (vgl. Bildungsstandards 2004; NCTM 2004; Bildungsstandards 2005; Kerncurriculum 2006).

In der eigenen praktischen Arbeit faszinierte mich persönlich vor allem der Umgang der Kinder mit dreidimensionalen Puzzlestückchen, die aus mehreren Einzelwürfeln bestehen und beispielsweise für den Soma-Würfel, den Herzberger Quader oder andere Figuren verwendet werden. Die Souveränität, mit der einige Kinder gedanklich ihre Puzzleteile drehen und zusammenfügen, ist beeindruckend. Andere Kinder hingegen haben häufig noch größte Mühen, Vorstellungsvermögen und Konstruktion aufeinander abzustimmen.

¹Im nachfolgenden Text wird zur besseren Lesbarkeit in der Regel nur noch die maskuline Bezeichnung „Schüler“, bzw. die feminine Bezeichnung „Lehrerin“ verwendet. Angesprochen sind dabei sowohl Schülerinnen und Schüler, bzw. Lehrerinnen und Lehrer. Schülernamen werden anonymisiert.

Das bei Aufgabenstellungen dieser Art beanspruchte *mentale visuelle Operieren* erweist sich bei näherer Betrachtung als zentrale Schlüsselqualifikation für den Geometrieunterricht, ist ebenso aber auch für den erfolgreichen Umgang mit Veranschaulichungsmitteln und den Erwerb arithmetischer Kompetenzen von großer Bedeutung. Folglich erscheint eine besondere Förderung dieser Fähigkeit besonders erstrebenswert.

Ergebnisse aus empirischen Erhebungen zu Möglichkeiten des Trainings raumgeometrischen Vorstellungsvermögens werden innerhalb der Fachdidaktik kontrovers diskutiert, wobei hier in der Regel die *Ergebnisse* raumgeometrischer Fähigkeiten erfasst werden (z.B. Meißner 2006). Selbst kleine Ausschnitte aus der Unterrichtspraxis sowie erste wissenschaftlich reflektierte Befunde aus der Arbeit mit Grundschulern (z.B. Ungar u. a. 1995; Grüßing 2002) belegen jedoch die Vielfalt individuell sehr *unterschiedlicher Wege*, die bei Anforderungen zum mentalen visuellen Operieren und vor allem beim gedanklichen Drehen geometrischer Objekte beschritten werden. Insbesondere gilt dies im Hinblick darauf, dass Grundschulkinder sich in einer Entwicklungsphase befinden, in der sich unbestritten offenbar entscheidende Fortschritte bei der Entwicklung der Raumvorstellung vollziehen. Aus geometriedidaktischer Sicht ist in den vergangenen Jahren entsprechend eine Entwicklung zu beobachten, die sich von einer reinen Ergebnisorientierung abwendet und entsprechend einem zu verallgemeinernden Paradigmenwechsel innerhalb der Mathematikdidaktik stärkere Aufmerksamkeit auf Prozesse des Problemlösens bei der Bearbeitung raumgeometrischer Problemstellungen legt (z.B. Stein 1993, 1996; Pospeschill und Reiss 1999; Grüßing 2002; Burchartz 2003).

Die vorliegende Arbeit widmet sich ebenfalls der Analyse dieser individuellen Zugänge und geht dabei vor allem der Frage nach, welche Strategien Grundschulkinder bei der mentalen Rotation von Würfelkonfigurationen in einer konstruktiven Arbeitsumgebung einsetzen. In einer empirischen, qualitativ ausgerichteten Studie werden dazu Schüler der Klassenstufen 2, 3 und 4 im Zuge einer eigens für die eigene Studie entwickelten Aufgabenstellung mit verschiedenen massiven, fest verleimten Würfelfünflingen wie in Abb. 1.1 konfrontiert, die in anderer Lage konkret rekonstruiert werden sollen.

Die im Rahmen dieser Untersuchung eingenommene Forschungshaltung rückt im Sinne dieser qualitativ ausgerichteten Forschungsfrage ab von „hypothetisch-deduktiven“ Methoden (vgl. Kelle 1994), bei der im linear verlaufenden Forschungsprozess vorab formulierte Thesen oder Theorien einer empirischen Überprüfung unterzogen werden. Datenerhebung, Datenverwertung und Analyse werden in der vorliegenden Arbeit nicht als voneinander getrennte, sondern als eng miteinander verwobene Phasen des Forschungspro-

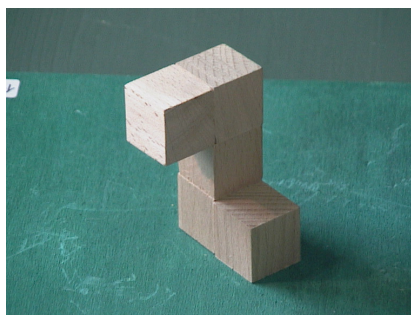


Abbildung 1.1: „Baue nach!“ Beispiel für einen in anderer Lage zu rekonstruierenden Würfelfünfling aus der eigenen Studie

zesses betrachtet. Im Wirken der Kinder erkennbare Strukturen und Zusammenhänge sollen vor dem Hintergrund vorhandener empirischer Befunde und Theorien analysiert werden, wobei in Anlehnung an das in der Mathematikdidaktik anerkannte interpretative Forschungsparadigma „(...) bewusst darauf verzichtet (wird), die Datengewinnung mittels im voraus präzise definierter oder gar operationalisierter Begriffe zu strukturieren.“ (Maier in: Maier und Voigt 1991, 145). Eng mit dieser Haltung verbunden ist jedoch der Anspruch forschungslogischer Nachvollziehbarkeit. Die vorliegende schriftliche Arbeit dient im Wesentlichen der mit dieser Forderung gebotenen Dokumentation des Forschungsprozesses und gliedert sich in zwei Teile:

Im **ersten Teil** der Arbeit werden ausführlich theoretische Grundlagen für die eigene empirische Studie aufgearbeitet. So stellte sich im Zuge der eigenen Arbeit heraus, dass neben umfangreichen methodischen Handreichungen und Zusammenstellungen von Aufgabenpools zur Geometrie in der Grundschule (z.B. Radatz und Rickmeyer 1991; Franke 2000) bislang nur wenige ausführliche Arbeiten veröffentlicht wurden, die sich um eine Vernetzung von geometriedidaktischen Interessen und kognitions- bzw. entwicklungspsychologischen Erkenntnissen bemühen (vgl. Rost 1977; Maier 1999; Merschmeyer-Brüwer 2001a; Pinkernell 2003). Speziell zum Themenkomplex der mentalen Rotation liegt bislang *keine* detaillierte Darstellung mit Verbindungen zwischen kognitionspsychologischen Befunden, entwicklungspsychologischen Erkenntnissen und mathematikdidaktischen Bezügen zur Arbeit in der Grundschule vor. Der theoretische Teil der vorliegenden Arbeit dient somit nicht nur als Grundlegung der *eigenen* Empirie, sondern versteht sich für sich genommen als grundlegender Fundus zu verschiedenen Aspekten der

Fähigkeit zu mentaler Rotation². Obgleich im oben bereits umrissenen zirkulären Forschungsprozess der Studie die Bedeutung einzelner theoretischer Bezugspunkte teilweise erst in der Phase der späteren Durchführung und Analyse der Daten ersichtlich und in die Interpretation einbezogen wurde, werden diese theoretischen Grundlagen aus Gründen der besseren Lesbarkeit vor die Darstellung der eigenen Empirie im zweiten Teil der Arbeit gestellt. Im Einzelnen wird dabei zunächst eingegangen auf:

- **kognitionspsychologische Aspekte** (Kap. 2.1, S. 12ff)
Ausgehend von einer Darstellung verschiedener Theorien zur Wahrnehmung von Objekten sowie zur Wahrnehmung von Bewegung wird ein besonderer Schwerpunkt auf die Frage gelegt, wie visuell Wahrgenommenes mental repräsentiert wird. Sodann werden Zusammenhänge zwischen Aspekten der Wahrnehmung und dem Bereich der Vorstellung erarbeitet, die stark durch den Bereich der experimentell-kognitionspsychologischen Forschung zur mentalen Rotation geprägt sind.
- **psychometrische Sichtweisen** (Kap. 2.2, S. 63ff)
Darstellungen faktorenanalytischer Auseinandersetzungen führen sodann zu einer Identifikation der Raumvorstellung als Intelligenzfaktor. Ferner bieten sie den Ausgangspunkt für die Diskussion verschiedener Konzeptionen zum Bereich „räumliches Vorstellungsvermögen“ im Hinblick auf ihren Beitrag zu einer begrifflichen Abgrenzung der Fähigkeit zu mentaler Rotation.
- **differentielle Momente** (Kap. 2.3, S. 93ff)
Das eigene, auf strategische Unterschiede der Kinder abzielende Forschungsinteresse ist in weiten Teilen dem Bereich der differentiellen Psychologie zuzuordnen. So erscheint es bedeutsam, Unterschiede zwischen den Geschlechtern bei mentaler Rotation zu ergründen, die sich teilweise offenbar auf unterschiedlichen Strategieeinsatz zurückführen lassen. Zudem werden weitere mögliche Erklärungen für Unterschiede beim mentalen visuellen Rotieren erwogen.
- **entwicklungspsychologische Erkenntnisse** (Kap. 3, S. 111ff)
Da die eigene Arbeit vor allem mathematikdidaktisch motiviert ist, treten zu den experimentell - kognitionspsychologischen, psychometrischen bzw. differentiellen Gesichtspunkten entwicklungspsychologische

²Um angesichts der Informationsfülle im Theorieteil der Arbeit einen „roten Faden“ im Hinblick auf das eigene Forschungsprojekt zu gewährleisten, werden zum Ende aller größeren Kapitel überblicksartige Zusammenfassungen angeboten.

Anhaltspunkte zur Entwicklung der visuellen Wahrnehmung und der räumlichen Vorstellung hinzu. Dabei wird einerseits die Vielfalt kindlicher Artikulation räumlicher Vorstellungskompetenz erläutert, bei der die konstruktive Artikulation im Hinblick auf die eigene Arbeit besondere Berücksichtigung findet. Ferner bietet eine kritische Auseinandersetzung mit Piagets Befunden und die Gegenüberstellung dieser Ergebnisse mit Arbeiten aus dem Forschungskontext mentaler Rotation unmittelbare Anknüpfungspunkte für die Auswertung der eigenen Daten.

- **mathematikdidaktische Gesichtspunkte** (Kap. 4, S. 179ff)

Um den mathematikdidaktischen Bezugsrahmen noch deutlicher herauszuarbeiten, werden anschließend mathematikdidaktische Annäherungen an den Begriff der Raumvorstellung bzw. der mentalen Rotation und ihr Bezug zu vorangegangenen Ausführungen vorgestellt. Neben dem didaktisch interessanten Aspekt der Trainierbarkeit räumlicher Kompetenzen wird hier vor allem auch noch einmal die Relevanz räumlicher Vorstellungen und der Fähigkeit zu mentaler Rotation an Beispielen aus dem Mathematikunterricht verdeutlicht.

- **Befunde aus strategischer Perspektive** (Kap. 5, S. 243ff)

Schließlich wird als Anhaltspunkt für eigene Analysen ein Überblick zu empirischen Ergebnissen anderer Studien geboten, die sich mit der Frage nach individuellen Strategien bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben auseinander gesetzt haben. Da hier kaum Arbeiten mit Grundschulkindern vorliegen, wird der Blick ausgeweitet auf Arbeiten mit erwachsenen Probanden, blinden oder sehbehinderten Erwachsenen oder Kindern und Jugendlichen.

Insbesondere im letzten Kapitel des theoretischen Teils stellt sich heraus, dass die Mehrheit der im Rahmen der dargestellten Forschungsfelder gewonnenen Erkenntnisse aus der Arbeit mit Erwachsenen resultiert. Nur vereinzelt liegen zu Strategien bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben Befunde aus Untersuchungen mit Jugendlichen, Vorschulkindern oder (sehbehinderten) Grundschulkindern vor. Die vorliegende Arbeit wagt diesbezüglich einen Vorstoß, indem sie einerseits einen umfangreichen Überblick zu diesem Forschungsfeld schafft und andererseits ein eigenes Modell zur Beschreibung individueller Vorgehensweisen beim Lösen mentaler Rotationsaufgaben mit massiven Würfelfünflingen in konstruktiver Arbeitsumgebung entwickelt:

Im Mittelpunkt des **zweiten Teils** der vorliegenden Arbeit steht die Dokumentation der eigenen Untersuchung, die im Sinne empirisch begründeter Theoriebildung individuelle Vorgehensweisen beim Bearbeiten mentaler Rotationsaufgaben mit massiven Würfelfünflingen in einer konstruktiven Arbeitsumgebung analysiert.

Im Rahmen der **konzeptionellen Erläuterungen** (Kap. 6, S. 303ff) werden zunächst die eigenen Fragestellungen sowie methodologische Ausgangspunkte der qualitativen mathematikdidaktischen Forschung und der Grounded Theory (z.B. Corbin und Strauss 1990a; Glaser und Strauss 1998) skizziert, deren Analyseinstrumente für die Auswertung der eigenen Daten genutzt werden. Ferner wird hier die Auswahl der Aufgaben für die eigene Studie und die Konzeption der eigenen Interviews dargestellt. Ausführungen zur konkreten **Durchführung** in Kap. 7 (S. 349ff) ergänzen diese Ausführungen zum Design der eigenen Untersuchung.

Die Dokumentation der **Ergebnisse** in Kap. 8 (S. 403ff) erfolgt schließlich ausgehend von drei Ebenen: So werden zunächst wegweisende Auffälligkeiten wie typische Baufehler oder begleitende motorische Aktivitäten der Kinder skizziert und in einem sich entwickelnden Kodierschema erfasst. Dem folgen umfangreiche, vergleichende Analysen verschiedener Szenen, die Zusammenhänge zwischen den beobachteten Merkmalen der kindlichen Vorgehensweisen zu verdeutlichen suchen und schließlich in die Entwicklung eines *Komponentenmodells* münden. Mit Hilfe dieses Modells sollen individuelle Vorgehensweisen von Kindern im Rahmen der eigenen Datenerhebung sowie in vergleichbareren Situationen des Geometrieunterrichts in der Grundschule beschrieben werden können. Um diese individuellen Strategien gezielt fördern zu können, müssen zunächst entsprechende Instrumente zur fundierten Beobachtung von Kompetenzen in diesem Bereich geschaffen werden.

Der zweite, empirische Teil der vorliegenden Arbeit stellt sich somit der explorativen Aufgabe, Erkenntnisse über die Fähigkeit von Grundschulkindern im Zusammenhang mit der mentalen Rotation von Würfelmehrlingen zu generieren. Besonderes Interesse liegt hier auf dem Umgang mit einer neuartigen Aufgabenstellung, die eine *konstruktiv-handelnde* Auseinandersetzung der Kinder mit den zu erbringenden mentalen Rotationsanforderungen beinhaltet (s. Abb. 1.1). Aufgabe der Studie soll es sein, typische Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Bearbeiten dieser Aufgabe aufzudecken, die konstitutiven Elemente dieser Strategietypen zu identifizieren und in ihrem Zusammenwirken zu beschreiben. Beabsichtigt ist nicht, individuelle Kompetenzen in diesem Bereich wertend zu beurteilen oder gar qualitative Hierarchien (Stufenmodelle o.ä.) aus dem Datenmaterial zu erarbeiten. Der eigene Schwerpunkt liegt somit zunächst auf der *Beschreibung* der zu beobachtenden

Zugangsweisen und auf der Entwicklung eines Instruments, das der Beschreibung dienlich ist. Auch Erörterungen zum entwicklungspsychologischen Zusammenhang der Entwicklung der beobachteten kognitiven Leistungen stehen dabei angesichts der relativ kleinen Stichprobe zunächst eher am Rande und können nur ansatzweise ergründet werden. Dennoch wird in Kap. 9 (S. 491) noch einmal ein **Ausblick** geboten, der sich unter anderem auch auf mögliche Konsequenzen für den Geometrieunterricht der Grundschule bezieht.

Teil I

Theoretische Ausgangspunkte

Kapitel 2

Mentale Rotation in Konzepten zur Raumvorstellung

Raumvorstellung, Orientierung im Raum, Vorstellung, räumliches Gedächtnis, Anschauung - das abstrakte Konstrukt, das in den nachfolgenden Überlegungen dieser Arbeit als Raumvorstellung oder räumliches Vorstellungsvermögen tituliert werden soll, reizt zu vielfältigen Assoziationen und individuellen Interpretationen. Zahlreiche Versuche innerhalb der Psychologie oder der Mathematikdidaktik, Modelle zum Konzept des räumlichen Vorstellungsvermögens zu entwickeln, dokumentieren die Schwierigkeit, zu einer allgemeingültigen Definition des Begriffs zu gelangen (z.B. Thurstone 1938; Rost 1977; Wollring 1995a, b; Hartmann u. a. 1998; Maier 1999). Diese zu beobachtende Vielfalt verweist zudem auf offenkundige Differenzen bezüglich der Betrachtungsweise des Phänomens.

So richten Linn und Petersen (1985) sowie Quaiser-Pohl (Quaiser-Pohl 1998, 11ff) das Augenmerk auf vier verschiedene Betrachtungsweisen, unter denen eine Annäherung an Modelle zum Konzept der Raumvorstellung sinnvoll erscheint: Im Zuge von Analysen aus einer **psychometrischen Perspektive** entstehen zumeist faktorenanalytische Modelle, die im Wesentlichen auf der statistischen Auswertung von Raumvorstellungstests beruhen. Die **kognitive Perspektive** fokussiert hingegen stärker auf die im Individuum ablaufenden Prozesse im Zusammenhang mit Aufgaben zur Raumvorstellung. Das Erkennen und die Analyse individuell unterschiedlicher Problemlösestrategien in räumlichen Problemsituationen stehen im Mittelpunkt einer **strategischen Perspektive**. Schließlich bildet die Untersuchung von Differenzen der Fähigkeit zur Raumvorstellung verschiedener Gruppen (wie etwa die Betrachtung geschlechtsspezifischer Unterschiede) den Kern jener Ansätze, die unter dem Stichwort **differentielle Perspektive** zusammengefasst werden können. Die eigene Arbeit verfolgt zudem vor allem geometriedidaktische Interessen, so

dass zu den genannten Bereichen eine **entwicklungspsychologische Perspektive** sowie eine **mathematikdidaktische Perspektive** hinzutreten, denen in Kap. 3 (S. 111ff) bzw. Kap. 4 (S. 179ff) besondere Aufmerksamkeit geschenkt wird.

Da der Betrachtung unterschiedlicher Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Lösen räumlicher Problemstellungen im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit steht, werden vorliegende Erkenntnisse zu Strategien beim Umgang mit Raumvorstellungsaufgaben in Kap. 5 (S. 243ff) der vorliegenden Arbeit ausführlich dargestellt. Die Darstellung der für diesen Bereich relevanten theoretischen und empirischen Bezüge erfolgt im Sinne der einleitend ausgeführten Fokussierung auf jenen Bereich der Raumvorstellung, der sich vorrangig mit der Fähigkeit zur Vorstellung von Rotationen auseinandersetzt: Dazu soll eingangs eine kognitive Sichtweise eingenommen werden, die über eine Annäherung an die Begriffe Wahrnehmung und Vorstellung erste Anhaltspunkte zu erzielen versucht (Kap. 2.1, S. 12ff). Im Zuge der anschließend referierten psychometrischen Erkenntnisse (Kap. 2.2, S. 63ff) soll es dann in besonderer Weise darum gehen, den Bereich der mentalen Rotationen in seinen faktorenanalytischen Bezügen darzustellen, um dann einen Ausblick auf erste differentielle Betrachtungen dieses Bereiches geben zu können (Kap. 2.3, S. 93ff).

2.1 Die kognitive Sichtweise: Von der Wahrnehmung zum mentalen visuellen Operieren

Mentales visuelles Operieren im konkreten oder gedachten Raum, wie es in der eigenen Studie in den Mittelpunkt gerückt wird, vollzieht sich in seinem Kern außerhalb dessen, was uns als Beobachter zugänglich ist. Die Entwicklung eines mathematikdidaktisch orientierten Ansatzes zu Aspekten der Fähigkeit mentaler Rotation soll in der vorliegenden Arbeit auf das Fundament der aus Sicht der Verfasserin relevanten kognitionspsychologischen Vorarbeiten gestützt werden: Von besonderem Interesse sind dabei zunächst grundlegende Erkenntnisse zu Prozessen der Wahrnehmung, die auch bei dem in der vorliegenden Studie zu leistenden Erkennen von Würfelkonfigurationen zuallererst zu leisten sind. Von dieser Darstellung ausgehend werden sodann besondere Aspekte von Vorstellungen erarbeitet, die schließlich in Überlegungen zu kognitiven Operationen mit mentalen Bildern münden.

2.1.1 Wahrnehmung

Die Wahrnehmung der uns umgebenden Umwelt spielt bei der Generierung von Vorstellungen offenbar eine zentrale Rolle, wie der von Illgner aus mathematikdidaktischer Perspektive betrachtete Definitionsversuch Kossakowskis exemplarisch nahe legt: „Vorstellungen sind an Gedächtnis gebundene reproduzierte sinnliche Abbilder, die Infolge der Loslösung vom unmittelbar präsenten Objekt bereits eine gewisse Abstraktion von varianten (unwesentlichen) Seiten ermöglichen.“ (Kossakowski 1971 zit. nach Illgner 1974, 693) Verstehen wir wahrnehmungsphysiologische und -psychologische Abläufe also als mögliche Quelle unserer Vorstellungen, müssen wir zunächst erörtern, wie sich Prozesse der Wahrnehmung gestalten. Inwieweit unsere intermodal zusammenwirkenden Sinne, unter denen das visuelle System offensichtlich eine prominente Rolle einnimmt, dieser Aufgabe nachkommen, soll anhand der nachfolgenden Überlegungen zur Wahrnehmung von (Würfel-) Objekten und zur Wahrnehmung von Bewegungen erörtert werden.

2.1.1.1 Wahrnehmung statischer Objekte

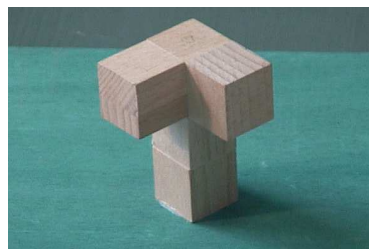


Abbildung 2.1: Würfelfigur aus der eigenen Studie

Ausgangspunkt der visuellen Wahrnehmung von Objekten, bzw. hier zunächst der Wahrnehmung von Zeichnungen oder Fotografien eines Objektes, ist ein Bild auf der Netzhaut. Dieses Perzept entsteht in Analogie zur Funktion einer Camera Obscura: Das von Objekten der Umwelt bzw. der Ebene der Zeichnung reflektierte Licht fällt durch die Pupille unseres Auges auf die Retina und löst dabei elektrische Aktivität aus. Die nachfolgende, stark vereinfachte Abbildung 2.2 veranschaulicht diesen zunächst rein physikalischen Vorgang¹.

¹auf weitere Erläuterungen zur Optik des Auges sei auf die entsprechend spezialisierte Literatur verwiesen: Gibson (1973, 216ff); Rock (1985, 14ff); Guskı (1996, 75ff); Merschmeyer-Brüwer (2001a, 91ff)

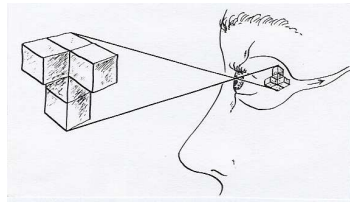


Abbildung 2.2: Entstehung des Netzhautbildes

Die auf der Netzhaut entstehenden Nervenimpulse werden schließlich zur Sehrinde im Gehirn übertragen². Zu den dabei ablaufenden physikalischen Vorgängen bemerkt allerdings bereits Helmholtz:

„Wenn das Auge von einem Optiker angefertigt worden wäre, dann müsste man ihm dieses zurückgeben.“ (Hermann von Helmholtz, zit. nach Schönflug und Schönflug 1997, 119)

Diese Aussage bezieht sich vor allem auf die Erkenntnis, dass das gesunde menschliche Auge physikalisch betrachtet bereits eine Fülle von optischen Ungenauigkeiten bei der Generierung des Netzhautbildes produziert. Zudem regte bereits Berkeley zu Beginn des 18. Jahrhunderts Mutmaßungen über den Einfluss kognitiver Leistungen auf Prozesse der Wahrnehmung an (vgl. Rock 1985, 8). Die heute auch populärwissenschaftlich verbreiteten Beispiele für optische Täuschungen, Darstellungen wie der Necker-Würfel, die spontane Umstrukturierungsleistungen erfordern (Stadtler u. a. 1975, 117), oder auch Gestaltergänzungsaufgaben wie in Abbildung 2.3 weisen auf geistige Verarbeitungsprozesse hin, die über rein physikalisch zu erklärende Phänomene weit hinaus reichen (vgl. auch Thurstone 1944, 9ff).

²Ausführungen zur zellulären Verarbeitung optischer Reize geben beispielsweise Rock (1985, 6) oder Hubel und Wiese (1987). Neurobiologische Erkenntnisse zur Funktionsweise des Gehirns finden sich bei Hubel (1987) und Geschwind (1987), dem eine besonders anschauliche Darstellung der im Gehirn ablaufenden bioelektrischen Prozesse gelingt.



Abbildung 2.3: „Punkte oder Hund?“ (Street 1931 zit. nach Stadler u. a. 1975, 119)

Warum „sehen“ wir - zumindest nach einer kurzen Zeit der Gewöhnung - einen Hund und nicht nur eine lose Ansammlung von unregelmäßigen Punkten? Vertreter der Gestaltpsychologie erörterten bereits zu Beginn des vergangenen Jahrhunderts das Verhältnis zwischen dem Ganzen und seinen Bestandteilen und verwiesen darauf, dass die Organisation unserer Wahrnehmung das Ziel der Generierung gehaltvoller und sinnhafter Ganzheiten verfolgt (vgl. Rock (1985,9); Lasaga (1989,166))³. Wertvolle Deskriptionen von Wahrnehmungsaspekten der Gestaltpsychologen wie beispielsweise zum Phänomen der Gruppierung von zeitlich, räumlich, formal oder materiell benachbarten Reizelementen (wie den Punkten des „Hundes“) bestimmen noch heute unser Wissen um das Wesen der Wahrnehmung. Um Erklärungen dieser Beobachtungen wird jedoch seither gerungen.

Vielfach ist die Wahrnehmungspsychologie dabei der Frage nachgegangen, wie unser visuelles System aus der Vielfalt der uns umgebenden Erscheinungen eigentlich das Wesentliche erkennt - und dabei gleichzeitig das Besondere aus dem Allgemeinen hervorzuheben vermag, welche Faktoren also unsere lokale oder globale Aufmerksamkeit beeinflussen (vgl. z.B. Lasaga 1989, 167ff). Ergebnis dieser Untersuchungen ist Wesentlichen eine Reihe von Regeln und Prinzipien, die unsere Wahrnehmung, d.h. die Interpretation unserer Netzhautperzepte, im Raum sowie im Zusammenhang mit ebenen Darstellungen (Zeichnungen, Fotografien...) determinieren. Von besonderem Interesse für die eigene Arbeit sind dabei Ergebnisse zur Wahrnehmung im Raum.

Wahrnehmung von Objekten im Raum Nehme man sich nun einen Würfel (z.B. der Kantenlänge 4 cm) zur Hand und positioniere ihn auf ei-

³s. auch Stadler u.a. (1975,24ff); Rock (1985,8ff); (Guski1996,13ff) zur historischen Einordnung wahrnehmungspsychologischer Theorien

nem vor sich befindlichen Tisch. Der gesunde Wahrnehmungsapparat nimmt sowohl ebene Abbilder als auch dreidimensionale Objekte unserer Umwelt (so auch den vor uns liegenden Würfel) im Zuge binokularen Sehens wahr. Die dabei entstehenden, leicht differierenden Netzhautbilder unserer beiden Augen fusionieren dabei zu einem Gesamteindruck, der uns räumliche Tiefe vermittelt (vgl. nachfolgende Abbildungen 2.4 und 2.5). Ruckartige oder auch gleitende Augenbewegungen, bei denen die Blickrichtung sehr rasch um einen Fixationspunkt oszilliert, begleiten diesen Vorgang⁴.

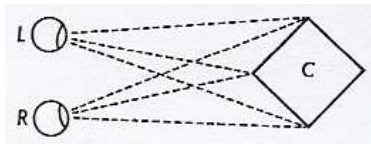


Abbildung 2.4: Binokulares Betrachten eines Würfels (Wilman 1966, 73)

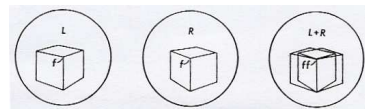


Abbildung 2.5: Disparate Netzhautabbilder (Wilman 1966, 74)

Auf diese Weise wird die Wahrscheinlichkeit, einen dreidimensionalen Würfelkörper lediglich als Fläche oder als Nebeneinander von zwei Flächen zu sehen, ausgesprochen gering, wie Nakayama, He und Shimojo (Nakayama u. a. 1995, 52f) veranschaulichen (vgl. Abbildung 2.6): „One-faced and two-faced images can be sampled only from very restricted positions on the sphere, from points at the intersections of the circles and on the circles, respectively. Three-faced images can be sampled from all other positions on the viewing sphere.“ (Nakayama u. a. 1995, 53)⁵.

⁴Da auf eine technisch unterstützte Erfassung im diagnostischen Sinn (vgl. z.B. Putz-Osterloh 1977; Putz-Osterloh und Lüer 1979; Merschmeyer-Brüwer 2001a) in dieser Arbeit verzichtet wird, sei hinsichtlich detaillierterer Ausführungen zu Art und Steuerung von Augenbewegungen auf diesbezüglich stärker interessierte Arbeiten verwiesen (vgl. auch Bahill und Stark 1987; Kowler 1995).

⁵Die gedachten Standorte des Betrachters liegen auf der Innenseite einer den Würfel umhüllenden Kugel.

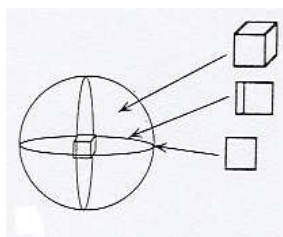


Abbildung 2.6: Ansichten ausgehend von verschiedenen Betrachterstandorten (Nakayama u. a. 1995, 53)

Auf der Grundlage neurophysiologischer Untersuchungen lassen sich innerhalb eines hierarchisch gegliederten Systems im Gehirn schließlich unterschiedlichste Areale und spezifische Hauptbereiche ausmachen, die offenbar Verantwortung für verschiedene Teilbereiche der visuellen Wahrnehmung tragen (Wiedererkennen von Objekten, Lage im Raum usw.; vgl. Nakayama u. a. 1995, 3).

Geometrisch exakt betrachtet müsste bei diesem Vorgang jede der Flächen auf der Netzhaut als Trapez erscheinen. Das visuelle System korrigiert Verzerrungen dieser Art jedoch offenbar automatisch (vgl. Johansson 1986, 171). Was veranlasst uns also ein Objekt als eben dieses Objekt zu erkennen?

Wiedererkennung vollzieht sich dabei einerseits im Sinne einer Zuordnung zu bereits Bekanntem, also kognitiv Gespeichertem („recognition“), ist andererseits aber auch gekennzeichnet von Prozessen, die das Perzept in zusammengehörige Bereiche zergliedern („parsing“ vgl. Spelke u. a. 1995, 297ff). Zwar gelingt es uns häufig, Objekte bereits anhand ihrer Silhouette, d.h. anhand ihrer äußeren Konturen zu erkennen (vgl. Pomerantz u. a. 1989, 54), jedoch wird auch dieser Vorgang bereits von einer Separierung der Figur von ihrem Hintergrund begleitet. Noch darunter anzusiedeln ist die Fähigkeit zu erkennen, dass man überhaupt „etwas“ gesehen hat (vgl. Spelke u. a. 1995, 303). Teile, bzw. vom wahrnehmenden Subjekt gebildete Einheiten innerhalb der Figur (z.B. „parts“, „units“, „formons“ (Pomerantz u. a. 1989, 54), „geons“ (vgl. Biederman 1995), s. S. 23) geben sodann weitere Anhaltspunkte für die Identifikation. Kellman trägt diese Teilaspekte im Rahmen seiner „taxonomy of object perception abilities“ folgendermaßen zusammen (vgl. Kellman (1996,6ff); s. auch Merschmeyer-Brüwer (2001a,104ff)): Ein erster Schritt bei der Wahrnehmung einer räumlichen Figur besteht demnach im Erkennen der äußeren Begrenzungen einer Figur. In Anlehnung an den Invarianzbegriff Gibsons, auf den weiter unten noch näher eingegangen wird,

offenbaren dabei beispielsweise Texturdifferenzen oder Helligkeitsunterschiede Grenzen zwischen Objekten („(...) optical discontinuities in luminance, color of texture (...) in depth and in motion“ (Kellman 1996, 6)⁶. Das Erkennen und Klassifizieren der äußerer Begrenzungslinien bzw. -flächen führt so in der eigenen Studie zunächst zu einem Erkennen der Abgrenzungen zwischen hölzerner Würfelfigur und farbiger Bauplatte. Diesem Vorgang folgt nach Kellman der Prozess der Bildung von Einheiten innerhalb des Wahrgenommenen („unit formation“; a.a.O,7ff). Dabei werden u.a. auch verdeckte Bereiche erkannt und gewissermaßen ergänzt, indem unser visuelles System „illusionäre Konturen“ generiert (Kellman 1996, 9), um somit auch Würfel in Konfigurationen zu identifizieren, von denen nur eine oder zwei Seiten zu sehen sind. Diese Prozesse münden schließlich im Erkennen der dreidimensionalen Eigenschaften eines Objektes sowie im Erkennen von Figurgröße und Substanz.

So sind wir in der Lage, perspektivische Informationen in den Wahrnehmungsprozess einzubeziehen - wie etwa unser Wissen darüber, dass die Kanten des Würfels parallel zueinander verlaufen auch wenn sie im Abbild der Netzhaut in einem gemeinsamen Fluchtpunkt aufeinander zudriften (vgl. Guski (1996,170ff); Stadler u.a. (1975,133); Frostig u.a. (1973,6f) zum Konzept der Wahrnehmungskonstanz).

Ein Wechsel des Betrachterstandortes oder die Bewegung eines Objektes verändert begünstigend das sich dadurch gleichfalls verändernde optische Perzept und erleichtert die Wiedererkennung der Objektkonturen des dreidimensionalen Objektes (Kellman und Short 1987, 555). Diese vielfach auch als *Bewegungsparallaxe* titulierte Stützkomponente der Figur-Grund-Wahrnehmung gestattet es damit, Verschiebungen von Figuren auf einem Untergrund zu entdecken. Dabei „(...) verschieben sich die zum Objekt gehörenden Konturen und Flächen *gemeinsam* und regelhaft gegenüber dem Hintergrund.“ (Guski 1996, 143). Figuren, die nach Frostig, Horne und Miller als Teil unseres (visuellen) Wahrnehmungsfeldes angesehen werden können, auf den sich unsere Aufmerksamkeit in besonderer Weise richtet (vgl. Frostig u. a. 1973, 6), werden so leicht als vom Hintergrund gelöste Objekte identifiziert.

Gibson stellt in diesem Zusammenhang der von den Gestaltpsychologen beschriebenen Analyse statischer Einzelelemente den Begriff der „Muster konstanter Variation“ (später auch: „Invarianz“) gegenüber (vgl. Guski 1996, 43). Strukturen (wie z.B. die Textur einer Oberfläche, auf der sich ein Objekt befindet) fungieren entsprechend dieser Vorstellung als Träger wesentlicher Information. Sie können durch Körperbewegungen (Kopf, Augen, Körper)

⁶(vgl. auch Kellman und Spelke 1983)

oder durch Bewegungen der Gegenstände selbst entdeckt werden und verhelfen dem wahrnehmenden Subjekt z.B. zur Wahrnehmung der konstanten Größe eines (Würfel-)Objektes, zumal die Beziehungen zwischen Textur des Untergrundes und Gegenstandsgröße unverändert („invariant“) bleiben (vgl. Gibson 1973; Guski 1996). Entsprechend ist davon auszugehen, dass in der eigenen Studie die Größenunterschiede zwischen den Würfeln der Vorlage und den Würfeln zum eigenen Bau erkannt werden und die Kinder vor (indendierte) zusätzliche Herausforderungen stellen (vgl. Kap. 6.4.1 (S. 327ff) zur Aufgabenkonzeption in der eigenen Studie).

Eine weitere Stütze der Figur-Grund-Wahrnehmung kommt - wie oben bereits angedeutet - dem Einfluss relativer Helligkeit zu. So bieten einerseits Schattierungen innerhalb der Figuroberfläche sowie andererseits Schattenwürfe der Figuren auf eine Standfläche wertvolle Informationen für die Interpretation des Rezipierten⁷.

Die Erkennung eines Objektes erfolgt damit offenbar einerseits aus einer Analyse auffälliger Merkmale heraus, deren Eindrücke vom visuellen System zu einer figuralen Einheit synthetisiert werden („bottom-up“). Als „top-down“ - Prozess wäre entsprechend der damit interagierende Vorgang zu bezeichnen, der von unserem Wissen um die Objekte im Raum gelenkt wird, bzw. unsere Suche nach markanten Merkmalen im Objekt anregt: „In learning new categories of objects, we may be strongly predisposed to single out (...) things that are cohesive, continuous (...). Moreover, our intuitions about the boundaries and persistence of objects in any category may continue to be influenced by these principles.“ (Spelke u. a. 1995, 325)

Über die Wiedererkennung des Objektes hinaus spielt in der eigenen Studie die Wahrnehmung der Lage eines Wahrnehmungsgegenstandes im Raum eine wesentliche Rolle⁸. Diese Fähigkeit stellt sich als multiples Geflecht von Komponenten dar, welche im Zusammenhang miteinander genutzt werden und hier nur kurz angedeutet werden können. So wird zur Bestimmung der Neigung von Begrenzungsflächen eines Körpers einerseits der von Gibson beschriebene Texturgradient herangezogen, wobei das Erkennen von Unterschieden innerhalb der Textur einer Oberfläche bedeutsam ist (s. S. 18). An-

⁷Zudem ist für die Konzeption der eigenen Untersuchung anzunehmen, dass ein starker farbiger Kontrast (z.B. zwischen dunklen Bauebenen und holzfarbenen Würfeln für den eigenen Bau der Kinder) die Aufmerksamkeitsfokussierung auf die Würfelbauwerke entscheidend stützt (s. Kap. 6.4.1, vgl. auch Wilman (1966,66ff); Guski (1996,142)).

⁸s. hierzu wie auch zu anderen oben bereits angedeuteten Aspekten der Wahrnehmung die aus mathematikdidaktischer Sicht vielfach beachteten Ausführungen von Frostig, Horne und Miller (1973, 1985)

dererseits nehmen ergänzend propriozeptive Wahrnehmungen, die beispielsweise durch das Drehen der Hand beim Entlangfahren auf einer Würfel­fläche entstehen und im Zusammenhang mit der Wahrnehmung von Bewegungen weiter unten noch erläutert werden, einen entscheidenden Einfluss (vgl. Guskowski 1996, 149).

Zur Wahrnehmung von Entfernungen, die u.a. ergänzende Informationen zur Raumlage bieten können, werden zunächst okulomotorisch gewonnene Informationen interpretiert, die im Wesentlichen durch das oben bereits angesprochene binokulare Sehen des gesunden Wahrnehmungsapparates gewonnen werden (vgl. Guskowski 1996, 162ff). Sowohl für die Wahrnehmung zweidimensionaler Abbilder von Objekten wie auch für die Wahrnehmung der Lage von Objekten im Raum kommen zudem Bild-Informationen wie Verdeckungen oder die Interpretation perspektivischer Gesetzmäßigkeiten zum Tragen. So konstatieren Nakayama, He und Shimojo bezogen auf die Wahrnehmung dreidimensionaler Figuren: „(...) we do not feel much loss of information when part of a surface rendered invisible by occlusion; we do not see invisible surface regions as nonexistent.“ (Nakayama u. a. 1995, 2). Ganz im Gegenteil stellt die Verdeckung von Bereichen des wahrzunehmenden Objekts eine wesentliche Determinante bei der Wahrnehmung räumlicher Relationen dar (Welcher Würfel liegt auf einem anderen und verdeckt dabei dessen obere Fläche? etc.)⁹. Zusätzliche Bewegungen (des Objektes oder des Beobachters selbst) können auch diese perspektivischen Eindrücke noch weiter anreichern (vgl. Guskowski 1996, 153). Darüberhinaus verfügen wir offenbar über die Fähigkeit, diese Bewegungen des Körpers oder von Teilen des Körpers mit unserem Sehen im Rahmen visuomotorischer Koordination (Frostig u. a. 1973, 5) auch gezielt und feinsinnig aufeinander abzustimmen. Bemerkenswert erscheinen in diesem Zusammenhang Untersuchungsergebnisse, die dokumentieren, dass derartige visuomotorische Kompetenzen sich auch erhalten können, wenn (etwa durch Unfälle) wesentliche Bereiche des visuellen Wahrnehmungssystems geschädigt wurden (vgl. Goodale 1995, 168).

Wenngleich sich beim gesunden Erwachsenen ca. 50 Prozent des Gehirns Aufgaben aus dem Bereich der visuellen Wahrnehmung widmen (Nakayama u. a. 1995, 3) muss ergänzend beachtet werden, dass im Zuge der eigenen Untersuchung auch weitere Sinnesgebiete wie etwa der Bereich der haptischen Wahrnehmung angesprochen werden.

Bereits Berkeley verweist zu Beginn des 18. Jh auf eine enge Verschränkung von Tastsinn und visueller Wahrnehmung (vgl. Rock 1985, 115). So erhält

⁹(vgl. auch Ausführungen zum Bereich der räumlichen Beziehungen bei Frostig u. a. 1973, 7)

unser Wahrnehmungsapparat offensichtlich vielfältige Informationen aus dem taktilen Kontakt mit unserer Umwelt. Eine lebenspraktisch hinlängliche Raum-Lage-Wahrnehmung kann überdies sogar in Abwesenheit visueller Stimuli gelingen: Alltägliche Erfahrungen (etwa im Straßenverkehr oder gar im öffentlichen U-Bahn-System) dokumentieren die besondere Fähigkeit blinder oder sehbehinderter Menschen, ihren Verlust der visuellen Sinnempfindungen im Rahmen einer besonders effizienten Nutzung anderer Sinne (etwa mit dem Tastsinn oder dem Gehör) zu kompensieren. Besonders bemerkenswert erscheinen hier auch die Belege zum souveränen Umgang sehbehinderter Versuchspersonen mit Aufgabenstellungen zum Vergleich räumlich-geometrischer Arrangements, auf die später noch eingegangen werden soll (Ungar u.a. 1995, Garbis 1997, vgl. auch S. 55). Auch Qualitäten dreidimensionaler Objekte wie Form oder Lage von in der eigenen Studie angebotenen Würfelkonfigurationen können folglich durch haptische Wahrnehmung festgestellt werden. In der Regel geschieht dies durch „erkundende Manipulation“ (Gibson 1973, 166) mit den Händen (oder auch der Füße oder des Mundes), also mit Bereichen des Körpers, die mit berührungssensiblen Rezeptoren ausgestattet sind¹⁰.

Obwohl die Wahrnehmung im Raum anderen (physikalischen) Gesetzmäßigkeiten folgt als die Wahrnehmung zweidimensionaler Abbilder (z.B. Zeichnungen, Fotografien) und zudem durch taktil erfasste Qualitätsinformationen ergänzt werden kann, erscheint es sinnvoll, abschließend und ergänzend zu den bisherigen Ausführungen, auch Erkenntnisse zur Wahrnehmung zweidimensionaler Figuren im Hinblick auf einen möglichen Beitrag zur eigenen Studie zu betrachten.

So haben wir oben bereits erwähnt, dass (im Zuge der Wiedererkennung von Objekten) das Perzept der Netzhaut mit vorhandenen Kenntnissen verbunden werden muss. Bei diesem vielfach als „bottom-up“ Prozess verstandenen Vorgang (z.B. Biederman 1995, 136) würden permanente Vergleiche zwischen momentan verfügbarer optischer Information und den entsprechenden Gedächtnis-Informationen unsere mentalen Kapazitäten (angesichts der Vielzahl möglicher Ansichten auch nur eines einzelnen Objektes) zweifelsohne überfordern. Ökonomischer und effektiver erscheinen demgegenüber Vorgehensweisen, bei denen lediglich stark reduzierte, aber dennoch zentrale und aussagekräftige Informationen über ein wahrzunehmendes Objekt mit im Gedächtnis gespeicherten Elementen verglichen werden, wie Guski anhand

¹⁰Auf weiterführende Details zum Aufbau des haptischen Wahrnehmungssystems sei an dieser exemplarisch auf Gibson (1973, 139ff; 153ff) verwiesen.

verschiedener Modelle referiert (vgl. Guski 1996, 193ff).

Besondere Bedeutung für die eigene Arbeit kommt in diesem Zusammenhang einer im Wesentlichen von Biederman (vgl. Biederman 1987, 1995) entwickelten Modellvorstellung zu. Demnach dient ein begrenztes Repertoire von geometrisch klassifizierbaren Komponenten dem visuellen System als erste Stütze im Zuge der Objektidentifizierung. Biederman bemerkt dazu generell, dass visuell Wahrgenommenes fast immer zu einer Zergliederung in konstitutive, einfache Einzelelemente anrege: „(...) visual entities almost always invite a decomposition of their elements into simple parts“ (Biederman 1995, 129) - ein Eindruck, der sich auch mit Erfahrungen der hiesigen Studie weitgehend deckt und im Zusammenhang mit der auch von Kellman u.a. beschriebenen „unit formation“ (s. oben) zu sehen ist. Die Neigung zu einer Zerlegung in definierte Bestandteile hängt dabei offenbar weniger von Oberflächenfarben oder der Vertrautheit mit den entsprechenden Objekten ab, wie Untersuchungen mit zufälligen Nonsens-Figuren zeigen (vgl. Biederman 1995, 129). Als entscheidend für Art und Umfang der Segmentierung werden hingegen Orte extremer konkaver Krümmung der äußeren Objektbegrenzungslinie angesehen (vgl. Biederman (1987,117); Marr und Nishihara (1978); Albert und Hoffman (1995), zit. nach Merschmeyer-Brüwer (2001a,110)).

Im Ergebnis dieser Zergliederung wird das Bild eines Objekts nach Biederman als Zusammenstellung einfacher geometrischer Elemente („an arrangement of simple, viewpoint invariant, volumetric, primitives called geons.“) repräsentiert (Biederman 1995, 139). Für diese sogenannten Geonen („geometrical ions“) erheben Biederman und seine Mitarbeiter den Anspruch, dass sie von nahezu jedem denkbaren Standort voneinander unterscheidbar seien und sich auch im Umfeld vielfältiger visueller Eindrücke als besonders markant erweisen. Die Gestalt der Geonen wird im Rahmen der Theorie hergeleitet aus geometrischen Eigenschaften von Objektbegrenzungslinien wie beispielsweise der Parallelität oder verschiedenen Typen von Inzidenzen zweier Begrenzungslinien („properties of image edges“). Dabei ignoriert das visuelle System den Ergebnissen Bidermans zufolge die seltene Möglichkeit, dass der eigene momentane Betrachtungswinkel der wahrnehmenden Person z.B. eine gekrümmte Linie diese nicht als solche zu erkennen ermöglicht. Gegebenenfalls erfolgen in problematischen Situationen dieser Art spontane Korrekturen nach einem Wechsel der Blickrichtung oder der Orientierungsänderung des Objektes (vgl. Biederman 1995, 126ff).

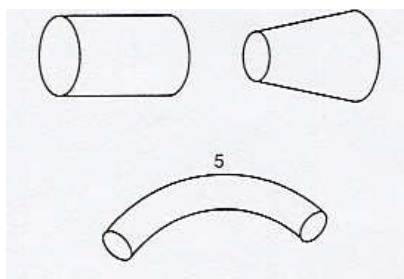


Abbildung 2.7: Geonen - einige Beispiele
(Biederman 1995, 140)

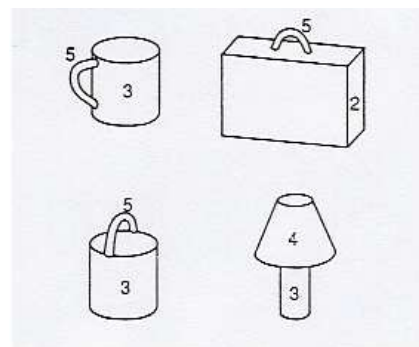


Abbildung 2.8: Arrangement von Geonen in Objekten (Biederman 1995, 140)

Verschiedene vom Standort des Betrachters unabhängige (u.a. topologische) Relationen zwischen den Geonen ermöglichen der Theorie Biedermans folgend eine rasche Klassifizierung eines Objektes durch das wahrnehmende Subjekt¹¹, zumal sich in der Arithmetik des Autors mehr als 300 Milliarden Kombinationsmöglichkeiten aus nur drei Geonen mit ihren unterschiedlichsten Relationsvarianten ergeben (vgl. Biederman 1995, 143). Allerdings bemerkt Biederman auch, dass trotz dieser Fülle möglicher geometrischer Attribuierungen häufig weitere qualitative Merkmalsidentifizierungen auf anderer Ebene (z.B. Oberflächenstrukturen oder Oberflächenfarbe) notwendig sind.

Besonders beachtenswert für die hiesige Studie erscheint zudem die Überlegung, dass über eine in Geone segmentierende Wahrnehmung sehr rasch symmetrische Formen von nicht-symmetrischen Formen unterschieden werden können (vgl. Biederman 1987, 120). Zudem zeigen die Untersuchungen Biedermans (1995, 144), dass Objekte, die aus zwei oder drei Geonen zusammengesetzt sind, von erwachsenen Versuchspersonen leicht in rotierter Lage wieder erkannt werden. Auch partiell verdeckte Darstellungen wurden (dem Gestalt-Gesetz der „guten Fortsetzung“ folgend) in Untersuchungen von Biederman und Bickle (1985, vgl. Biederman 1987) identifiziert, wobei deutlich wurde, dass vor allem auch Eckpunkte innerhalb der äußeren Begrenzung eines Objektes wichtige Informationsträger darstellen.

Hinsichtlich der Organisation und Bestimmung der räumlichen Relation von „Bausteinen“ eines wahrgenommenen Objektes sei zudem auf Untersuchun-

¹¹Mögliche Relationen z.B.: Art der Verbindung (Ende an Ende, Ende eines Geons in der Mitte eines zweiten Geons,...), relative Größe der miteinander verbundenen Geone, relative Orientierung der Geone zueinander (parallel, orthogonal,...)

gen von Marr und Nishihara (vgl. Marr und Nishihara 1978, 285ff) verwiesen, die als ersten Schritt bei der Identifikation eines Objektes die Suche nach einer für alle Segmente gemeinsamen Achse herausstellen. Dies sei „(...) relativ einfach bei Objekten, die länglich und relativ symmetrisch in Bezug auf eine Längsachse sind.“ (Guski 1996, 195). Ist es schließlich gelungen, ein wahrzunehmendes Objekt in Geonen zu zerlegen, so muss diese strukturelle Beschreibung einem Vergleich mit im Gedächtnis gespeicherten Repräsentationen zugeführt werden¹².

Im Hinblick auf die Interessen der eigenen Studie ist einschränkend zu konstatieren, dass Biederman in seinen Überlegungen lediglich von stark vereinfachten zweidimensionalen Darstellungen dreidimensionaler Objekte ausgeht und dabei eine ausschließliche Fokussierung auf geometrische Merkmale vornimmt¹³. Gleichwohl bietet Biedermans Geonen-Theorie eine plausible Erklärung dafür, dass Gegenständliches (Tierkörper, Spielzeugfiguren etc.) wesentlich leichter (auch rotiert) wiedererkannt wird als ein aus uniformen Figuren (z.B. Würfeln) zusammengesetzter Körper. So bietet das Zusammenspiel der verschiedenartigen Geonen von Alltagsgegenständen dem visuellen System eine signifikant größere Vielfalt von Anhaltsmöglichkeiten: „(...) the identification of objects that were distinguished only by the aspect ratios of a single component type would require more time (...)“ (Biederman 1987, 126). Komplexere Objekte, die sich aus „more diagnostic combinations of components“ (Biederman 1987, 130) zusammensetzen, können wesentlich schneller identifiziert werden als Figuren, die sich aus uniformen Geonen konstituieren. Diese bei der Arbeit mit Erwachsenen gewonnenen Erkenntnisse lassen für die (Entwicklung der) diesbezüglichen Kompetenzen von Kindern besondere Schwierigkeiten im Umgang mit Konfigurationen aus (uniformen) Würfeln erwarten (vgl. Kap. 6.4.1, S. 327ff)).

Farah (1995) stellt ergänzend heraus, dass das Erkennen von Gesichtern auf gänzlich anderen Funktionsweisen beruht als das Erkennen von (Alltags-) Gegenständen, welches in sehr viel stärkerem Maße auf die Analyse von Teilbereichen ausgerichtet ist. So erarbeitet sie hinsichtlich der Wahrnehmung fotografisch fixierter Abbilder funktionale Unterschiede des visuellen Systems

¹²Detailliertere Ausführungen zu den diesen Vergleichsprozess kennzeichnenden konnektionistischen Prinzipien, auf die hier jedoch nicht näher eingegangen werden soll, finden sich z.B. bei Guski (1996, 54ff).

¹³Denkbar wäre ergänzend, dass etwa „organische Rundungen“ unsere Wahrnehmung in andere Bahnen lenken als exakt gerade verlaufende Linien, die eher auf technisch erzeugte Objekte hindeuten und damit unsere Erwartungshaltung in anderer Weise steuern. Auf „top-down“ Prozesse dieser oder vergleichbarer Art geht Biederman jedoch kaum ein.

bei der visuellen Wahrnehmung von Gesichtern bzw. Alltagsgegenständen (Stuhl, Brille etc.) (Farah 1995, 113ff). Bemerkenswert für die hiesige Arbeit erscheint dabei: „Research with normal subjects suggests that faces are recognized as single complex wholes that are not decomposed into separately represented parts“ (Farah 1995, 118). Vergleichbare prozedurale Differenzen könnten auch für zu erwartende Unterschiede beim Erkennen etwa von Spielzeugfiguren gegenüber dem Erkennen von Würfelfiguren verantwortlich sein und damit den Erfolg bei der Wiedererkennung der Figuren nach erfolgter Rotation determinieren.

2.1.1.2 Wahrnehmung von Bewegung

Unsere eigene Bewegung im Raum übt für sich genommen offenbar einen starken Einfluss auf die Qualität unserer Wahrnehmung aus: Sie trägt - wie oben dargestellt - zur Anreicherung und Differenzierung unserer Bildinformationen bei und unterstützt die Koordinierung unserer taktilen Informationsaufnahme. Im Interesse der hier vorgestellten Studie liegt es auf der anderen Seite nahe, auch in der Wahrnehmung konkreter Bewegungen von Objekten im Raum einen konstitutiven Einfluss auf die Entstehung entsprechend beweglicher Vorstellungsbilder anzunehmen. Entsprechend ist der Frage nachzugehen, wie wir eigentlich Bewegungen (beispielsweise das Umkippen einer Würfelfigur) wahrnehmen.

So war bereits zur Zeit der Entwicklung des „Kinematographen“ bekannt, dass „(...) durch sukzessive Darbietung ruhender Einzellagen in tauglichen Expositionsverhältnissen ‚Bewegungstäuschungen‘ entstehen (...)“ (Wertheimer in einer Abhandlung aus dem Jahre 1911, publiziert in Wertheimer 1963, 3). Dennoch veranlassten sie den bekannten Gestaltpsychologen zu der Äußerung, dass „Dieser sinnlich klar und deutlich gegebene Eindruck der Bewegung (...) psychologisch rätselhaft (...)“ sei (Wertheimer 1911 in: Wertheimer 1963, 6).

Inzwischen wird weithin angenommen, dass zunächst die Bewegung eines Objektes in Gestalt einer Verschiebung des Netzhautabbildes dieser Figur auf der Retina registriert wird. Neuronale Impulsverlagerungen werden dabei als Bewegungen interpretiert (vgl. Rock 1985, 150). Sind die Augenmuskeln *selbst* aktiv, indem sie etwa den Blick über eine kompliziertere Würfelkonfiguration schweifen lassen, nehmen wir hingegen die Ortskonstanz der Konfiguration und ihrer Bestandteile wahr. Eine kognitive Differenzierung dieser Zustände wird offenbar erst möglich durch eine Art Abgleichung der (neuronalen) „Kommandos“ für die (evtl. ausbleibenden) Augenbewegungen mit

den Signalen, die den Wahrnehmungsapparat über Verschiebungen des Netzhautbildes von einem Objekt informieren (vgl. Rock 1985, 151). Dabei kann das Entdecken von Bewegungen auch unabhängig von der Erkennung einer Form oder eines Gegenstandes erfolgen (vgl. Guski 1996, 84).

In Anlehnung an Gibson wird auch für die Bewegungswahrnehmung davon ausgegangen, dass das visuelle System Verhältnisinvarianzen aus dem optischen Fluss extrahiert und auf diese Weise konstruktiv zu Wahrnehmungen sich im dreidimensionalen Raum bewegend starrer Objekte gelangt (vgl. z.B. Johansson 1986, 173). Experimentelle Befunde belegen zudem, dass bereits sich bewegend Endpunkte einer ansonsten unsichtbaren geraden Linie den (gestaltergänzenden) Eindruck evozieren, es handele sich um die Bewegung einer starren Linie im Raum (vgl. Johansson 1986, 173). Dies lässt den Schluss zu, dass unser Wahrnehmungsapparat schon eine geringe Anzahl von Indizien für Bewegung als dynamisch zu interpretieren vermag. Allerdings beeinflussen offensichtlich auch die Betrachtungsdauer sowie die Geschwindigkeit, mit der sich ein Objekt in der Tiefe bewegt, ob wir die Bewegung dieser Objekte wahrnehmen¹⁴.

Palmer (Palmer 1989, 124) zweifelt grundsätzlich an der Annahme, dass die Wiedererkennung von Figuren sich auf eine endliche Anzahl invarianter Merkmale („features“) zurückführen lässt (vgl. Biederman, S. 22) und formuliert v.a. im Hinblick auf die Wahrnehmung von Bewegung eine alternative Hypothese: So geht Palmers Theorie der „perceptual reference frames“ (Palmer 1989, 125ff) im Wesentlichen von einer intuitiven Erkennung der einer Transformation zugrunde liegenden geometrischen Abbildungsvorschrift durch das wahrnehmende Subjekt aus. Dadurch sei der Wahrnehmende in der Lage, Unterschiede (z.B. Orientierung, Lage oder Größe), die sich durch eine Transformation ergeben haben, gewissermaßen zu kompensieren. Während sich also beispielsweise die Orientierung einzelner Linien einer Figur bei einer Rotation ändert, bleibt das *Verhältnis* zwischen diesen Linien und dem „perceptual reference frame“, welcher gemeinsam mit der Figur rotiert, gleich.

Bezogen auf Aspekte der visuellen Wahrnehmung konnte im vorangegangenen Kapitel bereits gezeigt werden, wie die von unseren Rezeptoren auf der Netzhaut empfangenen optischen Reize weitreichende kognitive Prozesse initiieren, bzw. wie wir ausgehend von diesen mentalen Verarbeitungen ver-

¹⁴Bei kurzer Betrachtung eines sich langsam bewegend Objekts wird die scheinbare Größenveränderung wirkungsvoller wahrgenommen. Bei längerer Betrachtung eines sich rasch bewegend Objektes gelingt uns die Wahrnehmung der Bewegung im Raum (z.B. auch einer Rotation) in der Regel wesentlich leichter. (vgl. Regan u. a. 1986; Robins und Shepard 1977)

suchen, (die Bedingungen) unserer Rezeption zu modifizieren.

Dieser Aspekt der Umwelterfassung, an der neben dem Auge (für die visuellen Wahrnehmung) z.B. auch Rezeptoren auf der Haut (zum Erfassen taktiler Reize) beteiligt sein können, wird häufig als Exterozeption bezeichnet. Neben unseren Exterozeptoren beschreibt die Wahrnehmungspsychologie jedoch auch Propriozeptoren, die beispielsweise Bewegungen, die Lage des Körpers oder die Stellung der Gelenke wahrnehmen können (vgl. Legewie u. Ehlers (2000,74); Stadler u.a. (1975,79ff); Gibson (1973,55ff)). Während Attribute wie Farbe, Form oder Arrangement einer Würfelkonfiguration über das exterozeptive Sinnesorgan Auge wahrgenommen werden, befindet sich im Innenohr das sogenannte Labyrinth, ein dem inneren Ohr angegliedertes Organ, welches wesentliche Informationen bezogen auf die Wahrnehmung der eigenen Raum-Lage, Bewegung, Drehung unseres gesamten eigenen Körpers aufzunehmen vermag (Schönpflug und Schönpflug 1997, 114). Besonders interessant für die eigene Studie erscheint zudem, dass weitere Propriozeptoren in den Muskeln oder Gelenken z.B. auf Kontraktion der Muskeln reagieren und damit Stellung, Ort und Bewegung einzelner Glieder der Körpers signalisieren. Auch mit geschlossenen Augen sind wir damit in der Lage, die Stellung und Bewegung eines jeden Körperglieds festzustellen - beispielsweise, wenn wir eine Würfelkonfiguration in die Hand nehmen und diese manuell in andere Lage rotieren (vgl. Legewie und Ehlers 2000; Stadler u. a. 1975, 105f).

Zusammenfassend ergeben sich aus wahrnehmungspsychologischer Perspektive bezogen auf die in der eigenen Studie an Grundschulkinder herangetragenen Anforderungen die folgenden wesentlichen Aspekte:

- Unter „Wahrnehmung“ im engeren Sinne soll auch in der vorliegenden Arbeit mehr als die Produktion eines Netzhautbildes verstanden werden. Der eigentliche Wahrnehmungsprozess gestaltet sich vielmehr als kognitive Konstruktion, die sich naturgemäß der direkten Beobachtung entzieht. Um Wahrnehmung im engeren Sinne gelingen zu lassen, muss das Subjekt selbst aktiv werden: Einerseits müssen im biophysikalischen Sinn Reizströme an zentrale Orte im zelebralen System weitergeleitet werden. Andererseits ist eine kognitive Verarbeitung im Sinne einer Integration in vorhandene Denkstrukturen zu leisten.
- Unsere Sinnesorgane erfassen dazu zunächst Objekte und Veränderungen in unserer Umwelt und innerhalb unseres eigenen Körpers: Prozesse der Exterozeption (z.B. das Betrachten eines Würfels mit den Augen oder das Erfühlen einer massiven Form mit den Händen) nehmen dabei

Eindrücke aus der Umwelt auf. Im Zusammenspiel damit sind wir zudem in der Lage, propriozeptive Wahrnehmungen (z.B. das Erkennen von Drehbewegungen unserer Hand oder unseres Kopfes, vgl. S. 27) ausgehend von entsprechender Reizempfindungen in unseren Muskeln oder Gelenken der anschließenden Verarbeitung im Gehirn zuzuführen. Entsprechend erfolgen ständige Interaktionen wie Unterstützung und Korrekturen zwischen den Teilsystemen der Wahrnehmung.

- Der menschliche Drang nach einer Verbesserung der Wahrnehmung (-sbedingungen) findet zudem häufig Ausdruck in motorischer Aktivität: Gezielte Ortsveränderungen, die eine bessere Sicht auf eine Figur ermöglichen oder eine Manipulation von Gegenständen (etwa beim Anheben und Drehen eines Objekts, um es besser sehen zu können), können entsprechend auch in der eigenen Studie erwartet werden. Besonders offensichtliche körperliche Aktivität beim Wahrnehmen ist auch im Zusammenhang mit dem Ertasten von Dingen zu erkennen. Zudem werden die Sinnesorgane selbst zur Wahrnehmungsoptimierung bewegt (z.B. Bewegungen der Augen oder Bewegungen der die Sinnesorgane tragenden Körperteile wie dem Kopf).
- Die (vorrangig visuelle) Erkennung eines Objektes vollzieht sich in einem Spannungsfeld zwischen Analyse struktureller, auffälliger Merkmale und Integration von Erfahrungen im und mit dem Raum. Die (interpretativen) Konstrukte unserer Wahrnehmung werden dabei durch unser Vorwissen entscheidend determiniert und folgen dabei den oben ausführlich erläuterten, grundsätzlichen Prinzipien der Wahrnehmungsorganisation, die sich an folgenden Kernideen festmachen lassen (vgl. S. 15ff):
 - Unsere Wahrnehmung tendiert zur Bildung sinnhafter Ganzheiten (vgl. S. 15 und S. 23) und damit auch zur Generierung mentaler Modelle auf die in den nachfolgenden Kapiteln noch genauer eingegangen werden soll (vgl. dazu beispielsweise Kap. 2.1.2.2, S. 33ff). Somit finden gewissermaßen illusionäre Ergänzungen von Eigenschaften eines Objektes statt (z.B. von Würfelkanten, die an sich streng genommen nicht sichtbar sind).
 - Teile dienen als Anhaltspunkte zur Identifikation (vgl. S. 17). Dabei werden (vgl. S. 22) ggf. geometrisch klassifizierbare Teilfiguren („Geonen“) gebildet. Orte extremer konkaver Krümmung (vgl. S. 22) sowie die für alle Segmente gemeinsame Achse (vgl. S. 24) beeinflussen die Prozesse der Segmentierung maßgeblich.

- Diskontinuitäten bezüglich der Helligkeit, Farbe oder Textur verweisen auf Grenzen zwischen (Teil-)Objekten (vgl. S. 19 bzw. S. 18) und dienen als Stütze der Figur-Grund-Wahrnehmung.
- Die Sinnesorgane vollziehen im Verlauf der kindlichen Entwicklung eine Steigerung der Differenzierungsfähigkeit. In Kap. 3.1 (S. 113ff) ist entsprechend die Frage zu klären, welchen Stand der diesbezüglichen Entwicklung Kindern im Grundschulalter bei altersgemäßer Entwicklung erwartungsgemäß erreicht haben müssten.

2.1.2 Vorstellungen



*Fantasie und Fantadu
schließe beide Augen zu.*

*Stell dir mal vor, du bist ein Apfelbaum. Im Garten. In deinem Haar nisten
die Vögel und deine Arme werden nicht müde, die Blätter und die Äpfel zu
tragen. Und zum Essen reichen dir Erde, Wasser und Sonne.*

(aus: Heine 1995)

Das Spektrum der Vorstellungen und Fantasien von Grundschulkindern reicht über das, was im Rahmen dieser Arbeit betrachtet werden kann, weit hinaus - man denke an schöpferische Vorstellungen im kindlichen Spiel, kindliche Kreativität in freien Zeichnungen oder an Fantasiegeschichten und phan-

tastische Erzählungen, die im Deutschunterricht in erster Linie unter literarischen Gesichtspunkten betrachtet werden, aber auch im Mathematikunterricht besondere Wirkung entfalten können (vgl. Reinhold 2002a).

Über das, was gemeinhin als „Vorstellung“, „Anschauung“, „Visualisierung“, „mentale Repräsentation“ usw.¹⁵ benannt wird, lässt sich beispielsweise nach erfolgter Selbstbeobachtung berichten. Dabei ziehen sich die mathematikdidaktischen Betrachtungen des Phänomens durch alle Bereiche des Unterrichts und untersuchen etwa Zeichnungen zu Zahlraumvorstellungen (vgl. z.B. Rickmeyer 2001), ergründen die Relevanz mentaler Modellierungen bei der Bearbeitung von Sachaufgaben und kennzeichnen schließlich in besonderer Weise die Diskussion um den Geometrieunterricht in der Grundschule. Die Weite des Feldes bedingt die damit oftmals einhergehende begriffliche Konfusion.

Die eigene Studie fokussiert auf die Frage, auf welche Weise Grundschulkinder ihre Vorstellungsbilder beim Lösen von Aufgabenstellungen zu mentaler Rotation einsetzen. Wenngleich in der eigenen Arbeit dabei vor allem Aktivitäten der Schüler in unterrichtsähnlichen Situationen beobachtet und aus didaktischer Perspektive analysiert werden sollen, erscheint es anknüpfend an die Ergebnisse des vorausgegangenen Kapitels zu kognitiven Aspekten der Wahrnehmung (von Würfelkonfigurationen) notwendig, den Begriff der Vorstellung für die Zwecke der eigenen Studie zu präzisieren: Insbesondere der hier verwendete Begriff der mentalen Rotation sowie auch die eingesetzten Aufgaben in der eigenen Studie stehen in einem engen Zusammenhang zu Untersuchungen aus dem Kontext der Kognitionspsychologie. Entsprechend soll aus kognitionspsychologischer Perspektive nachfolgend zunächst der Frage nach Form und Funktion (v.a. bildhafter) mentaler Repräsentationen nachgegangen werden, die in besonderer Weise auch die Konstruktion mentaler Modelle sowie die Fähigkeit zum Operieren mit diesen mentalen Konstrukten berührt. Welche besondere Relevanz diesen Erkenntnissen für den Mathematikunterricht zukommt, wird explizit hingegen erst in Kap. 4 erörtert.

2.1.2.1 Komponenten von Vorstellungen

Vorstellungen sind zunächst von realen Gegebenheiten abzugrenzen: Die bildhafte Vorstellung, ein Apfelbaum „zu sein“ ist ebenso denkbar wie die bewegte Vorstellung, man müsse (als Apfelbaum) einem starken Wind trotzen, der an den Zweigen rüttelt. Entsprechend erscheint es zweckmäßig, zwischen

¹⁵vgl. auch Bezeichnungen in englischer Sprache wie „mental image(ry)“, „mental representation“ etc.

verschiedenen Qualitäten von Vorstellungen zu unterscheiden, bevor nachfolgend gezielt auf die für die eigene Studie relevanten Bereiche eingegangen werden kann.

Die Vielfalt möglicher Vorstellungen versucht Bischof (1987) zu systematisieren, indem er ausgehend von einer von Steiner (1980) entwickelten Beschreibung von Komponenten bildhafter Vorstellungen (vgl. Kap. 2.1.2.2) eine Erweiterung auf das gesamte Vorstellungsphänomen vornimmt. Bischof unterscheidet im Wesentlichen zwischen einer semantischen, einer räumlichen einer temporalen sowie einer individuellen Hauptkomponente. So bezeichnet er mit der semantischen Hauptkomponente die Bedeutung einer Vorstellung, der er eine symbolische, eine psychische oder eine sensorische Subkomponente zuordnet.

Jene sensorische Subkomponente stützt sich dabei nach Bischof auf vorausgegangene sinnliche Erfahrungen (z.B. das visuelle Wahrnehmen oder das taktile Erfassen einer Würfelfigur). Repräsentationen von Wahrnehmungsprozessen konstituieren entsprechend einen sog. „Repräsentationsraum“. Dieser Raum fungiert zudem als Ort, in dem die aus dem Gedächtnis abgerufenen Informationen ins Bewusstsein gerufen werden können (vgl. Bischof 1987, 5f).

Zu den sensorischen Modalitäten, die zur Generierung der Vorstellung einer Würfelfigur beitragen, zählen u.a. (im Form einer sog. visuellen Variablen) visuelle Qualitäten eines Bildes wie Kontraste und Farben. Zum Aufbau einer Vorstellung werden allerdings noch zusätzliche stützende Informationen aus der Interaktion mit der räumlichen Hauptkomponente (also z.B. Dimensionen und Relationen einzelner Elemente) benötigt (a.a.O., 27). Ergänzend fungieren zudem motorische Komponenten sowie eine sog. psychische Subkomponente, die individuell naturgemäß sehr unterschiedlich ausfallen kann: „Das Empfinden wird alleine durch die innere Bedeutung verursacht, die ich der Vorstellung zuschreibe. (...) Die psychischen Aspekte können z.B. Freude, Angst oder Erwartung umfassen.“ (Bischof 1987, 23; 49ff) .

Mit der für die eigene Studie in besonderer Weise bedeutsamen räumlichen Komponente beschreibt Bischof „die räumliche Anordnung der Teile in der Vorstellung und WO die Vorstellung erlebt wird.“ (a.a.O., 24). Neben dem Aspekt räumlicher Beziehungen innerhalb der Vorstellungen nimmt Bischof dabei eine Unterscheidung von scharfen Vorstellungsbildern und eher diffusen Vorstellungen in einem peripheren Wahrnehmungs- oder Vorstellungsfeld in seine Überlegungen auf (vgl. Bischof 1987; Bischof und Steiner 1985).

Wenngleich die Erkenntnisse Bischofs in der Mathematikdidaktik bislang nur wenig Beachtung gefunden haben und daher an dieser Stelle nicht weiter

im Detail dargestellt werden, richten sie das Augenmerk doch auf wesentliche Aspekte:

- Zwischen Prozessen der Wahrnehmung und Prozessen der Vorstellung können offenbar Zusammenhänge angenommen werden, die nachfolgend weiter herausgearbeitet werden sollen (vgl. Kap. 2.1.2.2).
- In der Theorie Bischofs werden u.a. psychische Aspekte als Determinanten für die Entwicklung von Vorstellungen herausgestellt, die aus mathematikdidaktischer Perspektive Anlass zu besonderer Aufmerksamkeit geben - v.a. im Hinblick auf die Interpretation der eigenen Daten (Angst, Motivation, Freude an der Aufgabenstellung usw.).
- Subkomponenten von Vorstellungen interagieren offensichtlich in hohem Maße miteinander und sind bezogen auf die Synthese von Vorstellungen nur schwerlich, d.h. oftmals auch theoretisch kaum nachvollziehbar in „Komponenten“ zu zerlegen. Jeder Versuch, Komponenten innerhalb der eigenen Studie herauszuarbeiten muss entsprechend sensibel behandelt werden.
- Individuelle Unterschiede sind als wesentliches Charakteristikum von Vorstellungen zu betrachten (vgl. z.B. Bischof 1987, 49ff).
- Für die eigene theoretische Fundierung der Studie erscheinen nachfolgend insbesondere Erkenntnisse zu Bereichen der Vorstellung relevant, die visuell Wahrgenommenem bzw. gedanklichen Operationen mit diesen (bildhaften) mentalen Repräsentationen entsprechen (visueller und kinästhetischer Bereich der sensorischen Subkomponente der semantischen Hauptkomponente, bzw. lokal-räumliche Hauptkomponente nach Bischof).

2.1.2.2 Mentale Repräsentationen visueller Informationen

Denke dir eine farbige Holzplatte, auf der eine Figur steht, die aus fünf verleimten Holzwürfeln der Kantenlänge 2 cm besteht. Drei der fünf Holzwürfel sind zu einem aufrecht stehenden Türmchen aufgestellt, wobei die sich berührenden Flächen genau aufeinander liegen. Zwei weitere Holzwürfel gleicher Größe sind an zwei sich nicht gegenüber liegenden freien Flächen des obersten Würfels im Türmchen angefügt. Welche Figur hast du dir vorgestellt?¹⁶

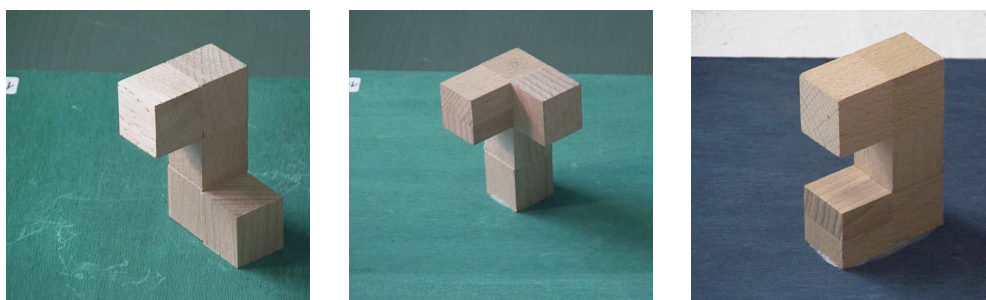


Abbildung 2.9: Fotografien von verschiedenen Würfelfünflingen aus der eigenen Studie

Sprachliche Reize in Gestalt vergleichbarer Aufgabenstellungen sind in der Lage, Vorstellungen von Objekten in unserem Geist zu evozieren - auch wenn wir diese zuvor noch nie mit all ihren verbal beschriebenen Attributen sinnlich wahrgenommen haben. Dieser Prozess scheint damit über die Wahrnehmung hinauszugehen, bedient sich aber, wie vielfach angenommen wird, analoger kognitiver Funktionen. So konnte bereits im Zuge der grundlegenden Überlegungen zu Aspekten der Wahrnehmung räumlicher Objekte (vgl. Kap. 2.1.1.1) herausgearbeitet werden, dass geistige Konstruktions- und Gedächtnisleistungen unsere Wahrnehmung wesentlich determinieren („top-down“). Der Prozess der Vorstellungsbildung kann dabei im Rahmen der Wahrnehmung eine antizipatorische Aufgabe für die Wiedererkennung von Objekten übernehmen.

So führt **Cooper** (1989) aus, dass partielle Informationen über strukturelle Gesichtspunkte von wahrgenommenen Objekten wichtige Eigenschaf-

¹⁶Die in dieser Form formulierte Aufgabe richtet sich lediglich an den Leser der vorliegenden Arbeit und wurde in der eigenen Studie den Grundschulkindern nicht gestellt.

ten verdeckter Elemente spezifizieren und zur Konstruktion mentaler Modelle dieser Objekte führen. Entsprechend kann sich die geistige Konstruktion des mentalen Modells eines dreidimensionalen Objektes auch ausgehend von zweidimensionalen, rechtwinkligen Seitenansichten vollziehen, die eine spätere Wiedererkennung der Objekte in isometrischer Darstellung gestatten. Auf der Basis einer Zeichnung (z.B. orthogonale Ansichten eines Körpers) erfordert die Konstruktion des mentalen Modells eines Objekts also u.U. bereits ein Höchstmaß an geistiger Beweglichkeit. Diese kann auch mit einer gedanklichen Bewegung des Betrachters im gedachten Raum oder der vorgestellten Rotation der Figur an sich (vgl. Abb. 2.10, vgl. auch Tarr und Pinker 1989) in Verbindung gebracht werden.

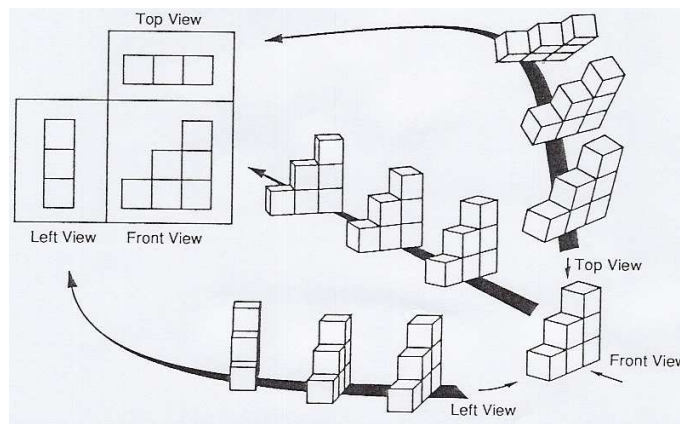


Abbildung 2.10: Orthogonale und isometrische Ansichten einer Würfelkonfiguration (Pillay 1994, 99)

Leistungen wie Schlussfolgerungen oder Verallgemeinerungen begleiten diesen Modellbildungsprozess (vgl. Cooper 1989, 93ff). Was kennzeichnet darüber hinaus derartige *mentale Modelle* (vgl. auch Johnson-Laird 1983, 156), die offensichtlich einerseits unsere Wahrnehmungsprozesse oder auch „Übersetzungsprozesse“ zwischen zweidimensionalen Darstellungen und dreidimensionalen Objekten begleiten und damit die Vorstellung in besonderem Maße prägen?

Johnson-Laird (1983) erachtet die Existenz subjektiver „working models in mind“ als Kernstück jeden Verstehensprozesses: „If you understand inflation, a mathematical proof, (...), then you have a mental representation that serves as model of an entity in much the same way as, say, a clock functions as a model of the earth’s rotation.“(Johnson-

Laird 1983, 2). Einsicht in Aufgabenstellungen und Probleme sei entsprechend leichter zu erzielen, wenn eine Person ein mentales Modell zu einem speziellen Sachverhalt oder einer ähnlichen Begebenheit ausgebildet habe (vgl. Johnson-Laird 1983, 33). So wird die Konstruktion mentaler Modelle häufig mit Prozessen problemlösenden Denkens in Verbindung gebracht (s. auch Johnson-Laird und Byrne 1991): Zur Problemlösung ist neben dem Erkennen des Problems der Aufbau einer subjektiven, mentalen, also internen Repräsentation erforderlich - es entsteht das mentale Modell eines Umweltausschnittes, welches ausgehend von Wahrnehmungserfahrungen wesentliche Aspekte der Umwelt abstrahiert und damit eine aktive (Re-) Konstruktion der Umwelt darstellt. Problemlöseaktivitäten, die auf Grundlagen dieses Modells zurückgreifen, können schließlich als Interpretationen dieses Modells verstanden werden (vgl. Opwis und Lüer 1996, 340f).

Besonderes Charakteristikum dieser mental konstruierten Modelle ist entsprechend ein hohes Maß an Abstraktion gegenüber den Sachverhalten oder Objekten, die damit gewissermaßen unvollständig abgebildet werden, wenngleich strukturelle Entsprechungen zwischen mentalen Modellen und den korrespondierenden Sachverhalten anzunehmen sind (Johnson-Laird 1983, 156; 403).

Opwis und Lüer (Opwis und Lüer 1996, 349) unterscheiden im Hinblick auf mentale Repräsentationen zwischen sprachlich-begrifflichen, episodischen, prozeduralen, oder bildhaft-anschaulichen Wissensinhalten. Entsprechend wird von mentalen Modellen ausgegangen, die die Basiselemente dieser Wissensinhalte strukturieren und „vernetzen“, wie dies beispielsweise bei subjektiv geprägten Grammatiken für sprachlich-begriffliche Inhalte geschieht (vgl. Johnson-Laird 1983, 266ff). Auch bei der räumlichen Orientierung in einem Straßennetz wird der Weg zu einem Zielort vermutlich wesentlich leichter gefunden werden, wenn ein (vorwiegend durch bildhaft-anschauliches Wissen geprägtes) mentales Modell dieser Umgebung zur Verfügung steht. Andererseits können die in verschiedenen Qualitäten auftretenden Wissensinhalte auch in einem Modell (sprachlich u.U. gar nicht fassbar) integriert werden: In unserem „gedanklichen Würfeldiktat“ (S. 33), käme bei der Konstruktion eines mentalen Modells zur Lösung der Aufgabe entsprechend unsere Fähigkeit zum Tragen, zu den Stimuli der gehörten Wörter¹⁷ sprachlich-begriffliches Wissen zuzuordnen sowie bildhaftes Wissen zu assoziieren. Dieses wiederum kann uns in einer Art Abgleich helfen, aus den dargestellten

¹⁷Das hier an sich erforderliche Lesen der entsprechenden Wörter verdichtet diesen Prozess zusätzlich, zumal hier die Wahrnehmung der gedruckten Buchstaben einen Leseprozess initiiert, der für sich genommen ebenfalls kognitiv beschreibbar wäre, worauf hier aber nicht näher eingegangen werden soll (vgl. Heißmeyer 1994).

Fotografien von Würfelfiguren jenes herauszugreifen, das unserem mentalen Modell in besonderer Weise entspricht¹⁸. Auch beim Lesen (etwa eines Romans) wird oftmals ein mentales Raummodell entwickelt, um sich das Wirkungsfeld der Akteure vorstellen zu können (vgl. Johnson 1983; „mental scenario“ Kosslyn 1995b, 269). Vergleichbar zu Erfahrungen im realen Raum benötigt man zudem in einer vorgestellten Umgebung in der Regel weniger Zeit, um zu sagen, was vor einem selbst zu sehen ist, als Aussagen darüber zu treffen, was sich hinter dem eigenen Rücken befindet (vgl. Franklyn und Tversky 1990, zit. nach Zimbardo und Gerrig 1999, 294).

Johnson-Laird (1983, 146ff) grenzt mentale Modelle im engeren Sinn ab von propositionalen Repräsentationen und mentalen Bildern, die er als „special classes of models“ bezeichnet. Dabei bezieht er sich im Wesentlichen auf die kognitionspsychologische „Imagery“- Kontroverse zwischen sog. „Imagisten“ (z.B. Paivio, Kosslyn und Shepard) und Propositionalisten (z.B. Pylyshyn). Auf diese Debatte soll im Folgenden näher eingegangen werden, da sie in besonderer Weise Aufgabenstellungen aus dem Kontext mentaler Rotation in die Diskussion einbezieht, auf die wir im folgenden Kapitel 2.1.3 detailliert eingehen werden¹⁹.

Paivio kommt im Rahmen seiner Untersuchungen zu dem Ergebnis, dass im menschlichen Langzeitgedächtnis tatsächlich Quasi-Bilder existieren, und erarbeitet und modifiziert seit den 70er Jahren des vergangenen Jahrhunderts seine Duale-Kodierungs-Theorie (vgl. Paivio 1991). Im Mittelpunkt dieser Theorie steht die Annahme von zwei getrennten Speichersystemen für Gedächtnisinhalte, die über voneinander unabhängige Kodiersysteme verfügen: „Cognition is served by two modality-specific symbolic systems that are experimentally derived and differentially specialized for representing and processing information concerning nonverbal objects, events, and language.“ Repräsentationen werden dabei als „modality-specific perceptual motor analogs“ (a.a.O., 16) angesehen.

Wie in Abb. 2.11 grafisch dargestellt, verarbeitet das verbale System dabei primär sprachliche, abstrakte Informationen. Die Informationsverarbeitung erfolgt hier überwiegend zeitlich-sequenziell. Das nonverbale (ursprünglich: „imaginale“) System verarbeitet demgegenüber hauptsächlich Wissen über konkrete Objekte in der Umwelt und fungiert als Speicher für non-verbale (bildhafte) Repräsentationen, die als analog zu verschiedenen Sinnesmoda-

¹⁸vgl. dazu auch Ausführungen zur dualen Kodierungs-Theorie von Paivio, s. unten

¹⁹Zum geschichtlichen Überblick zu Theorien bildhafter Vorstellungen bzw. zur sog. „imagery-debate“ vgl. auch Bischof (1987,7ff); Piaget und Inhelder (1979,13ff); Paivio (1991,194ff); Kosslyn (1994, 1995, 280ff)

litäten angesehen werden und parallel verarbeitet werden können (vgl. Opwis und Lüer 1996, 401).

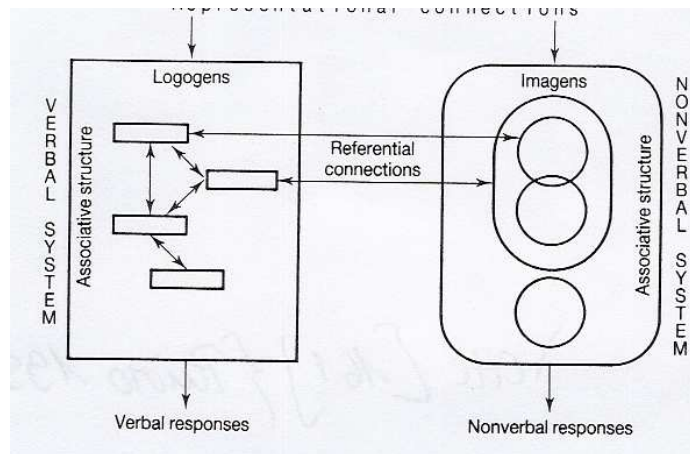


Abbildung 2.11: Verbales und nonverbales (imaginales) System (Clark und Paivio 1989 in: Paivio 1991, 161)

Im Verständnis der Theorie Paivios werden durch nonverbale Reize, z.B. der Präsentation einer Figur aus fünf Holzwürfeln, bildhafte Repräsentationen (hier: *imagens*) im Gedächtnis aktiviert. Demgegenüber regen verbale Stimuli entsprechend die Basiseinheiten des verbalen Systems (die sog. *logogens*) an. Beide Systeme können, wie wir oben bereits gezeigt haben (s. „gedankliches Würfeldiktat“, S. 33), „referential connections“ zum jeweils anderen System herstellen, also in Austausch miteinander treten. Auf diese Weise gelingt es, wie im obigen Beispiel, gespeicherte bildhafte Repräsentationen mit Hilfe verbaler Codes zu aktivieren oder auch Benennungen zu mentalen Bildern herzustellen, indem Verbindungen zu verbalen Codes hergestellt werden. Desweiteren werden für linguistische Repräsentationen ebenso wie für Vorstellungsbilder assoziative Verknüpfungen zwischen den verschiedenen Einheiten angenommen (vgl. Opwis und Lüer 1996, 401). Hervorzuheben ist schließlich, dass Paivio die Generierung mentaler Bilder als dynamischen Prozess ansieht, den er als „more like an inner perceptual motor system than a passive recorder of experience“ ansieht (Paivio 1971 in: Paivio 1991, 197).

Zu den experimentellen Ergebnissen, die Paivios Überlegungen stützen, zählt beispielsweise seine Beobachtung, dass der Vergleich gedanklich repräsentierter Zifferblätter, welche durch digitale Zeitangaben beschrieben

werden, offensichtlich in besonderer Weise auf mentalen Bildern beruht²⁰ (vgl. Paivio 1982 in: Paivio 1991, 320). Bekannt geworden ist auch Paivios experimenteller Befund, dass Bilder in der Regel leichter erinnert werden können als Begriffe, da sie häufig sowohl als Bilder als auch in verbaler Form gespeichert werden. (Paivio und Csapo 1973 in: Paivio 1991, 78). Dies legt nach Paivio die Annahme dualer Kodierung nahe, zumal ergänzend konkrete Begriffe leichter erinnert werden können als abstrakte Begrifflichkeiten. Darüberhinaus vertritt er die Hypothese, dass Kleinkinder durch die Auseinandersetzung mit konkreten Objekten und Ereignissen „a storehouse of images which represent his knowledge of the world“ entwickeln. Die Entwicklung sprachlicher Kompetenzen erfolge auf eben dieser Grundlage und bleibe mit ihr dauerhaft verbunden, wenngleich sich teilweise auch autonome Strukturen innerhalb dieses sprachlichen Systems herausbildeten (Paivio 1971 in: Paivio 1991, 130). Dabei trägt nach Paivio die Regelmäßigkeit beobachteter Ereignisse in Verbindung mit eigenen Handlungserfahrungen wesentlich dazu bei, verbale Strukturen wie sprachliche Syntax zu erlernen.

Die enge Verbindung von bildhaften Vorstellungen, Erinnern und Lernen in Paivios Theorie birgt besondere didaktische Relevanz: So referiert er Memorierungstechniken, die sich in besonderer Weise auf räumliche Begebenheiten stützen und im Altertum z.B. für die Strukturierung von Ansprachen verwendet wurden (Paivio 1983 in: Paivio 1991, 253ff). Zudem verweist die besondere Überlegenheit von Vorstellungsbildern bei der Speicherung und Organisation von Gedächtnisinhalten (s. oben) auf die Bedeutung mentaler Bilder für das Lernen (Ernest und Paivio 1969 in: Paivio 1991, 271ff). Nicht zuletzt die eigene Erfahrung lehrt, dass Wissen leichter erfasst und gespeichert werden kann, wenn es sowohl sprachlich als auch bildhaft dargeboten und verarbeitet werden kann (vgl. Edelmann 1996, 220).

Ähnlich wie Paivio unterscheidet auch **Steiner** (1980) zwischen zwei wesentlichen Komponenten der Vorstellung (bzw. der Wahrnehmung): einer räumlich-visuellen Komponente (Wo ist ein Objekt? - räumliche Relation, Orientierung, Ausdehnung) sowie einer begrifflich-verbalen Komponente (Was stellt das Objekt dar? - semantischer Aspekt und sprachliche Kodierung dieser Bedeutung) (vgl. Steiner 1980, 106).

Die Aktivität des Vorstellens betrachtet Steiner als verinnerlichte Handlung (a.a.O., 216ff). Dabei vertritt er ähnlich wie **Finke und Shepard** (vgl. Finke 1980; Finke und Shepard 1986; Finke 1987) die Auffassung, Vorstellungen seien funktional analog zu Wahrnehmungen, zumal sich - zumindest bezogen

²⁰Man denke sich die Uhrzeit 3:55 Uhr bzw. die Uhrzeit 7:50 Uhr. Auf welchem Zifferblatt liegen die Zeiger näher beieinander? (Paivio 1982, a.a.O.)

auf bildhafte Vorstellungen - innerhalb der Vorstellungsgenerierung quasi-sensorische Prozesse vollzogen (vgl. dazu auch Bischof 1987, 15). Zwischen den vielfältigen geistigen Konstruktionen, die im Zuge von Prozessen der visuellen Wahrnehmung geleistet werden, und dem, was wir als Generierung von mentalen bildhaften Repräsentationen bezeichnen, werden von den Autoren folglich fließende Grenzen oder gar funktionale Entsprechungen angenommen.

Gestützt wird diese Annahme durch inzwischen vielfach bestätigte Befunde, denen zufolge beim bildhaften Vorstellen dieselben Gehirnstrukturen aktiviert werden wie bei der visuellen Wahrnehmung (vgl. Finke und Shepard 1986)²¹. Analogien zwischen Wahrnehmung und bildhafter Vorstellung werden beispielsweise deutlich bei der Analyse der Beziehung zwischen der Größe der Vorstellung und der Unterscheidung feiner Details in Vorstellungsbildern: Details in einem mentalen Bild, welches weit entfernt oder klein ist, sind schwerer zu unterscheiden als wenn das mentale Bild die Situation groß oder nah wiedergibt (vgl. Finke 1987, 178). Auch die für das Abtasten mentaler Landkarten benötigte Zeit erwies sich in Untersuchungen als proportional zu den tatsächlichen Abständen zwischen den Objekten, was den Schluss nahe legt, dass räumliche Eigenschaften der tatsächlichen Gegebenheiten in den bildhaften Vorstellungen überdauern (vgl. Kosslyn und Pinker zit. nach Finke 1987, 184; Kosslyn, Ball und Reiser 1978 in: Kosslyn 1995, 286f). Festzuhalten bleibt schließlich im Sinne der Hypothese, dass Wahrnehmung und Vorstellung als funktional äquivalent zu betrachten sind, dass bildhafte Vorstellungen vom Wissen der Person über das Objekt abhängen (z.B. Wissen über Größe, Form, Farbe). Finke (1987, 185) bemerkt dazu: „Ist die Vorstellung erst einmal gebildet, so kann sie in gewisser Weise die Funktion des Objektes übernehmen und so neuronale Mechanismen in niedrigeren Niveaus des visuellen Systems anregen. Entsprechend gilt, dass alle von diesen Mechanismen herrührenden Beschränkungen sich gleichermaßen auf die Vorstellungsbildung wie auf die Wahrnehmung von realen Gegenständen auswirken. Auf diese Weise können Vorstellungen visuelle Eigenschaften erhalten und die Wahrnehmung selbst modifizieren.“

Auch **Piaget und Inhelder** setzen sich in ihren Untersuchungen zur Entwicklung mentaler Repräsentationen, auf die in Kap. 3.2.3 näher eingegangen werden soll, mit der Frage auseinander, „(...) ob das Bild die Quelle der intellektuellen Operationen darstellt oder nicht“ (Piaget und Inhelder 1979, 9). Die

²¹vgl. auch Finke und Shepard 1986; Finke 1987; Farah 1988, Opwis und Lürer 1996, 406ff; Zimbardo und Gerrig 1999, 292

Autoren distanzieren sich dabei von der Hypothese gedanklicher (bildhafter) Abbilder von Objekten der Umgebung: Aus ihrer Sicht wäre damit die Annahme verbunden, dass die Wirklichkeit nur an die vorgefertigten Strukturen des Subjekts angepasst würde. Die Generierung mentaler Repräsentationen müsse vielmehr als Prozess aktiver Reproduktion verstanden werden, was dazu führt „(...) dass es genau genommen kein Abbild mehr gibt und dass man, um die Objekte zu erkennen, in der Weise auf sie einwirken muß, dass man sie zerlegt und wieder zusammensetzt.“ (Piaget und Inhelder 1979, 11). Da in den Untersuchungen Piagets und seiner Mitarbeiterinnen vor allem das gedankliche Operieren im Mittelpunkt steht, werden wir auf die grundlegenden Gedanken Piagets und seiner Mitarbeiter in Kap. 2.1.3 (S. 57) noch einmal genauer eingehen.

Während also die vielfach als Imaginisten titulierten Psychologen, zu denen Johnson-Laird insbesondere Paivio und Shepard, aber auch Kosslyn (s. S. 41) zählt, davon ausgehen, dass Prozesse visueller Wahrnehmung den Vorstellungserfahrungen mentaler Bilder ähnlich sind (weitere zusammenfassende Aspekte s. Johnson-Laird 1991, 147), erheben die Verfechter propositionaler Repräsentationssysteme wie z.B. Pylyshyn deutliche Kritik an der Hypothese quasi-bildlicher mentaler Repräsentationen:

Pylyshyn (1973, 1981) versucht die beschriebenen Phänomene, die zur Fundierung einer Theorie mentaler Repräsentationen herangezogen werden, mit Hilfe von symbolischen (also nicht zur Wahrnehmung analogen) Repräsentationsformen zu erklären. Im Wesentlichen geht die Theorie davon aus, dass auf der Ebene der Repräsentationen Symbole in Relation zueinander kombiniert werden (s. auch Opwis und Lüer 1996, 351ff). Dabei schließt Pylyshyn die Existenz des „Imagery“-Phänomens keineswegs aus; kritisiert wird von ihm vor allem, dass die Existenz mentaler Bilder vielfach zur Erklärung (und nicht als Ergebnis) von Vorstellungsprozessen herangezogen werde (vgl. Pylyshyn 1973, 2). Die experimentell gestützten Befunde zur Fähigkeit mentaler Rotation (vgl. Kap. 2.1.3) erklärt Pylyshyn damit, dass Versuchspersonen *wissen*, dass ein größerer Drehwinkel einem längeren Weg der Bewegung entspricht. Die Einschätzung des Vergleichs benötige entsprechend mehr Zeit (Pylyshyn 1979, 1981 zit. nach Opwis und Lüer 1996, 403). Ebenso könnten bestimmte Formulierungen in den Instruktionen des Versuchsleiters die Vorgehensweise der Versuchspersonen dahingehend beeinträchtigen, dass diese gewissermaßen dazu verführt würden, ein Vorstellungsbild analog zu ihrer Wahrnehmung zu generieren (vgl. Pylyshyn 1981). Die einheitliche Form der Repräsentation in Gestalt symbolischer Kodierung sämtlicher Gedächtnisinhalte sei zudem kognitiv „wirtschaftlicher“, zumal sich Inhalte im Gedächtnis

auf diese Weise leichter einordnen und entsprechend einfacher wiederfinden ließen (vgl. Schönplflug und Schönplflug 1997, 79).

Auch Johnson-Laird stellt die Existenz von „Bildern im Geist“ in Frage und geht davon aus, dass mentale Repräsentationen „(...) cannot be pictures in the mind (...) because a picture requires a homunculus to perceive it (...)“ (Johnson-Laird 1983, 147). Ergänzende Versuche, die vor allem von Shepard und seinen Kollegen beschriebenen Befunde zu mentaler Rotation (vgl. S. 45ff) über propositionale Netzwerke und Symbole zu erklären, unternehmen auch Palmer, Anderson und Bower (Palmer 1975; Anderson und Bower 1973; Anderson 1978, zit. nach Kosslyn 1980, 287f).

Pylyshyn verweist zudem auf methodische Probleme, die auch für die eigene Studie relevant sind: „In this sense of the word ‚image‘ (an image in the ‚mind’s eye‘, Anm. S.R.) one might claim that the image can be examined through introspection. Clearly, however, the information-processing function itself cannot.“ (Pylyshyn 1973, 3). Unter dieser Einschränkung muss auch die Vorgehensweise der eigenen Studie betrachtet werden: Weder Grundschulkindern noch Erwachsene vermögen über originäre informationsverarbeitenden Prozesse via Introspektion Auskunft zu geben. Im Sinne Pylyshyns muss daher im Folgenden stets berücksichtigt werden, dass die eigene Untersuchung (gewissermaßen an der Oberfläche) nur Erfahrungen der Versuchspersonen erfragen und die Beobachtungen dokumentieren kann. Auf die Imagery-Kontroverse im engeren Sinne kann entsprechend kein expliziter Einfluss ausgeübt werden.

Kosslyn integriert Aspekte dieser Kritik in die Elaborierung seiner eigenen Theorie mentaler Repräsentationen. So vertritt auch er zunächst im Wesentlichen eine konstruktivistische Grundposition („constructivist notion of imagery, and the idea that images may act as ‚analogues‘ to percepts“ (Kosslyn 1975, 341)), geht jedoch auf die Einwände Pylyshyns bedingt ein: „(...) it is not very reasonable to treat images like photographs in the head.“ (a.a.O., 342). Kosslyn vertritt die Ansicht, Elemente, die im Zuge der Wahrnehmung abstrahiert und interpretiert werden, würden im Langzeitspeicher abgelegt. Um zum Erlebnis eines Vorstellungsbildes zu gelangen, müssten diese nicht-bildlichen Elemente schließlich erneut im Rahmen eines gewissermaßen umgekehrten Prozesses bearbeitet werden (a.a.O., 342). Unterschiedliche Reaktionszeiten (etwa beim vorstellungsmäßigen Größenvergleich von Tieren) werden entsprechend damit erklärt, dass die beschriebenen (re-)konstruktiven Prozesse mehr oder weniger Zeit in Anspruch nehmen: „As the subjective size (of the animal, Anm. S.R.) increase, so did the time necessary to construct the image.“ (a.a.O., 368). Entsprechend sei es wahrscheinlich, dass lediglich eine begrenzte Anzahl von Einzelaspekten eines Bildes simul-

tan aktiviert werden könne (a.a.O., 369).

So geht Kosslyn (1980) von zwei Repräsentationsebenen aus, die er als *Tiefenrepräsentation* und *Oberflächenrepräsentation* bezeichnet²². Mentale quasi-bildliche Bilder liegen dieser Theorie entsprechend auf der Ebene der Oberflächenrepräsentation vor, die sich im Arbeitsgedächtnis befindet. Auf der Ebene der Tiefenrepräsentation, die dem Langzeitgedächtnis zugeordnet sind, werden demgegenüber zwei Arten der Repräsentation angenommen: Die literale Repräsentation bezieht sich darauf, wie etwas eigentlich aussieht, während propositionale Repräsentationen als zweite Komponente der Tiefenrepräsentation Verbindungen zu Beschreibungen für Dinge, Szenen oder Teile beinhalten (vgl. auch Opwis und Lüer 1996, 403; 410ff). Prozesse der Generierung bildlicher Vorstellungen in der Oberflächenstruktur greifen entsprechend auf Tiefenrepräsentationen zurück, wobei Kosslyn in späteren Publikationen deutlich heraus stellt, dass dies keineswegs impliziert, es gäbe nur einen einzigen möglichen Mechanismus zur Generierung mentaler Bilder. Vielmehr sei hier ein Zusammenwirken verschiedenartiger Mechanismen anzunehmen (vgl. Kosslyn 1995, 270ff).

Diese Sicht Kosslyns schließt die v.a. von Shepard und Finke (1986, s. oben) dokumentierten Parallelen zwischen Wahrnehmung und Vorstellung nicht aus. Vielmehr unternimmt Kosslyn (1994) den Versuch, Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Wahrnehmungsprozessen (z.B. der Wiedererkennung eines Objekts, vgl. auch Kap. 2.1.1) und Vorstellungsprozessen (z.B. die gedankliche Transformation einer Vorstellung) im Rahmen eines Informationsverarbeitungsmodells herauszuarbeiten: „(...) imagery is not merely a parasite, piggybacking on perception. Rather, imagery is an integral part of how perception operates.“ (Kosslyn 1994, 21). Die Elaborierung von Kosslyns Theorie steht entsprechend unter dem Eindruck seiner Bemühungen um eine Integration der Kritik, die an der Hypothese von „images in the mind“ (Pylyshyn u.a.) geäußert wurde, und versucht, auf der Grundlage neuester neurowissenschaftlicher Erkenntnisse einen Konsens um die Imagery-Kontroverse anzubahnen (vgl. auch Kosslyn u. a. 1993; Cohen u. a. 1996; Kosslyn u. a. 1998; Wraga u. a. 2003).

Funktionale Zusammenhänge zwischen Wahrnehmung und Vorstellung erkennt Kosslyn vor allem im Bereich des sogenannten *visual buffer* (1994, 86), einer funktionalen Struktur niedrigen Niveaus, die u.a. die Produkti-

²²Die frühere Theorie Kosslyns ist eingebettet in ein Computersimulationsmodell, auf das an dieser Stelle nur in der gebotenen Kürze eingegangen werden kann, zu Details vgl. Kosslyn (1975,342ff); Opwis und Lüer (1996,410ff).

on des Netzhautbildes umfasst und dabei beispielsweise Außenbegrenzungen einer Figur oder die Oberflächentextur eines Objektes erfasst²³. Bei der Generierung mentaler Bilder sind diese Gehirnareale ebenso aktiv wie bei der visuellen Wahrnehmung. Auch der Mechanismus des *attention window*, der in der Modellvorstellung Kosslyns dafür zuständig ist, aus den im *visual buffer* vorhandenen Informationen auszuwählen und diese Auswahl anderen Subsystemen weiterzureichen, operiert sowohl bei der visuellen Wahrnehmung als auch bei der Generierung von Vorstellungen auf ähnliche Weise (Kosslyn 1994, 101).

Wesentliches Indiz für diese Hypothese sind Beobachtungen, die sich auf das Subsystem des *attention shifting* beziehen, welches in enger Beziehung zum *visual buffer* bzw. zum *attention window* steht: „This subsystem reflexively moves attention to the location of a salient stimulus (...)“ (Kosslyn 1994, 92). Der Theorie Kosslyns zufolge erkennen wir Objekte, wenn sie uns in verschiedenen Positionen angeboten werden auf der Grundlage der angesprochenen Strukturen und Mechanismen wieder, indem wir eingangs das Objekt im *visual buffer* repräsentieren. Anschließend richtet sich das *attention window* so auf den Stimulus aus, dass dessen hervorstechenden Aspekte (Farbe, Größe, Bewegung usw.) gewissermaßen zunächst *eingerahmt* werden. Die damit verbundene Aufmerksamkeitsverlagerung kann von Bewegungen des Körpers, der Augen usw. begleitet sein²⁴. In der Erinnerung vorhandene Vorstellungsbilder können diesen Prozess der Aufmerksamkeitsausrichtung positiv beeinflussen²⁵: „(...) the image serves to focus attention.“ (Kosslyn 1994, 328).

Ist die Aufmerksamkeit fokussiert, werden Informationen an weitere Systeme weitergereicht, die (a) Objekteigenschaften (Form, Farbe, Textur) und (b) räumliche Eigenschaften (Lage im Raum, Größe, Ausrichtung) erfassen (vgl. Kosslyn 1994, 94).

Wenngleich die Kognitionspsychologie Theorien zur *Entstehung* bildähnlicher Repräsentationen nach wie vor kontrovers diskutiert (vgl. auch Opwis und Lüer 1996, 398ff), kann für die vorliegende Arbeit von der Existenz bildähnlicher Phänomene ausgegangen werden. Solche analogen Repräsentationen sind im Sinne von Opwis und Lüer (1996, 350) als geistige Rekonstruktionen zu verstehen, die gekennzeichnet sind von einer engen Korrespondenz zwischen Repräsentat (mentales, hier v.a. bildhaft-anschauliches Modell) und Repräsentandum (Original). Empirischen Befunde zu Aspekten mentaler Operationen (v.a. zu mentaler Rotation), die im anschließenden Kapitel ausführlich referiert werden, offerieren eine besondere Stütze der Annah-

²³angesiedelt im Hinterhauptslappen des Gehirns (vgl. auch Jordan u. a. 2002)

²⁴vgl. auch die obige Zusammenfassung zu Prinzipien der Wahrnehmung (S. 28)

²⁵vgl. „top-down“ Kap. 2.1.1

me bildhafter Repräsentationen sowie Indizien für die funktionale Analogie von visuellen Wahrnehmungsprozessen und Vorstellungen von Bewegungen. Einschränkend wird dabei jedoch im Sinne einer konstruktivistischen Sicht herauszustellen sein, dass der *Prozess* der Generierung dieser bildähnlichen Repräsentationen sich keinesfalls bildähnlicher Bausteine bedienen muss.

2.1.3 Mentales visuelles Operieren

„Given that there are no hands in the brain, how do we ‚move things around‘ in images?“ (Kosslyn 1995, 267)

Vorgänge wie das gedankliche Operieren mit Würfelkonfigurationen sind sicher nicht mit im Kopf laborierenden „kleinen Helfern“ zu erklären, sondern müssen auf die Existenz mentaler Transformationsprozesse zurückgeführt werden. Beschreibungen zur Qualität von Transformationsprozessen sind zahl- und variantenreich, wie im vorausgegangenen Kapitel bereits anklang, so dass an dieser Stelle für die eigene Arbeit eine Beschränkung auf Arbeiten im Kontext mentaler Rotation vorgenommen werden muss.

Als hilfreich erweist sich hier die Differenzierung von Shepard und Cooper (1982, 244) in *rigide*, *semirigide* und *nonrigide Transformationen*: Semirigide Transformationen verändern demzufolge lediglich Teile eines Objekts, während nonrigide Transformationen (z.B. plastische Deformationen, wie wir sie aus der Topologie kennen) eine Veränderung der gesamten Objektstruktur mit sich bringen. Zu den rigiden Transformationen zählen schließlich (neben Spiegelungen und Verschiebungen) die Rotationen, also Drehungen um einen Punkt oder eine Achse²⁶.

Eine Flut empirischer Untersuchungen, die Prozesse nonrigider Transformationen in den Mittelpunkt rückt, prägt die Forschungslandschaft um mentale Repräsentationen seit den 70er Jahren. Maßgeblich geprägt wurde die Intensivierung dieses Interesses durch die Arbeiten Shepards, seiner Kollegin Cooper sowie zahlreicher weiterer Kollegen und Mitarbeiter: „Perhaps the most dramatic example of the new wave of research on imagery is that of Shepard, Cooper and their colleagues (...)“ (Kosslyn 1994, 3).

Exemplarisch verwiesen sei dabei zunächst auf Untersuchungen zum mentalen Falten (Shepard und Feng 1972; Bassman 1977 zit. nach Shepard 1978, s. auch Kosslyn 1995, 278). Forschungsschwerpunkt in den Arbeiten Shepards u.a. waren jedoch vor allem Untersuchungen zu Prozessen mentaler Rotation. Neben der Identifikation von Abbildern rotierter Würfel, auf die wir unten noch näher eingehen, da sie eine besondere Nähe zum Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit aufweisen, wurden dabei auch Experimente mit Abbildern von Händen, Buchstaben oder „Zufallsformen“ durchgeführt.

So entwickelten Cooper und Shepard ein Untersuchungsdesign mit rotierten Buchstaben und Zahlen, bei dem u.a. auch der Einfluss ergänzender Informationen (etwa zur Orientierung der Abbildung) untersucht wurde (Cooper

²⁶(vgl. auch Ausführungen zu diesem und weiteren, vergleichbaren Prozessmodellen in Quaiser-Pohl 1998, 18f)

und Shepard 1973, 92ff und 142ff, vgl. Abb. 2.12).

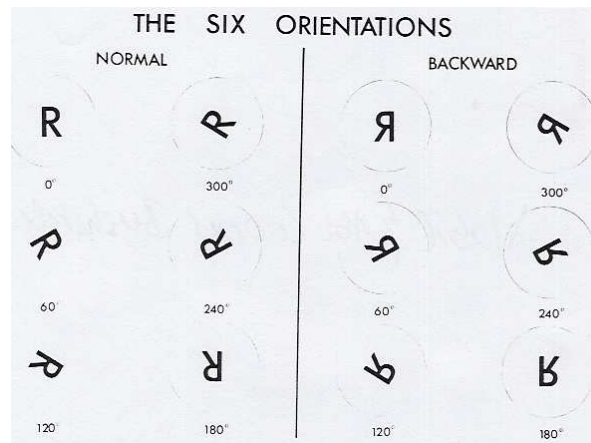


Abbildung 2.12: Vergleich rotierter Buchstaben (Cooper und Shepard 1973, 94)

Eine Rotation ebener Figuren prägt auch eigene Experimente von Cooper (1975), bei denen die Autorin bewusst zufällig entstehende Formen zum Einsatz bringt (vgl. Abb. 2.13 sowie Erläuterungen bei Cooper 1976a; Cooper und Shepard 1987).

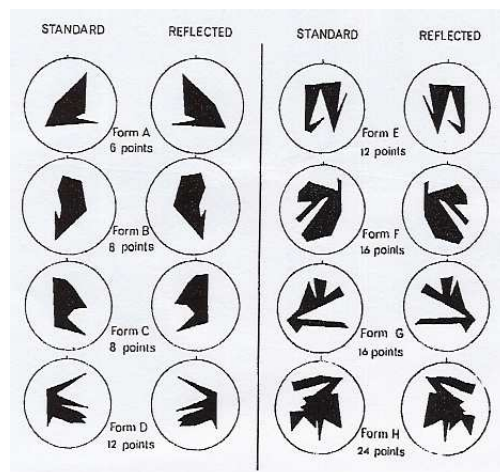


Abbildung 2.13: zweidimensionale Vielecke (Cooper 1975, 23)

Neben ebenen Figuren werden, wie bereits angesprochen, vielfach auch Untersuchungen durchgeführt, in deren Mittelpunkt zeichnerische Darstellungen dreidimensionaler Objekte (z.B. Hände und Würfelkonfigurationen) stehen: So werden vereinfachte Darstellungen geöffneter linker oder rechter Handflächen, die sich zudem dahingehend unterscheiden, ob der Handteller oder die Rückseite der Hand sichtbar wird, einer Rotation unterzogen und zum Vergleich angeboten (Cooper und Shepard 1975, vgl. Abb. 2.14).

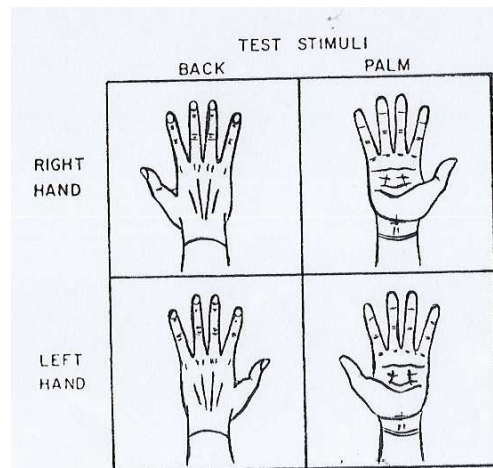


Abbildung 2.14: Ansichten von Handflächen (Cooper 1975, 49)

Hier ist zu beachten, dass zumeist mentale Rotationen der Figuren im Raum (also z.B. Drehungen „in die Bildebene hinein“) intendiert sind. Allerdings sind theoretisch oftmals auch Rotationen der perspektivischen Darstellung innerhalb der Darstellungsebene denkbar. Diese beinhalten jedoch einen reduzierten Anspruch, der den Anforderungen bei der Rotation ebener Figuren vergleichbar ist. Im Hinblick auf mögliche Strategien beim Lösen von Rotationsaufgaben (vgl. S. 263ff) werden wir darauf noch zurückkommen.

Wexler, Kosslyn und Berthoz (1998) verweisen in diesem Zusammenhang auf eine enge Verbindung zwischen den mental bei einer Rotationsaufgabe ablaufenden Prozessen und der manuellen Unterstützung dieser Aktivität (vgl. auch Kap. 5.2, S. 268, bzw. S. 52). Korrelationen zwischen mentalen und motorischen Aktivitäten bezüglich der Richtungen, Geschwindigkeiten und Rotationswinkel der mentalen bzw. motorischen Aktivitäten führen sie zu dem Schluss, dass „(...) visuomotor anticipation is the engine that drives mental rotation.“ (Wexler u. a. 1998, 79). Dabei seien physikalisch messba-

re Körperbewegungen der Versuchspersonen nicht nur bei der Rotation von Abbildungen menschlicher Handflächen zu beobachten, sondern werden vielfach auch bei der gedanklichen Manipulation anderer Objekte eingesetzt. Zu ähnlichen Ergebnissen kommen auch jüngere Untersuchungen, die einen engen Zusammenhang feststellen zwischen den Gehirnaktivitäten bei manueller und mentaler Rotation, was prinzipiell bereits Jacobsen feststellte (Jacobsen 1931, zit. nach Marks 1990, 3).

Bereits Shepard, Cooper und Judd (1975; 1976, zit. nach Wexler u.a. 1998, 78) beobachten offenkundige Bewegungen der Versuchspersonen bei mentaler Rotation, die darauf schließen lassen, dass nicht nur visuelle Mechanismen die Fähigkeit zu mentaler Rotation stützen. Zudem beschreibt Parsons (1987b, 1994), dass physikalisch leicht nachzuvollziehende Handbewegungen leichter vorgestellt werden können als eine unnatürliche Bewegung der Hand, die notwendig wäre, um ein gewünschtes Transformationsergebnis zu erzielen. Wenn die Probanden entscheiden sollen, ob ein Körperteil (z.B. die Hand) zur linken oder zur rechten Seite des Körpers gehört, äußern diese Personen typischerweise, dass sie ihren entsprechenden eigenen Körperteil so ausrichten, dass er mit der Orientierung des Stimulus übereinstimmt. Parsons folgert entsprechend, dass sensomotorische Strukturen die mentale Simulation von Aktivitäten unterstützen. Kognitive Prozesse, die an der Vorbereitung einer körperlichen Aktivität beteiligt sind („motor programs“), sind gleichermaßen auch in die mentale Simulation dieser motorischen Aktivitäten involviert (Parsons 1994, 709): „(...) basic sensorimotor structures participate in the mental simulation of action. Higher cognitive centers may simulate events by producing patterns of activation in (a) the visual or sensorimotor processing areas in the brain that mediate the perception of the shape, orientation, and location of objects and of one's body, and (b) the areas that mediate motor behavior.“ (vgl. auch Kosslyn u. a. 1998; Wohlschläger und Wohlschläger 1998; Sekiyama 1982, 1983, zit. nach Kosslyn 1994).

Ergänzende Befunde aus der Arbeit von Funk und Brugger (2002) mit Versuchspersonen, denen von Geburt an eine Hand fehlt, unterstützen diese Ergebnisse. Wesentlich für die Ausbildung transformierbarer Repräsentationen seien aktive Handlungserfahrungen mit der Hand „(...) whose kinesthetic properties they had personally experienced.“ (Funk und Brugger 2002, 862). So berichten die Autoren: „Pictured hands corresponding to the subject's missing hand were responded slower than those corresponding to the present hand.“ (Funk und Brugger 2002, 861), verweisen jedoch auch auf eigene und andere jüngere Ergebnisse, die aufzeigen, dass der Rotation von Händen offensichtlich ein besonderer Status zugeschrieben werden muss:

So vergleichen Kosslyn, Digirolamo u.a. (1998) die kortikale Aktivität beim Rotieren von Händen mit entsprechenden Messungen beim Rotieren von Würfelfiguren nach Shepard und Metzler (1971, s. unten)²⁷.

Ausgangspunkt der beschriebenen Experimente sowie zahlreicher Nachfolgeuntersuchungen zum Bereich der mentalen Rotation waren die inzwischen auch populärwissenschaftlich recht verbreiteten Versuche Shepards und Metzlers mit perspektivischen Ansichten dreidimensionaler Konfigurationen (Shepard und Metzler 1971). Im Mittelpunkt stehen dabei perspektivische Darstellungen von Konfigurationen, die sich aus zehn Einzelwürfeln konstituieren und dabei gewissermaßen die Gestalt einer „Würfelschlange“ annehmen (vgl. Abb. 2.15). Ein besonderes Merkmal dieser an sich linear angeordneten Würfelreihen liegt in drei räumlichen, rechtwinkligen Abknickungen, die sich beim konkreten Nachbau ergeben, indem die Nachbarwürfel eines Würfels innerhalb der Reihe nicht an entgegengesetzte, sondern an benachbarte Flächen des umgebenen Würfels angefügt werden.

Während sich die kongruenten Figuren des Typs A durch Drehung in der Ebene der Zeichnung ineinander überführen lassen, müssen die Figuren des Typs B in die Bildebene hinein gedreht werden, um die Kongruenz deutlich werden zu lassen (Die Rotationsachse liegt hier in gleicher Ausrichtung wie die im Bild von oben nach unten verlaufende „Viererstange“). Darstellungen des Typs C beinhalten Figuren, die an einer Ebene im Raum gespiegelt wurden, und sind somit durch Drehung im Raum nicht ineinander zu überführen. Die Aufgabe der Probanden bestand darin zu erkennen, welche Figuren im Sinne von Typ A oder Typ B kongruent im Raum sind.

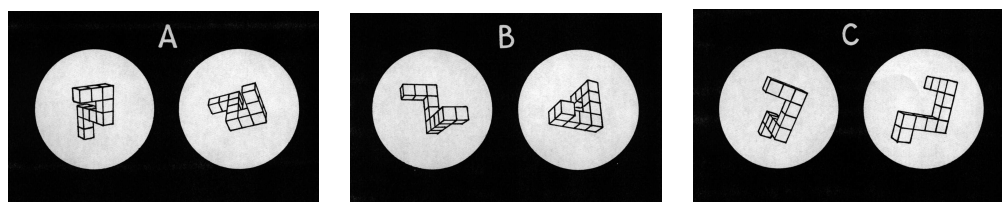


Abbildung 2.15: Würfelkonfigurationen von Shepard und Metzler (1971)

Wesentlicher Befund nahezu aller Untersuchungen aus den Reihen Shepards und seiner Kollegen war die konsistente Beobachtung, dass die aufgezeichneten Reaktionszeiten in linearer Abhängigkeit zur Größe des Rotationswinkels standen: „Es verging um so mehr Zeit (...) je stärker die beiden Ob-

²⁷s. auch weitere Ausführungen zur Theorie Kosslyns auf S. 52ff

jekte des Bildpaares gegeneinander verdreht waren.“ (Cooper und Shepard 1987, 125). Vielfach wurde nachfolgend auf diesen Zusammenhang verwiesen, der sich in der Interpretation der gemessenen Daten geradezu verselbständigte. Vor allem die im vorausgegangenen Kap. 2.1.2.2 skizzierte Kontroverse um die Existenz bildähnlicher Repräsentationen wurde maßgeblich von diesen Ergebnissen geprägt und innerhalb der verschiedenen Theorien unterschiedlich interpretiert (vgl. z.B. Ausführungen zu Paivio auf S. 36; Pylyshyns Argumentationen auf S. 40).

Cooper und Shepard selbst bemerken in der Interpretation ihrer eigenen Daten grundsätzlich: „Unser Gehirn kann physikalische Prozesse nachvollziehen und sie genau denselben geometrischen Beschränkungen unterwerfen, denen sie auch in der Außenwelt unterliegen.“ (Cooper und Shepard 1987, 122). Shepard benennt diesen Zusammenhang entsprechend eine „unique one-to-one-correspondence between the external stimulus and the resulting inner pattern of neural activity“ (Shepard 1973, 128). Vorgestellte Bewegungen (v.a. Rotationen) werden somit als „analog simulations of corresponding real transformations“ angesehen (Bethell-Fox und Shepard 1988, 12).

Allerdings differenzieren die Autoren ergänzend zwischen einem „first-order isomorphism“ und einem „second-order isomorphism“. Entsprechend sei es nicht zwingend, die Existenz eines konkreten „Isomorphismus erster Ordnung“, also die Existenz physikalisch erfassbarer „Bilder im Kopf“, anzunehmen (vgl. Shepard 1973, 131). Demgegenüber - und in dieser Hinsicht ist Shepard offenbar vielfach missverstanden worden - müsse ein Zusammenhang zwischen der Wahrnehmung von Objekten und ihren gedanklichen Entsprechungen eher als funktionale Ähnlichkeit angesehen werden:

„(...) the proposed equivalence between perception and imagination implies a more abstract or ‚second-order‘ isomorphism in which the functional relations among objects as imagined must to some degree mirror the functional relations among those same objects as actually perceived.“ (Shepard 1973, 131)²⁸.

Über den Ablauf der mentalen Operationen, d.h. beispielsweise über die Zusammenfügung einzelner gedanklicher Teilschritte bei einer mentalen Rotation könne zudem noch wenig gesagt werden (vgl. Cooper und Shepard 1987, 130).

Kosslyn (1980, 1994) unternimmt diesbezüglich verschiedene Vorstöße zur Formulierung eines Informationsverarbeitungsmodells, dessen für die ei-

²⁸vgl. auch Shepards weitere Ausführungen zu seinem Verständnis von sog. „analogen Prozessen“ 1978, 135 und in Cooper und Shepard 1973, 149

gene Studie relevante Subsysteme und Mechanismen teilweise bereits in Kap. 2.1.2.2, (S. 41ff) beschrieben wurden. Interessant in Bezug auf den Bereich des *attention shifting* im Modell Kosslyns ist beispielsweise der Befund, dass analog zur Aufmerksamkeitsverschiebung bei der visuellen Wahrnehmung auch in der Vorstellung vergleichbare Prozesse geleistet werden können, beispielsweise wenn Probanden berichten, dass sie in die bildhafte Vorstellung einer Landschaft hinein „zoomen“, um Details ihrer Vorstellung beschreiben zu können.

Ein gemeinsamer Kernbereich dessen, was wir als mentale Rotation bezeichnen wollen, und grundsätzlichen Prinzipien der Wahrnehmung ist in der kognitiven Leistung der Wiedererkennung von Objekten aus anderen Blickwinkeln bzw. in anderer Raumlage (vgl. S. 43) zu suchen:

„(...) we can identify objects when they are rotated or seen from different vantage points, so that they can be project different shapes and different characteristics are visible. For example, we can identify a car when it is seen from the side, the rear or the front.“ (Kosslyn 1994, 62). Auch Schadow (Schadow 2004, 87) verweist auf die Bedeutung des Prinzips der Wahrnehmungskostanz²⁹ für die bei mentaler Rotation zu erbringenden Leistungen. Speziell der Bereich des *attention shifting* kann jedoch auch herangezogen werden, um Wahrnehmung und Vorstellung qualitativ voneinander abzugrenzen: Während die Verschiebung der Aufmerksamkeit im Zuge der Wahrnehmung gewissermaßen automatisch erfolgt, wird das *attention shifting* der Theorie Kosslyns zufolge bei Prozessen der Vorstellung eher willentlich kontrolliert (vgl. Kosslyn 1994, 103). Auch Rotationsvorstellungen unterliegen demzufolge einer bewussten Kontrolle. Zudem weist Kosslyn darauf hin, dass bildähnliche Vorstellungen durch das begrenzte individuelle Erinnerungsvermögen der einzelnen Person limitiert seien. Auch die Zeitspanne, die eine bildähnliche Vorstellung vorhalten könne, unterscheide sich wesentlich von der Dauer, die das Wahrnehmungssperzept auf der Netzhaut für gewöhnlich verweile: „(...) imaged objects fade quickly, whereas percepts last only as long as one is looking at an object.“ (Kosslyn 1994, 103).

Transformationen von Vorstellungsbildern vollziehen sich in der 1980 formulierten Theorie Kosslyns auf der oberflächlichen Ebene des *visual buffer* (Kosslyn 1980, 344). Kosslyn erörtert dabei die Annahme, dass Vorstellungsbilder möglicherweise nicht als Gesamtfiguren transformiert werden, sondern auch im Rahmen einer sequentiellen Manipulation einzelner Teilbe-

²⁹vgl. eigene Ausführungen zum Wahrnehmungsprinzip der Invarianzen in der Zusammenfassung von Kap. 2.1.1, S. 27

reiche („portions“ oder „molecular elements“, a.a.O., 293³⁰) verändert werden könnten. Für ein derartiges Vorgehen gibt er zu bedenken: „(...) a given portion can be moved only a relatively small amount before the image seems to fragment and becomes disrupted. To prevent this fragmentation, portions are moved in relatively small increments.“ (Kosslyn 1980, 292). Kosslyn geht hier also davon aus, dass die einzelnen zu rotierenden Segmente einer Figur mit einer gewissen Varianz gedanklich bewegt werden könnten. Das bedeutet, dass die Distanz, die einzelne Teile bei der Rotation zurücklegen müssten, dann nur näherungsweise jener Distanz entspräche, die die Segmente bei physikalischer Rotation eines Objekts überwinden. Um das Vorstellungsbild vor der damit verbundenen Gefahr eines Zerfalls zu bewahren, müsse eine sogenannte *cleanup operation* durchgeführt werden. Diese *cleanup operation* sei umso aufwändiger, je größer der Rotationswinkel sei (vgl. Kosslyn 1980, 292f). Wenngleich Kosslyn an anderer Stelle darauf hinweist, dass dieser Vorgang nicht grundsätzlich allen Transformationsprozessen zugrunde liegen *müsse* (a.a.O., 344), ist für die eigene Arbeit zu bedenken, dass Kosslyn sich hier im Wesentlichen auf Untersuchungen mit erwachsenen Versuchspersonen bezieht. Für die Analyse der eigenen Daten aus der Arbeit mit Grundschulkindern ergibt sich hier entsprechend möglicherweise ein wertvoller Anknüpfungspunkt (vgl. Kap. 8.3.1.6, S. 482).

In späteren Ausführungen kommen Kosslyn und seine Kollegen (1994, 1998, 2003) auf die hier formulierten Gedanken kaum noch zurück, sondern heben stärker den engen Zusammenhang zwischen mentaler Transformation und Prozessen hervor, die unsere motorischen Aktivitäten steuern (s. auch S. 47). Prozesse, die an der *Planung* körperlicher Aktivitäten beteiligt sind, werden auch von anderen Autoren in der aktuellen Diskussion stärker mit mentaler Rotation in Verbindung gebracht: „Whereas motor perception is a rather automatic process, mental rotation is strategic and shares some characteristics with voluntary actions.“ (Wohlschläger und Wohlschläger 1998, 398).

Die dabei zu vollziehende Transformation der bildhaften Repräsentation operiert in der jüngeren Theorie Kosslyns (1994) entsprechend nicht in der Oberflächenstruktur des *visual buffer*, sondern bezieht weitere Strukturen in

³⁰ „(...) we need to define the ‚portions‘ that are operated upon when images are transformed. (...) In our model the portions can be defined in terms of one or more of the following: (a) the primitive underlying substratum of images, which corresponds to the state of cells on the visual buffer (...), (c) higher-order units of the images (corresponding to various parts of the objects) (...), (d) units imposed on the image by the transformation procedure only at the time of transformation.“ (Kosslyn 1980, 293)

die bei mentaler Rotation ablaufenden Prozessen ein, wie Abb. 2.16 veranschaulicht.

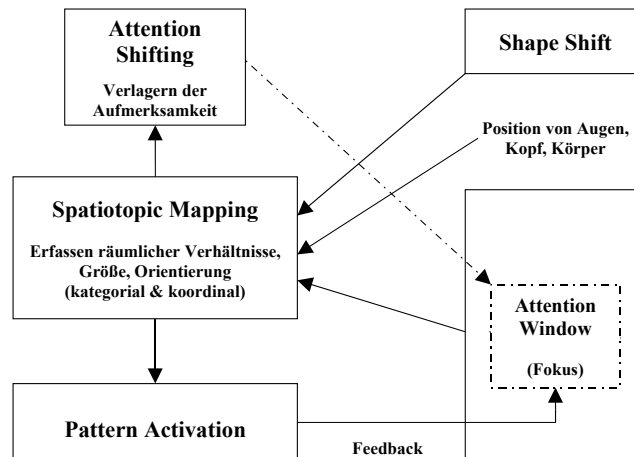


Abbildung 2.16: Mentale Rotation im Prozessmodell von Kosslyn (vereinfachter Auszug aus „The architecture of visual mental imagery“ (vgl. Kosslyn 1994, 383))

Mentale Rotationen oder andere Transformationen, die zuvor noch nicht wahrgenommen wurden, also tatsächlich rein gedanklich antizipiert werden müssen („motion added transformations“, a.a.O., 350), stützen sich in Kosslyns Modell auf ein *shape shift subsystem*, welches vor allem von Bewegungserfahrungen gespeist wird und die Repräsentation im *visual buffer* modifiziert, indem es auf tiefer liegende Strukturen zurückgreift. Dabei wird der Bereich des *spatiotopic mapping* angesprochen, der für die Repräsentierung der Lage, Größe, Orientierung sowie von Bewegungsmustern der Einheiten im *visual buffer* verantwortlich ist.

In Abb. 2.16 ist zudem eine Unterscheidung innerhalb des *spatiotopic mapping* ersichtlich zwischen Strukturen, die auf unterschiedliche Weise räumliche Verhältnisse erfassen: Bezogen auf die Erfassung räumlicher Verhältnisse, Größe und Orientierung nimmt Kosslyn eine Differenzierung zwischen der *kategorialen* Erfassung einerseits und der *koordinatenorientierten* Erfassung andererseits vor. Letztere Struktur kann man sich als mentales (metrisches) Koordinatensystem vorstellen, welches sich vornehmlich auf motorische Erfahrung im Raum stützt (vgl. auch Pinker 1980) und entsprechende Verände-

rungen am Subsystem *pattern activation* evoziert. Dieses *pattern activation* System sorgt nun für eine Art Abgleich zwischen gespeicherten Repräsentationen und den wesentlichen Merkmalen der aktuell geforderten Transformation. Gegebenenfalls wird eine neuartige Repräsentation im *visual buffer* zur Verfügung gestellt. Kurz gefasst bedeutet dies:

„The shape-shift process has the effect of modulating the mapping function from the pattern activation subsystems to the visual buffer, so that the imaged object or scene is transformed.“ (Kosslyn 1994, 377).

Kosslyns Theorie (1994, zit. nach Kosslyn u.a. 1998, 151) war zunächst von der Idee geprägt, dass vorgestellte Objekt werde entlang einer Bahn rotiert, zumal die Person den visuellen Eindruck antizipiere, der bei der physikalischen Bewegung des Objekts zu beobachten sei. Dabei sei es möglich, sich entweder vorzustellen, man manipulierte das vorgestellte Objekt *selbst* oder *jemand anderes* bewege das Objekt. Auch die Vorstellung geheimnisvoller „inanimate forces“ sei denkbar (vgl. Kosslyn u. a. 1998, 152). Bei der Rotation von Würfelfiguren fanden die Autoren jedoch teilweise Gehirnaktivitäten, die qualitativ und lokal deutlich von denen bei der Rotation von Händen abwichen (Kosslyn u. a. 1998, 158)³¹ (s. oben).

Bedenken wir zudem, dass die Aufgabenstellungen in der eigenen Studie nicht nur die Wahrnehmung und Rotation von dreidimensionalen, soliden Würfelgebäuden beinhaltet, sondern auch die handelnde bzw. gedankliche Zusammenfügung von Einzelwürfeln zu einer Figur erfordert, die in einen sich (anschließenden?) Vergleich mit der Bauvorlage mündet. Kosslyn (1994, 371ff) bemerkt zu der dabei angesprochenen Anforderung *combining transformations*, dass hier ein starker Einfluss individuell unterschiedlicher strategischer Präferenzen zu erwarten sei. Komplexer werde die Situation noch dadurch, dass die Rotation an sich auf verschiedene Art und Weise durchgeführt werden könne: „For example, one could transform an imaged object a part at a time, or alter the global image and add parts or characteristics only if they are needed later.“ (Kosslyn 1994, 372).

³¹Zur Methode der hier eingesetzten Positronenemissionstomographie (PET) geben Zimbardo und Gerrig (1999, 281) weitere Erläuterungen. Weitere Methoden zur Untersuchung von Gehirnaktivitäten (EEG, ERP, MEG rCBF usw.) erläutert Kosslyn (1994, 45), der davon ausgeht, dass die mit diesen Methoden erzielten Befunde zu kortikalen Aktivitäten wesentlich dazu beitragen werden, letzte Ungereimtheiten der sog. Imagery-Kontroverse zu klären.

Untersuchungen mit blinden oder sehbehinderten Probanden erweitern das im Zusammenhang mit der Fähigkeit zu mentaler Rotation zu betrachtende Forschungsspektrum auf besondere Weise, zumal zahlreiche Studien die Fähigkeit dieser Probanden belegen, mentale Rotationen zu vollziehen. Dazu werden den Probanden taktil erfassbare Stimuli wie beispielsweise die Holzfiguren in Abb. 2.1.3 angeboten. Diese Figuren von Garbis (1997) weisen eine gewisse Ähnlichkeit zu den abgeknickten Würfelreihen in den Darstellungen von Shepard und Metzler (vgl. S. 49) auf, sind jedoch strukturell nicht isomorph zu diesen, zumal hier zusätzliche Verzweigungen innerhalb der Figur auftreten, die bei den hiesigen Figuren zu *vier* Endpunkten führen.



Abbildung 2.17: Kongruente Figuren bzw. Spiegelsymmetrische Konfiguration in der Untersuchung von Garbis (Garbis 1997, 5) , ungefähre Größe im Original: 13cm in der Länge und 7cm in der Breite

Der Anspruch an die mental zu leistenden Rotationen beschränkt sich dabei auf Rotationen in einer Ebene, die durch die Befestigung an einer Apparatur (vgl. Abb. 2.1.3) determiniert ist. Diese bewusste Beschränkung ist bedingt durch die Annahme, dass die Rotationen im Raum, wie sie bei Shepard und Metzler (1971) erforderlich sind, für Blinde als zu anspruchsvoll erachtet werden.

Ein bemerkenswertes Ergebnis der Untersuchungen von Garbis ist der Befund, dass hier *kein* linearer Zusammenhang zwischen Reaktionszeiten und Rotationswinkeln wie in den Ergebnissen Shepards und seiner Kollegen auszumachen ist. Vielmehr konstatiert der Autor einen signifikanten Unterschied zwischen Rotationen kleinerer Winkel (0 und 60 Grad) gegenüber den Rotationen mit größerem Rotationswinkel (vgl. Garbis 1997, 6ff). Shepards Schlussfolgerungen, wonach sich mentale Rotation in gewisser Weise analog zur visuellen Wahrnehmung von Bewegung vollzieht, werden auf dieser

Grundlage in Frage gestellt und führen zur Annahme unterschiedlicher Strategien, mit deren Hilfe die Aufgaben gelöst werden³².

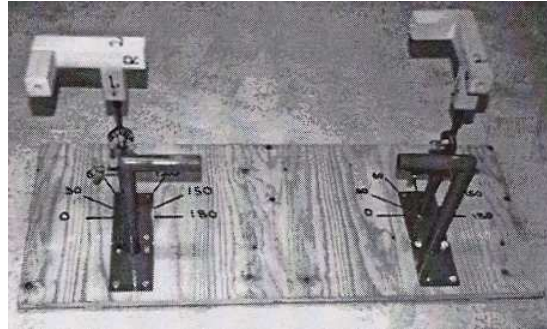


Abbildung 2.18: Ausrichtung der Holzfiguren bei Garbis (1997, 4)

Ergänzend kommt Garbis in Anlehnung an die Arbeiten Johnsons (1980; 1987 zit. nach Garbis 1997), zu der Hypothese, es müsse eine grundlegende Erscheinungsform geben, die allen kognitiven Aktivitäten zueigen sei bzw. sowohl die Generierung bildähnlicher als auch die Entstehung kinethischer Repräsentationen bestimme. Diese sei entsprechend nicht unmittelbar von visuellen Erfahrungen abhängig sondern (insbesondere bei Blinden) maßgeblich auch durch kinästhetische Erfahrungen bedingt (vgl. „multimodality theory“ nach Garbis 1997, 7f).

Bezogen auf die Rotation von taktil erfassbaren ebenen Plexiglas-Figuren (vgl. Abb. 2.19), die um 0, 30, 60, 120 oder 150 Grad im Uhrzeigersinn gedreht und zum Vergleich angeboten werden, kommen hingegen Marmor und Zaback (1975) bei sehbehinderten Personen noch zu vergleichbaren Ergebnissen wie Shepard u.a. (s. oben): Auch hier konnte ein linearer Zusammenhang zwischen Reaktionszeiten und Winkeldisparität diagnostiziert werden. Blinde Menschen können jedoch auf keine visuelle Wahrnehmungserfahrung zurückgreifen. Anders als bei Untersuchungen mit normalsichtigen Personen müssen die Ergebnisse dieser Versuchspersonen somit gewissenmaßen konträr zu den Schlussfolgerungen Shepards gedeutet werden und stützen damit

³²vgl. Ausführungen zu den von Garbis formulierten Strategien in dieser Arbeit auf S. 274, bzw. entsprechende Hinweise aus der Arbeit von Ungar u.a. (1995) mit sehbehinderten Kindern auf S. 275

weitgehend die Interpretationen von Garbis (s. oben): „(...) present results suggest that mental rotation does not depend upon visual imagery.“ (Marmor und Zaback 1975, 515).

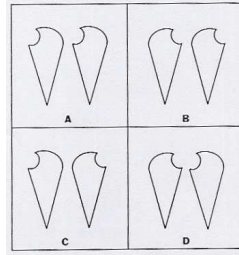


Abbildung 2.19: Stimuluspaare aus der Untersuchung von Marmor und Zaback (1973, 517)

Auch Röder u.a. entsprechen dieser Ansicht und gehen davon aus, dass „(...) mentale Rotationseffekte weder unmittelbar an die visuelle Modalität noch an die Existenz analog-visueller Repräsentationen gekoppelt sind.“ (vgl. ?)154|Röder1993. Gestützt wird diese Interpretation auf Ergebnisse einer Untersuchung mit späterblindeten, geburtsblinden und normalsichtigen Personen, die gedankliche Rotationen einer taktil erfassbaren Anordnung von Punkten (vgl. Ausschnitt in Abb. 2.20) vornehmen.

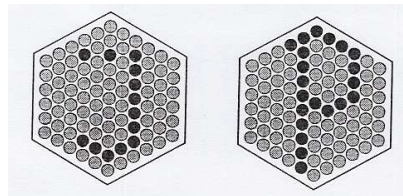


Abbildung 2.20: Zeichen im Experiment von Röder - erzeugt durch erhabene bzw. abgesenkte Punkte auf einer Arbeitsfläche (Röder u. a. 1993, 161)

Wie in Kap. 2.1.2.2 bereits angesprochen, wird das Auftreten von Bildern in der Vorstellung auch von Piaget und Inhelder nicht als schlichte „Verlängerung der Wahrnehmung“ betrachtet, sondern im symbolischen Sinne interpretiert (Piaget und Inhelder 1979, 14). Entsprechend schreiben sie der senso-motorischen Nachahmung in der frühen Kindheit eine Art Übergangsfunktion zwischen dem senso-motorischen Bereich und den gedanklichen Repräsentationen zu (a.a.O, 15).

Für die eigene Studie ist diesbezüglich die von den Autoren erarbeitete Dichotomie kognitiver Aspekte bedeutsam: So stellen Piaget und Inhelder zunächst einen **figurativen Aspekt** heraus, welcher die Erfassung der „figurativen Züge der Realität“ (a.a.O., 34) beinhalte. Entsprechend sind damit die Wahrnehmung sowie die Nachahmung von Konfigurationen angesprochen. Letztere (z.B. Zeichnung oder Konstruktion einer Würfelfigur) kann in Abwesenheit des Objektes erzielt werden, während das sog. innere Bild schließlich nur in Abwesenheit des Objektes evoziert wird. Demgegenüber zählen die Autoren zum **operativen Aspekt** jene Formen gedanklicher Aktivität, die sich im Akt der Modifikation von Objekten (also z.B. der Lageveränderung einer Würfelfigur) ausdrücken. Darunter werden neben den senso-motorischen Handlungen und den Aktivitäten, die diese senso-motorischen Handlungen im Sinne einer Verinnerlichung „verlängern“ schließlich die „eigentlichen Operationen der repräsentativen Intelligenz“ abgegrenzt (a.a.O., 34). Jene sind demzufolge als interiorisierte, umkehrbare Handlungen anzusehen und organisieren sich in Gesamtstrukturen.

Analogien kortikaler Aktivitäten bei Wahrnehmungen und Vorstellungen von Bewegungen werden von Piaget und Inhelder als Ausdruck dieser interiorisierten Nachahmung ausgelegt. Gestützt wird dies beispielsweise durch Befunde, die eine leichte Muskeltätigkeit während der Vorstellung einer Armbewegung feststellen. Diese gleiche der Aktivität beim tatsächlichen Vollzug der entsprechenden Bewegung und stütze die Generierung der Repräsentation, einem (re-)konstruierten „Entwurf“ (a.a.O., 17): „(...) deshalb sprechen wir von einem ‚scheinbar sinnlichen‘ und nicht einfach von einem sinnlichen oder quasi-sinnlichen Charakter“ (a.a.O., S. 19). Weiter fassen die Autoren zusammen:

„Das Bild bleibt wohl immer Produkt des Bemühens um eine konkrete oder gar scheinbar sinnliche Abbildung des Objekts; diese bleibt aber grundsätzlich symbolisch, da die tatsächliche Bedeutung im Begriff zu suchen ist.“ (a.a.O., 19). „Bilder“ werden folglich im Sinne der ihnen zugrunde liegenden gedanklichen Operationen verstanden, welche naturgemäß nicht direkt mitteilbar sind³³.

Zudem erarbeiten Piaget und Inhelder (1979, 22ff) eine Klassifikation verschiedener Bildtypen.

Während der Begriff der *antizipatorischen Bilder* in der Piagetschen Terminologie solchen Bildern vorbehalten bleibt, die die Vorstellung eines nicht

³³Insofern entspricht die Verwendung des Begriffs „Bild“ durch Piaget und Inhelder dem Verständnis des Terminus „Repräsentation“, wie er von anderen Autoren verwendet wird.

bekannten Objekts oder einer zuvor noch nicht wahrgenommenen Bewegung beinhalten, werden die sog. *reproduzierenden Bilder* in weitere Subkategorien eingeteilt: *Statische reproduzierende Bilder* beziehen sich auf unbewegliche Konfigurationen, *kinetische reproduzierende Bilder* bezeichnen Repräsentationen, die sich auf die Vorstellung einer Bewegung beziehen. *Reproduzierende Transformationsbilder* bringen schließlich nicht nur eine Veränderung der Lage eines Objekts, sondern auch Modifikationen der Form mit sich (a.a.O., 23, vgl. auch obige Ausführungen zu einer ähnlichen Differenzierung bei Shepard und Cooper 1982). Entsprechend sind die Anforderungen in den Aufgabenstellungen der eigenen Studie, welche gedankliche Kippbewegungen starrer Konfigurationen beinhalten, vor allem dem Bereich der kinetischen antizipierenden Bilder zuzuordnen. Allerdings bemerken selbst Piaget und Inhelder (a.a.O., 26), dass es häufig kaum möglich sei, reproduzierende Transformationsbilder von antizipatorischen Bildern zu unterscheiden.

In der eigenen Arbeit ergibt sich diesbezüglich zudem das (vornehmlich methodische) Problem, dass die beteiligten Kinder neben verbalen Kommentaren und begleitenden Gesten zu ihrem Vorgehen konkrete Bauwerke erstellen, um ihre Überlegungen zu dokumentieren. Diese Methode beinhaltet zudem eine starke Ergebnisorientierung auf die *Konsequenzen* dieser Operationen - und weniger auf die Operationen an sich.

Piaget und Inhelder richten bezüglich dieses Dilemmas ergänzendes Augenmerk auf Interiorisationsstufen, nach denen Bilder klassifiziert werden können. So verweisen sie darauf, dass innere Bilder einerseits durch Gesten oder Zeichnungen quasi übersetzt würden, andererseits aber auch durch die Gesten und Zeichnungen im Rahmen einer Rückwirkung verbessert werden können (a.a.O., 24). Auf die erforderlichen Konstruktionen mit Würfeln in der eigenen Studie kann dies übertragen werden. Damit einher geht die auch für die eigene Untersuchung wesentliche Unterscheidung zwischen den Resultaten einer kinetischen Reproduktion (*RKP*) und dem Bild, das sich auf die Bewegung an sich und nicht auf das Ergebnis dieses Ablaufes bezieht (*RKM*) (a.a.O., 27).

Zusammenfassung Aus der Perspektive der Verfasserin dieser Arbeit lassen sich die wesentlichen, für die eigene Untersuchung relevanten kognitionspsychologischen Erkenntnisse zum Vorstellungsphänomen wie folgt zusammenfassen:

- Im Zentrum der eigenen Arbeit stehen Aufgabenstellungen, die einen engen Bezug zu Aufgaben aus dem u.a. von Shepard, Metzler und

Cooper (vgl. S. 45ff) kognitionspsychologisch intensiv bearbeiteten Forschungsfeld mentaler Rotation aufweisen und im Sinne von Shepard und Cooper als „rigide Transformationen“ bezeichnet werden können.

- Experimentelle Befunde im Zusammenhang mit Aufgaben zum mentales Rotieren werden vielfach als Indiz für eine Analogie zwischen der Generierung von (bildähnlichen) Vorstellungen und Prozessen der visuellen Wahrnehmung angesehen (vgl. S. 38ff). Offensichtliche Ähnlichkeiten, die etwa bei der Messung kortikaler Aktivitäten diagnostiziert werden können, sind jedoch differenziert zu betrachten:
- Der Aufbau innerer Repräsentationen muss als aktive (Re-)Konstruktion eines mentalen Modells unserer Umwelt angesehen werden, die auf vorausgegangene Wahrnehmungserfahrungen zurückgreifen *kann* (aber nicht muss) (vgl. Opwis und Lürer 1996, 340). Als Ergebnis dieses geistigen Prozesses können Bilder ganzheitlicher Struktur auch ohne unmittelbar zuvor rezipierte Sinneseindrücke evoziert werden. Die oben dargestellte Kontroverse um die Existenz bildlich-analoger Vorstellungen (vgl. Kap. 2.1.2.2) bereichert die eigene Sicht um die Erkenntnis, dass bildhafte Vorstellungen zwar möglicherweise nicht als solche gedächtnismäßig gespeichert werden, sehr wohl aber im Sinne Piagets (vgl. S. 39) (re-)konstruiert werden können und damit als Ausgangspunkt für ihre Transformation dienen. Für diese Sicht sprechen insbesondere die zitierten Befunde, die belegen, dass Vorstellungen verfeinert, im Raum verschoben und umgestaltet werden können. Auch die Veränderung des Standorts der eigenen Person gegenüber diesen bildhaften Vorstellungen ist möglich (vgl. auch Marks 1990).
- Mentale Modelle beinhalten sowohl statische und als auch dynamische Anteile. Was im Folgenden schlicht als „Repräsentation“ bezeichnet wird, muss demzufolge als System betrachtet werden, welches aus Strukturen und den auf ihnen ablaufenden Operationen besteht (vgl. Opwis und Lürer 1996, 341).
- Insbesondere die Untersuchungen im Bereich mentaler Rotation verweisen auf eine Interaktion von Repräsentationen, die sich auf verschiedene sensorische Qualitäten beziehen lässt. Diese berührt vor allem das Zusammenwirken visueller und kinästhetischer Repräsentationen und wird teilweise auch als „verinnerlichte Handlung“ verstanden (vgl. S. 38). Dabei wird ein kognitiver Ablauf angesprochen, der zumindest oberflächlich einer Nachahmung von visuellen und kinästhetischen Wahrnehmungsprozessen gleicht: „at least one part of our trans-

formation mechanism seems to be built to mimic perceptual processes.“ (Kosslyn 1995, 276f)³⁴. Somit ist zu betonen, dass *ergänzend* zu der Annahme, es bestehe eine funktionale Analogie zwischen Prozessen der Wahrnehmung und der Generierung von Vorstellungen, weithin davon ausgegangen wird, dass „Like most cognitive processes, mental rotation appears to be carried out by a system of operations working together.“ (Kosslyn u. a. 1998, 159) (vgl. dazu auch Wexler u.a., S. 47 sowie Piaget und Inhelder, S. 57). Dies relativiert in gewisser Hinsicht die frühe Theorie Paivios, die die Existenz bildähnlicher Abbildungen im Langzeitgedächtnis annahm (vgl. S. 36), und bezieht Überlegungen aus der Sicht Pylyshyns (vgl. S. 40) ein:

- Die Vorstellung von Objekten und die Wahrnehmung (d.h. die Kodierung und Interpretation v.a. visueller Informationen) nutzen die gleichen informationsverarbeitenden Mechanismen. Allerdings werden diese Mechanismen nicht in gleicher Art und Weise genutzt, wie das in Abb. 2.16 (S. 53) vorgestellte Informationsverarbeitungsmodell Kosslyns (vgl. auch Kosslyn u. a. 1990) veranschaulicht: „In particular, images contain ‚previously digested‘ information; they are already organized into perceptual units that have been previously interpreted. In contrast, in perception one must organize the input from scratch and match it to stored representations; one does not know in advance what the object is likely to be.“ (Kosslyn 1994, 329).
- Die angesprochenen Informationsbearbeitungsprozesse beim mentalen Rotieren sind empirisch nicht beobachtbar und auch der Introspektion nicht zugänglich (vgl. auch S. 41): „Der Beobachtung zugänglich sind lediglich Verhaltensdaten, aus denen auf das zugrundeliegende mentale Modell geschlossen werden muß.“ (Opwis und Lür 1996, 342). Dies entspricht nach Opwis und Lür in der eigenen Studie einer Konstruktionsleistung der Forscherin, die lediglich die äußerlich sichtbaren Handlungen der Schülerinnen und Schüler beobachten und entsprechend zu einem *Modell des mentalen Modells* gelangen kann (vgl. auch Ausführungen zur Forschungsmethodik in Kap. 6.4.2, S. 340ff). Den Kindern selbst wiederum sind via Introspektion bestenfalls Produkte ihrer kognitiven Verarbeitung zugänglich (z.B. das Erkennen und Benennen einer Konstellation von drei aufeinander stehenden Würfeln als „Turm“). Dies muss bei der Interpretation der Daten (d.h. vor al-

³⁴vgl. dazu auch Differenzierungen von Kosslyn („Oberflächenrepräsentation“ und „Tiefenrepräsentation“, S. 41) sowie Shepard und Cooper („first-order-isomorphism“ und „second-order-isomorphism“, S. 50)

lem bei der Betrachtung der kindlichen Bauwerke und den verbalen Argumentationen der Kinder) in Anlehnung an die oben skizzierten Überlegungen von Piaget und Inhelder (S. 59) berücksichtigt werden:

„Von der Methode her weiß man ganz genau, wie schwierig es ist, das innere Bild als solches zu erfassen, wobei uns nur vier Verfahren gangbar erscheinen: eine verbale Beschreibung der Versuchsperson nach ihrer Selbstbeobachtung; eine Zeichnung, die von der Versuchsperson hergestellt wird; die Auswahl derjenigen Zeichnung durch die Versuchsperson, die unter mehreren vom Versuchsleiter im voraus vorbereiteten Modellen am meisten ihrer Vorstellung entspricht; oder gestische Reproduktion durch die Versuchsperson. Da die verbale Methode bei Kindern nur in Verbindung mit den drei anderen angewandt werden kann, sind sie es, die uns hier vor allem beschäftigen werden. Nun werfen alle drei ein Problem für die praktische Interpretation auf, da sie das geistige Bild nie direkt erfassen, aber auch ein Problem für die theoretische Interpretation, da sie sich ihrerseits direkt auf die Verschiedenartigkeit der (...) Bilder beziehen (...)“ (Piaget und Inhelder 1979, 23) (vgl. auch Kap. 6.4.2 zur Konzeption der eigenen Datenerhebung).

- Bei der Betrachtung der eigenen Daten muss schließlich auch beachtet werden, dass psychische Aspekte wie Angst, Interesse an der Problemstellung, aber auch Unwohlsein bei der Zusammenarbeit mit einem bestimmten Partner wesentlichen Einfluss auf die Ausbildung von Vorstellungen ausüben können (vgl. S. 32).

2.2 Die psychometrische Betrachtungsweise

Im Zentrum einer psychometrischen Betrachtungsweise der Raumvorstellung steht die statistische, quantitativ orientierte Analyse von Raumvorstellungstests. Betrachtet wird dabei die faktorielle Ladung der Tests, d.h. es geht im Wesentlichen darum zu bestimmen, wie einzelne Testitems mit anderen Testitems korrelieren und sich damit hinsichtlich der Erfassung intellektueller Fähigkeitsbereiche entsprechen oder unterscheiden (vgl. Pohlmann 2004; Paivio und Cohen 1979, 54).

Spearman (1904, 1927) und Thurstone (1938, 1947) waren maßgeblich an der Entwicklung faktorenanalytischer Methoden beteiligt, die sich zunächst zum Ziel setzten, elementare Komponenten der Intelligenz zu erfassen (vgl. nachfolgendes Kap. 2.2.1). Daran anknüpfend entwickelte sich seit etwa 1925 ein von faktorenanalytischen Studien geprägtes Forschungsfeld zur Raumvorstellung, das zur Verortung der eigenen Studie herangezogen werden soll (vgl. Kap. 2.2.2). Besondere Beachtung findet dabei das Modell zur Raumvorstellung von Thurstone, welches drei Subkomponenten umfasst, die im Hinblick auf die in der eigenen Untersuchung zu erbringenden Raumvorstellungsleistungen betrachtet werden sollen. Ergänzend werden Aspekte des ebenfalls faktorenanalytisch fundierten Strukturmodells von Guilford (1964, 1976) sowie die Differenzierungen von Gardner (1984, 1991) sowie Linn und Petersen (1985) herangezogen, um die Aufgabenstellungen in der eigenen Studie zu charakterisieren.

2.2.1 Raumvorstellung als Primärfaktor der Intelligenz

Bereits Spearman (1904) ergründete die Struktur menschlicher Intelligenz und forderte die Etablierung einer Methode, die es gestatte, empirisch ermittelbare Komponenten intellektueller Art sowie deren Beziehungen zueinander mathematisch exakt zu erfassen:

„The first thing insisted upon was a *precise quantitative expression derived impartially from the entire available data*.“ (Spearman 1904, 225). Auch Binet und Henri (zit. nach Spearman 1904, 210) hatten bereits Ende des 19. Jh auf die dringende Notwendigkeit verwiesen, Relationen zwischen verschiedenen geistigen Prozessen („different psychical processes“) zu untersuchen³⁵.

³⁵Früh stand dabei auch das pädagogisch-psychologische Interesse an der Entwicklung intellektueller Fähigkeiten im Mittelpunkt von Untersuchungen zu Aspekten wie Begabung, Aufmerksamkeit oder Erinnerungsvermögen (Forscher im dt. Sprachraum u.a. Wagner, Ebbinghaus, Wiersma; zit. nach Spearman 1904, 212.).

Wesentliches Ergebnis der Studien Spearman's ist die Hypothese, dass die Komponenten intellektueller Aktivität einen allen gemeinsamen fundamentalen Bereich g („*general intelligence*“) berühren (vgl. Spearman 1904, 205; 284). So definiert er: „(...) each ability must be divisible into g and s . The letter g becomes, in this manner, a name for the factor - whatever it may be - that is common to mental tests of such a description. This is the very definition of g .“ (Spearman 1927, 161).

Alle Bereiche menschlicher Intelligenz beinhalten demzufolge jenen grundlegenden Faktor g sowie einen weiteren, nur den speziellen Fähigkeitsbereichen zuzuschreibenden Faktor s (auch: „specific factor“, vgl. Pohlmann 2004, 14).

Thurstone (1938), der als „Erfinder“ der multiplen Faktorenanalyse (vgl. Fürntratt 1969, 62) und als „bahnbrechender Psychometriker“ (Gardner 1991, 164) betitelt wird, bezeichnet die Grundelemente menschlicher Intelligenz als „primary mental abilities“ (PMA). Diese elementaren Grundfähigkeiten (Faktoren) abstrahiert er zunächst aus den Bearbeitungsergebnissen einer umfangreichen Aufgabenkollektion, wobei die PMA aus seiner Sicht die originären Voraussetzungen für die dokumentierten Leistungen der Versuchspersonen darstellen³⁶. Die Performanz der Versuchspersonen in seinen Tests betrachtet Thurstone arithmetisch im Sinne einer Summe der Teilleistungen, die an der Bewältigung einer Testaufgabe beteiligt sind. In einer dieser Logik entsprechenden Gleichung $s = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2$ drückt sich mit den Variablen a_1 und a_2 eine mögliche Gewichtung der Teilleistungen x_1 und x_2 aus³⁷. So können die unterscheidbaren Fähigkeitsbereiche bei verschiedenen Versuchspersonen unterschiedlich stark in ein möglicherweise sehr ähnliches Endergebnis (s) einfließen. Dabei die Teilleistungen durch a_1 und a_2 „gewichtet“ werden: „If a task requires only the first ability, then the weight a_1 will be high while the weight a_2 will be zero.“ (Thurstone 1938, 3). Thurstone betrachtet diese Analyse mittels einer linearen Gleichung jedoch als erste Annäherung („first approximation“), die dem Zweck diene, erste Anhaltspunkte („landmarks in mental ability“) zu definieren (Thurstone 1938, 4). Später entwickelt sich eine vielbeachtete Differenzierung der Methode (vgl. Thurstone 1947), die er auch auf den Bereich der visuellen Wahrnehmung

³⁶Insgesamt wurde eine aus 56 Einzeltests bestehende Testbatterie herangezogen. Die individuelle Bearbeitungszeit dieser Sammlung lag bei mehr als 18 Stunden!

³⁷Als „Faktoren“ werden - aus mathematischer Sicht ein wenig missverständlich - jedoch die Teilleistungen x_1 und x_2 bezeichnet. Weitere Details dieser Analysemethode, in die auch vektorielle Darstellungen einbezogen werden, werden von Thurstone (1938, 3ff bzw. ausführlicher 1947) entwickelt. Pohlmann (Pohlmann 2004, 14ff) gibt eine historische Übersicht über die Genese der faktorenanalytischen Methode.

anwendet (vgl. Thurstone 1944)³⁸.

Grundsätzlich merkt Fürntratt zur Methodik der Faktorenanalyse kritisch an: „(...) auch in ‚vollständigen‘ Faktorenanalysen psychologischer Daten (können) niemals wirklich *alle* relevanten Faktoren isoliert werden (...), da (...) Faktoren und Faktorenstrukturen ohnehin zunächst als hypothetische Konstrukte zu betrachten sind, die niemals ‚richtig‘, sondern nur mehr oder weniger ‚zweckmäßig‘ sein können (...)“ (Fürntratt 1969, 73)³⁹. Hinichtlich der Zweckmäßigkeit der Faktorenanalyse konstatiert Pohlmann (2004, 19) für die Belange entwicklungspsychologischer Studien: „Factor analysis is a very complex yet flexible statistical tool.“

In die Konzeption der eigenen Untersuchung, die ihren Schwerpunkt auf qualitative Methoden legt (vgl. Kap. 6), fließt die *Methode* der Faktorenanalyse nicht ein, zumal der Blick in der eigenen Arbeit vor allem auf individuelle Kompetenzen des einzelnen Schüler gerichtet werden soll, für deren Untersuchung die beschriebenen statistischen Verfahren wenig geeignet erscheinen. Herangezogen werden sollen zur Fundierung der eigenen Arbeit jedoch die *Ergebnisse* faktorenanalytischer Untersuchungen aus dem Kontext der Raumvorstellungsforschung sowie der Intelligenzstrukturforschung: Wie lässt sich der Bereich der Raumvorstellung von anderen Faktoren der Intelligenz abgrenzen, bzw. welche Teilfähigkeiten umfasst schließlich der Bereich des räumlichen Vorstellungsvermögens aus der Sicht psychometrischer Forschung?

Thurstone erläutert und illustriert seine psychologisch orientierte Verwendung des Begriffs der „Faktoren“ folgendermaßen:

„Let us suppose there exist distinct factors, mental faculties or powers, such as facility with numbers, facility with words, inductive resourcefulness, ability to think in visual terms, quickness of perception of detail, and retentiveness.“ (Thurstone 1938, 71).

Zu diesen faktorenanalytisch von Thurstone (1938, 79ff) identifizierten elementaren intellektuellen Fähigkeitsbereichen (PMA) zählen, neben dem für die eigene Arbeit besonders bedeutsamen Bereich S (space), auf den weiter unten genauer eingegangen wird, die folgenden weiteren Hauptfaktoren⁴⁰:

³⁸Da in wahrnehmungspsychologischen Publikationen auf diese Arbeit Thurstones kaum explizit eingegangen wird, wird auf eine Darstellung in der hiesigen Arbeit verzichtet (vgl. Kap. 2.1.1.1.).

³⁹vgl. auch weiterführende (v.a. methodologische) Kritik an der Faktorenanalyse bei Gittler 1984, 142

⁴⁰ergänzende Erläuterungen s. auch Maier (1999,18ff); Franke (2000,29ff)

- P (perception and vision): Dieser Bereich umfasst unter anderem die rasche Wahrnehmung von Details, die sich im Deutschen etwa mit dem Begriff „Wahrnehmungsgeschwindigkeit“ übersetzen lässt.
- N (numerical factor): Angesprochen sind hier Rechenfertigkeiten („calculation“) bezogen auf die Grundrechenarten.
- V (verbal): Dieser Aspekt bezieht sich auf das Verständnis von Sprache und betont gegenüber dem Faktor W in besonderer Weise die Kompetenz, den semantischen Gehalt von Sprache zu erfassen und mit Worten operieren zu können („reference to ideas and the meanings of words“ Thurstone 1938, 84).
- W („fluency in dealing with words“ Thurstone 1938, 85): Tests, die diesen Faktor erfassen, erfordern die eher quantitative Fähigkeit, schnell Wörter aus dem Wortschatz abrufen zu können.
- M (memory): Synonyme Begriffe für diesen Faktor im Deutschen sind beispielsweise Merkfähigkeit oder Gedächtnis.
- R (reasoning): Der Faktor R bezieht sich im Wesentlichen auf logisch-schlussfolgerndes Denken („(...) to find a rule or principle for each item in the test.“ (Thurstone 1938, 86)⁴¹.

Thurstones mit dieser Differenzierung verbundene Betrachtung des Faktors **S (space)** knüpft an die Analyse einer Reihe von verschiedenen Tests⁴² an, deren gemeinsames Element „visual or spatial in character“ sei (Thurstone 1938, 79). Der Faktor S wird schließlich charakterisiert als „**facility in spatial and visual imagery**“ (Thurstone 1938, 80), dem Thurstone drei Unterbereiche zuordnet (vgl. S. 70ff).

Das Intelligenzstrukturmodell von **Guilford** (1962, 1964, 1976) fand ebenfalls vielfach Anerkennung (vgl. Maier 1999, 25). Intellektuelle Fähigkeiten werden in diesem Modell durch eine Kombination der auf intellektuelle Leistungen bezogenen Aspekte Inhalt, Operation und Produkt repräsentiert, wie Abb. 2.21 veranschaulicht.

⁴¹Die Faktoren I (inductive factor) und D (deductive factor) ergänzen diesen Bereich (vgl. Thurstone (1938,88); Rost (1977, 22)).

⁴²u.a. Block-counting, Cubes, Lozenges, Flags; vgl. nachfolgendes Kap. 2.2.2

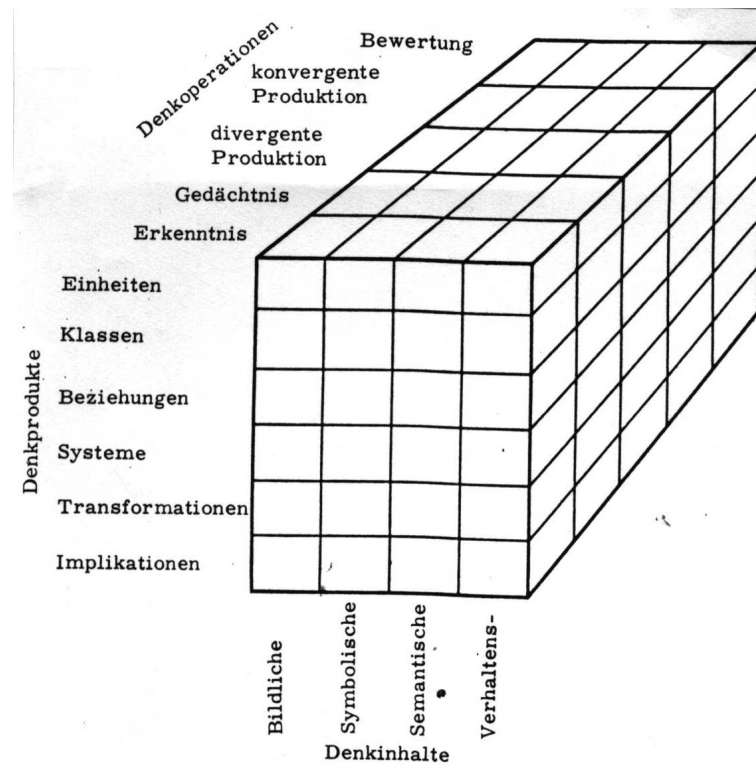


Abbildung 2.21: Strukturmodell zur Intelligenz von Guilford (Guilford 1962 in: Guilford 1964, 388)

Während Vernon (1950, zit. nach Eliot 1987, 50ff) von einer hierarchischen Struktur der Intelligenz ausgeht, beschreibt Guilford sein Modell als „seiner Natur nach nicht hierarchisch“ (Guilford 1976, 32). Aus psychologischer Sicht eröffnet die mit dem Modell von Guilford angebotene Strukturierung die Möglichkeit, Intelligenzfaktoren zu postulieren und gezielt zu suchen, bevor diese entdeckt sind (vgl. Zimbardo und Gerrig 1999, 571). Während das Modell aus mathematikdidaktischer Perspektive vielfach skeptisch betrachtet wird (vgl. Maier 1999, 26), vermag es dennoch die bereits in der Arbeit Thurstones angedeutete Komplexität des Intelligenzfaktors Raumvorstellung in besonderer Weise zu ergänzen (vgl. Kap. 2.2.2, S. 83).

Interessant erscheint zudem der erweiternde Blick auf die Arbeiten von **Gardner**, der die faktorenanalytische Perspektive der Intelligenzforschung beispielsweise mit sozial relevanten Gesichtspunkten anreichert: „Intelligenzen“ werden von Gardner (1983, 1989, 1991) nicht nur anhand quantifizierbarer Testergebnisse definiert, sondern auch im Hinblick auf ihre (alltäglichen)

che) Notwendigkeit und ihren gesellschaftlichen Nutzen betrachtet. So unterscheidet er zwischen linguistischen, musikalischen, räumlichen, körperlich-kinästhetischen sowie personalen (zwischenmenschlichen und intrapersonalen) Intelligenzen.

Aufgaben zur gedanklichen Rotation wie jene von Shepard und Metzler (1971, vgl. S. 49) werden von Gardner (Gardner 1991, 161) als typische Vertreter der Dimension räumlicher Intelligenz angesehen, zumal sie ebenso wie die in Abb. 2.22 dargestellte Aufgabe die Fähigkeit zum „visuell-räumlichen Denken“ (Gardner 1991, 163) erfordern:

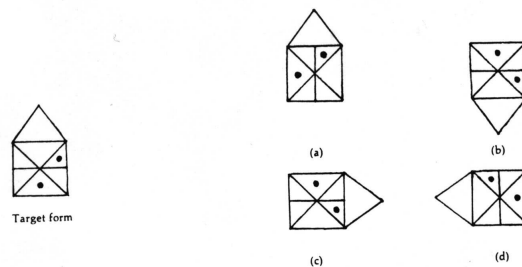


Abbildung 2.22: Rotation ebener Figuren (Gardner 1991, 161)

„Wichtig für die räumliche Intelligenz ist die Kapazität, die visuelle Welt richtig wahrzunehmen, die ursprüngliche Wahrnehmung zu transformieren und zu modifizieren und Bilder der visuellen Erfahrung auch dann zu reproduzieren, wenn entsprechende physische Stimulierungen fehlen.“ (Gardner 1991, 163) Auch Gardner sieht räumliche Intelligenz entsprechend als ein Bündel von Fähigkeiten an („Amalgam“; a.a.O., 163), wobei er eindringlich darauf verweist, dass die einzelnen Bereiche häufig eng miteinander zusammen wirken: „Tatsächlich funktionieren sie (die Teilbereiche der räumlichen Intelligenz, Anm. S. R.) wie eine Familie und jede Nutzung einer einzelnen Funktion kann die Brauchbarkeit der übrigen vergrößern.“ (Gardner 1991, 165).

2.2.2 Mentale Rotation als Element der Raumvorstellung in der faktorenanalytischen Betrachtung

Die Fähigkeit, räumliche Vorstellungen zu generieren und mit ihnen zu operieren wird, wie wir gesehen haben, innerhalb der Intelligenzstrukturforschung als gesicherter Primärfaktor der Intelligenz aufgefasst. Offensichtlich weist diese Intelligenzkomponente jedoch ein hohes Maß an Komplexität auf und ist als Bündel von Teilfähigkeiten anzusehen. Über die Art und Anzahl der zur Erklärung von Raumvorstellungsleistungen herangezogenen Dimensionen besteht innerhalb der Psychologie allerdings keine Einigkeit⁴³:

McFarlane (1925) knüpft an Untersuchungen von Spearman (s. S. 63) an und identifiziert jenseits der general intelligence (*g*) einen Faktor, den sie besonders mit praktischem Geschick in Verbindung bringt. Unter dem Eindruck reformpädagogischer Entwicklungen stellt sie die Forderung nach Instrumentarien zur Erfassung von Kompetenzen, die nicht sprachlich gebundenen sind. Entsprechend postuliert McFarlane für Testaufgaben, die räumliche Kompetenzen („practical ability“) erfassen, dass diese konkrete Manipulationen von Material bzw. deren gedankliche Antizipation umfassen müssten: „Such for example is the ability to judge spatial relationships through kinaesthetic sensations.“ (a.a.O., 18). Dieser Forderung kommt die Autorin mit der Entwicklung und Erprobung einer Reihe von teilweise sehr alltagsnahen praktischen Aufgabenstellungen nach, wobei auch der sogenannte „Painted Cube Test“ eingesetzt wird⁴⁴. Auch Koh (1920, 1923) setzt konstruktive Testaufgaben ein, in denen u.a. farbig markierte Würfel nach verschiedenen Vorgaben zusammengefügt werden müssen (vgl. auch Kap. 3.2.3, S. 143ff).

Bereits in der frühen Analyse räumlicher Kompetenzen von McFarlane zeichnen sich jedoch auch notwendige Differenzierungen ab: „By using the term ‚practical ability‘, I do not wish to suggest that there is a simple general factor common to all practical activities. I think it much more probable that there is present a complex of many factors, that these factors are not always the same, but they tend to be positively correlated.“ (McFarlane 1925, 52).

Ähnlich wie McFarlane verweist auch Kelley (1928) auf einen „spatial factor“, der von verbalen Kompetenzen abzugrenzen sei und im Wesentlichen die „mental manipulation of shapes“ beinhalte (vgl. Mc Gee 1979, 890).

⁴³vgl. Übersicht zu Ein-, Zwei- und Drei-Faktoren-Hypothesen bei Maier (1999, 31ff)

⁴⁴Die Probanden müssen dabei ein dreidimensionales Holzpuzzle lösen, dessen 27 Einzelwürfel einen großen Würfel ergeben. Die im Großwürfel außen liegenden Flächen der Einzelwürfel sind rot gefärbt, alle übrigen Flächen der kleinen Einzelwürfel sind holzfarben (vgl. dazu auch Abb. 3.15, S. 143).

Eine intensive Auseinandersetzung mit dem Intelligenzfaktor „space“ lässt sich zudem auf die Arbeit von El Koussy (1935, 1955) zurückführen, der ebenfalls zunächst den Faktor K als „ability to obtain and the facility to utilize, spatial imagery“ (El Koussy 1935, 86; zit. nach McGee 1979, 890) identifiziert. Eine spätere Modifikation Koussys umfasst eine Differenzierung zwischen statischen bzw. dynamischen Aspekten des Vorstellungsvermögens in der Ebene bzw. im Raum (vgl. Maier 1999, 32)⁴⁵.

Für die Einordnung der eigenen Aufgabenstellungen konzentriert sich die Darstellung des Feldes v.a. auf die faktorenanalytisch erzielte Differenzierung Thurstones (1938, 1941, 1950), die in ihren grundlegenden Annahmen vielfach Bestätigung fand (z.B. Lohman 1979, zit. nach: Eliot 1987, 63ff). Um die speziellen Anforderungen mentaler Rotation in der eigenen Studie herausarbeiten zu können, werden dieser 3-Faktoren-Hypothese ergänzend Ergebnisse aus den Arbeiten Guilfords (1947, 1964, 1976) sowie Linn und Petersen (1985) gegenüber gestellt.

Thurstone verweist in seinen Arbeiten bereits 1938 darauf, dass der von ihm isolierte Faktor S (space) verschiedene Dimensionen umfasst:

„The psychological problem is to ascertain whether the ability to visualize flat form, as in memorizing the detail of a design, is the same as the ability to foresee readily how the pieces of a jigsaw puzzle are going to fit together before they have been picked up. Or does the latter involve some additional kinaesthetic ability? And is this sort of visualizing the same as that which is required to imagine the movement of solid objects as in machine design?“ (Thurstone 1938, 2).

Das im deutschen Sprachraum vielfach aufgegriffene Modell Thurstones zur Strukturierung der Raumvorstellung unterscheidet zwischen drei verschiedenen Komponenten, die als „spatial relations“ (S_1), „visualization“ (S_2) und „spatial orientation“ (S_3) bezeichnet werden⁴⁶ (Thurstone 1950, 2f).

Thurstones Faktor S_1 (**räumliche Beziehungen**) beschreibt vor allem die Fähigkeit, Objekte oder feste Konfigurationen unabhängig vom Blickwinkel des Betrachters zu erkennen und sich diese auch in anderen Positionen vorstellen zu können: „In thinking about such a problem the subject imagi-

⁴⁵ vgl. auch umfangreiche Übersichten zu frühen Konzepten zur Raumvorstellung bei Rost (1977,61ff); McGee (1979,889ff); Eliot (1983,1ff); Quaiser-Pohl (1998,12); Maier (1999,31f)

⁴⁶ vgl. daran anknüpfende mathematikdidaktische Interpretationen z.B. bei Besuden (1979, 1984); Radatz u. Rickmeyer (1991) in Kap. 4, S. 179ff

nes how the object looks from different directions. (...) It is characteristic of all of the tests of the first space factor that the objects or configurations are rigid.“ (Thurstone 1950, 2)

Dabei geht es im Wesentlichen darum, die räumliche Anordnung von Objekten oder die Beziehungen von Teilen der Objekte zueinander richtig zu erfassen (vgl. auch Maier (1999,38f); Merschmeyer-Brüwer (2001a,14ff)). Während bei der Bearbeitung entsprechender Aufgabenstellungen also einerseits gedankliche Strukturierungen der an sich starren Figuren vorgenommen werden müssen, beinhaltet der Faktor S_1 zudem eine dynamische Komponente: Im Sinne einer Transformation der *gesamten* in sich starren Konfiguration sind häufig gedankliche Drehungen der vorgegebenen Figuren vorzunehmen⁴⁷. So interpretiert Barrat (1953) den Faktor S_1 als „ability to rotate mentally figures or objects as presented in paper-pencil-tests to determine whether the objects are alike (...)“ (Barrat 1953, 17)

Typische Testitems, die den Faktor S_1 repräsentieren⁴⁸, finden sich im Bereich der zweidimensionalen Figuren beispielsweise unter den Testaufgaben der Tests „Spatial Relations“ oder „Flags“. Während im Test „Spatial Relations“ (Thurstone 1950, 5) wie in Abb. 2.23 bedeutungslose, teilweise buchstabenähnliche Figuren wiedererkannt werden müssen (vgl. auch Thurstone und Thurstone 1949, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 210), soll im Test „Flags“ (Abb. 2.24) eine in der Ebene rotierte Fahne mit einem Pluszeichen gekennzeichnet werden (vgl. Thurstone 1938, 34).

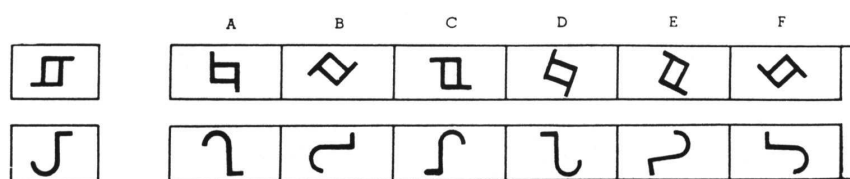


Abbildung 2.23: Spatial Relations

⁴⁷vgl. auch Thurstones frühere Definition dieses Bereiches S_1 als „an ability to visualize a rigid configuration when it is moved into different positions“ (Thurstone und Thurstone 1949, zit. nach Eliot 1987, 49)

⁴⁸vgl. auch Merschmeyer-Brüwer (2001a,15ff)

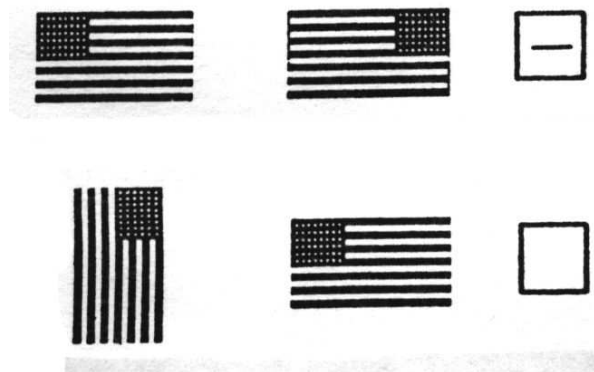


Abbildung 2.24: Flags

Bezogen auf Darstellungen dreidimensionaler Objekte zählen Aufgaben, in denen die Anzahl der eine Figur konstituierenden Einzelwürfel oder andere Varianten des „Block-counting“, bei denen Aussagen zur Relation der Einzel-segmente zueinander getroffen werden müssen, zu den häufig anzutreffenden Aufgabenstellungen (vgl. Abb. 2.25).

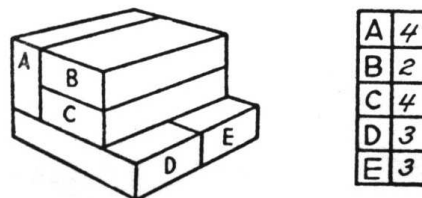


Abbildung 2.25: „Block-counting“ (Thurstone 1938, 31): Wie viele Quader berührt Quader A? (...) Quader B? usw.

Tests, in denen skizzenhafte Darstellungen von Personen, Tieren oder Alltagsgegenständen gedanklich rotiert und in allen Details mit einer Standardfigur abgeglichen werden müssen, werden häufiger mit jüngeren Probanden eingesetzt (vgl. Abb. 2.26⁴⁹).

⁴⁹Sehr ähnliche Testitems mit rotierten Alltagsgegenständen finden sich auch im „Spatial Rotations Test“ (Karnowsky 1973, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 244), im

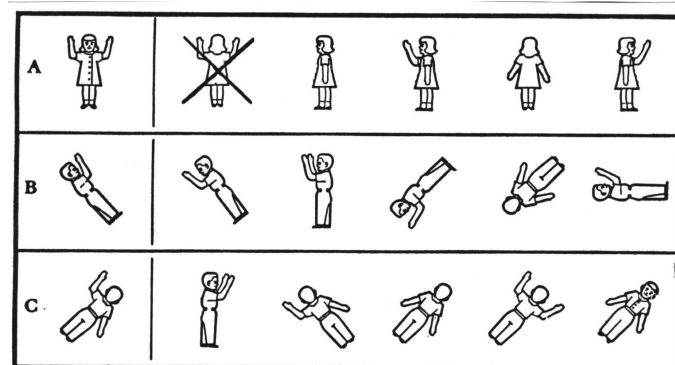


Abbildung 2.26: Item aus dem „Kuhlmann-Finch Scholastic Aptitude Test“ für Grundschul Kinder (Kuhlmann und Finch 1951, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 218)

Die Aufgabenstellungen der eigenen Studie lassen sich ebenfalls vor allem auf den Faktor S_1 zurückführen und finden sich in ähnlicher Form insbesondere im „Mental Rotation Test“ von Vandenberg und Kuse (1978, Abb. 2.27), die ihre Items in Anlehnung an die Figuren aus den Untersuchungen von Shepard und Metzler (1971, vgl. Kap. 2.15; S. 49) entwickeln.

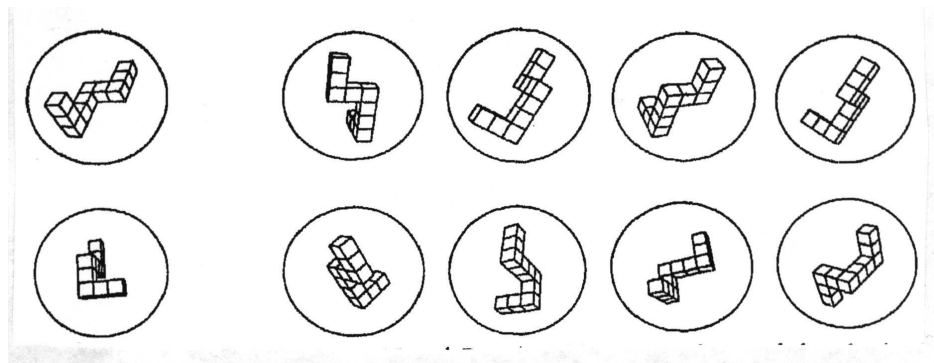


Abbildung 2.27: „Mental Rotation Test“ (Vandenberg und Kuse 1978, 600)

Test „Visual Tasks“ (Nutall u.a. 1969, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 307), im Subtest „Reversals and Rotations“ (Thurstone und Thurstone 1949, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 395), im „Subtest Mankin“ des Printer General Ability Test (zit. nach Rost 1977, 138f) oder im Bilder-Rotations-Test von Hinze und Quaiser-Pohl (2003)

Nur mit Einzelwürfeln, deren Flächen jedoch unterschiedlich markiert sind, ist beim Test „Cubes“ (vgl. Abb. 2.28) bzw. im sehr ähnlichen Würfel-aufgaben-Untertest des Intelligenz-Struktur-Tests (IST, vgl. Amthauer 1953) oder im Würfeltest von Gittler (vgl. Gittler 1984) zu operieren.

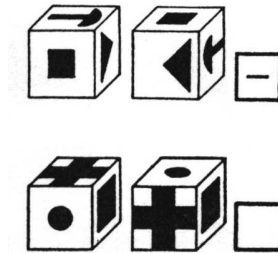


Abbildung 2.28: „Cubes“ (Thurstone 1938, 32): Zeigen die nebeneinander angeordneten Abbildungen den gleichen Würfel - vorausgesetzt jedes Symbol erscheint nur einmal auf jedem Würfel?

Rotationen von massiven geometrischen Körpern, die skizzenhaft dargestellt sind, müssen bei Thurstone und Thurstone (1949) zudem im Rahmen der Testaufgaben des „Mechanical Aptitude“ geleistet werden (vgl. Eliot und Macfarlane Smith 1983, 317). Auch Stafford (1961) setzt eher künstlich wirkende Konfigurationen ein, deren Rotation Abb. 2.29 veranschaulicht.

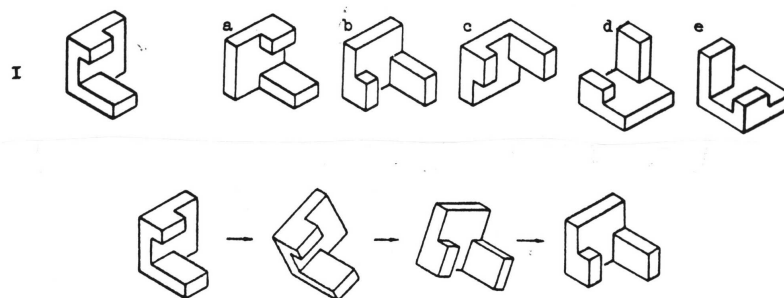


Abbildung 2.29: „Special Aptitude - Spatial Relations“ (1961, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 297)

Der Faktor S_2 (**Veranschaulichung**) beinhaltet die Fähigkeit zur Vorstellung räumlicher Veränderung innerhalb von Objekten oder von Konfigurationen von Objekten: „the second space factor represents the ability to imagine the movement or internal displacement among the parts of a configuration that one is thinking about. (...) it is characteristic of all of the tasks of the second space factor that they imply movement within the configuration.“ (Thurstone 1950, 2) Der Faktor S_2 ist somit deutlich vom Faktor S_1 abzugrenzen, zumal hier eine Unterscheidung vorliegt zwischen (S_1 :) der Fähigkeit, sich Transformationen (z.B. Rotationen) von starren Komplexen ohne Zerstörung von deren Gesamtgestalt vorzustellen, bzw. (S_2 :) der Fähigkeit, sich Veränderungen innerhalb der Gestalt vorzustellen⁵⁰. Mc Gee (1979, 892) kommentiert entsprechend: „Thurstone’s distinction between abilities to imagine transformation of wholes (S_1) versus parts (S_2) is unique (...)“.

Die Kompetenz S_2 ⁵¹ ist beispielsweise für die erfolgreiche Bewältigung von Aufgaben im Test „Surface Development“ nach Thurstone (Thurstone 1938, 37) von Bedeutung: Hier ist der Proband aufgefordert, verschiedene markierte Ecken, Kanten oder Flächen eines perspektivisch gezeichneten Körpers einer zweidimensionalen Abwicklung des gleichen Körpers zuzuordnen (vgl. Abb. 2.30):

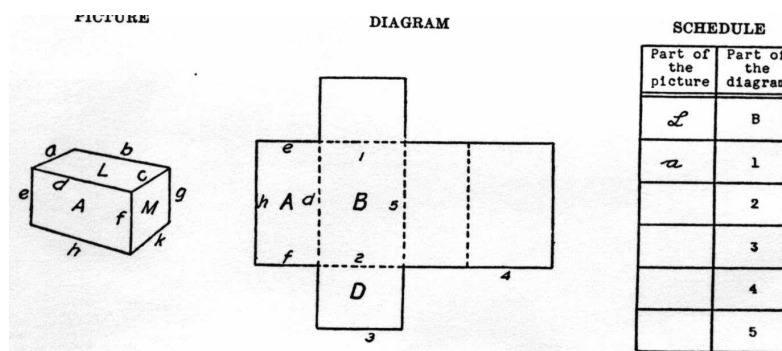


Abbildung 2.30: „Surface Development“ (Thurstone 1938, 37)

⁵⁰vgl. auch Gegenüberstellung der Thurstoneschen Faktoren bei Merschmeyer-Brüwer (2001a,14)

⁵¹vgl. auch: „the ability to visualize a configuration in which there is movement or displacement among the parts of a configuration“ (Thurstone und Thurstone 1949, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 49)

Auch weitere Varianten von Tests, in denen gedanklich Faltungen vorgenommen werden müssen, lassen sich dem Bereich S_2 zuordnen (vgl. Abb. 2.31, ähnlich auch: „Punched Holes“ (Thurstone 1938, 37)).

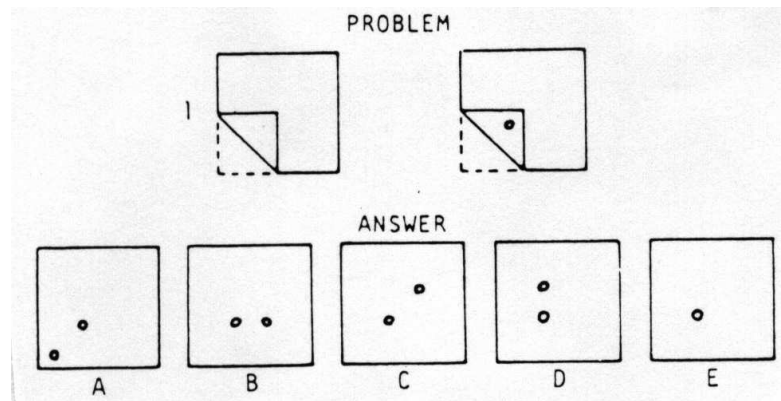


Abbildung 2.31: Aufgabenstellung „Paper Folding“ (Linn und Petersen 1985, 1485)

Besondere Nähe zu den Aufgabenstellungen der eigenen Untersuchung weisen Beispielaufgaben aus dem Test „Block Assembly“ auf, der ebenfalls dem Faktor S_2 zuzuordnen ist (vgl. Abb. 2.32). Von den Versuchspersonen muss in diesem Test erwogen werden, welche der vier rechts abgebildeten Bauwerke sich aus den drei vorgegebenen Körpern errichten lassen.

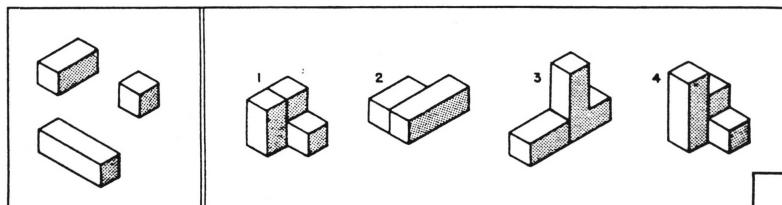


Abbildung 2.32: „Block Assembly“ (Thurstone und Thurstone 1949, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 394)

Die Parallele zur eigenen Untersuchung liegt hier vor allem darin, dass die Aufgaben des „Block Assembly“ Tests die Fähigkeit beanspruchen, räum-

liche Lageveränderungen von Teilen der Bauwerke zu antizipieren und sich das Zusammenfügen der Einzelsegmente zu einer Gesamtfigur vorzustellen. Einzelne Segmente müssen dabei hier wie auch in der eigenen Untersuchung einer Aufstellbewegung oder Rotation in der Ebene der Baufläche unterzogen werden.

Zusammenfügungen (von Einzelwürfeln zu Würfelfünflingen) prägen auch die Aktivität der Kinder in der eigenen Studie, wenngleich beim Bau mit konkretem Material eine gedankliche Antizipation nicht zwingend notwendig ist, sondern auch durch Versuch-Irrtum-Vorgehensweisen geprägt sein kann. Abzugrenzen sind die Items des „Block Assembly“ von der eigenen Arbeit daher insofern, als dass hier im Sinne eines vergleichsweise höheren Anspruchs an die Vorstellungsfähigkeit keine konkreten Materialien vorliegen und die Lösung rein mental vollzogen werden muss.

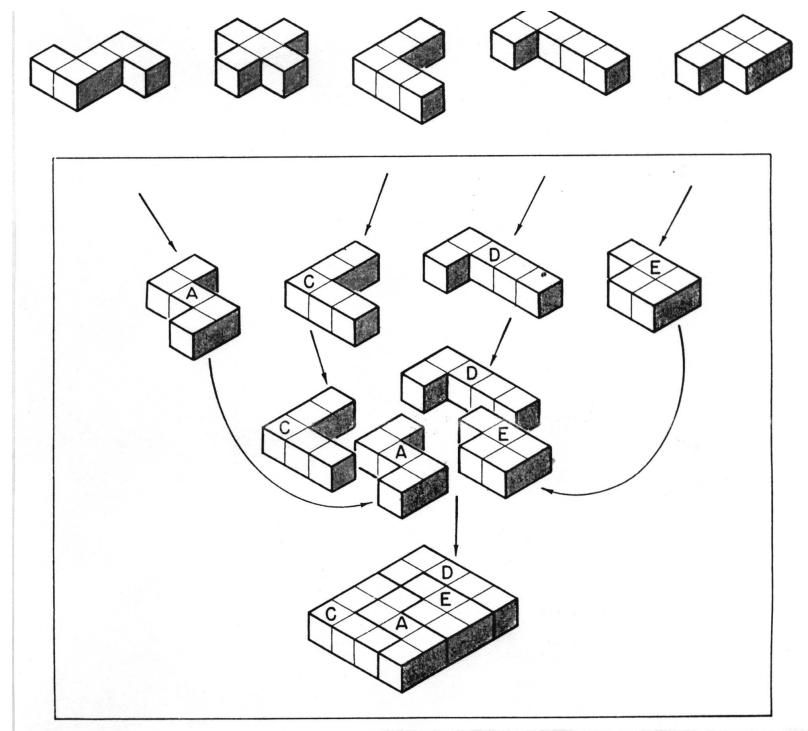


Abbildung 2.33: Zusammenfügung von Würfelfünflingen im „Experimental Blocks Test“ (Educational Testing Service Staff 1950, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 402)

Ähnlich wie im „Block Assembly“ muss auch im „Experimental Blocks Test“ (vgl. Abb. 2.33) eine Zusammenfügung aus Einzelteilen vorgenommen

werden, deren Ausrichtung vor der Einpassung in die Gesamtfigur teilweise noch verändert werden muss⁵².

Auch Stumpf und Fay (1981) betrachten die von ihnen entwickelten Items mit Schlauchfiguren als Testaufgaben „zur Erfassung des räumlichen Vorstellungsvermögens im Sinne des *Thurstone* schen Primärfaktors S_2 “ (Stumpf und Fay 1981, 171). Auf miteinander zu vergleichenden Fotografien werden hier transparente Plastikwürfel gezeigt, die mit gewundenen Schläuchen gefüllt sind. Diese Objekte wurden aus den sechs Perspektiven aufgenommen, die sich bei senkrechter Draufsicht auf den Mittelpunkt der jeweiligen Würfelseiten ergibt. Stumpf und Fay orientieren sich dabei an Vorarbeiten von Michel, Jäger u.a. (Michel u. a. 1977, zit. nach Stumpf und Fay 1981), die mit entsprechenden Darstellungen die Anforderung des Erfassens der dreidimensionalen Objekte in ihrer räumlichen Lage sowie eine vorstellungsmäßige Drehung der Schlauchfiguren verbanden. Während Michel, Jäger u.a. Distraktoren in Gestalt geringfügig abgewandelter Schlauchfiguren entwarfen, beschränken sich Stumpf und Fay darauf, verschiedene Ansichten ein und derselben Figur anzubieten.

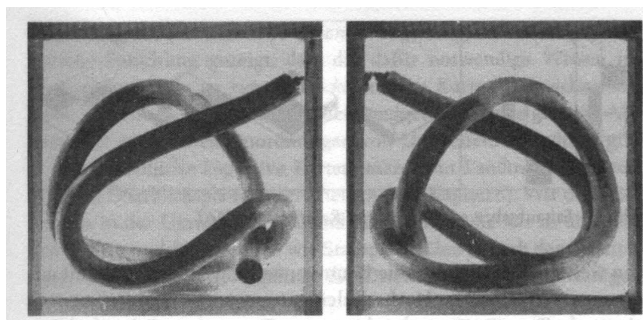


Abbildung 2.34: Schlauchfiguren von Stumpf und Fay (1981)

Von den Versuchspersonen muss dabei erkannt werden, aus welcher Perspektive die Figur auf dem Vergleichsbild zu sehen ist (vgl. Abb. 2.34). In späteren Publikationen verweisen Stumpf u. a. jedoch explizit darauf, dass „(...) solving the Cube Perspective items requires a relatively large amount

⁵²Besonders interessant für die eigene Arbeit ist hier die in der Testaufgabe enthaltene didaktisch-methodische Anregung für den Umgang mit Pentakuben im Geometrieunterricht (vgl. Kap. 9).

af mental rotation (...)“ (Stumpf und Klieme 1989, 919)⁵³. Verschiedene Autoren sehen in der späteren Analyse dieser Aufgaben entsprechend eher eine Nähe zum Bereich S_1 (s. oben), bzw. zum Thurstoneschen Subfaktor S_3 (vgl. Maier 1999; Merschmeyer-Brüwer 2001a).

Dieser Faktor S_3 (**räumliche Orientierung**) bezieht sich schließlich auf die Fähigkeit, räumliche Probleme erfolgreich zu bewältigen, bei denen die Versuchsperson Teil der gegebenen Situation ist und sich mental oder real im Raum zurechtfinden muss: „(...) the third factor represents the ability to think about those spatial relations in which the body orientation of the observer is an essential part of the problem.“ (Thurstone 1959, 2f). Ebenso wie der Faktor S_1 erfasst auch der Bereich S_3 das Erkennen räumlicher Arrangements und die Fähigkeit, die gegebenen Stimuli auch bei einer Änderung der Orientierung wiederzuerkennen. S_1 und S_3 werden daher häufig als ähnlich angesehen (Mc Gee 1979, 893) oder zu einem gemeinsamen Faktor gebündelt (Faktor SR-O⁵⁴).

Ein vom Faktor S_1 abgrenzendes, besonderes Charakteristikum des Faktors S_3 ist jedoch, dass hier das von der Versuchsperson vorzustellende eigene Handeln innerhalb der gegebenen Situation akzentuiert wird. Im Test „Lozenges“, wo mit Abbildungen von durchstochenen, rautenförmigen Karten operiert werden soll, wird dies deutlich (vgl. Rost 1977, 74):

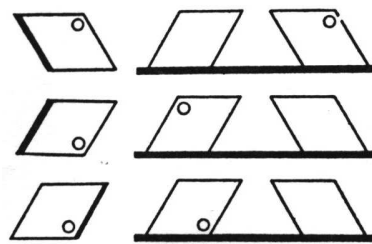


Abbildung 2.35: „Lozenges A“ (Thurstone 1938, 33)

⁵³(vgl. auch Stumpf und Fay 1987, zit. nach Stumpf und Klieme 1989, 917)

⁵⁴Faktor SR-O bei Michael, Guilford, Fruchter und Zimmermann (1957, zit. nach Maier 1999, 44f; s. auch Ausführungen zu Guilford (1964) S. 83)

So ist in der Variante „Lozenges A“ (Abb. 2.35) intendiert, dass die Versuchspersonen die rautenförmige, durchstochene linke Karte gedanklich aufnehmen, sie in der Luft drehen und wieder „face down“ ablegen, so dass die dick schwarz markierte Kante der Karte auf die schwarze Linie auf der rechten Seite trifft. Wie liegt die Karte und wo ist das eingestanzte Loch zu sehen?

Die Variante „Lozenges B“ (Abb. 2.36) zeigt auf je zwei nebeneinander angeordneten Darstellungen eine durchstochene rautenförmige Karte. Zeigen die Zeichnungen die gleiche Seite der Karte, ist dies mit einem Plus zu kennzeichnen. Musste die Karte von der Versuchsperson gedanklich angehoben, umgedreht und wieder „face down“ abgelegt werden, um das Lochmuster an der gleichen Stelle aufzuweisen, ist ein Minuszeichen einzutragen.

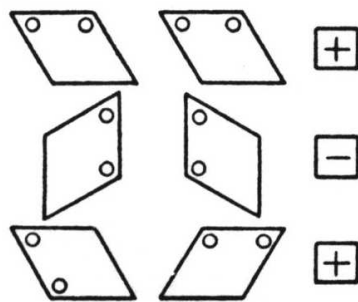


Abbildung 2.36: „Lozenges B“ (Thurstone 1938, 35):

Die Aufgabenstellungen von Guay und Mc Daniel (vgl. Abb. 2.37) erwarten entsprechend, dass die Versuchsperson sich in einen Betrachterstandort auf einem ein Objekt umhüllenden Würfel hineinversetzt (hier gekennzeichnet durch einen kleinen Punkt \circ in der Ecke rechts unten). Es ist zu entscheiden, welche der unten skizzierten Ansichten A, B, C, D, E von der markierten Perspektive aus erzielt werden kann⁵⁵.

⁵⁵vgl. auch Merschmeyer-Brüwer 2001a, 21

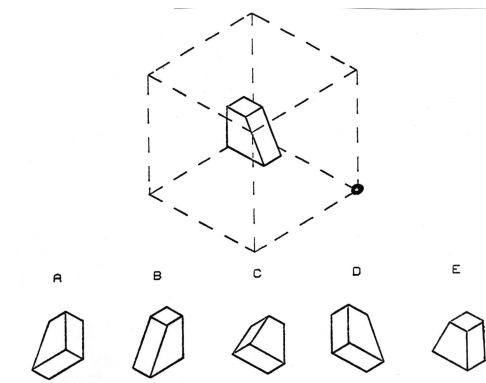


Abbildung 2.37: „Visualization of Views“ (Guay und McDaniel 1976; zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 380)

Auch in der eigenen Untersuchung ist im Zuge der Leistungen, die u.a. auf einen Abgleich verschiedener Ansichten (rotierter) Würfelkonfigurationen abheben, die eigene Orientierung innerhalb der gegebenen Bausituation und die Antizipation eigener Handlung innerhalb der Aufgabenstellung von großer Bedeutung. Somit sind auch Aspekte des Thurstoneschen Faktors S_3 in der eigenen Untersuchung repräsentiert. Eine Weiterentwicklung der „Visualization of Views“ erfolgt in späteren Arbeiten von Guay, Bodner u.a. (1987, 1997, vgl. Abb. 2.38):

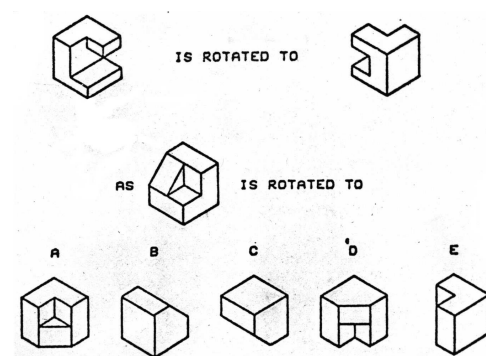


Abbildung 2.38: Eines von 20 Items des „Purdue Visualization of Rotations“ (ROT) Tests (Bodner und Guay 1997, vgl. auch Battista u.a. 1982, Leopold 1996, 2000)

Die Entwicklung dieser Testitems stehen bereits unter dem Eindruck der Diskussion um verschiedene bei Raumvorstellungstests von Versuchspersonen eingesetzte Strategien (vgl. Kap. 5.2.1, S. 272). Wenngleich die Aufgabenstellungen jenen von Shepard und Metzler, bzw. Vandenberg und Kuse ähneln⁵⁶, lassen sich auch deutliche Unterschiede zu diesen Items konstatieren: Anders als im Mental-Rotation-Test (MRT) fällt die Rotationsachse in den Figuren des ROT mit einer Kante des dargestellten Objekts zusammen. Zudem führt die Rotation der Figur dazu, dass wie im gezeigten Beispiel ein markantes Element des Objektes in der Darstellung der Lösungsfigur (B) nicht mehr zu sehen ist⁵⁷.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass eine klare Zuordnung zu genau einem Faktor der Thurstoneschen Faktorentheorie für die Aufgabenstellungen der eigenen Studie nicht möglich ist. Bedenkt man die Verschiedenartigkeit der gedanklichen Operationen, die zur Lösung der eigenen Aufgabenstellungen einzubringen sind, muss man vielmehr festhalten, dass die eigenen Aufgabenstellungen durchsetzt sind von Elementen der einzelnen Thurstoneschen Faktoren. Der Bereich der Mentalen Rotation wie im Beispiel des „Block Assembly“ (S. 76) kann für die Bedingungen der eigenen Studie als Element des Subfaktors S_2 betrachtet werden, ist aber keinesfalls als typisch für S_2 anzusehen, wie auch Eliot und Macfarlane Smith (1983, 447) bemerken: „Mental rotation or twisting is precisely the ability which is involved in the best known tests of spatial orientation, whereas it is *not involved at all* in some of the best tests of the visualization factor.“ (vg. Eliot 1980; Eliot und Macfarlane Smith 1983). Die Autoren schlagen entsprechend eine sehr viel stärker differenzierte, allerdings auch etwas unübersichtliche Zuordnung verschiedendster Tests zu einer 10 bis 12 Kategorien umfassenden Klassifikation vor. Die Aufgaben der eigenen Studie weisen hier die größte Nähe zu den Kategorien der „shape rotation tasks“ auf⁵⁸, von denen angenommen wird, dass sie besonders die Fähigkeit der Probanden ansprechen, „to indica-

⁵⁶vgl. Abb. 2.15, S. 49 sowie Abb. 2.27, S. 73

⁵⁷Man denke sich im Beispiel der Abb. 2.38 oben links einen Schaschlikspieß, der senkrecht im Raum steht (sozusagen „y-Achse“, wenn man die Figur im Koordinatensystem anordnet) und die im Bild verdeckte hintere Kante der Figur berührt. Die Zeichnung oben rechts zeigt, wie die Figur nach einer Rotation um 180 Grad um diese „Schaschlikspieß“-Rotationsachse im Raum steht. Die auf diese Weise definierte Abbildung soll nun auch auf ein zweites Objekt angewendet werden, das weiter unten abgebildet ist („as ... is rotated to...“). Auch hier stelle man sich vor, man könnte einen Spieß o.ä. an der hinteren verdeckten Kante des Ausgangsobjektes anlegen und die Figur anschließend um 180 Grad um diese Achse rotieren lassen. Zu welcher Zielfigur gelangt man?

⁵⁸(Eliot 1980, 848), in späteren Publikationen auch: „figural rotation“ (Eliot und Macfarlane Smith 1983, 197ff) oder „block rotation“ (Eliot und Macfarlane Smith 1983, 288ff), bzw. „perspective tasks“ (370ff) oder „combining tasks“ (390ff)

te which of several alternative shapes, when turned or rotated imaginatively (manipulated), is the same as a given standard shape.“ (Eliot 1980, 848).

Ein weiterer Punkt, der eine klare Zuordnung zu den von Thurstone definierten Subfaktoren erschwert, ist der Umstand, dass in der eigenen Studie nicht mit ebenen Figuren (wie z.B. in den Thurstoneschen Papier-Bleistift-Tests), sondern mit dreidimensionalen, massiven Objekten gearbeitet wird. Es muss also eine mögliche Unterscheidung zwischen Vorstellungen bezogen auf ebene Figuren und der Fähigkeit zum gedanklichen Operieren im dreidimensionalen Raum hinterfragt werden, wie sie auch El Koussy (El Koussy 1955, zit. nach Maier 1999, 32) andeutet. Thurstone konstatiert dazu in seinen grundsätzlichen Ausführungen zum Faktor S (space):

„We had separate tentative categories for visualizing in flat space and in solid space, but our analysis did not reveal such a division. These tests collapsed into a single visual space factor.“ (Thurstone 1938, v).

Dennoch erscheint es notwendig, weitere Theorien zur Struktur der Raumvorstellung heranzuziehen, um die theoretische Untermauerung der eigenen Arbeit zu sichern. Herangezogen werden sollen dazu die Arbeit Guilfords und seiner Mitarbeiter sowie die Ergebnisse der Meta-Analyse von Linn und Petersen.

Guilford unterstreicht die Thurstonesche Differenzierung der Raumvorstellung (S. 70ff) insofern, als dass auch er die Fähigkeit zur Vorstellung von Veränderung räumlicher Arrangements (V_z) deutlich von der Intelligenzkomponente „räumliche Orientierung“ abgrenzt (Guilford 1964, 371). Allerdings subsumieren Guilford und Lacey (1947) unter dem Faktor V_z , der etwas irreführend ebenso wie der Faktor S_2 als „visualization“ betitelt wird, neben der auch S_2 zuzuschreibenden Fähigkeit sich Faltungen vorzustellen, auch die Fähigkeit zur Vorstellung von Rotationen, die nach Thurstone jedoch im Wesentlichen Bestandteil des Faktors S_1 ist (vgl. Mc Gee 1979, 891).

In seinem Strukturmodell der Intelligenz (S. 67) verortet Guilford den Bereich der Visualisation zunächst in einer Komponente, die hinsichtlich der *Denkprodukte* den Transformationen bzw. den bildlichen *Denkinhalten* zuzuordnen ist, und beschreibt ihn als „Fähigkeit zur anschaulichen Umorientierung oder Umgliederung eines Sehdinges.“. Als typische Items führt er beispielsweise Aufgaben mit Abbildungen von Taschenuhren an, deren mental zu vollziehende(n) Drehung(en) durch einen Pfeil (oder eine Kombination von zwei Pfeilen) vorgegeben ist (vgl. Abb. 2.39).

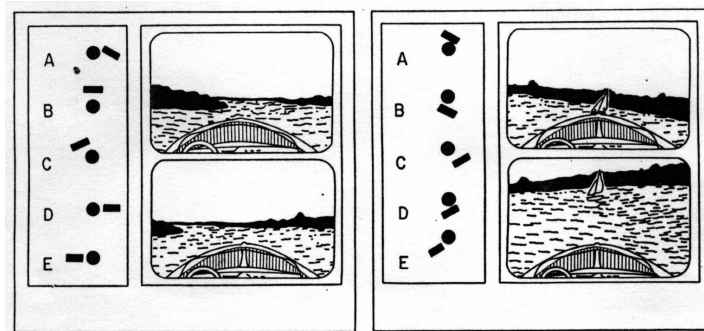


Abbildung 2.40: Testitem zur räumlichen Orientierungsfähigkeit (Guilford und Zimmermann 1956, zit. nach Guilford 1964, 365)

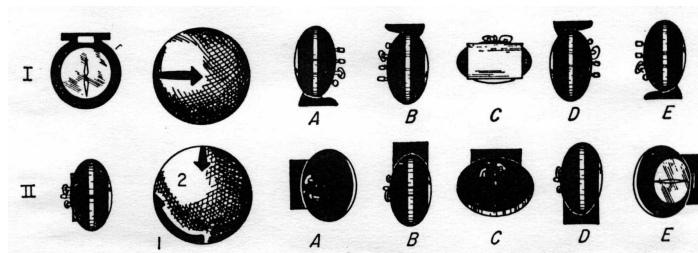


Abbildung 2.39: Aufgabe zum Vorstellen einer sich drehenden Taschenuhr (Guilford und Zimmerman 1947, zit. nach Guilford 1964, 371)

Der Bereich der räumlichen Orientierung wird von Guilford vor allem in Untersuchungen mit Heeresfliegern erkundet (vgl. Abb. 2.40⁵⁹).

Ergänzend kommen Guilford und Lacey (1947, zit. nach Guilford 1964, 365f) dabei zu einer Untergliederung und stellen hier weitere Komponenten heraus, von denen zwei als „kinästhetische Systemfaktoren“ (1964, 365) bezeichnet werden. Den Faktor „Space II“ bezieht Guilford dabei ausschließlich auf die Fähigkeit, zwischen links und rechts zu unterscheiden. „Space III“ hingegen umschreibt eine (allerdings in nachfolgenden Arbeiten kaum noch

⁵⁹Die Lage des Bootes im Verhältnis zur Landschaft ändert sich auf den unteren Bildern. Der schwarze Punkte der Symbole A, B, C, D, E stellt die Bugspitze des Bootes auf den oberen Bildern dar, während das Rechteck das Boot auf dem unteren Bild darstellt. In der ersten Aufgabe beschreibt Symbol D die Veränderung der Situation. Welche Darstellung beschreibt den Lagewechsel im zweiten Bild richtig?

aufgegriffene) Fähigkeit sich in der Vertikale, also in Schwerkraftrichtung zu orientieren. Hier ist wiederum ein besonderer Zusammenhang zu der in Kap. 2.1.1.2 (S. 27) bereits dargestellten Fähigkeit zur Propriozeption zu erkennen, zumal Guilford darauf verweist, dass „(...) der Space III-Faktor von der Schwerkraftwirkung auf den Organismus und der gelernten Fähigkeit, diese richtig zu interpretieren, abzuhängen scheint.“ (Guilford 1964, 365).

Guilford unterscheidet in seinem Intelligenzstrukturmodell, wie bereits in Kap. 2.2.1 (S. 67) dargestellt, hinsichtlich der *Produkte* intellektueller Leistungen zwischen Einheiten, Klassen, Relationen, Systemen, Transformationen und Implikationen (vgl. auch Guilford 1976, 35) und grenzt diese von den Dimensionen *Denkoperationen* und *Denkinhalten* ab⁶⁰. Interessant im Hinblick auf die eigene Untersuchung erscheinen vor allem Guilfords Ausführungen zu jenem Aspekt der *Denkoperationen*, den er als „Bewertung“⁶¹ bezeichnet. Evaluation wird dabei betrachtet als „(...) Prozeß des *Vergleichens* von Informationen nach *bekannten Spezifikationen* mit *gegebenen Standardinformationen* auf der Basis *logischer Kriterien* wie Identität und Konsistenz.“ (Guilford 1976, 275). So führen Guilford und Hoepfner als Beispiel für die Komponente der „Evaluation bildlicher Beziehungen“ neben Tests, in denen Winkelgrößen ebener Figuren miteinander verglichen werden müssen, auch die Aufgabenstellung „Vorgeschriebene Beziehungen“ an, die besondere Nähe zu den in der eigenen Studie verwendeten Aufgabenstellungen aufweist (Guilford 1976, 279):

„Die Versuchsperson erhält eine Standardfigur und eine Beschreibung der Änderungen, die bei dieser Figur vorzunehmen sind. Alternative Figuren werden vorgegeben, von denen eine das Endergebnis der Veränderungen darstellt. Die Beziehungen werden durch die Änderungen dargestellt. Obwohl Änderungen gewöhnlich als Transformation angesehen werden, wurde von der Aufgabe bei diesem Test angenommen, daß sie die wahrgenommenen Bedingungen ‚vorher‘ und ‚nachher‘ betont, die in bestimmter Weise miteinander in Beziehung stehen.“

Vom diesem Komplex der *Bewertung* abgegrenzt wird in der Theorie Guilfords das „*Gedächtnis* figuraler Transformation“ (vgl. Guilford 1976, 315, Hervorhebung S.R.). Darunter werden beispielsweise das „Gedächtnis für Visualisationen“ das „Erinnern figuraler Subtraktion“ oder das „Wiedererkennen

⁶⁰Von den in seinem Modell denkbaren 20 (4·5) Transformationsprodukten, die für die eigene Studie relevant erscheinen, wird von Guilford und Hoepfner (1976) selbst jedoch nur eine eingeschränkte Auswahl untersucht, die sich auf symbolische oder semantische Transformationen beziehen. Bildliche (auch: „figurale“) Transformationsprodukte werden dabei nicht detailliert betrachtet (vgl. Guilford 1976, 222ff).

⁶¹bzw. „Beurteilung“ oder „Evaluation“

von Frontalansichten“ subsumiert. Letztere Aufgabenstellung verlangt die gedankliche Vorstellung der Rotation eines Objektes, wobei die Versuchsperson wiedererkennen muss, welche von verschiedenen zum Vergleich vorgegebenen Ansichten dem zu rotierenden Objekt entspricht.

Dieses *Wiedererkennen* lässt sich jedoch aus Sicht der Verfasserin nur schwer inhaltlich abgrenzen vom zuvor dargestellten Aspekt der *Bewertung*. So kann hier zwar einerseits eine Nähe dieses von Guilford definierten Bereiches zur eigenen Arbeit konstatiert werden, andererseits erscheinen die angebotenen Differenzierungen für mathematikdidaktische Belange nur sehr eingeschränkt hilfreich, zumal sie für den vorrangig mathematikdidaktisch Interessierten die Falle begrifflicher Überschneidungen und allzu facettenreicher Aufschlüsselung in sich bergen⁶². Zu bedenken ist jedoch, dass diese differenzierte Sicht den eigenen Blick dafür schärft, dass bei den eigenen Aufgabenstellungen zum mentalen Rotieren offensichtlich nicht nur Komponenten der visuellen Vorstellungskraft angesprochen werden, sondern bei der Lösung der Aufgabe auch Bereiche implementiert werden, die den Aspekt des Bewertens und damit den des logisch-schlussfolgernden Denkens berühren (vgl. Kap. 5.1, S. 244ff).

Linn und Petersen (1985) prägen im Rahmen ihrer Meta-Analyse von Raumvorstellungstests den Begriff der mentalen Rotation, wie er in der eigenen Studie verwendet wird. Die Autorinnen gehen vor allem der Frage geschlechtsspezifischer Unterschiede nach und ergründen, in welchen Bereichen der Raumvorstellung diese auszumachen sind, bzw. in welchem Lebensalter sie besonders typisch hervortreten (vgl. Kap. 2.3). Im Ergebnis ihrer Analyse, die nicht als psychometrisch im engeren Sinne (s. S. 64) angesehen werden kann, zumal in die Untersuchung auch Aspekte einer kognitiven, differentiellen bzw. strategischen Perspektive aufgegriffen werden, gehen sie von drei Kategorien („categories“⁶³) aus: Der Bereich der Raumvorstellung wird von ihnen charakterisiert durch die Teilbereiche „spatial perception“ (Räumliche Wahrnehmung), „mental rotation“ (Vorstellung von Rotationen) und „spatial visualization“ (Veranschaulichung).

Der Bereich **Räumliche Wahrnehmung** wird von Linn und Petersen als Fähigkeit charakterisiert, räumliche Verhältnisse in Bezug zur Raumlage des

⁶²vgl. auch weitere kritische Anmerkungen bei Maier 1999, 25f

⁶³Linn und Petersen sprechen bewusst nicht von „Faktoren“. Sie gehen nicht im Sinne der Thurstoneschen Faktorenanalyse vor, sondern sich des Instrumentariums der sogenannten Meta-Analyse bedienen, auf deren Details an dieser Stelle jedoch nicht näher eingegangen werden kann (vgl. Linn und Petersen 1985, 1480ff)

eigenen Körpers zu erfassen: „(...) subjects are required to determine spatial relationships with respect to the orientation of their own bodies, in spite of distracting information“ (a.a.O., 1482). Quaiser-Pohl (1998, 14) verweist darauf, dass diese Kategorie Analogien zum Bereich „orientation“ aufweise, wie sie von Mc Gee (1979) herausgearbeitet werden⁶⁴. Als typische Testaufgaben für diese Komponente werden neben dem „rod-and-frame“ Test (vgl. Mayer 1999, 45f) Aufgaben zur Bestimmung des Wasserspiegels in einem Gefäß angeführt, wie sie von Piaget und Inhelder v.a. in Verbindung mit entwicklungspsychologischen Fragestellungen eingesetzt wurden (vgl. Abb. 2.41⁶⁵).



Abbildung 2.41: „Horizontaler“ Wasserstand in einem Gefäß (Piaget und Inhelder 1971, 444)

Die Begrifflichkeit **Mentale Rotation** knüpft vor allem an die Charakterisierungen der Faktoren S_1 (räumliche Beziehungen) und S_2 (Veranschaulichung) von Thurstone (s. oben) an und filtert hier den abgegrenzten Bereich von Aufgabenstellungen heraus, die die Fähigkeit ansprechen, zwei- oder dreidimensionale Figuren in der Vorstellung schnell und exakt im gedachten Raum oder in der Ebene der Darstellung zu drehen: „the ability to rotate a two or three dimensional figure rapidly and accurately“ (Linn und Petersen 1985, 1483). Kennzeichnend für diese Dimension sind Aufgabenstellungen aus der Arbeit von Shepard und Metzler (1971, vgl. Kap. 2.15, S. 49) sowie von Vandenberg und Kuse (1978, vgl. S. 73).

Mentale Rotation kann damit einerseits das Zentrum einer Aufgabenstellung darstellen, andererseits aber auch als Teil einer Strategie bei der Bearbeitung von Aufgaben anderer Subfaktoren eingesetzt werden: Zu vermuten ist eine solche Verbindung zwischen mentaler Rotation und anderen Bereichen der Raumvorstellung beispielsweise bei Aufgabenstellungen des

⁶⁴Mc Gee (1979) gelangt im Rahmen eines Vergleiches der oben beschriebenen Thurstoneschen Komponenten und (u.a.) den Arbeiten von Guilford zum Faktor „orientation“, der besondere Parallelen zum Faktor S_3 von Thurstone aufweist bzw. den Faktor SR-O von Guilford integriert (vgl. S. 83).

⁶⁵Zeichnung eines Kindes im Vorschulalter

Tests „Surface Development“ (vgl. S. 75), der dem Faktor S_2 von Thurstone zuzuordnen ist (vgl. Linn und Petersen 1985, 1484). Barrat konstatiert eine vergleichbare Parallele zwischen der Vorstellung von Rotationen und der Fähigkeit zu räumlicher Orientierung (S_3 bei Thurstone, SR-O bei Guilford): „Subjects rotated and moved stimulus and response problems but did not imagine themselves being reoriented - they were not an inherent part of the problems.“ (Barrat 1953, 24). Gedankliche Rotationen werden auch bei der Bearbeitung von Aufgaben aus dem Bereich der „spatial perception“ nach Linn und Petersen beobachtet: „(...) participants in studies of symmetry detection rotate the stimuli to achieve either visual (consistent with head tilt) or gravitational upright.“ (Linn und Petersen 1985, 1482).⁶⁶

Der Bereich der **Veranschaulichung** bezieht sich in der Terminologie von Linn und Petersen trotz wortgetreuer Übereinstimmung mit dem Faktor S_2 von Thurstone auf eine davon deutlich zu unterscheidenden Komponente (vgl. auch Maier 1999, 48) und wird im Zusammenhang mit Aufgabenstellungen betrachtet, die „(...) complicated, multistep manipulations of spatially presented information (...)“ beinhalten (Linn und Petersen 1985, 1484). Zu den von den Autorinnen angeführten Repräsentanten dieser Kategorie zählen neben dem „Surface Development“ Test (S_2 nach Thurstone, vgl. S. 75) u.a. auch Tests, die den Anforderungen des „Block-counting“ ähneln (S_1 nach Thurstone, vgl. S. 72).

Maier (1999) erachtet die damit einhergehende Zusammenfassung der Thurstoneschen Faktoren S_1 und S_2 als gerechtfertigt und sinnvoll, zumal „(...) bei der Bearbeitung von Testaufgaben zur Erfassung RÄUMLICHE BEZIEHUNGEN häufig dynamische Denkvorgänge eingesetzt werden (...), die eigentlich typisch für Lösungsstrategien im Bereich des THURSTONEschen Subfaktors VERANSCHAULICHUNG sind (...)“ (Maier 1999, 48). Mentale Rotationen oder Kompetenzen räumlicher Wahrnehmung im Sinne von Linn und Petersen können auch hier Element der zur Aufgabenbewältigung eingesetzten Strategien sein. Entsprechend erweitert Maier die von Thurstone erarbeiteten Subkomponenten in seinem eigenen Modell um diese Differenzierung des Bereiches der Veranschaulichung und fächert in seinem Modell (vgl. Abb. 2.42) zu Faktoren des räumlichen Vorstellungsvermögens die Bereiche *Veranschaulichung*, *Räumliche Beziehungen*, *Vorstellungsfähigkeit von Rotatio-*

⁶⁶Auf Strategien, die bei Aufgabenstellungen eingesetzt werden, die speziell die gedankliche Rotation von Figuren intendieren, werden wir in Kap. 5.2, S. 252 eingehen. Maier (1999,55) betrachtet ausführlich auch weitere Befunde zu Zusammenhängen zwischen einzelnen Dimensionen der Raumvorstellung.

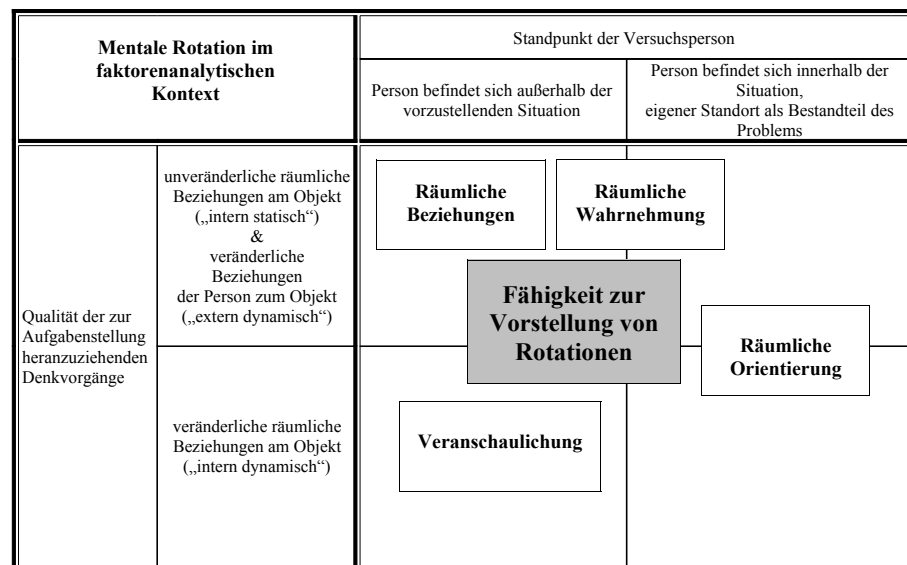


Abbildung 2.42: Mentale Rotation im faktorenanalytischen Kontext (nach Maier 1999, 52)

nen, *Räumliche Wahrnehmung* und *Räumliche Orientierung* auf⁶⁷. Eine zur Übersicht geeignete Attribuierung erfahren die differenzierten Faktoren durch eine Unterscheidung (a) verschiedener Standorte der Versuchsperson (innerhalb vs. außerhalb der Situation) sowie (b) durch eine Charakterisierung der Qualität der für die zur Aufgabenlösung einzubeziehenden Denkvorgänge (dynamisch vs. statisch) (vgl. Maier 1999, 52). Die Verortung der Fähigkeit zur Vorstellung von Rotationen, die in dieser Grafik sowohl Standorte innerhalb und außerhalb der Situation bzw. sowohl veränderliche als auch nicht veränderliche räumliche Relationen beinhalten kann, betont den besonderen Charakter mentaler Rotationsaufgaben, die in in einer Vielzahl unterschiedlicher Facetten Eingang in die psychologische Forschung gefunden haben.

Zusammenfassend lassen sich aus psychometrischer Perspektive im Hinblick auf die eigene Studie folgende wesentliche Aspekte festhalten:

- Pionierarbeiten zur Strukturanalyse der menschlichen Intelligenz (z.B. Spearman 1904, 1927; Thurstone 1938) kennzeichnen den Faktor „space“

⁶⁷Unter den Bereich der *Räumlichen Orientierung* subsumiert Maier auch den Faktor *K*, (a.a.O.).

als einen Bereich menschlicher Intelligenz, der sich weitgehend etwa vom Bereich des Wortverständnisses oder der Wortflüssigkeit unterscheidet. Andere Konzepte wie das Strukturmodell von Guilford (1964, 1976) oder das Modell von Gardner (1985) erweitern dieses Bild menschlicher Intelligenz um neue Aspekte bezüglich der Komplexität der vermuteten Strukturen, weisen aber allesamt den Faktor Raumvorstellung als wesentliche Komponente aus.

- Thurstones Modell zur Strukturierung der Raumvorstellung in die Bereiche S_1 (räumliche Beziehungen) sowie S_2 (Veranschaulichung) und S_3 (räumliche Orientierung) stellt eine sinnvolle Orientierung dar. Für die Fundierung der eigenen Studie ist das Modell jedoch nicht ausreichend, zumal die eigenen Aufgaben einen Schwerpunkt auf mentale Rotationsleistungen legen, deren entsprechende Aufgabenvariationen allen drei Bereichen Thurstones mehr oder weniger explizit zugeordnet werden können. Besondere Nähe der hiesigen Arbeit lässt sich zu den Faktoren S_1 und S_2 herstellen: Von den Kindern müssen die räumlichen Beziehungen innerhalb der starren Bauvorlage erfasst werden, die sodann gedanklich in andere Lage gebracht werden muss (S_1). Die Konstruktion der entsprechenden (rotierten) eigenen Figur stellt demgegenüber eher einen Prozess der Veranschaulichung (S_2) dar, zumal hier einzelne Würfel oder auch (aufgestellte, gekippte bzw. gedrehte) Segmente aus mehreren Würfeln zusammengefügt werden müssen, die räumlichen Relationen dieser Teilfiguren also konkret handelnd, bzw. eben auch vorab in der Vorstellung verändert werden müssen. Zudem ist es für die Kinder hilfreich, sich beim Vergleich von Bauvorlage und eigener Konstruktion in unterschiedliche Perspektiven auf die Bauwerke hineindenken zu können (S_3).
- Der Ansatz von Guilford greift wesentliche Strukturierungsgedanken Thurstones auf und reichert das Verständnis der Vorstellungsfähigkeit von Rotationen im Rahmen seines Intelligenzstrukturmodells auf facettenreiche Weise an. Für die mathematikdidaktischen Interessen der eigenen Arbeit stellt die Strukturierung dieses Modells jedoch eine kaum greifbare Vielfalt dar. Daher fließt das Modell abgesehen von der hier erfolgten Darstellung in die weitere Arbeit nicht weiter ein. Aufgegriffen werden soll lediglich noch einmal der Gedanke, dass zur Lösung der eigenen Aufgaben offenbar neben räumlich-visuellen oder -haptischen Kompetenzen der Wahrnehmung und Vorstellung auch logisch-schlussfolgerndes Denken eingesetzt werden kann (vgl. Kap. 5.1, S. 244ff).

- Die Fähigkeit zur Vorstellung von Rotationen wird gegenüber den Arbeiten Thurstones und Guilfords im Kategoriensystem von Linn und Petersen nicht nur explizit hervorgehoben, sondern als eigene Subkomponente der Raumvorstellung verstanden. Die zentralen Anforderungen der Aufgabenstellungen in der eigenen Untersuchung können somit definitorisch plausibel abgegrenzt werden.

Im Hinblick auf die Dimensionen der Raumvorstellung kann das Modell von Linn und Petersen vor allem als erweiternde Bereicherung des Thurstoneschen Ansatzes gewertet werden (vgl. Maier 1999, 48f), zumal es bezogen auf die eigenen Interessen an der Vorstellungsfähigkeit von Rotationen sinnvolle Verbindungen zwischen faktorenanalytischen Betrachtungen zur Raumvorstellung und den in Kap. 2.15 dargestellten Errungenschaften aus kognitiver Perspektive herstellt. Auch differentielle Betrachtungen (s. auch Kap. 2.3, S. 93ff) und die in der eigenen Arbeit besonders beachtete strategische Perspektive werden dabei berücksichtigt.

- Die Definition mentaler Rotation wird zudem als offen für die Variation der Aufgabenstellungen durch die Verfasserin der vorliegenden Arbeit angesehen: Linn und Petersen beziehen sich in ihren Formulierungen auf zwei- oder dreidimensionale Figuren. Wenngleich sie sich in ihrer Analyse vorwiegend auf Beispiele aus Papier-Bleistift-Umgebungen beziehen, schränken sie ihre Darstellungen nicht explizit nur auf *ebene Darstellungen* dieser Figuren ein. Untersuchungen mit blinden oder sehbehinderten Versuchspersonen knüpfen an diese offene Auslegung des Begriffs an und beziehen den Terminus „mentale Rotation“ auch auf Aufgabenstellungen, bei denen mit taktil erfassbaren, konkreten dreidimensionalen Objekten gedanklich operiert werden soll (vgl. z.B. Ausführungen zur Arbeit von Garbis 1997, S. 55.)

- Im Hinblick auf die Fragestellungen der eigenen Arbeit erscheint die psychometrische Perspektive nicht ausreichend, wenngleich sie eine wesentliche Stütze bei der inhaltlichen Verortung der eigenen Aufgabenstellungen darstellt. Entsprechend muss eine Integration kognitiver und psychometrischer Sichtweisen angestrebt werden, die auch die von Linn und Petersen (1985) erörterten differentiellen und strategischen Gesichtspunkte einbezieht:

„Since the psychometric perspective yields categorizations that depend on the tests used for the investigation, this approach will never yield a general answer. In contrast, research from the cognitive perspective, identifying processes used to solve the tasks thought to measure spatial

ability, offers some promise for identifying general categories of spatial ability“ (Linn und Petersen 1985, 1482).

- Festzuhalten ist, dass unter dem Begriff der Raumvorstellung eine Bandbreite von Teilfähigkeiten subsumiert werden kann. Fachdidaktische Forschung kann sich die dargestellten faktorenanalytischen Vorarbeiten zunutze machen und eigene Forschungsinteressen entsprechend einordnen bzw. präzisieren. Aus Sicht der Verfasserin der vorliegenden Arbeit sollten die vorgestellten Testitems im Unterricht der Grundschule jedoch erst nach dem Erwerb entsprechender konkreter Handlungserfahrung repliziert werden.

Papier-Bleistift-Tests werden in diesem Sinne entsprechend auch für die zentralen Fragestellungen der eigenen Studie abgelehnt, zumal anzunehmen ist, dass die Dekodierungsfähigkeiten bzw. Strukturierungsweisen bei zweidimensionalen Darstellungen räumlicher Objekte (vgl. auch Kap. 3.2.1, S. 116ff) einen wesentlichen Einfluss auf die Bearbeitung von Aufgabenstellungen dieser Art ausüben. Für Kinder im Grundschulalter werden diese Kompetenzen jedoch gegenwärtig erst untersucht (vgl. Merschmeyer-Brüwer 2001a; Ben-Chaim u. a. 1985; Battista und Clements 1996, 1998).

2.3 Differentielle Betrachtungen

Die differentielle Perspektive auf das Phänomen der Raumvorstellung rückt die Betrachtung von *Unterschieden* der räumlichen Vorstellungsfähigkeiten in den Mittelpunkt des Interesses, die im Wesentlichen den Vergleich von Raumvorstellungsleistungen unterschiedlicher Populationen (z.B. weiblichen und männlichen Probanden) beinhaltet. Wenngleich in der eigenen Analyse gruppenspezifische Unterschiede bei der Bearbeitung der Aufgabenstellungen nicht explizit in den Mittelpunkt gerückt werden, liefern Ergebnisse aus dieser Forschungsrichtung doch wichtige Anhaltspunkte für die eigene Studie, zumal v.a. geschlechtsspezifische Unterschiede häufig auch mit dem Einsatz unterschiedlicher Lösungsstrategien in Verbindung gebracht werden.

2.3.1 Kommen Frauen nicht „ins Rotieren“? - Unterschiede zwischen den Geschlechtern bei mentaler Rotation

Geschlechtsspezifische Unterschiede bei mentaler Rotation werden auf breiter empirischer Basis diskutiert (vgl. Maccoby und Jacklin 1974; Mc Gee 1979; Quaiser-Pohl 1998; Maier 1996a, 1999; Quaiser-Pohl und Jordan 2004). Der auch in populärwissenschaftlichen Veröffentlichungen vielfach angesprochene „kleine Unterschied“ bietet jedoch häufig klischeehaften Darstellungen Nahrung:

„Frauen haben keine guten räumlich-visuellen Fähigkeiten, weil sie von jeher kaum etwas anderes jagen mußten als Männer.“ „Wollen Sie ein glückliches Leben führen? Dann bestehen Sie niemals darauf, daß eine Frau eine Karte oder einen Stadtplan für Sie liest.“ (Pease und Pease 2000, 167; 181)

Diese stark vereinfachten Provokationen bedürfen der Differenzierung⁶⁸: So gilt es für die eigene Arbeit vor allem zu klären, in welchem Umfang geschlechtsspezifische Unterschiede bei Anforderungen mentaler Rotation zu erkennen sind. Sollte ferner damit zu rechnen sein, dass sich diese Unterschiede auch schon im Grundschulalter feststellen lassen, wäre eine entsprechende Erweiterung der eigenen Fragestellungen zu erwägen.

Analysen in jüngerer Zeit konnten feststellen, dass sich die oftmals als so „typisch“ angesehenen Unterschiede der Geschlechter beim räumlichen Vorstellen generell vermindern, wenngleich nach wie vor häufig männliche

⁶⁸Quaiser-Pohl und Jordan (2004) liefern eine sehr unterhaltsame, wissenschaftlich fundierte Stellungnahme zu den Ausführungen von Pease und Pease.

Probanden bessere Leistungen (v.a. schnellere Reaktionen, höhere Erfolgsquoten) erzielen als weibliche (vgl. Feingold 1988; Maier 1996a; Quaiser-Pohl 1998; Quaiser-Pohl und Jordan 2004). Bemerkenswert erscheint jedoch, dass diese Beobachtungen auf den Bereich mentaler Rotation nicht ohne weiteres übertragbar sind (vgl. Linn und Petersen 1985; Stumpf und Klieme 1989; Masters und Sanders 1993) und auch Maier (1996, 252) auf der Grundlage zahlreicher aktueller Befunde bemerkt: „Zweifelsfrei liegen im Bereich der ‚Vorstellungsfähigkeit von Rotationen‘ besonders markante geschlechtsspezifische Differenzen vor.“

Bereits Vandenberg und Kuse konstatieren bezogen auf den von ihnen entwickelten „Mental Rotation Test (MRT)“ (vgl. S. 73) „sex differences in favor of males“ (Vandenberg und Kuse 1978, 600). Geschlechtsspezifische Leistungsunterschiede, die einen Vorteil für männliche Versuchspersonen erkennen, konnten auch in den Untersuchungen mit rotierten Schlauchfiguren (vgl. S. 78) repliziert werden (vgl. Stumpf und Fay 1981, 171). Eine jüngere Untersuchung von Stumpf und Klieme (1989) untersucht die (Rotations-) Leistungen einer großen Anzahl von Teilnehmern des sog. „Medizinertests“ über einen Zeitraum von ca. 10 Jahren mit den „Schlauchfiguren“-Aufgaben. Neben der angesprochenen Konvergenz im Hinblick auf Geschlechterunterschiede verweisen die Autoren hier jedoch auch darauf, dass die beobachtbaren Effektgrößen über den gesamten Zeitraum erstaunlich stabil blieben (a.a.O., 919⁶⁹).

Linn und Petersen fanden ebenfalls heraus, dass Unterschiede zwischen männlichen und weiblichen Probanden vor allem im Zusammenhang mit Aufgaben aus dem Kontext mentaler Rotation zu verzeichnen waren (Linn und Petersen 1985, 1479). Allerdings diagnostizieren die Autorinnen in ihren Untersuchungen vor allem Unterschiede hinsichtlich der *Geschwindigkeit*, in der gedanklich Rotationen geleistet werden können: „(...) males and females differ primarily on speed of mental rotation, not accuracy.“ (Linn und Petersen 1985, 1490). Ähnliche Ergebnisse erzielen auch Kail und Carter (Kail und Carter 1980, zit. nach Quaiser-Pohl 1998, 43).

Zu welchem Zeitpunkt innerhalb der Entwicklung Unterschiede (zumeist bezogen auf die Anzahl richtiger Lösungen in Papier-Bleistift-Tests) erstmals zu beobachten sind, ist in der Forschung umstritten: Einerseits wird häufig referiert, dass der für männliche Versuchspersonen dokumentierte Vorsprung nicht vor Einsetzen der Pubertät statistisch erfassbar ist (z.B. Mc Gee 1979,

⁶⁹Zu bedenken ist bei der Interpretation dieser Ergebnisse einschränkend, dass das hier untersuchte Sample lediglich Aspiranten für das Medizinstudium umfasst.

898): „(...) differences (hier beim Kartenverständnis, Anm. S.R.) were greatest between boys and girls of older ages.“ (vgl. auch Mc Gee 1979, 909). Andererseits finden sich bereits bei McFarlane (Mc Farlane 1925, 53) auch Untersuchungsbefunde, die Unterschiede *vor* Beginn der Pubertät ausmachen und hier ebenfalls einen Vorsprung für männliche Teilnehmer feststellen (vgl. weitere Studien bei Mc Gee 1979, 895). Linn und Petersen erklären sich diesen Widerspruch allerdings vor allem vor dem Hintergrund eines Mangels an Untersuchungen, die bereits vor der Pubertät ansetzen⁷⁰: „The speculative link of sex differences in spatial ability to the biological changes in adolescence may have been based more on the limited number of convincing studies with preadolescent subjects than on a lack of differences between boys and girls on spatial ability tasks prior to adolescence.“ (Linn und Petersen 1985, 1480, vgl. auch a.a.O., 1492).

Auch die vorliegende Untersuchung vermag die hier angesprochene Lücke nicht zu füllen, wenngleich dies zweifelsohne wünschenswert wäre. Die eigene Studie sieht sich jedoch in Anbetracht der kaum überschaubaren Flut von Untersuchungen mit Erwachsenen oder Jugendlichen vielmehr mit einem grundsätzlichen Mangel an Untersuchungen konfrontiert, die die gedankliche Rotationsfähigkeit bei *Kindern im Grundschulalter* intensiv untersuchen. Hier gilt es in einem ersten Schritt, das vorhandene Material zu sichten, zu strukturieren und es durch eigene Befunde zu ergänzen. Dies geschieht, indem an unterrichtsähnliche Situationen angeknüpft wird, womit die eigene Untersuchung besondere Relevanz für den Geometrieunterricht in der Grundschule aufweist und vor allem den Charakter erster „Bestandsaufnahmen“ hat. Die Frage geschlechtsspezifischer Differenzen bezogen auf den Einsatz möglicherweise deutlich zu unterscheidender Strategien für diese Altersstufe kann entsprechend der dabei für die hiesige Arbeit gebotenen Einschränkung lediglich am Rande betrachtet werden.

Aus didaktischer Sicht besonders bedeutsam erscheint hingegen die einzeln in der Literatur zu findende Beobachtung, dass sich insbesondere statistisch erfasste und analysierte Ergebnisse in Tests aus dem Bereich mentaler Rotation innerhalb eines Geschlechts nicht immer normal verteilen. „Entsprechend ist es notwendig noch weitere Parameter zu berücksichtigen.“ (Quaiser-Pohl 1998, 46). Auch Waber bemerkt bereits 1977: „As with any complex behavior, it must be assumed that these sex differences are multidetermined.“ (Waber 1977, 29).

⁷⁰Maier (1996, 251) verweist darauf, dass Daten zur mentalen Rotation mit dem MRT bislang frühestens ab einem Alter von 13 Jahren erhoben wurden.

Zu unterscheiden ist also im Folgenden einerseits zwischen quantitativen Unterschieden, die mittels statistischer Erfolgsquotenanalyse erfassbar sind, und qualitativen Unterschieden, also individuell unterschiedlichen Lösungsprozessen. Andererseits werden in der Literatur verschiedene Erklärungsansätze (z.B. biologischer Art oder Sozialisationseinflüsse) für die Erklärung quantitativer oder qualitativer Unterschiede bei mentaler Rotation diskutiert. Die folgenden beiden Kapitel unternehmen den Versuch einer Übersicht.

2.3.2 Erklärungsansätze für Unterschiede beim mentalen visuellen Rotieren

2.3.2.1 Erklärungsansätze auf der Grundlage biologischer Erkenntnisse

Untersuchungen, die an Befunde der biologischen Forschung anknüpfen, entwickelten sich in der Vergangenheit vor allem vor dem Hintergrund der vielfach replizierten (v.a. quantitativen) Geschlechtunterschiede zugunsten männlicher Probanden bei mentaler Rotation⁷¹. Quaiser-Pohl (Quaiser-Pohl 1998, 27) weist jedoch darauf hin, dass die auf dieses Gebiet bezogene Ursachenforschung bislang kein eindeutiges Bild ergibt.

Genetische Einflüsse (vgl. Bock und Vandenberg 1968; Mc Gee 1979; Bock und Kolakowski 1973; Quaiser-Pohl 1998; Quaiser-Pohl und Jordan 2004) werden in der psychologischen Fachliteratur dabei ebenso kontrovers diskutiert wie der **Einfluss von Sexualhormonen auf räumliche Denkleistungen**. Beispielsweise erzielen besonders androgyne weibliche Probandinnen⁷² häufig besonders gute Ergebnisse in Raumvorstellungstests, während interessanterweise vergleichbare körperliche Ausprägungen bei Männern mit schlechteren Raumvorstellungsleistungen korrelieren (vgl. Quaiser-Pohl 1998; Petersen 1976; Mc Gee 1979). Entsprechend resümiert Mc Gee (vgl. Mc Gee 1979, 903; 906), dass wohl vor allem eine ausgeglichene Balance zwischen männlichen und weiblichen Hormonen von Bedeutung ist und nicht angenommen werden darf, es käme auf die absolute Höhe des Spiegels männlicher Hormone an. Von Veränderungen des Hormonspiegels in der Pubertät kann entsprechend angenommen werden, dass sie sich auf die Entwicklung räum-

⁷¹Auf eine umfangreiche Zusammenstellung der einschlägigen Untersuchungen wird an dieser Stelle verzichtet (vgl. Mc Gee 1979; Quaiser-Pohl 1998; Quaiser-Pohl und Jordan 2004; Halpern und Tan 2001).

⁷²zumeist gekennzeichnet durch äußerliche Merkmale wie breite Schultern, ausgeprägte Muskeln, schmale Hüften usw.

lichen Vorstellungsleistungen niederschlagen (vgl. Kap. 3.3.3, S. 173⁷³).

Neurologische Befunde schreiben den im Gehirn angesiedelten lokalen Arealen bestimmte Funktionen zu. Seit geraumer Zeit werden beispielsweise Zentren für das Verstehen oder Produzieren von Sprache, bzw. für Raumvorstellungsleistungen vermutet (vgl. Mc Gee 1979, 906ff, s. auch Maier 1999, 215ff). Unterschiede in Bezug auf die Größe und die Struktur der Gehirne bzw. in Bezug auf deren Funktion bieten Anlass für die Vermutung entsprechender Effekte auf Raumvorstellungsleistungen (u.a. auch im Bereich mentaler Rotation)⁷⁴.

Jüngste Untersuchungen von Jordan u. a. (2002) kommen zu dem Ergebnis, dass in den Gehirnen weiblicher Versuchspersonen teilweise andere Areale als bei männlichen Probanden besondere Aktivität verzeichnen - auch wenn die äußerlich beobachtbaren Leistungen der entsprechenden Probanden ähnlich sind⁷⁵. Dies veranlasst die Autoren zu der Interpretation, dass Männer und Frauen unterschiedliche Strategien zur Lösung von Rotationsproblemen einsetzen, die sich in verschiedenartigen Mustern kortikaler Aktivität offenbaren (s. auch den Comic in Abb. 2.43).

Diese Vermutung *strategischer* Differenzen zwischen den Geschlechtern zieht sich durch weite Bereiche der aktuellen Forschung um geschlechtsspezifische Unterschiede im mentalen Rotieren, wenngleich andere Studien in der überwiegenden Mehrheit keine Messungen von Gehirnaktivitäten durchführen, sondern sich anderer Methoden bedienen (vgl. Kap. 6.3.1, S. 319).

Die Erforschung unterschiedlicher Strategien weiblicher und männlicher Probanden unter differentieller Perspektive stellt damit eine der wesentlichen Motivationen Anknüpfungspunkte zur breiten Erforschung des Bereiches strategischer Differenzen dar. Allerdings ist der Umfang an Arbeiten, die sich grundsätzlich dem Thema individuell unterschiedlicher Lösungswege bei mentaler Rotation widmen, so groß, dass darauf näher erst in Kapitel 5.2 (v.a. S. 266) eingegangen werden soll. Hier wird sich aus geometriedidakti-

⁷³vgl. auch ergänzende Übersicht zu hormonellen Einflüssen auf Raumvorstellungsleistungen bei Quaiser-Pohl (1998, 55ff) bzw. Quaiser-Pohl und Jordan (2004, 56ff), beste Leistungen im MRT erzielen Frauen demnach während der Menstruation (a.a.O., 66)

⁷⁴Eine gut verständliche Einführung in die bei Prozessen mentaler Rotation zu diagnostizierenden Gehirnaktivitäten, die in der eigenen Arbeit jedoch nicht weiter ausgeführt werden sollen, findet sich beispielsweise bei Jordan, Wüstenberg u.a. (2002) oder Quaiser-Pohl und Jordan (2004, 23-55 u. 90ff).

⁷⁵Unter „Hirnaktivierung“ wird hier die Änderung des Sauerstoffgehaltes im Blut in eingrenzenden Gehirnzonen verstanden (vgl. Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 51).

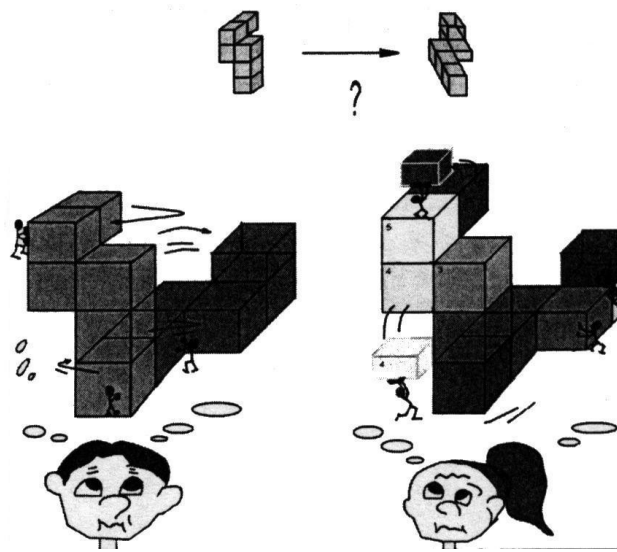


Abbildung 2.43: Wie arbeiten die Gehirne von Männern und Frauen? (Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 110)

scher Sicht die Frage stellen, ob der Einsatz einer bestimmten Strategie bei einer mentalen Rotationsaufgabe tatsächlich nur biologisch determiniert ist oder ob auf diese Entscheidungen auch äußerlich eingewirkt werden kann.

2.3.2.2 Äußerlich beeinflussbare Bedingungen

Aus didaktischer Sicht sind gegenüber den referierten biologischen Determinanten vor allem die von außen beeinflussbaren Faktoren von Interesse, die sich auf mentale Rotationsleistungen sowohl in quantitativer aber auch in qualitativer Hinsicht niederschlagen können. Erfahrungen mit der uns umgebenden Umwelt und ihrer Struktur verbessern unsere Leistungen in Raumvorstellungstests, wie vielfältige Trainingsstudien zeigen.

Trainingsstudien unterteilen in der Regel die zu untersuchende Population in eine Gruppe, die ein spezielles Training genießt bzw. eine zweite Gruppe (Kontrollgruppe), die nicht in besonderer Weise gefördert wird. Für den Bereich mentaler Rotation sind die Befunde jedoch wiederum nicht konsistent: Während weibliche Studentinnen des Studienganges Architektur offenbar in höherem Maße als ihre männlichen Kommilitonen von Trainings im Bereich Mentaler Rotation profitieren (vgl. Leopold 2000), konnte McGee

(1978) keine unterschiedlichen Leistungszuwächse bei Männern und Frauen nach praktischen Trainings zum „Mental Rotation Test“ finden. Es liegt nahe zu vermuten, dass nicht entscheidend ist, *dass* trainiert wird, sondern *wie* dies geschieht. Da der Bereich der Trainingsstudien in besonderer Weise die mathematikdidaktische Forschung in diesem Bereich berührt, werden wir auf die zahlreichen Veröffentlichungen aus fachdidaktischer Perspektive ausführlich noch einmal in Kap. 4.2.1, S. 193ff eingehen.

Gesellschaftlicher bzw. familiärer Sozialisation kommt ebenfalls eine die Raumvorstellungsfähigkeit determinierende Rolle zu⁷⁶. Bereits Vandenberg und Kuse konstatieren: „(...) sex difference in spatial ability increases with the onset of puberty, either because of the effect of hormones or due to greater pressure of sex-role expectations.“ (Vandenberg und Kuse 1978, 602)⁷⁷.

Unterschiedliche Bewegungsräume vom Mädchen und Jungen beeinflussen v.a. die Entwicklung der räumlichen Orientierung von Kindern (vgl. Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 75ff): „von gleichaltrigen Freundinnen begleitet zu werden, scheint demnach ein für Mädchen typisches Muster der Raumaneignung zu sein.“ (Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 78), wohingegen Jungen den Weg zu einem Treffpunkt eher allein zurücklegen. Zudem spielen Mädchen im Grundschulalter in der Regel vergleichsweise weniger als Jungen mit technischem, bzw. konstruktivem Spielzeug und verfügen entsprechend häufig über weniger handwerkliche Fähigkeiten als Jungen (vgl. Baenninger und Newcombe 1989)- wenngleich auch diese Geschlechtsunterschiede, die sich stark auf die Entwicklung kognitiver Fähigkeiten auswirken, offenbar immer weiter abnehmen (vgl. Stumpf und Klieme 1989).

Quaiser-Pohl (1998, 100) fand bezüglich des Einflusses von Vorerfahrungen auf Leistungen, die mittels mentaler Rotation gelöst werden können, heraus, dass das Ergebnis ihrer Probanden im Test „Schlauchfiguren“ (vgl. Abb. 2.34, S. 78) umso *besser* war, je *weniger* typisch weibliche Freizeitaktivitäten (z.B. Stricken) eine Person ausübte. Auch persönliche Handlungserfahrungen, die an die Händigkeit einer Person gebunden sind (und auf die an sich nicht von außen eingewirkt werden kann), beeinflussen offenbar Leistungen im MRT: „(...) right handed subjects do more poorly than left-handed and ambidextrous subjects on tasks requiring mental rotation.“⁷⁸ (Casey u. a. 1986, 394).

⁷⁶(Einen ergänzenden Überblick geben Maier 1999; Quaiser-Pohl 1998; Quaiser-Pohl und Jordan 2004)

⁷⁷vgl. obige pauschale Äußerungen zur vermeintlichen Unfähigkeit von Frauen, ihren Wagen einzuparken...

⁷⁸Ähnliche Befunde referiert auch Maier 1999, 225f

Die Autoren fanden zudem ergänzende Hinweise darauf, dass die Händigkeit einzelner Familienangehöriger u.U. noch stärker als die eigene Händigkeit der Probanden die Leistung bei mentalen Rotationsleistungen beeinflusst (a.a.O., S. 391). Diese zunächst gewagt anmutende Annahme stützt sich auf Befunde zu den von den Probanden (nach entsprechender Instruktion) eingesetzten Strategien, auf die in Kap. 5.2.1 (S. 270) noch näher eingegangen wird.

Auch „typische“ weibliche Zurückhaltung und Vorsicht können von entsprechender Erziehung oder Vorbildern in der Umwelt geprägt sein: Linn und Petersen beobachteten bei ihren Probandinnen wiederholtes Prüfen einer an sich bereits gelösten Rotationsaufgabe und sehen dies als mögliche Ursache für deutlich differierende Reaktionszeiten an: „(...) caution in the form of double-checking responses may hinder performance on mental rotations (...)“ (Linn und Petersen 1985, 1490). In diesem Sinne sind auch das eigene fähigkeitsbezogene Selbstkonzept, das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten bzw. Faktoren wie Motivation als wesentliche Determinanten für das Gelingen mentaler Rotationsleistungen zu werten (vgl. Quaiser-Pohl 1998; Quaiser-Pohl und Lehmann 2000; Quaiser-Pohl und Jordan 2004). Hinsichtlich der gesellschaftlichen Erwartung zum Rollenverhalten ist in den letzten Jahrzehnten jedoch ein Wandel zu verzeichnen, was in der einschlägigen Literatur als mögliche Erklärung für die Verminderung von Geschlechtsunterschieden bei Leistungen zu Raumvorstellung diskutiert wird.

Die Bedeutung von handlungsgebundenen Vorerfahrungen in Bezug auf mentale Rotationleistungen stellen auch Ozel, LaRue und Molinaro (2000) heraus. Sie untermauern mit ihren Untersuchungen gewissermaßen noch einmal die in Kap. 2.1.3 formulierte Annahme, transformierbare Repräsentationen stützten sich im Wesentlichen auf vorab gesammelte aktive Handlungserfahrungen, zumal sie Unterschiede beim mentalen visuellen Rotieren auf die Qualität sportlicher Aktivitäten ihrer Untersuchungsteilnehmer zurückführen können. Dabei zeigen sie auf, dass Sportarten wie rhythmische Sportgymnastik einen besonders positiven Einfluss auf die Entwicklung der Kompetenz mentaler Rotation ausüben, zumal hier der Anteil physikalisch mit dem eigenen Körper zu praktizierender Drehungen besonders hoch sei: „Au regard de ces données, on peut envisager que la pratique d’activités physiques impliquant des rotations modifie la capacité à effectuer des rotations mentales.“ (Ozel u. a. 2000, 1).

Die Art der Aufgabenpräsentation und die Komplexität der Stimuli können die Leistungen mentaler Rotation ebenfalls stark beeinflussen. In Kap. 2.1.3 (S. 45ff) wurden bereits verschiedene Studien vorgestellt, die zumeist vor dem Hintergrund von Fragen zur Qualität mentaler Repräsentationen durchgeführt wurden. Wenngleich vielen dieser Untersuchungen die Fokussierung auf Aspekte mentaler Rotation gemein ist, weisen die einzelnen Studien z.T. doch recht große Unterschiede auf, was den Charakter der Aufgaben(stellungen) anbelangt.

Während bei Shepard und Metzler (S. 49) der Vergleich *gleichzeitig angebotener* Stimuli erfolgte, sind beispielsweise die Untersuchungen von Cooper (vgl. S. 46) oder von Hertzog u.a. (vgl. Cooper 1975, 1976b; Hertzog und Rypma 1991; Tarr und Pinker 1990) bezüglich der Art der Aufgabenpräsentation durch eine *sequenzielle Präsentation* der Darstellungen gekennzeichnet: Die Probanden müssen sich eine Figur merken und sie mit einer im Anschluss daran präsentierten Figur vergleichen. Die unterschiedlichen Präsentationsstile beeinflussen offenbar die Reaktionszeiten, in denen Probanden zu Ergebnissen mentaler Rotation gelangen. So fanden verschiedene Autoren heraus, dass die Reaktionszeiten vergleichsweise langsamer waren, wenn sowohl Ausgangsfigur als auch Vergleichsfigur gleichzeitig zu sehen waren (vgl. Steiger und Yuille 1983; Jolicoeur u. a. 1985; Shepard und Metzler 1988)⁷⁹.

Einfluss auf den Erfolg bei gedanklich zu lösenden Rotationsaufgaben können auch Veränderungen der Versuchsumgebung bewirken, die mit einem besonderen Leistungsdruck auf die Versuchspersonen verbunden sind („Leistungsfaktoren“ Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 16). So zeigen Cohen u.a. (vgl. Cohen und Blair 1998; Cohen und Kubovy 1993), dass ein durch akustische Signale evozierter Zeitdruck dazu führen kann, dass der lineare Zusammenhang zwischen der Größe des Rotationswinkels und den Reaktionszeiten der Probanden zu einer eher zufälligen Kurve zerfällt. Auch die Bearbeitungszeit für den MRT ist in seiner ursprünglichen Anlage zeitlich begrenzt, so dass alle Aussagen über die grundsätzliche *Kompetenz*, mentale Rotation erzielen zu können, nicht auf rein quantitative Daten über richtige und falsche Lösungen zurückgeführt werden dürfen, wenn diese unter dem angesprochenen Leistungsdruck gewonnen wurden. Differenzierte, d.h. qualitative Betrachtungen der *Lösungswege* erscheinen vor diesem Hintergrund besonders wichtig, wenn der didaktische Blick auf die Fähigkeit zu mentaler Rotation nicht verloren gehen soll.

So ist davon auszugehen, dass sich auch die Bekanntheit der Stimuli auf

⁷⁹zum Effekt der Qualität von Instruktionen auf die Performanz von Kindern vgl. auch Marmor (1975), S. 169

mentale Rotationsleistungen von Grundschulkindern niederschlägt. Marmor (1975) dokumentiert beispielsweise, dass auch 5-jährige bereits in der Lage sind, zwischen zwei Darstellungen von Pandabären in verschiedenen Ausrichtungen zu unterscheiden⁸⁰.

Corballis u. a. (1976) geben zudem Hinweise darauf, dass fixierte Blickrichtungen (bedingt durch den schräg gestellten Kopf der Probanden) die Rotationsraten bei der Rotation von Punktmustern und buchstabenähnlichen Mustern maßgeblich beeinflussen können.

Kommen wir noch einmal explizit auf Untersuchungen zurück, die geschlechtsspezifische Unterschiede in den Mittelpunkt ihrer Studien stellen und dabei vor allem die Qualität der Aufgaben berücksichtigen: Besonders interessant im Hinblick auf die eigene Studie ist dabei eine Untersuchung von Mc Williams u. a. (1997), die sowohl die Darstellungen von Shepard und Metzler (1971, s. S. 49) als auch solide dreidimensionale Holzmodelle zur Rotation anboten, welche in ihrer Struktur den bekannten Würfelketten entsprachen. Die bei den ebenen Darstellungen beobachteten, für die mentale Rotation typischen Leistungsunterschiede zugunsten der männlichen Probanden waren bei den gleichen Gruppen im Umgang mit den soliden Modellen nicht mehr zu erkennen.

Variationen hinsichtlich der *Komplexität der Stimuli* sind in den oben zitierten Untersuchungen ebenfalls zu beobachten. Die zunehmende Komplexität ebener Figuren (d.h. eine zunehmende Anzahl der Eckpunkte zufälliger Polygone) wirkte sich in einer Untersuchung von Cooper (1975) nicht auf die Rotationsleistungen der Probanden aus. Folk und Luce (Folk und Luce 1987, zit. nach Bauer und Jolicoeur 1997) kamen jedoch zu Ergebnissen, die diesen Befunden widersprachen. Auch Tarr und Pinker (1990) verweisen darauf, dass die Probanden in ihrer Untersuchung um so schnellere sichere Aussagen zu rotierten Figuren machen konnten, je geringer die Anzahl der zur Identifikation der Figur *minimal* benötigten strukturellen Informationen war. Kosslyn bemerkt entsprechend: „(...) we cannot be sure that ‚complexity‘ is correctly defined by reference to the number of points on a random polygon (wie bei Cooper, Abb. 2.13, S. 46, Anm. S.R.).“ (Kosslyn 1980, 299). Ergebnisse von Schwartz (Schwartz 1979, zit. nach Kosslyn 1980, 298f) belegen vielmehr, dass beispielsweise für die Rotation größerer ebener Figuren mehr

⁸⁰Auf zwei Karten hält ein Bär seinen linken Arm hoch, auf zwei weiteren Karten hebt der Bär seinen rechten Arm. Die Kinder müssen im Test jeweils entscheiden, ob zwei gleichzeitig angebotene Zeichnungen in teilweise rotierter Lage den gleichen Bären zeigen oder nicht (vgl. auch Kap. 3.3.2, S. 169).

Zeit benötigt als für die Rotation strukturgleicher kleinerer Figuren um den gleichen Winkel.

Vielfach finden sich zudem Untersuchungen, die die Anzahl der Einzelwürfel in zu rotierenden Würfelketten variieren: Metzler und Shepard (1974) verwendeten beispielsweise Konfigurationen, die sich aus sieben Einzelwürfeln konstituierten und darüberhinaus nur zwei Abknickungen innerhalb der Würfelreihe aufwiesen. Diese Figuren (vgl. Abb. 2.44) konnten wesentlich schneller rotiert werden als die Würfelzehnlänge (vgl. Shepard und Cooper 1982, 52ff).

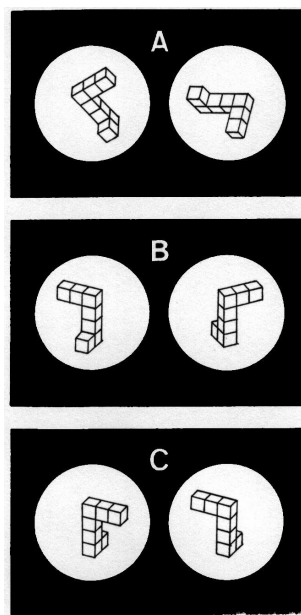


Abbildung 2.44: Würfelkonfigurationen aus 7 Einzelwürfeln (Shepard und Cooper 1982, 52)

Andere Autoren wie Yuille und Steiger (1982) erweitern die Würfelkonfigurationen um zusätzliche Einzelwürfel und stellen entsprechend fest, dass dies zu einer erheblichen Verlangsamung der Rotationszeiten führe. Vielfach wird in diesem Zusammenhang überdies berichtet, dass Versuchspersonen keineswegs sämtliche der zur Verfügung stehenden Informationen in die Bearbeitung einer Rotationsaufgabe einbeziehen (vgl. Yuille und Steiger 1982 sowie Bauer und Jolicoeur 1996).

Teilweise konträr zu den zitierten Befunden, denen zufolge eine *Steigerung* der Komplexität der Konfigurationen eine Verlangsamung des Bearbeitungsprozesses mit sich bringt, kommen Bryden u. a. (1990) überraschenderweise

zu Ergebnissen, die zeigen, dass eine *Reduktion* der Komplexität ähnliche Effekte erzielen kann: Die Autoren variierten die Komplexität der Würfelketten von Shepard und Metzler einerseits hinsichtlich der Anzahl der verwendeten Einzelwürfel (7 oder 10) sowie andererseits hinsichtlich der Anzahl der Abknickungen innerhalb der Konfiguration (2 oder 3). Zudem boten sie ihren Probanden (ebenso wie später Mc Williams u.a.) einerseits Skizzen der Würfelfiguren sowie andererseits massive Modelle der Konfigurationen an. Wenngleich sie zunächst davon ausgingen, dass sich die Komplexität der Stimuli auf den Reaktionszeiten der Probanden gemäß der Befunde anderer Autoren (vgl. obige Ausführungen zu Metzler und Shepard 1974; Yuille und Steiger 1982) niederschlagen würde, konnten sie deren Befunde nicht für alle Bereiche ihrer Untersuchung stützen. Lediglich in Experimenten, in denen ein und dieselbe Person jeweils verschiedene Komplexitätsvarianten bearbeiten sollte, stellte sich sowohl für Männer als auch für Frauen heraus, dass die Konfigurationen, die aus *weniger* Einzelwürfeln bestanden (7), *langsamer* rotiert wurden als die 10er-Figuren:

„Subjects may, however, have found it more difficult to encode the configuration with the reduced number of blocks, since the different ‚arms‘ of the figure are somewhat easy less to discern.“ (Bryden u. a. 1990, 474). Größeren Einfluss auf die Reaktionszeiten als die Komplexität der Figuren übte jedoch in dieser Studie das Geschlecht der Probanden aus (a.a.O., 472).

Für die eigene Studie ergibt sich vor dem Hintergrund dieser offensichtlich nicht eindeutigen Forschungsergebnisse kein klarer Anhaltspunkt. Vielmehr soll in der eigenen Arbeit am Rande der Fragestellungen zumindest ansatzweise zu ergründen sein, ob und wie die Variation der Würfelanzahlen auf die Aktivitäten der Grundschulkinder Einfluss nimmt.

Bethell-Fox und Shepard (1988) wiederum replizierten im Wesentlichen die Befunde von Cooper für die bei ihnen rotierten schwarz-weiß Muster, schlussfolgern jedoch aus ihren Ergebnissen, dass die Versuchspersonen individuell unterschiedliche Strategien einsetzen, um die Aufgaben zu lösen. Die Qualität der eingesetzten Strategie⁸¹ hängt ihren Befunden zufolge zudem davon ab, wie vertraut die Figur den Probanden ist (vgl. Kap. 5.2, S. 272).

Wesentliche Determinante für eine erfolgreiche Bearbeitung der Rotationsaufgaben in den Untersuchungen von Bethell-Fox und Shepard ist darüber hinaus die der eigentlichen Rotation vorausgehende Leistung des Erfassens der vorgegebenen Muster. Auch die Rotation an sich könne von diesen Personen anschließend schneller vollzogen werden:

⁸¹ „analytic, verbally supported strategy“ vs. „rotation piece by piece“ vs. „as a whole“

„(...) subjects who made fewer errors encoded matrices in times that were shorter and less dependent on the degree of spatial compactness of the figural patterns. (...) Faster subjects may have compared matrices more holistically.“ Bethell-Fox und Shepard (1988).

Als gesichert kann der Befund angesehen werden, dass ebene Figuren (Cooper 1975, 1976) schneller (und damit vermutlich für die Versuchspersonen leichter) rotiert werden als die Abbildungen von dreidimensionalen Würfelkomplexen von Shepard u.a. (vgl. Jolicoeur u. a. 1985; Shepard und Metzler 1988; Bauer und Jolicoeur 1996).

Für die eigene Untersuchung von besonderem Interesse sind zudem Analysen zum Einfluss der *Dimensionalität von Würfelkonfigurationen*. Bauer und Jolicoeur (1996) fanden heraus, dass die Dimensionalität der Würfelkomplexe, d.h. im Wesentlichen die räumliche Ausrichtung von Einzelwürfeln oder Würfelsegmenten in den Figuren des MRT, z.T. erheblichen Einfluss auf die Geschwindigkeit hat, in der zwei gegebene (teilweise rotierte) Figuren miteinander verglichen werden können. Die Autoren sprechen hier von „3-dimensional“ und „2-dimensional figures“, die auf einem Computerbildschirm angeboten werden: Die „dreidimensionalen“ Figuren gleichen exakt den Figuren des MRT (S. 49, bzw. S. 73), weisen also jeweils ein Segment innerhalb der Figur auf, das parallel zur x, y bzw. z-Achse eines kartesischen Koordinatensystems verläuft. Demgegenüber werden von Bauer und Jolicoeur auch „zweidimensionale“ Figuren eingesetzt, deren sämtliche Einzelwürfel in einer einzigen Ebene angeordnet sind (vgl. Abb. 2.45).

Grundsätzlich halten die Autoren fest, dass Darstellungen „dreidimensionaler“ Figuren gedanklich schneller rotiert werden können als Abbildungen „zweidimensionaler“ Figuren. Dies gilt jedoch vor allem für männliche Versuchsteilnehmer; weibliche Versuchspersonen zeigen geringfügige Vorteile der „zweidimensionalen“ gegenüber den „dreidimensionalen“ Figuren (a.a.O., 86). Auch dieses Ergebnis lässt sich u.U. auf den Einfluss unterschiedlicher Strategien zurückführen. So erklären Bauer und Jolicoeur ihre Ergebnisse damit, dass die Rotation der ebenen Würfelgebilde anderen Prozessen unterworfen sein könnte als die Rotation von Würfelgebilden, deren Segmente teilweise aus einer Bauebene herausragen. Eine weitere Erklärung für die beobachteten Unterschiede könnte den Autoren zufolge darin liegen, dass „dreidimensionale“ gegenüber „zweidimensionalen“ Figuren die Verarbeitung von verhältnismäßig mehr Information hinsichtlich der Struktur der Objekte erfordern (vgl. Bauer und Jolicoeur 1996, 91), also auch mehr Anhaltspunkte für die Rotation bieten.

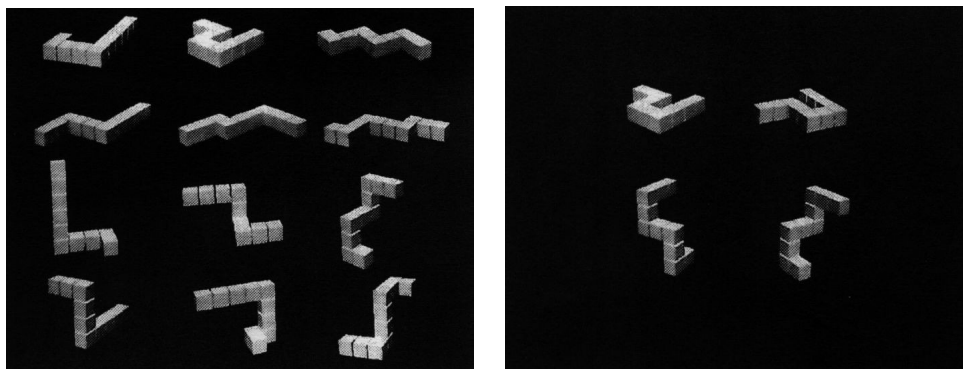


Abbildung 2.45: „Zweidimensionale“ und „dreidimensionale“ Würfelkonfigurationen in den Untersuchungen von Bauer und Jolicoeur (1996, 85)

Auch die *Anlage der Rotationsachsen* beeinflusst unter gewissen Umständen die Rotationsleistung, wie verschiedene Studien dokumentieren Kaushall und Parsons (1981); Parsons (1987c). Eine Rotation in der Ebene der Zeichnung erfolgt demzufolge in der Regel schneller als eine Rotation, die das Objekt in die Tiefe der Zeichnung hinein dreht⁸². Eine Erhöhung der Schwierigkeit sowohl für männliche als auch für weibliche Probanden ist offenbar auch gegeben durch die Kombination von Rotationen um eine vertikale *und* eine horizontale Achse (vgl. Peters u. a. 1995, 39)⁸³.

Zusammenhänge zwischen der Fähigkeit zu mentaler Rotation und Schulleistungen sollen abschließend ebenfalls in die Betrachtung möglicher Erklärungen für Unterschiede beim mentalen Rotieren aufgenommen werden. Allerdings sind in den hier anzusprechenden Untersuchungen die Ursache-Wirkungszuschreibungen naturgemäß deutlich diffuser als in den bisher referierten Studien. Konstatiert werden können lediglich statistische Korrelationen. Wie diese Zusammenhänge gedeutet werden, liegt schließlich in der Interpretation des Lesers und soll hier nicht weiter ausgeführt werden⁸⁴.

⁸²vgl. auch entsprechend differenzierte Instruktionen bei Bauer und Jolicoeur (1996); vergleichbare Befunde bei Friedman und Harding (Friedman und Harding 1990, zit. nach Kosslyn 1996, 349)

⁸³Eine umfangreiche Übersicht - insbesondere der Befunde von Shepard und Cooper - zu zahlreichen weiteren Variationen der Aufgabenstellungen zu mentaler Rotation, die jedoch die Konzeption der eigenen Untersuchung nicht weiter berühren, findet sich beispielsweise bei Kosslyn (1980, 311), bzw. im Sammelwerk von Shepard und Cooper (1982).

⁸⁴Ein statistischer Zusammenhang (etwa von guten Leistungen im MRT und gleichzeitig zu beobachtender mathematischer Kompetenz) kann z.B. darauf hindeuten, dass die Fähigkeit mental rotieren zu können gewissermaßen die Voraussetzung für die Entwicklung

Grundsätzlich hält Lehmann (Lehmann 2000, 4) fest, dass der Schulbildungshintergrund von Probanden ebenso wie aktive Erfahrungen mit räumlichen Aufgabenstellungen mit guten Raumvorstellungsfähigkeiten korrelieren⁸⁵. Als signifikante Variablen, die vom Autor als besonders verantwortlich für Unterschiede bei Raumvorstellungsaufgaben mit mentaler Rotation angesehen werden („significant predictor variables“, a.a.O., 8), führt Lehmann neben der Variable „Geschlecht“ (s. oben) auch die Art der weiterführenden Schullaufbahn sowie die von Schülern gewählte Schulspezialisierung an: Schüler einer Sprachschule bzw. einer Musikschule zeigen demnach geringere Leistungen bei mentaler Rotation als Probanden aus mathematischen Fachklassen, wobei Lehmann anmerkt, dass dieser Vorteil (vor allem bei den 5. Klässlern) als eher geringfügig einzuschätzen ist. Interessant erscheint jedoch seine Beobachtung, dass weibliche Probanden mit hoher mathematischer Kompetenz offenbar ähnliche Strategien bei den MRT-Aufgaben anwenden wie männliche Versuchspersonen.

Zusammenhänge zwischen mathematischer Kompetenz und Raumvorstellung sind auch andernorts vielfach dokumentiert. Allerdings ist dieser Zusammenhang nicht so eindeutig, wie vielfach angenommen wird⁸⁶. Quaiser-Pohl et al. (1998, 99) kann keinen statistisch bedeutsamen Zusammenhang zwischen den Schulleistungen ihrer Probanden in naturwissenschaftlichen Oberstufenkursen (Mathematik, Physik, Chemie) und den den Ergebnissen im Test „Schlauchfiguren“ (S. 78) herstellen, dessen Aufgaben sich auch mit mentaler Rotation lösen lassen. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt gibt es jedoch nach Kenntnisstand der Verfasserin der vorliegenden Arbeit keine Untersuchungsergebnisse dazu, inwieweit speziell der Bereich mentaler Rotation die im Mathematikunterricht der *Grundschule* angesprochenen Kompetenzen (u.U. sogar statistisch erfassbar) berührt. Auch die eigene Arbeit beschränkt sich bezüglich dieser Fragestellung darauf, zunächst einseitig Grundlegungen zum Fähigkeitskomplex mentaler Rotation zu erarbeiten.

Vielfach wird die Fähigkeit zu mentaler Rotation hingegen als Prädiktor für Leistungen in Chemie- oder Ingenieurstudiengängen angeführt (Bodner und Guay 1997, vgl. auch Leopold 2000). Hohe Korrelationen wurden von Carter, La Russa und Bodner Carter u. a. (1987) erfasst, wenn die in den Un-

guter mathematischer Kenntnisse wäre. Andererseits lässt sich eine entsprechende Korrelation auch so deuten, dass mathematische Kompetenzen (u.a. logisch-schlussfolgerndes Denken) eine wesentliche Grundlage für das Entwickeln mentaler Rotationsfähigkeit darstellen, bzw. die statistisch erzielte Korrelation sich eher zufällig ergibt.

⁸⁵Die jüngsten Schüler in der beschriebenen Untersuchung sind 10 Jahre alt.

⁸⁶Eine Übersicht zu diesem Aspekt gibt Quaiser-Pohl (1998, 37ff), für die Arbeit mit Grundschulkindern werden diese Zusammenhänge von Grüning (2003) dokumentiert.

tersuchungen eingesetzten Chemieaufgaben in besonderer Weise Anforderungen an das räumliche Denken stellten (z.B. Rotation der zweidimensionalen Darstellung einer Molekülstruktur). Die Autoren betonen jedoch in der Diskussion ihrer Daten, dass neben mentaler Rotation auch davon unabhängige Problemlösekompetenzen einen mindestens ebenso gewichtigen Nutzen für die Studienerfolge der Studierenden erwarten lassen.

Zusammenfassung

- Die differentielle Sichtweise auf den Bereich räumlicher Vorstellungen setzt sich vor allem mit geschlechtsspezifischen Unterschieden auseinander und versucht Ursachen für die vor allem im Bereich mentaler Rotation nach wie vor häufig deutlich differierenden Performanzen aufzuzeigen. Quaiser-Pohl und Jordan (2004, 16) fassen diesbezüglich allgemein zusammen:
„Es gilt also: Je größer der Zeitdruck bei einer Raumvorstellungsaufgabe, je abstrakter und alltagsferner das Aufgabenmaterial und je höher der mathematisch-technische Anteil der Aufgabenstellung, desto mehr Schwierigkeiten haben Frauen bei der Lösung der Aufgabe.“ (Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 16).
- Die Fähigkeit mental zu rotieren ist offenbar zum Teil biologisch beeinflusst. Genetische Determinanten, Einflüsse von Sexualhormonen bzw. Beobachtungen zu unterschiedlichen Gehirnaktivitäten von Frauen und Männern werden dabei in der psychologischen Fachliteratur intensiv diskutiert. Deutlich wird im Rahmen dieser Diskussion aber auch, dass die Ursachen für individuelle Unterschiede - sei es nun zwischen Männern und Frauen oder auch anderen Populationen - als kompliziertes Geflecht betrachtet werden muss, über dessen Zusammenhänge noch nicht bis ins letzte Detail Aufschluss gewonnen ist. Die sich teilweise stark widersprechenden Befunde in zahlreichen Facetten dieses Themas erschweren ein Anknüpfen aus didaktischer Perspektive. Aus der Fülle der referierten Daten lassen sich im Hinblick auf die Konzeption der eigenen Studie jedoch die folgenden offensichtlich relativ gesicherten Befunde zusammenfassen:
- Es ist u.U. mit quantitativen wie qualitativen geschlechtsspezifischen Differenzen zu rechnen, die jedoch in der eigenen Studie nicht explizit untersucht werden (vgl. S. 95), zumal für erwachsene Probanden Befunde vorliegen, die darauf hindeuten, dass diese Unterschiede bei

der Arbeit mit konkreten Modellen nicht mehr feststellbar sind (vgl. Mc Williams u. a. 1997).

- Die Qualität kindlicher Spielerfahrungen, (sportliche) Freizeitaktivitäten sowie die Händigkeit von Probanden beeinflussen die quantitativ zu ermittelnden Rotationsleistungen maßgeblich (vgl. S. 99ff). Auch Vorsicht und Zurückhaltung (vgl. S. 100) können unterschiedliche Ergebnisse nach sich ziehen.
- Zum Einfluss der Art der Aufgabenpräsentation sowie zum Einfluss der Komplexität der Stimuli auf mentale Rotationen liegen höchst widersprüchliche Ergebnisse vor (S. 101ff). Unklar bleibt insbesondere, wie sich die Anzahl der Einzelwürfel in einer zu rotierenden Würfelkonfiguration auf Anforderung und zu erwartende Leistung niederschlägt (vgl. S. 103). Auch der Befund von Bauer und Jolicoeur (1996, vgl. S. 105), wonach „dreidimensionale“ Figuren von männlichen Probanden schneller rotiert werden als ebene Würfelkonfigurationen, wirft Fragen für die eigene Untersuchung auf: Bei den eigenen zu rotierenden Würfelfünflingen wird eben dieses Merkmal bei der Entwicklung der Figuren berücksichtigt, so dass den Befunden von Bauer und Jolicoeur eigene Ergebnisse aus der Arbeit mit Grundschulkindern gegenüber gestellt werden können.
- Individuell unterschiedliche *Strategien* bei der Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben sind gerade in den vergangenen 10 bis 15 intensiv untersucht worden. So scheint dieser Bereich bezüglich der feststellbaren Differenzen bei mentaler Rotation gewissermaßen einen besonderen Schlüssel darzustellen. In der eigenen Arbeit soll dieser Komplex daher bei der theoretischen Betrachtung der Fähigkeit zu mentaler Rotation besondere Beachtung finden (vgl. Kap. 5.2, S. 252 ff), um schließlich für die Analyse der eigenen Daten zur Verfügung zu stehen.

Kapitel 3

Raumvorstellung im Grundschulalter

Die vorausgegangenen Kapitel der vorliegenden Arbeit führten in die „Ursprünge“ des in der Psychologie weit verbreiteten wissenschaftlichen Interesses an der Fähigkeit zu mentaler Rotation aus experimentell-kognitionspsychologischer, psychometrischer bzw. differentieller Perspektive ein und ermöglichten damit wertvolle Grundlegungen der eigenen Arbeit. Bislang wurden bei diesen Darstellungen geometriedidaktisch besonders relevante Aspekte lediglich am Rande betrachtet. Die folgenden Kapitel widmen sich nun explizit dem, was - in Erweiterung der von Linn und Petersen (1985) angesprochenen Sichtweisen auf das räumliche Vorstellungsvermögen - als entwicklungspsychologische Perspektive beschrieben werden kann.

Über welche räumlichen Kompetenzen bereits Grundschulkinder verfügen, ist inzwischen in der entwicklungspsychologischen Forschung sowie aus mathematikdidaktischer Perspektive vielfach hinterfragt worden. Hier einen detaillierten Überblick über sämtliche Aspekte der Entwicklung räumlichen Vorstellungsvermögens zu geben, liegt jenseits der Möglichkeiten der vorliegenden Arbeit.

Ein epochales Werk zur Entwicklung der kindlichen Intelligenz stellen die umfangreichen Studien Piagets und seiner Mitarbeiter dar, die als Basis für zahlreiche mathematikdidaktische Publikationen (v.a. zur Arbeit in der Grundschule) herangezogen werden. Insbesondere Piaget, Inhelder und Szeminska (z.B. Piaget und Inhelder 1971, 1972; Piaget u. a. 1975) dokumentieren und illustrieren grundlegende Aspekte zur Entwicklung des räumlichen Denkens, die an die von Piaget definierten und in zahlreichen Publikationen beschriebenen Stadien der kindlichen kognitiven Entwicklung gekoppelt wer-

den. In geometriedidaktisch interessierten Arbeiten wurden in der Vergangenheit bereits umfangreiche Übersichten zu den Grundzügen dieser auf eine breite empirische Basis gestützten Theorie gegeben (z.B. Rost 1977; Radatz und Rickmeyer 1991; Maier 1999; Franke 2000; Merschmeyer-Brüwer 2001a). Auf eine entsprechende Wiederholung - insbesondere der breiten Diskussion um die von Piaget umfangreich dargestellten Stadien der kognitiven Entwicklung sowie die Äquilibrationstheorie - wird hier verzichtet (vgl. dazu Montada 1998; Ginsburg und Oppen 1998).

Stattdessen wird im Folgenden u.a. der Versuch unternommen, ausgewählte Arbeiten Piagets, die besondere Parallelen zu den eigenen Aufgaben erkennen lassen, unmittelbar solchen Studienergebnissen aus der Psychologie und der Mathematikdidaktik gegenüber zu stellen, die sich auf die Befunde Piagets beziehen, bzw. diese gegebenenfalls kritisch hinterfragen oder widerlegen. Dabei erscheint es unerlässlich, noch einmal auf den Aspekt der mentalen Repräsentation (vgl. Kap. 2.1.2.2, v.a. S. 39) zurückzugreifen und die entsprechende Theorie Piagets zur Entwicklung mentaler Repräsentationen den Konzeptionen anderer Autoren gegenüber zu stellen. Aufgrund der besonderen Nähe zahlreicher dieser Studien zum Aspekt der mentalen Rotation geschieht dies im Zusammenhang mit den Überlegungen in Kap. 3.3.1 (S. 153ff).

Die Auswahl wissenschaftlich relevanter Befunde für die Darstellung in den nachfolgenden Abschnitten folgte vor diesem Hintergrund und im Sinne der in der eigenen Arbeit angestrebten empirisch begründeten Theoriebildung (vgl. Kap. 6, S. 303) vorwiegend den Bedürfnissen der Interpretation der eigenen Ergebnisse im Anschluss an die eigene Datenerhebung.

Betrachtet werden sollen entsprechend Untersuchungen mit Grundschulkindern, deren Anforderungsspektrum besondere Nähe zu den eigenen Aufgabenstellungen aufweisen: Besonders hinterfragt werden muss dabei, welche Erkenntnisse hinsichtlich der Erfassung (Dekodierung) von Würfelkonfigurationen für die eigene Arbeit zugrunde gelegt werden können, zumal in der eigenen Untersuchung zunächst die angebotenen Würfelkonfigurationen in ihrer räumlichen Struktur erfasst werden müssen.

Andererseits spricht die sich daran anschließende eigene Konstruktion der Kinder eine Kodierungsleistung an, nämlich die Herstellung eines konkreten räumlichen Würfelbauwerkes, welches das Ergebnis des gedanklichen Rotationsvorgangs konkretisiert. Für die eigene Studie von besonderem Belang sind entsprechend zudem Befunde zur Entwicklung der Fähigkeit zu mentaler Rotation im Grundschulalter und darüberhinaus.

Zuvor soll jedoch anknüpfend an Kap. 2.1.1 der grundlegenden Frage nachgegangen werden, wie sich die kindliche Wahrnehmung, d.h. insbesondere

wesentliche Aspekte der visuellen Wahrnehmung bis ins Grundschulalter entwickeln, woran also in der eigenen Stichprobe erwartungsgemäß angeknüpft werden kann.

3.1 Entwicklung der visuellen Wahrnehmung

Die Entwicklung der visuellen Wahrnehmung vollzieht sich vor allem im ersten Lebensjahr (vgl. Kellman 1996; Wilkening und Krist 1998). Insbesondere die Entwicklung der Sehschärfe sowie die Weite des Gesichtsfeldes entwickeln sich in den ersten Lebensmonaten sehr rasch (vgl. Guski 1996, 118f).

In Anlehnung an Gibson (vgl. Kap. 2.1.1) verweist Guski (1996, 126) zudem darauf, dass bereits sehr junge Kinder durch „aktives Umgehen mit Oberflächen und dreidimensionalen Gegenständen lernen (...), die invarianten visuellen, taktilen und auditiven Eigenschaften der Dinge von den variablen zu unterscheiden (...)“.

Bekannt geworden ist in diesem Zusammenhang der Befund, dass Kleinkinder bereits im Alter von sechs Monaten auf einen radikalen Wechsel des Texturgradienten (also eine „optische Klippe“, bei der der Untergrund durch eine Glasplatte zu sehen ist) reagieren. Zudem liegen Befunde vor, die die Vermutung nahelegen, dass einige der Anlagen zur Wahrnehmung räumlicher Tiefe bereits von Geburt an vorhanden sind (vgl. Guski 1996, 126f). Weithin verbreitet ist beispielsweise die Erkenntnis, dass bereits wenige Stunden alte Säuglinge zwischen Gesichtern und anderen Reizvorlagen (geometrischen Mustern z.B.) unterscheiden können. Auch bei 16 Wochen alten Säuglingen spielen Helligkeit, Schattenwürfe und Informationen zur Textur des visuell Rezipierten bereits eine wesentliche Rolle (Kellman und Short 1987, 552). Grundlegende Aspekte der Figur-Grund-Organisation wie das Erkennen von Objektbegrenzungen gelingen bereits im Alter von etwa viereinhalb Monaten, wobei Säuglinge diesen Alters offenbar vor allem die relative Bewegungsänderung von Mustern zueinander zur Orientierung nutzen (Spelke u. a. 1995, 305ff). Die Sensitivität für das Wahrnehmungsprinzip der Verdeckung entwickelt sich offenbar etwa ab einem Alter von sieben Monaten (Wilkening und Krist 1998, 497).

In ihren Untersuchungen mit wenige Monaten alten Kindern stellen Kellman und Short (1987) heraus, dass die Wahrnehmung dreidimensionaler Objekte bei Säuglingen in besonderem Maße noch durch ein hohes Maß an Bewegung spezifiziert ist (s. auch Spelke u. a. 1995; Wilkening und Krist 1998). Demnach können Kinder diesen Alters (wohl gemäß ihrer eigenen, eher passiven Bewegungserfahrungen im Raum) vor allem Informationen zu Objekten ihrer Umwelt erkennen, wenn sie um ein Objekt herum bewegt - „rotiert“ - werden.

Es gelingt ihnen, Objekte zu identifizieren, wenn damit ihre Betrachterposition relativ zu einem Objekt verändert wird, während sie noch im Alter von etwa einem halben Jahr Schwierigkeiten haben, vergleichbare Informationen statischen Arrangements oder einer Abfolge zweidimensionaler Darstellungen (z.B. Fotos) zu entnehmen (vgl. Kellman und Short 1987, 546). Spelke, Gutheil und Van de Walle (1995, 319) folgern aus diesen Befunden: „(...) infants appear to perceive object identity in accord with the principle that objects exist continuously and move on paths that are connected over space and time (...). This principle of *continuity* appears to operate prior to the emergence of knowledge of many objects.“ Demgegenüber sind Erwachsene in der Lage, von einem fixierten Standort aus ein dreidimensionales Objekt wiederzuerkennen (vgl. Kellman und Short 1987, 550).

Wilkening und Krist (Wilkening und Krist 1998, 504ff) referieren zudem Untersuchungsbefunde, die bereits bei wenige Tage alten Kindern auf rudimentäre Auge-Hand-Koordinationen hindeuten, welche im Laufe der weiteren Entwicklung vor allem mit qualitativen Veränderungen der Bewegungsorganisation einhergehen (a.a.O., 514f).

Während Studien zur Entwicklung der Kompetenz von Säuglingen in der Vergangenheit sehr intensiv betrieben wurden, ist über die Kompetenzen von Vorschul- und Grundschulkindern vergleichsweise wenig geforscht worden (vgl. Wilkening und Krist 1998, 488).

Biederman (Biederman 1995, 124) bemerkt beispielsweise: „Six-year-old children reveal full adult competence in naming the objects in their visual world; indeed, they often achieve naming competence by the age of three.“ Diese Aussage bezieht sich jedoch vor allem auf den Bereich der Begriffsbildung, der in der vorliegenden Arbeit nicht weiter vertieft werden soll, und sagt noch wenig darüber aus *wie* Kinder Objekte ihrer Umwelt wahrnehmen.

In der Entwicklungspsychologie hielt sich dazu lange Zeit die Annahme, Wahrnehmung durchlaufe eine Entwicklung von der ganzheitlichen hin zu einer analytischen Wahrnehmung (sog. „Separabilitätshypothese“) (vgl. Wilkening und Krist 1998, 515ff). Man nahm an, dass die Mehrdimensionalität gegebener Reize von Kindern erst mit dem Eintritt in das Schulalter erfasst und damit „analytisch“ in einzelne Komponenten zerlegt werden könne. Jüngere Forschungsbefunde (vgl. Wilkening und Lange 1989) widerlegen diese Annahme jedoch weitgehend und bemerken, jüngere Kinder focussierten stark auf eine Dimension, bzw. neigten bei Beachtung mehrere Dimensionen dazu, die erkannten Merkmale additiv zu verbinden.

In Bezug auf die Wahrnehmungskompetenzen von Grundschulkindern ist folglich davon auszugehen, dass die angesprochenen grundlegenden Prinzipi-

en der Wahrnehmung, die zum Erfassen der massiven Würfelkonfigurationen in der eigenen Studie unabdingbar sind, weitgehend entwickelt sind¹. Allerdings verweisen Frostig u.a. (Frostig u. a. 1979, 5) darauf, dass „(...) Dysfunktionen in diesem (visuellen, Anm. S.R.) Wahrnehmungsbereich in den ersten Schuljahren häufig auftreten und die visuelle Wahrnehmungsleistung für den Erfolg im Anfangsunterricht entscheidende Bedeutung hat.“ Eine große Zahl von Schulanfängern sei zudem nicht auf die schulischen Anforderungen im Zusammenhang mit der visuellen Wahrnehmung vorbereitet.

Vor dem Hintergrund inzwischen vollzogener gesellschaftlicher Veränderungen (z.B. Zunahme des Konsums visueller Medien bereits im Vorschulalter) müssen diese Äußerungen von Frostig u.a. sicher vorsichtig behandelt werden, wenngleich sie den subjektiven Eindrücken der Verfasserin durchaus entsprechen und heute aktueller denn je erscheinen.

Auch die aktuelle mathematikdidaktische Diskussion um Ursachen für Schwierigkeiten beim Rechnenlernen greift diesen Aspekt auf (z.B. Lorenz und Radatz 1993; Lorenz 2003). So können Störungen im visuellen Bereich die Fähigkeit beeinträchtigen, graphische und bildhafte Zeichen (Ziffern, aber auch Buchstaben) zu unterscheiden. Zu beobachten ist gelegentlich auch eine Einschränkung des Erinnerungsvermögens an nicht mehr präsente Darstellungen, was jedoch als wesentliche Grundlage für den Aufbau arithmetischer Kompetenzen angesehen werden muss. Auf die Bedeutung mentaler Repräsentationen bzw. der Vorstellungsfähigkeit von Rotationen für Arithmetikunterricht in der Grundschule werden wir daher in Kap. 4.2.2 (S. 204ff) noch einmal zurückkommen.

Festzuhalten bleibt: „Die Objektwahrnehmung scheint sich also an der Schnittstelle zwischen Wahrnehmung und Kognition zu befinden. Wo die Wahrnehmung aufhört und das Denken beginnt, ist letztlich eine Definitionsfrage - eine scharfe Grenze kann nicht gezeigt werden.“ (Wilkening und Krist 1998, 504). Entsprechend sollen die diese Zusammenstellung ergänzenden Befunde zu räumlichen Strukturierungen bei der Dekodierung von Würfelkonfigurationen erst im Zusammenhang mit der nachfolgenden Darstellung kindlicher Artikulation von Raumvorstellung näher betrachtet werden, zumal hier ein besonderes Maß an bewusster Integration verschiedener kognitiver Kompetenzen durch das Kind angesprochen ist (vgl. nachfolgendes Kap. 3.2.1).

¹(vgl. zu Bereichen der räumlichen Wahrnehmung, die im Geometrieunterricht angesprochen werden, auch Del Grande 1990)

3.2 Kindlicher Ausdruck räumlicher Vorstellung

Im Rahmen der hier vorgestellten Studie werden die Kinder mit massiven Würfelfünflingen konfrontiert, die zum Nachbau mental in andere Lage gebracht werden müssen, zumal sie in der vorgegebenen Form nicht stabil sind, wenn kein Leim zur Verfügung steht. Die Bewältigung dieser Problemstellung umfasst eine Integration verschiedener Anforderungen, wie in den vorausgegangenen Ausführungen bereits mehrfach anklang. Zunächst geht es dabei darum, Struktur und Gestalt des vorgegebenen Bauwerkes zu erfassen. Hier wird von der Annahme ausgegangen, dass die damit einhergehende Dekodierung der räumlichen Bauvorlage den (sich an die gedankliche Rotation anschließenden) Prozess der Kodierung, also die kindliche Konstruktion, maßgeblich determiniert. Möglicherweise vollzieht sich bei dieser Konstruktion sogar in gewisser Hinsicht eine Umkehrung der vorausgegangenen Strukturierung, die bei der Wahrnehmung der Bauvorlage zu leisten ist. Rückschlüsse auf diesen Gedanken sind in der eigenen Studie jedoch dadurch erschwert, dass hier gleichzeitig (oder vorab) eine gedankliche Raumlage-Veränderung der (Teil)Objekte vollzogen werden muss.

Dieser Haltung entsprechend erscheint es notwendig, Forschungsergebnisse in die Fundierung der eigenen Arbeit einzubeziehen, die sowohl Kodierungs- als eben auch Dekodierungsprozesse im Zusammenhang mit Würfelkonfigurationen erarbeiten. Da im Zusammenhang mit konkreten dreidimensionalen (Würfel-)Objekten zwar zahlreiche Unterrichts Anregungen für die Grundschule, bislang jedoch nur wenige wissenschaftliche Befunde zur Qualität des kindlichen Umgangs mit diesen Anforderungen vorliegen, muss der theoretische Bezugsrahmen entsprechend ausgeweitet werden: Ergebnisse zu räumlichen Strukturierungsprozessen beim Erfassen ebener Darstellungen von Würfelkonfigurationen (Kap. 3.2.1) erscheinen dabei ebenso bedeutsam wie Befunde zu spontanen Kinderzeichnungen von Würfelgebäuden (Kap. 3.2.2). Zudem wird in Kap. 3.2.3 (S. 143ff) ein Einblick in empirische Befunde zur Konstruktion mit Würfeln gegeben.

3.2.1 Strukturierungsprozesse beim Erfassen von Würfelkonfigurationen

Zeichnungen von Würfelkonfigurationen finden sich in allen der Verfasserin bekannten aktuellen Lehrwerken für die Grundschule und haben nicht zuletzt

Eingang gefunden in die Konzeption sogenannter „Vergleichsarbeiten“ (vgl. Abb. 3.1²).

AUFGABE 5

Felix nimmt Würfel aus seinem durchsichtigen Baukasten heraus.

- a) Wie viele Würfel hat er schon herausgenommen?
- b) Wie viele Würfel sind noch in seinem Baukasten?

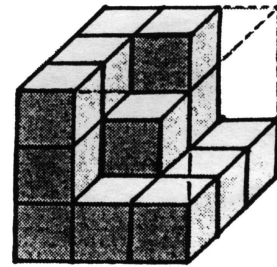


Abbildung 3.1: Aufgabe aus der am 25. Mai 2004 in allen dritten Klassen Niedersachsens bearbeiteten Mathematikarbeit (Wagner-Scheper 2004, 17)

In der jüngeren mathematikdidaktischen Forschung lässt sich entsprechend ein stärker werdendes Forschungsinteresse am Umgang von Kindern mit derartigen Darstellungen feststellen, das kurz anhand einiger ausgewählter Beispiele dokumentiert werden soll.

Häufig dienen diese Zeichnungen als Vorlage für eigene Konstruktionen der Kinder mit massiven Würfeln. Zu diesem Zweck müssen die ebenen Darstellungen vor Beginn eigener Aktivitäten räumlich interpretiert werden, womit häufig auch die Anforderung verbunden wird, die Anzahl der im Bauwerk enthaltenen Einzelwürfel zu bestimmen (vgl. Abb. 3.2³).

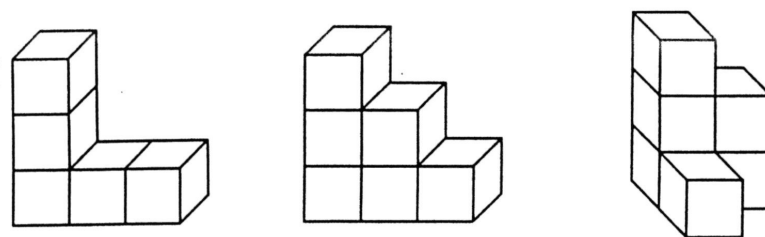


Abbildung 3.2: Konstruktion nach erfolgter Anzahlbestimmung (Eichler 2004, 19)

²Ähnliche Darstellungen finden sich auch in der am 8. Juni 2006 in Niedersachsen von allen Schülern der 3. Klassen bearbeiteten zentralen Mathematikarbeit.

³(vgl. dazu auch Blanck und Eichler 1999)

Weitere didaktisch-methodische Varianten des Umgang mit Zeichnungen von Würfelkonfigurationen finden sich z.B. in „Übersetzungsaufgaben“, in denen Kinder zu gegebenen Zeichnungen Baupläne erstellen oder Baupläne mit Zeichnungen vergleichen. Besonders komplexe Aufgabenstellungen bieten dabei z.T. Bauwerke an, die sich aus mehreren Ebenen und hintereinander angeordneten Schichten zusammensetzen (vgl. Abb. 3.3). Offen bleibt hier, ob die von den Verfassern angebotene Strategie für den Vergleich eine echte Hilfe darstellt oder angesichts der zu erwartenden individuell teilweise sehr unterschiedlichen Strukturierungs- und Vergleichsstrategien von Kindern (vgl. Merschmeyer-Brüwer 2001a, s. S. 124) bei einigen Schülern eher Verwirrung verursacht.

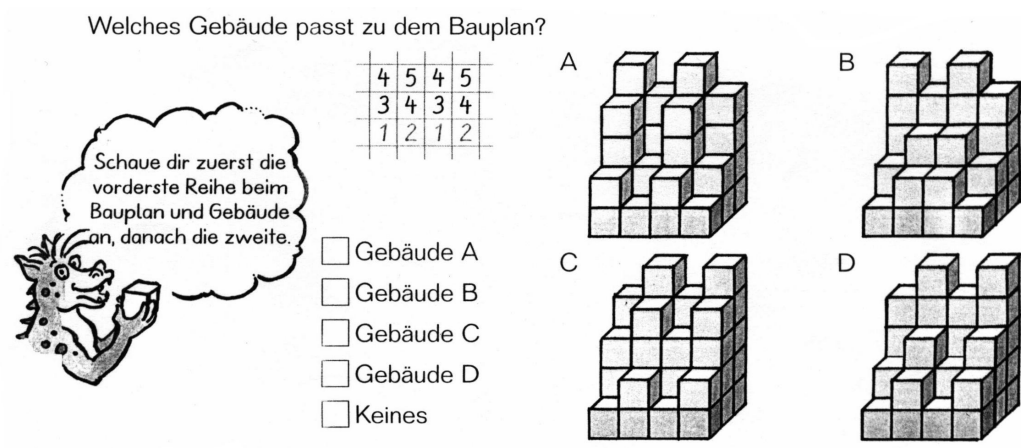


Abbildung 3.3: Vergleich von Bauplan und Würfelgebäuden (Rinkens und Hönisch 2005, 12)

Wesentlich überschaubarer sind demgegenüber die von Wittmann und Müller in der Neubearbeitung des Zahlenbuches angebotenen Aufgaben, in denen Fotografien von weniger komplexen, bzw. weniger umfangreichen Würfelbauwerken mit Bauplänen verglichen werden sollen (vgl. Abb. 3.4). Besonders interessant im Hinblick auf die eigene Studie ist hier die gewissermaßen „heimliche“ Integration des Wechsels zwischen unterschiedlichen Ansichten bzw. von kleinen Drehungen einfacher Würfelgebäude (Aufgabe 4), die in besonderem Maße eigene Entdeckungen der Kinder gestatten⁴.

⁴Wie Kinder mit solchen Aufgabenstellungen umgehen, ist zum gegenwärtigen Zeitpunkt nach Kenntnisstand der Verfasserin leider noch nicht dokumentiert.

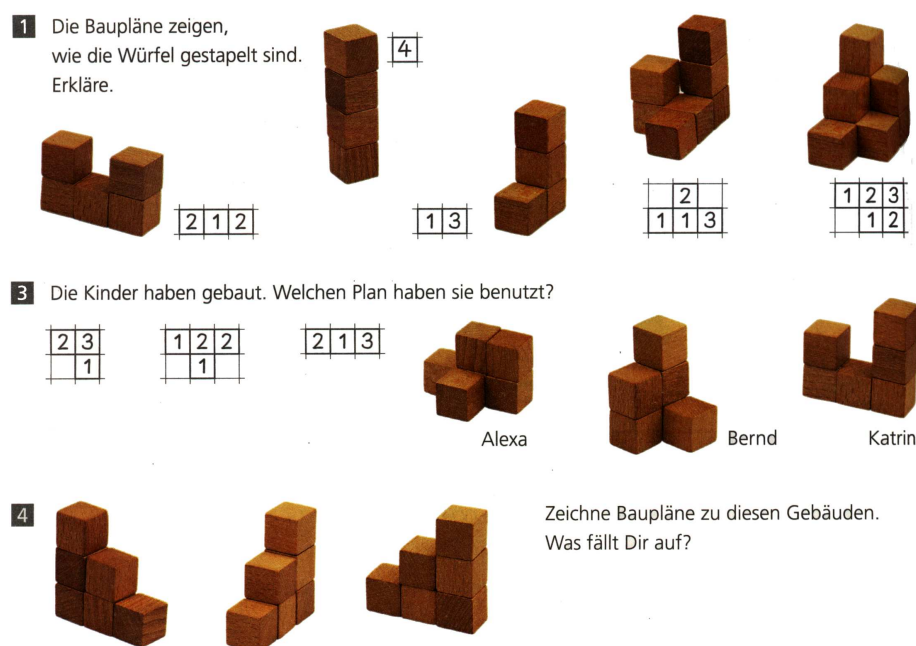


Abbildung 3.4: Baupläne und (teilweise rotierte) Bauwerke im neuen Zahlenbuch für Klasse 3 (Wittmann und Müller 2005b, 52)

Die Bestimmung der Anzahl einzelner Würfel in vergleichbar einfachen Würfelbauwerken gelingt Kindern teilweise bereits vor dem Eintritt in die Schule (vgl. Eichler 2004; Grassmann 1996, 2000). So bat Grassmann (1996, 2000) Schulanfänger, anhand von Skizzen eines Würfelfünflings bzw. eines -sechslings zu bestimmen, für welches Bauwerk weniger Würfel benötigt werden (vgl. Abb. 3.5).

Auf welche Weise insbesondere die (auch in der eigenen Studie verwendeten Würfelfünflinge) gedanklich strukturiert werden, wird hier nicht beschrieben. Interessant ist jedoch, dass noch zum Schulbeginn annähernd ein Drittel aller Kinder das höhere Gebäude (den Fünfling) als das Gebäude mit der höheren Anzahl von Einzelwürfeln ansehen. Folglich erkennen diese Kinder dabei offenbar noch nicht alle zu berücksichtigenden Dimensionen dieser Figur (vgl. Thiel 2004, 21).

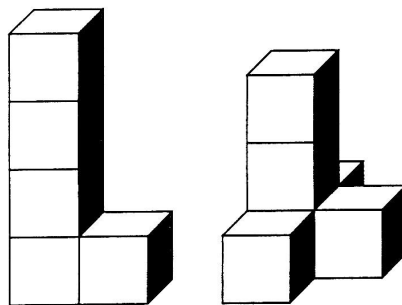


Abbildung 3.5: Fünfling und Sechsling in den Studien von Grassmann u.a. (vgl. Thiel 2004, 21): „Tom hat mit Würfeln gebaut. Auf dem Bild seht ihr zwei seiner Gebäude. Wo hat er mehr Würfel gebraucht? Kreuze an.“

Zu Darstellungen komplexerer Würfelkonfigurationen, die eine größere Anzahl von Einzelwürfeln beinhalten, liegen inzwischen umfangreiche Untersuchungsbefunde zu kindlichen Strukturierungsprozessen bei Anzahlbestimmungen der Einzelwürfel eines Würfelbauwerkes vor (z.B. Ben-Chaim u. a. 1985; Battista und Clements 1996, 1998; Merschmeyer-Brüwer 2001a)⁵.

Ben-Chaim, Lappan und Houang (1985) boten Schülern der (US - amerikanischen) Jahrgänge 5 bis 8 isometrische Darstellungen von Quadern verschiedener Größe an, die sich (in den Zeichnungen deutlich sichtbar) aus einzelnen Würfeln zusammensetzten. Zu ermitteln war dabei v.a. die *Gesamtzahl* der Einzelwürfel, aus denen der jeweilige Quader bestand. In ihren Studien fanden die Autoren im Wesentlichen vier Typen von Zählfehlern, die sich wie folgt beschreiben lassen (vgl. Ben-Chaim u. a. 1985, 396f):

1. Zählen der im Bild sichtbaren Würfelflächen
2. Zählen der im Bild sichtbaren Würfelflächen und Verdoppeln der dabei ermittelten Anzahl
3. Zählen der sichtbaren Würfel
4. Zählen der sichtbaren Würfel und Verdoppeln dieser Anzahl

Verdeckte Einzelwürfel, die in den korrespondierenden konkreten Bauwerken notwendig, in den angebotenen Bauwerken jedoch nicht sichtbar sind,

⁵(vgl. auch die umfangreichen und differenzierten Darstellungen in Merschmeyer-Brüwer 1999a, 2001b, 2002)

werden am Ende der Grundschulzeit (und weit darüber hinaus) häufig also nicht mental rekonstruiert und entsprechend nicht beim Zählen erfasst - Kindern des 5. Schuljahres gelingt bei Aufgaben dieses Typs Ben-Chaim u.a. zufolge lediglich eine Erfolgsquote von 25 Prozent (vgl. auch Battista und Clements (1998,259f); Merschmeyer-Brüwer (2001a,57f)).

Campbell, Watson und Collis (1992) erarbeiteten ergänzend eine Stufenfolge zur Entwicklung des Volumenverständnisses - u.a. anhand von Würfelbauwerken (vgl. auch Merschmeyer-Brüwer 2001a, 67ff zu weiteren Details). 48 Grundschulkinder der Klasse 2 bis 6 wurden hier mit verschiedenen Aufgaben konfrontiert, die beispielsweise Anzahlbestimmungen in quaderförmigen Würfelbauwerken (Zeichnungen ebenso wie konkrete Bauwerke) umfassten. Auch eigene Konstruktionen waren von den Kindern nach Anweisung zu errichten (vgl. Campbell u. a. 1992, 283f).

Ähnlich wie Ben-Chaim, Lappan und Houang (1985) stellen die Autoren fest, dass sich hier häufig Schwierigkeiten mit den im Bild nicht sichtbaren Würfeln im „Inneren“ der Modelle bzw. auch auf den „Rückseiten“ der Zeichnungen ergeben, wobei sich verschiedene Strategien der Kinder zu dieser Problematik aufzeigen lassen (a.a.O., 287). Im Wesentlichen ergebe sich dabei für das Grundschulalter eine Entwicklungsfolge, bei der die (jüngeren) Kinder ihre Aufmerksamkeit zunächst nur auf einen singulären Aspekt des Arrangements richteten. Erst später bildeten sich sequentielle Denkprozesse aus, bis schließlich eine Integration aller zu berücksichtigenden Dimensionen geleistet werde. Letzteres gehe der Fähigkeit voraus, die Volumenformel (Länge x Höhe x Breite) anzuwenden, um die Anzahl der Einzelwürfel zu bestimmen (Campbell, Watson und Collis 1992, 290; vgl. auch Merschmeyer-Brüwer 2001a, 68).

Anknüpfend an die Befunde von Ben-Chaim u.a. erarbeiteten Battista und Clements (1996, 1998) ein bedeutend differenzierteres Modell zur Entwicklung räumlicher Strukturierungen zu konvexen Würfelgebäuden. In ihrer Arbeit mit überdurchschnittlich leistungsstarken Kindern (vorwiegend aus den Klassen 3 und 5) identifizieren die Autoren verschiedene Bearbeitungsstrategien, die sich wie folgt zusammenfassen lassen (vgl. Battista und Clements (1996,263); Battista und Clements (1998,259); s. auch Merschmeyer-Brüwer (2001a) für eine umfassende Darstellung):

- **Unstrukturierte Organisation der Anzahlerfassung**

Eine planvolle Organisation des Zählens ist bei einigen Kindern nicht erkennbar. Sie zählen einzelne Würfel ab, verlieren aber dabei ggf. die Übersicht über schon Gezähltes bzw. noch zu Erfassendes.

- **Orientierung an den Seitenflächen der Figur**

Bei diesem Vorgehen ist eine starke Orientierung an den Seitenflächen der Gesamtfigur auszumachen, die dazu führt, dass (alle) im Bild sichtbare(n) Würfel einer Seitenansicht gezählt werden. Dies führt meist dazu, dass Würfel im Inneren der Konfiguration nicht erfasst werden, bzw. solche Einzelwürfel, die die „Kanten“ oder „Ecken“ der Konfiguration bilden, mehrfach gezählt werden.

Einzelnen Kindern gelingt jedoch auch die *Integration* dieser Ansichten, also die Generierung einer zusammenhängenden, in allen Details aufeinander abgestimmten mentalen Repräsentation der Figur.

- **Organisation in Schichten, Zeilen oder Spalten**

Verschiedene Arten der räumlichen Strukturierung in Schichten, Spalten oder Zeilen prägen diese Art der Anzahlerfassung. Prägend für die räumliche Strukturierung ist also die individuelle Bildung von *Einheiten gleicher Elemente*, die mental vom Schüler als Ganzheit erfasst werden. Einheiten dieser Art können also Spalten, Schichten oder auch orthogonale Seitenflächen (s. oben) sein.

Zu beobachtende Varianten des weiteren Umgangs mit diesen Einheiten sind u.a. additive Ermittlungen der Gesamtwürfelzahl (Anzahl der Würfel in der ersten Schicht plus die Anzahl der Würfel in einer zweiten Schicht usw.) oder auch multiplikative Zugänge (Anzahl der Würfel in einer Schicht multipliziert mit der Anzahl der Schichten). Eine konsequente Organisation in Schichten erweist sich dabei offenbar als effektivster Zugang (Battista und Clements 1996, 264).

- **Volumenformel (Länge x Breite x Höhe)**

Die Anwendung der Volumenformel erfolgt dabei häufig ohne echtes Verständnis, zumal keine Verbindung zu Schichten oder Würfelzeilen in der Konfiguration hergestellt wird.

- verschiedene unspezifische Strategien

Ergänzend baten Battista und Clements einzelne Schüler zu nicht-konvexen Würfelkonfigurationen entsprechende Ansichten (von oben, von der Seite, von vorn) zu zeichnen, bzw. zu gegebenen Ansichten (s. Abb. 3.6 links) die zugehörige Figur (rechts in Abb. 3.6) konkret zu konstruieren.

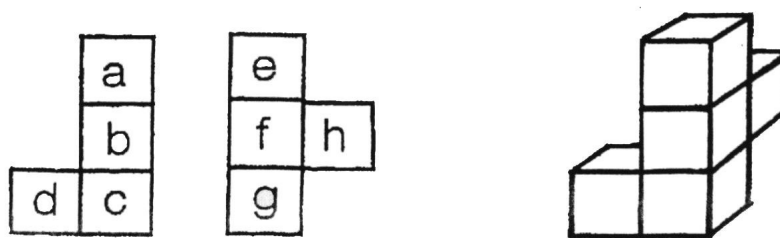


Abbildung 3.6: Konkrete Rekonstruktion eines Würfelfünflings nach orthogonalen Ansichten (Battista und Clements 1996, 271)

Die *Koordination* verschiedener orthogonaler Ansichten, also das räumliche In-Beziehung-Setzen fiel den Schülern teilweise offenbar ausgesprochen schwer. Beobachtet werden konnte dazu u.a. auch, dass beim Zeichnen eines vorgegebenen Würfelsiebenlings (a.a.O., 270) die Figur in einzelne „Arme“ zerlegt wurde und der zu beiden „Armen“ zugehörige Eckwürfel doppelt erfasst und entsprechend doppelt in der eigenen Artikulation der Schüler erschien (vgl. Abb. 3.7).

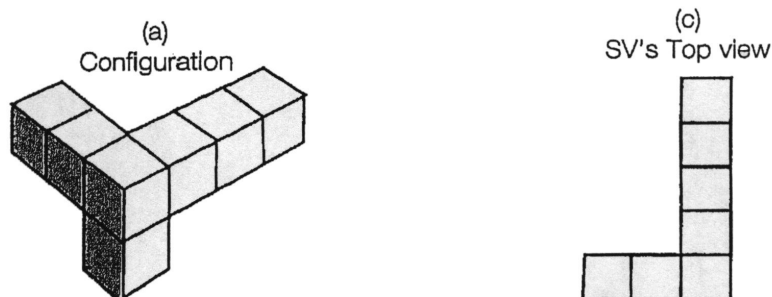


Abbildung 3.7: Schülerzeichnung (c) zur Ansicht von oben auf eine Konfiguration aus sieben Einzelwürfeln (a) (Battista und Clements 1996, 270)

So bemerken Battista und Clements zusammenfassend (Battista und Clements 1998, 285f):

„To *integrate* views of a 3-D object is to construct a single coherent mental model of the object that possesses these views. Integrating views requires the views to be coordinated. We conjecture that (...) were unable to enumerate the cubes in a 3-D array because they could not coordinate the separate views of the array and integrate them to construct one coherent mental model of

the entire array, inside and out.“

Die entwicklungsmäßige Elaborierung mentaler Strukturierung von Würfelkonfigurationen ist somit Battista und Clements folgend charakterisiert durch eine Entwicklung von einer Orientierung an unkoordinierten Ansichten einer Konfiguration hin zu einer alle diese Ansichten integrierenden Sichtweise, die durch eine Strukturierung in Schichten gestützt wird (vgl. auch Merschmeyer-Brüwer 2001a, 60).

Merschmeyer-Brüwer (2001a, 62ff) merkt jedoch kritisch an, dass Battista und Clements ihre Überlegungen nicht auf psychometrisch verifizierbare Komponenten der Fähigkeit zu räumlicher Vorstellung zurückführen. Zudem moniert sie die Uniformität der von den Autoren schwerpunktmäßig verwendeten konvexen, quaderförmigen Würfelkonfigurationen. Deren ebene, rechteckige Seitenflächen könnten u.U. verantwortlich sein für die starke Zentrierung zahlreicher Kinder auf die Seitenansichten der gegebenen Körper.

In ihren eigenen Untersuchungen (1999, 2001a, 2001b, 2002) unter ähnlicher Fragestellung wie bei Battista und Clements bezieht Merschmeyer-Brüwer entsprechend auch nicht-konvexe Würfelbauten in ihre umfangreichen Studien mit Bielefelder Grundschulkindern ein (vgl. Abb. 3.8 für einen kleinen Ausschnitt).








Strukturtyp	LF		LFP	RVV		RPV	RP
	lineare bzw. zweidimensionale Anordnung (LF)			dreidimensionale Anordnung (R)			
				mit vollständig verdeckten Würfeln (V)			
	konvex		nicht konvex	konvex		nicht konvex	
			partiell angeschnittene Würfel (P)			mit partiell angeschnittenen Würfeln (P)	
Bild							

Abbildung 3.8: Beispiele zu verschiedenen Strukturtypen zu Bildern von Würfelkonfigurationen (Merschmeyer-Brüwer 2002, 35)

Die Autorin bedient sich dabei der Methode der Augenbewegungsmessung, geht also davon aus, dass „Die zeitliche Abfolge der Fixationen bei der Wahrnehmung eines zweidimensionalen Schrägbildes einer Würfelkonfiguration (...) Aufschluß über die Art und Sequenz der mentalen Konstruktion von Positionen von Teilobjekten der Gesamtkonfiguration und damit über zuneh-

mende Strukturierungskompetenzen (gibt).“ (Merschmeyer-Brüwer 1999a, 61). Trotz verschiedener, von der Autorin (a.a.O.) formulierter Einschränkungen wird dabei eine Korrespondenz der messbaren Augenfixationen und den bei der mentalen Strukturierung ablaufenden kognitiven Prozesse angenommen: „Überdurchschnittlich lang andauernde Fixationen werden dabei als Indikatoren für eine starke kognitive Aktivität zur Konstruktion einer angemessenen mentalen Repräsentation angesehen.“ (Merschmeyer-Brüwer 1999a, 63). Die Datenerhebung erfolgt hier in drei verschiedenen Arbeitsumgebungen, d.h. die Augenbewegungsanalysen, die aus den in der Arbeitsumgebung „Betrachtungsanalyse“ gewonnenen Blickfixierungsdaten erwachsen, werden ergänzt durch nachfolgende Interviews (Merschmeyer-Brüwer 2001a, 197ff). Hier erhalten die Kinder einerseits Gelegenheit, in der Umgebung „Argumentieren“ vergleichbare Aufgabenstellungen noch einmal mit der Aufforderung zum lauten Denken zu bearbeiten. Andererseits sollen Kinder ihre Strukturierungsweisen in der dritten Arbeitsumgebung „Handeln“ durch Nachbau aus unterschiedlichen, aus Einzelwürfeln zusammen geleimten Bausteinen (Stangen oder Platten) noch einmal dokumentieren. Dabei wird naturgemäß mit anderen Bearbeitungsstrategien gerechnet, zumal reale Gegebenheiten (Schwerkraft, Statik) hier einschränkende Bedingungen beinhalten (vgl. auch Kap. 3.2.3).

Interessant im Hinblick auf die eigene Studie sind v.a. jene Analysen der Autorin, die sich auf die räumliche Strukturierung bei linearen Anordnungen der Würfel ergeben (Strukturtyp LF, d.h. im Wesentlichen Würfelstangen bzw. „abgeknickte“ Würfelstangen⁶). Häufig erfassten Kinder diese linearen Figuren offenbar in „Leserichtung“, d.h. von links nach rechts oder beginnend mit jenen Würfeln oder Würfelgruppen, die scheinbar näher zum Betrachter liegen (Merschmeyer-Brüwer 2001a, 446). Zudem konnten verschiedene Strategiekomplexe herausgearbeitet werden, die bezogen auf den Strukturtyp LF folgende Facetten umfassen (vgl. Merschmeyer-Brüwer 2001a, 271ff):

- „Strukturieren in Einzelementen (Einzelwürfel bzw. Flächen) in Verbindung mit verschiedenen, an Einern orientierten Zählstrategien“
- „Strukturieren in Subeinheiten bei simultaner bzw. quasi-simultaner Erfassung der Würfelzahl in den gebildeten Subeinheiten.“

⁶Angemerkt sei allerdings, dass in den Untersuchungen von Merschmeyer-Brüwer Würfelanordnungen des Strukturtyps LF zwar teilweise „Abknickungen“ aufweisen, diese jedoch nicht in aus einer Ebene von Würfeln herausragen, wie dies für die MRT-Items und beispielsweise auch für die Figuren 1-h3, 1-h4 sowie 1-h5 in der eigenen Studie charakteristisch ist.

Kinder nehmen also beispielsweise eine mentale Zerlegung in Einzelwürfel oder Einheiten unterschiedlichen Umfangs und unterschiedlicher Struktur vor. Beobachtet werden können verschiedene Strategien, bei denen Kinder entweder mit Einzelwürfeln beginnen und anschließend Würfelgruppierungen zu erfassen versuchen oder aber auch ausgehend von einer Würfelgruppe weitere Einzelelemente fixieren. Auch ein Wechsel zwischen abschnittweisem Abzählen von Würfelgruppierungen, einer Betrachtung von Einzelwürfeln und einem sich wiederum anschließenden Abzählen eines Abschnitts kann dokumentiert werden (Merschmeyer-Brüwer 2001a, 274).

Exemplarisch sei die Strategie eines fast 10-jährigen Jungen angeführt, der von der Autorin als guter Mathematikschüler eingestuft wird. Dieser erläutert auf die entsprechende Aufforderung der Interviewerin (hier in der Arbeitsumgebung „Argumentieren“): „Ich hab‘ erstmal drei Bausteine gezählt, plus nochmal drei und dann nochmal zwei sind ja acht.“ Währenddessen fährt der Junge mit dem Finger wie in Abb. 3.9 angedeutet von links oben nach rechts unten über die Darstellung, wobei ein abschnittsweises Zählen dieser simultan erfassten Einheiten erfolgt, welche durch vollständige Zerlegung des Würfelbauwerks erzielt wurden (Merschmeyer-Brüwer 2001a, 306). Dies entspricht in gewisser Hinsicht bereits einer Elaborierung seiner Strategie, zumal in der vorausgegangenen Betrachtungsanalyse noch das Abzählergebnis „11“ für die gleiche Figur erzielt wurde. Hier hatte das Kind offenbar zwar Würfeleinheiten gebildet, diese aber noch fehlerhaft mit der Erfassung einzelner Würfel kombiniert, so dass einige Würfel doppelt erfasst wurden (a.a.O., 300).

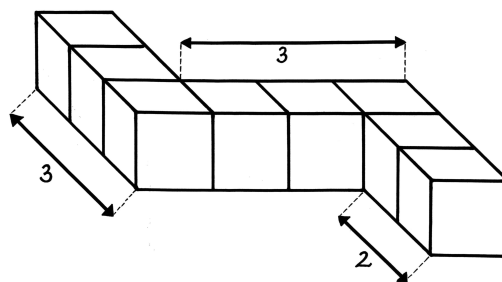


Abbildung 3.9: Strukturierung eines „Achtlings“ nach Merschmeyer-Brüwer (2001a, 306)

An diesem wie an zahlreichen weiteren Beispielen dokumentiert Merschmeyer-Brüwer somit, dass Kinder bereits während der Datenerhebung Lernprozesse durchlaufen, was zweifelsohne auch für die eigene Studie angenom-

men werden kann (vgl. z.B. Merschmeyer-Brüwer 2001a, 315; 327).

Während also Battista und Clements (s. S. 121ff) eine Integration verschiedener Ansichten einer Konfiguration als charakteristisch für das Vorgehen bei der Anzahlbestimmung ansehen, hebt Merschmeyer-Brüwer hervor, dass vor allem Prozesse des gedanklichen Zerlegens und Zusammenfügens die Generierung der mentalen Repräsentation kennzeichnen. Für die konstruktiv geprägte Arbeitsumgebung der eigenen Studie dürfte dies in noch stärkerem Maße gelten als für die dargestellten Betrachtungs- und Argumentationsumgebungen.

Zur Generierung einer mentaler Repräsentation seien obigen Ausführungen entsprechend also individuell sehr unterschiedlich ausgeprägte Fähigkeiten im Hinblick auf die kindliche *Strukturierungskomplexität* zu verzeichnen, d.h. die den Strukturierungsprozess bestimmende Auswahl struktureller Subeinheiten zeichnet sich einen durch stark differierenden Umfang der Einheiten sowie unterschiedliche Gestalt dieser Segmente aus (Merschmeyer-Brüwer 2001a, 264). Neben der für die mentale Strukturierung von Zeichnungen wichtigen Fähigkeit zur *Tiefendekodierung* (a.a.O., 265) wird von der Autorin auch die Fähigkeit zur *Strukturierungskoordination* als zentraler Fähigkeitskomplex herausgearbeitet, der auch für die eigene Studie ebenfalls als bedeutsam angesehen werden muss. Dieser Teilbereich „(...) erfordert nicht nur ein aufeinander bezogenes mentales Ergänzen oder Zerlegen von Strukturelementen, sondern auch ein Gedächtnis für die Abfolge bereits vorgenommener und weiterer in Aussicht genommener Strukturierungsschritte.“ (a.a.O., 266). In der eigenen Studie kommt hier erschwerend hinzu, dass zusätzliche gedanklich Lageveränderungen an den Würfelkonfigurationen vorgenommen werden müssen, die generierte mentale Repräsentation also noch einmal transformiert werden muss, bevor sie zum Ausgangspunkt (bzw. zur Zielvorstellung) eigener Bauaktivität der Kinder werden kann.

3.2.2 Kinderzeichnungen als Ausdruck von Raumvorstellung

Gemäß Wollring (Wollring 1998b, 129) kann Raumvorstellung als „Paradebeispiel einer Fähigkeit angesehen werden, die durch Verfügbarkeiten im mentalen Handeln und darauf basierenden Artikulationen gekennzeichnet ist.“⁷. Artikulationen dieser Kompetenz finden sich nach dieser Auffassung beispielsweise in zeichnerischen Eigenproduktionen von Kindern. Entsprechend sind Kinderzeichnungen nicht an Leistungen Erwachsener messbar oder als defizitär anzusehen. Diese Haltung wird auch in der eigenen Studie vertreten, in dessen Rahmen Bauaktivitäten von Kindern als Ausdruck ihrer Raumvorstellungskompetenz gedeutet werden.

Einen umfangreichen Überblick über Befunde zu kindlichen Codierungsprozessen in spontanen Zeichnungen liefern bereits Arbeiten von Wollring (v.a. Wollring 1995a; Wiese und Wollring 1995; Wollring 1998b) und Merschmeyer-Brüwer (2001a, 41ff). In den folgenden eigenen Darstellungen werden daher lediglich ausgewählte Aspekte dieses umfangreichen, interdisziplinären Forschungsfeldes dargestellt, wobei ein Schwerpunkt auf die kindliche Darstellung von Konfigurationen gelegt werden soll, die aus mehreren Objekten bestehen.

Stückrath (1963) stützt sein Stufenmodell zur Entwicklung räumlicher Kompetenzen⁸ auf eine Zusammenstellung von Beobachtungen, die er u.a. im Zuge von Orientierungsübungen beim Wandern und beim Werken sammelt. Kinder im Schulalter werden dabei auch aufgefordert, nach einer Wanderung Zeichnungen anzufertigen, wobei Stückrath für die 7 bis 8-jährigen Kinder beobachtet, dass ihre Zeichnungen einer „Montage von Einzelbildern“ (Stückrath 1963, 32) gleichen. So bemerkt der Autor, dass die in dieser Alterstufe entstehenden Zeichnungen zahlreiche Merkmale enthalten, die auf das gedanklich wiederholte Passieren, also z.B. das Entlanglaufen an einem Sandhaufen oder das Durchstreifen eines Waldes hindeuten (a.a.O., 33). Zudem führt Stückrath aus:

„Es kommen auch Zeichnungen vor mit mehreren nebeneinandergesetzten Ansichten eines Hauses. Das Kind bezeichnet das Ganze als ‚Haus‘. Es will sich über die Tatsache äußern, daß man um das Haus herumgehen kann und dabei nacheinander verschiedene Ansichten hat. Die zeitlich geordnete Erlebnisreihe tritt auf der Zeichenebene als räumliches Nebeneinander auf.“ (Stückrath 1963, 24).

⁷vgl. auch Ausführungen zu Wollrings Verständnis räumlicher Vorstellungsfähigkeit in Kap. 4.1, S. 187

⁸vgl. Maier (1999, 73ff) für eine Übersicht zu allen Teilbereichen der Theorie

Dieser „Stufe I (dynamische Ordnung)“ folgt im 9. bis 11. Lebensjahr die „Stufe II (gegenständliche Ordnung)“, welche schließlich im Alter von etwa 12 bis 15 Jahren von der Stufe der „figurativen Ordnung“ abgelöst wird. Während die Zeichnungen der ersten und zweiten Stufe von Stückrath als „graphische Erlebnisberichte“ (a.a.O., 44) bezeichnet werden, gelänge es den Jugendlichen in der dritten Stufe die „faktische Raumordnung“ (a.a.O.) zu berücksichtigen (vgl. auch Kap. 3.2.3, S. 147)⁹.

Nach **Piaget und Inhelder** (Piaget und Inhelder 1972, 63) steht die Kinderzeichnung „ (...) am Anfang, zwischen dem Spiel und dem inneren Bild, obwohl sie kaum vor 2 bis 2 1/2 Jahren auftritt.“ (vgl. auch Kap. 3.3.1, S. 153ff). Bei der Interpretation der kindlichen Darstellungen knüpfen die Autoren einerseits an Vorarbeiten von Luquet (Luquet 1927, vgl. auch Harris und Butterworth 2002, 202) an, wo verschiedene aufeinander folgende Phasen in der entwicklungsmäßigen Progression kindlicher Zeichnungen differenziert werden¹⁰ (vgl. Widlöcher 1993, 30ff; vgl. auch Piaget und Inhelder 1972, 70ff). Andererseits betten die Autoren ihre Interpretation von Kinderzeichnungen in ihr umfassendes Modell der kognitiven Entwicklung ein, auf das weiter unten genauer eingegangen wird (Kap. 3.3.1).

Festzuhalten bleibt hier zunächst, dass Piaget und Inhelder in der Entwicklung der Raumvorstellung und in der damit verbundenen Entwicklung kindlicher Zeichnung eine fortschreitende Entwicklung diagnostizieren: Diese entwickle sich im Verlauf der Vor- und Grundschulzeit von der korrekten Verwirklichung topologischer Beziehungen (z.B. Umschlossenheit) hin zu einer zunehmenden Berücksichtigung projektiver Relationen (Perspektive) bzw. euklidischer Relationen (Maß, Koordinaten, Proportionen). Piaget und Inhelder bemerken dazu:

„Der ‚intellektuelle Realismus‘ bildet eine Art Raumvorstellung, bei der die euklidischen und projektiven Relationen gerade beginnen, und zwar in einer noch zusammenhanglosen Form; die im vorherigen Stadium skizzierten topologischen Relationen werden allgemein auf alle Figuren angewandt und haben in Konfliktfällen den Vorrang vor den neuen Relationen.“ (Piaget und Inhelder 1971, 77). Intensive Analysen zum *Prozess* des Zeichnens, die für die eigene Untersuchung von Bedeutung sein könnten, finden sich in den Arbeiten Piagets jedoch nicht.

⁹Anregungen zu Zeichenübungen von in Kinderbüchern beschriebenen Ausflügen, Wanderungen etc. finden sich auch bei Giglio Andrews (1996).

¹⁰Auf die Phase des „zufälligen Realismus“ folgt jene des „mißglückten Realismus“, die wiederum von der Phase des „intellektuellen Realismus“ bzw. des „visuellen Realismus“ abgelöst werden.

Allerdings bietet die Arbeit von Caron-Pargue (1985) in dieser Hinsicht eine Ergänzung der Arbeiten der Genfer Schule. Die Autorin nimmt eine kognitivistische Sicht auf die bei der Produktion von Würfelzeichnungen im Kind ablaufenden Prozesse ein und betrachtet ihre Arbeit selbst als Weiterentwicklung der Piagetschen Ausführungen.

Dabei erarbeitet Caron-Pargue einen von den Arbeiten de Saussures geprägten semiotisch-entwicklungspsychologischen Ansatz, der zunächst nicht intendiert, Stadien der Entwicklung zu beschreiben. Vielmehr werden Kodierungsprozesse drei- bis 11-jähriger Kinder beim Erstellen von Zeichnungen untersucht.

Bemerkenswertes Resultat dieser Studie ist eine differenzierte Typologie verschiedener Darstellungsarten von Würfeln (vgl. Caron-Pargue 1985, 56ff), die im Detail deutliche Parallelen zu den Ergebnissen Mitchelmores (Mitchelmore 1978, 1980b, vgl. auch nachfolgende Ausführungen zu den Arbeiten Wollrings) aufweisen. Zudem erkennt Caron-Pargue, dass diese Typologien mit fortschreitendem Alter der Kinder offenbar in festgelegter, aufeinander folgender Ordnung elaboriert werden.

Interessant erscheint hier zudem die Parallele zu den Studien von Illgner (1974), der Schülern des 5. Schuljahres ebenfalls die Aufgabe stellte, einen Würfel anhand eines vorgegebenen Modells zu zeichnen (vgl. Abb. 3.10). Mehr als 60 Prozent der Schüler zeichneten hier nur Flächen in einer Ebene aneinander (a) - fast identische Beispiele finden sich in der Typologie Caron-Pargues sowohl für Acht- als auch für Fünfjährige (Caron-Pargue 1985, 58). In der Untersuchung von Illgner unternahmen zudem etwa 15 Prozent der Schüler wie in Beispiel b) den Versuch, zeichnerisch eine Tiefenwirkung zu erzielen, während bei fast 22 Prozent aller untersuchten Schüler Ansätze zu einer perspektivischen Darstellung erkennbar sind (c)¹¹.

¹¹Weitere Interpretationen dieser Artikulationen finden sich beispielsweise bei Wollring (Wollring 1994b, 70), auf dessen Grundgedanken zur Interpretation von Kinderzeichnungen weiter unten noch genauer eingegangen wird (vgl. S. 134ff).

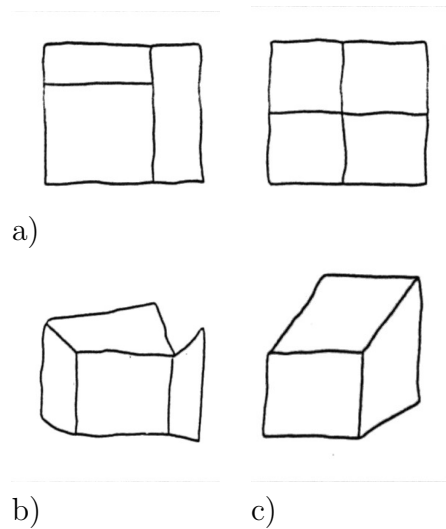


Abbildung 3.10: Schülerzeichnungen zu einem Würfel in Klasse 5 (Illgner 1974, 698)

Freeman (1980) äußert heftige Kritik an zahlreichen Aspekten der Theorie Piagets, die sich aus einer bemerkenswerten, facettenreichen Kommentierung der Piagetschen Ergebnisse zur Entwicklung räumlicher Kompetenzen ergibt. Eine differenzierte Darstellung Freemans eigener Arbeiten und weiterer Forschungsstudien, die in den 70er Jahren an die Arbeiten der Genfer Schule anknüpften und zahlreiche Postulate der Forschungsgruppe um Piaget widerlegten, bereichert die vorliegende Arbeit in besonderer Weise und wird im Folgenden an verschiedenen Stellen wieder aufgegriffen (v.a. Kap. 3.3.1). Der grundsätzliche Tenor der Kritik Freemans an Piaget tritt im folgenden Zitat besonders drastisch hervor: „Piaget often underestimates what the child knows because he does not adequately consider the child’s problems in organizing his performance to do himself justice.“ (Freeman 1980, 11). Dies spielt insbesondere auf Freemans Vorwurf an, Piaget gehe im Wesentlichen hypothesentestend vor, und versuche mit seinen Befunden vor allem die von Luquet angeregte und von ihm differenzierte Entwicklungstheorie zu untermauern: „A great deal of Piagetian evidence has illustrative status.“ (Freeman 1980, 55). Gewissermaßen könne man so für jede Hypothese geeignete „Illustrationen“ zur Stützung vorab formulierter Annahmen finden - ungeachtet der Tatsache, dass es vielleicht auch plausible Gegenbeispiele gäbe.

Piagets eigenes, an zahlreichen Stellen immer wieder bekräftigtes Bemühen um Variationen seiner zahlreichen Aufgabenstellungen muss diese Einwände in gewisser Hinsicht entkräften. Auch Eliot (1987, 100f) konstatiert relativierend: „Indeed, Piaget himself never considered his theory ‚complete‘,

and pictured himself as his chief revisionist.“ Allerdings wird im Bereich des räumlichen Denkens deutlich, dass insbesondere Piagets Schlussfolgerungen aus den Ergebnissen des sog. „Drei-Berge-Versuchs“ aus heutiger Sicht kaum noch verallgemeinert haltbar sind (vgl. Kap. 3.3.1, S. 169).

Auch Freeman (1980) beschreibt umfangreich, wie Kinderzeichnungen als Indikator für kognitive Prozesse gedeutet werden können. Anders als Piaget, der vor allem die *Produkte* des Zeichnens untersucht, hinterfragt Freeman jedoch vor allem den kindlichen Einsatz von Planungsstrategien, die das Anfertigen der Zeichnungen leiten. Eine entsprechende Analyse von *Zeichenprozessen* betrachtet beispielsweise die Reihenfolge, in der Kinder die Segmente einer mehrere Bestandteile umfassenden Figur auf dem Papier festhalten: „(...) the way in which temporal and spatial orderings were related.“ (a.a.O., 65; vgl. auch 277ff). Weitere Planungsentscheidungen können das Weglassen jener verdeckten Linien betreffen, die beim Betrachten eines Objektes aus einer festgelegten Perspektive dem Beobachter verborgen sind, oder das Trennen von an sich verbundenen Teilelementen des Objektes beinhalten¹². Das Verständnis für die Entwicklung dieser Komponenten kindlicher Planungsüberlegungen eröffnet Freeman zufolge ein subtileres Verständnis für Kinderzeichnungen, die dieser Sicht folgend eben nicht nur als fehlerhafte Kopien räumlicher Umweltsituationen interpretiert werden dürfen (vgl. auch Harris und Butterworth 2002, 201): „We have to accept that drawings are often tangible evidence of careful planning and well defined intentions.“ (Freeman 1980, 36).

Freeman (1980, 17) verweist darauf, dass vor allem jüngere Kinder Menschen und Häuser zumeist in frontaler Ansicht zeichnen, während Tiere häufig in der Seitenansicht dargestellt werden. Dies erfordere u.U. eine gedankliche Rotation der konkreten Zeichenvorgabe, bzw. des gedanklichen Vorstellungsbildes, das kodiert werden soll. Ergänzend bemerkt Freeman (a.a.O.): „So drawing the frontal projection of the human body gives the most standard information that involves you in the most economical spatial planning.“. Demgegenüber enthält z.B. bei einem Auto die *Seitenansicht* mehr aufschlussreiche Informationen (z.B. runde Räder) als die frontale Ansicht. Ähnlich verhält es sich zweifelsohne bei den kindlichen Überlegungen, die die Darstellungen einer Würfelkonfiguration nach Woodrow betreffen (vgl. Abb. 3.12, S. 135).

Ingram und Butterworth (vgl. Ingram 1985; Ingram und Butterworth 1989) baten Kinder im Alter von drei bis acht Jahren verschiedene aus zwei

¹²beispielsweise, wenn der Kopf einer menschlichen Figur nicht mit dem Rumpf verbunden ist, sondern „in der Luft schwebt“

Würfelmodellen unterschiedlicher Größe (6,5 bzw. 5,5 cm Kantenlänge) zusammengesetzte Arrangements zu zeichnen (vgl. Ausschnitt in Abb. 3.11).

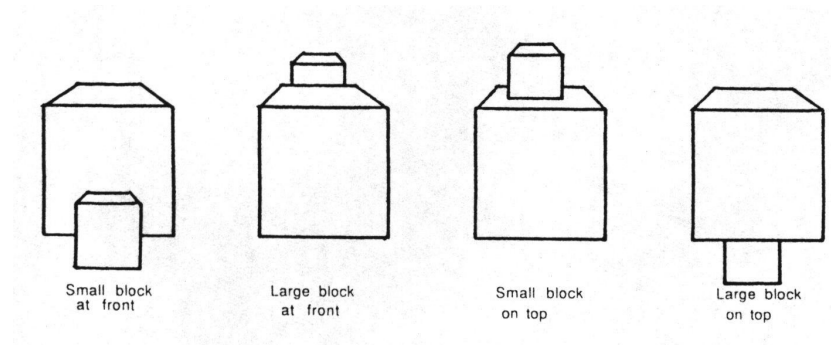


Abbildung 3.11: Würfelarrangements aus der Untersuchung von Ingram und Butterworth (1989, 358)

Auch wenn der kleinere Würfel vor oder unter dem großen lag, zeichneten jüngere Kinder zuerst stets den größeren Würfel (Prinzip: „largest first“ a.a.O., 367), während ältere Kinder ab einem Alter von etwa 5 Jahren ihre Zeichnung mit dem kleineren Würfel begannen und hier auch teilweise Verdeckungen zur Verdeutlichung räumlicher Tiefe darstellten¹³. Ingram und Butterworth schlussfolgern entsprechend, dass die zeitliche Reihenfolge der Produktion einzelner Elemente in den Zeichnungen als Ergebnis einer individuellen räumlichen Strukturierung der Konfiguration angesehen werden kann.

Potari und Spiliotopoulou (1992) widmen sich ebenso wie Mitchelmore (1978, 1980b, a) der Frage, wie Kinder räumliche Objekte zeichnen. Anders als Mitchelmore, der massive geometrische Modelle verwendet, gehen sie allerdings in ihrer Untersuchung v.a. von Verpackungsmaterial (Streichholzschachtel, Toilettenrolle usw.) aus und fordern neun- bis elfjährige Kinder explizit auf, ein *Netz* der abgewickelten physikalischen Objekte zu zeichnen¹⁴ zu. Typische Schülerproduktionen lassen sich Potari und Spiliotopoulou zufolge fünf unterschiedlichen Kategorien zuordnen (vgl. Potari und Spiliotopoulou 1992, 39):

- „holistic“: global angenäherte Darstellung, bei der z.B. das Netz des Inneren einer Streichholzschachtel als Rechteck gezeichnet wird

¹³vgl. Kap.2.1.1 zu den beim umgekehrten Prozess der Wahrnehmung wirksamen Prinzipien der Überdeckung zur Wahrnehmung räumlicher Tiefe

¹⁴vgl. auch Stückraths Untersuchungen zu Abwicklungen von Körpern (1963, 72ff)

- „elements of projection“: Darstellung mit orthogonalen Ansichten des Körpers und Elementen, die an Konventionen perspektivischer Zeichnungen angenähert sind
- „incomplete geometrical“: Es werden (nur) Teile des Netzes wiedergegeben.
- „complete geometrical models“: Die Kinder erstellen ein Netz, das die wesentlichen geometrischen Eigenschaften des vorgegebenen Objektes (sämtliche Seitenflächen in korrekter Relation zueinander) beinhaltet.
- „physical“: Das gezeichnete Netz entspricht dem Bastelbogen (incl. Klebelaschen), der zur Herstellung des Objekts benötigt wird.

Wenngleich hier nur ein entfernter Zusammenhang zu den Aufgabenstellungen der eigenen Studie besteht, erscheint bemerkenswert, dass die Autoren unter den Kindern ihres Samples eine Entwicklung von eher ganzheitlichen Betrachtungen der Körpernetze hin zu eher detaillierteren Artikulationen feststellen (Potari und Spiliotopoulou 1992, 45f). Möglicherweise zeichnet sich hier ein auch zu verallgemeinernder Trend von globalen Betrachtungen hin zu stärker analytisch orientierten Darstellungen innerhalb der kindlichen Entwicklungen räumlicher Kompetenzen im Alter von neun bis elf Jahren ab, der sich entsprechend auch auf die Bearbeitung der Aufgaben durch die Kinder zumeist gleichen Alters der eigenen Studie niederschlagen könnte.

Wollring (1995, 1996, 1998, 2002) analysiert unangeleitete, also spontane Kinderzeichnungen zu Würfelbauwerken verschiedener Art aus mathematikdidaktischer Perspektive. Ausgangspunkte seiner qualitativen Studien sind u.a. Untersuchungen von Lewis (1963) und Mitchelmore (1978), die sich den kindlichen Darstellungen jedoch vorwiegend mit statistischen Methoden nähern und die fortschreitende Entwicklung kindlicher Darstellungskompetenzen im Rahmen von Stufenmodellen zu erfassen versuchen (vgl. auch Mitchelmore 1980b).

Auch die Arbeiten von **Woodrow** (1991), der Kinder massive Würfelsechslinge zeichnen ließ, werden von Wollring aufgegriffen und sollen auch an dieser Stelle noch einmal referiert werden, da hier als Vorlage für die eigene Aktivität ebenso wie in der eigenen Studie eine dreidimensionale massive Konfiguration verwendet wird (vgl. Abb 3.12), die allerdings aus Steckwürfeln zusammengesetzt ist.

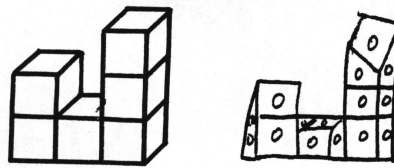
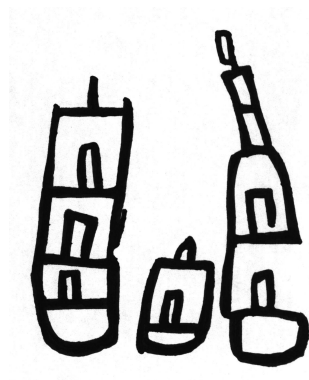


Abbildung 3.12: Skizze des Würfelsechslings aus Steckwürfeln und Zeichnung eines Neunjährigen (leicht verändert nach Woodrow 1991, 30)

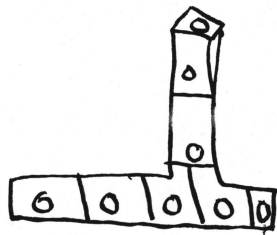
Ca. 600 Kinder im Grundschulalter nahmen an der Untersuchung Woodrows teil. In der Dokumentation seiner Ergebnisse hebt Woodrow vor allem die bemerkenswerte Bandbreite verschiedenster Typen kindlicher Artikulation hervor, wobei er deutliche Parallelen zu den Befunden Mitchelmores (1978, 1980) erkennt und Entwicklungstendenzen aufzuzeigen vermag. Die exemplarisch ausgewählten Beispiele der folgenden Tabelle verdeutlichen charakteristische Merkmale der von Woodrow analysierten Kinderzeichnungen (vgl. auch Merschmeyer-Brüwer 2001a, 47f)



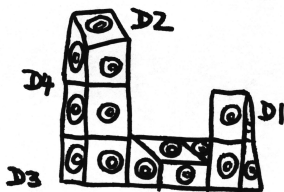
Darstellung der einzelnen Würfel individuell (Typ A). Sichtbar sind im hier gewählten Beispiel noch die individuellen Einfügungen der Stecknoppen an jedem einzelnen Würfel.



Konzentration auf Gestalt oder geometrische Form bzw. Detail und Struktur (Typ B)



Konzentration auf Gestalt oder geometrische Form bzw. Detail und Struktur (Typ B)



Verschiedene Schwierigkeiten mit dem perspektivischen Zeichnen (Typ D): „Zeltformen“ (D1); oben liegende Flächen werden als Rhomben dargestellt (D2); gerade Basislinie (D3); gerade Linien in den „Ecken“ (D4); bzw. (nicht im Bild): Kreise oder Ovale an den Seitenflächen (D5)

Wollring Ergebnisse (vgl. Wiese und Wollring 1995) replizieren im Wesentlichen die Beobachtungen Woodrows. Allerdings sind seine Interpretationen der bei der entsprechenden Versuchswiederholung erzielten Ergebnisse aus mathematikdidaktischer Perspektive insofern bemerkenswert, als dass hier die Eigenproduktionen vor allem jüngerer Kinder nicht als defizitär angesehen werden. Vielmehr deuten Wollring und seine Mitarbeiterinnen Kinderzeichnungen vor allem als individuellen Ausdruck räumlicher Vorstellung. Die zu zeichnende Figur wird dieser Auffassung entsprechend zum Zweck der Darstellung ggf. gedanklich zerlegt, verdreht oder verschoben: „Entscheidend ist hier die Erkenntnis, dass auch auf den ersten Blick ‚fehlerhaft‘ wirkende Kinderzeichnungen bei konstruktivistischer Deutung eher selten eine fehlende Raumvorstellung indizieren.“ (Wollring 1996, 476).

Wollring prägt in seiner Interpretation kindlicher Zeichnungen den Terminus des „strukturellen Realismus“ (a.a.O), der sich in diesen Darstellungen offenbare. Auch Freeman (Freeman 1980, 37) bemerkt diesbezüglich: „Young children are not indulging in self-expression in their drawings but are representing real relationships. Their drawings kann be checked against structural descriptions of the external world.“

Der Begriff des „strukturellen Realismus“ beinhaltet jedoch Wollring zufolge zudem, dass Kinder mit ihren Zeichnungen intendierte Erläuterungen im kommunikativen Sinne abgeben, die von der Situation bzw. vom Kommunikationspartner abhängig sind (vgl. Wollring 1996, 1998b, 2001). So können sie Informationen enthalten, die vom Kind für einen späteren Rezipienten der Darstellung als hilfreich angesehen werden: „Zum einen zeichnen Kinder nicht nur was sie sehen, sondern was sie wissen, des weiteren zeichnen sie nicht nur was sie wissen, sondern von diesem Wissen das, was sie äußern wollen.“ (Wollring 1998b, 138).

So bemerkt auch Freeman, der nach den wesentlichen Aspekten fragt, die ein Kind beim Anfertigen einer Zeichnung von Würfeln zu berücksichtigen habe: „What would a child have to know in order to draw, even crudely, in perspective? (...) four things are essential. One is a grasp of *the idea that the observer has to play an active role* in construction so that the final representation is a recombination of aspects of the real objects which *explains their structure and relationships*. Another is some degree of abstract understanding that the best way of explaining a scene is to rescale and even to violate isolated aspects of its appearance. (Hervorhebung S.R.)“ (Freeman 1980, 209). Weiter heißt es (a.a.O., 352): „Drawings may be public communications to varying extents.“

Diese Sicht erweitert die in der Psychologie der Kinderzeichnung vielfach vertretene Haltung, jüngere Kinder zeichnen vor allem das, was sie wissen¹⁵. Piaget und Inhelder (Piaget und Inhelder 1972, 70ff) gehen noch von den diese Haltung stützenden Untersuchungen Luquets aus und erkennen eine besondere Nähe der von ihnen definierten topologische Phase in der Entwicklung räumlicher Vorstellungsfähigkeit zu dieser Phase des intellektuellen Realismus (s. auch S. 129): „Der ‚intellektuelle Realismus‘ der Kinderzeichnung *weiß noch nichts* von der Perspektive und den metrischen Zusammenhängen, aber er berücksichtigt die topologischen Beziehungen: Nachbarschaften, Trennungen, Eingrenzungen, Abschlüsse usw.“ (Piaget und Inhelder 1972, 73, Hervorhebung S.R.)¹⁶.

Thomas (1995) und Freeman (Freeman 1987, zit. nach Harris und Butterworth 2002, 204) äußern sich allerdings kritisch gegenüber der Annahme, das (anatomische) Wissen (um die Anordnung menschlicher Körperteile) sei in gleicher Weise entwickelt wie die kindliche Darstellungsweise (von Personen): Auch Vorschulkinder wissen sehr wohl, dass menschliche Beine für gewöhn-

¹⁵ „intellektueller Realismus“ (Luquet 1927, zit. nach Harris und Butterworth 2002)

¹⁶ Entsprechende Parallelen erkennen Piaget und Inhelder (a.a.O.) zwischen dem „visuellen Realismus“ und der Entwicklung der euklidischen und projektiven Beziehungen (vgl. auch Piaget und Inhelder 1971, 73ff).

lich nicht aus dem Kopf oder dem Hals heraus wachsen, wenngleich z.B. die typischen „Kopffüßler“ und ähnliche Figuren in den Darstellungen jüngerer Kinder dies nahelegen (vgl. die stark verkleinerte Zeichnung in Abb. 3.13), worauf hier jedoch nicht weiter eingegangen werden soll¹⁷.

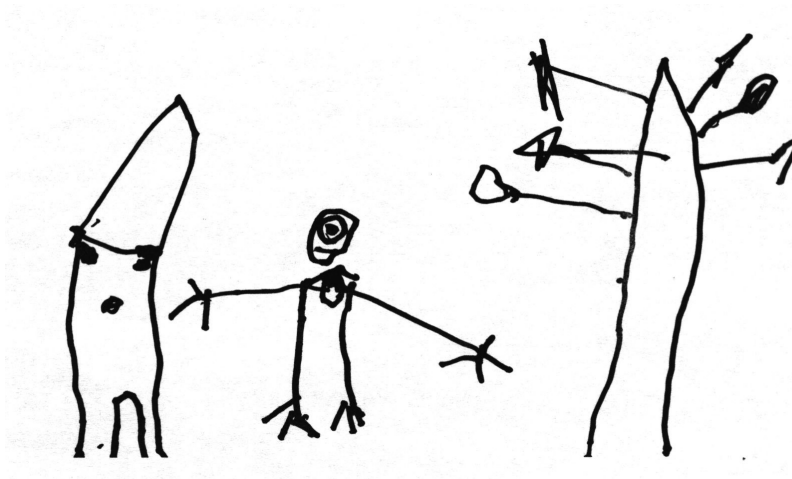


Abbildung 3.13: Zeichnung des vierjährigen Felix (4;2 Jahre)

Die von Wollring betonte kommunikative Komponente darstellender Aktivität¹⁸ findet besonderen Ausdruck in einer von Wollring erprobten Arbeitsumgebung, in der ein sogenanntes „Geber-Kind“ eine Zeichnung zu einem massiven Würfelbauwerk erstellt¹⁹. Das Partnerkind (der „Nehmer“) konstruiert im Anschluss daran ein eigenes Bauwerk gemäß dieser Anleitung, welches schließlich mit dem Ausgangsgebäude verglichen wird (Wollring 1998, 2001). In weiteren Variationen (2002) bietet Wollring zudem verschiedene Arrangements von Fröbel-Bausteinen (Würfel, Quader, Zylinder, s. Abb. 3.14) zu zeichnerischen Kodierung und anschließenden Rekonstruktion an.

¹⁷vgl. Harris und Butterworth (2002, 202ff) zu einer Übersicht aus entwicklungspsychologischer Perspektive

¹⁸Wollring spricht von *zweckbestimmten* und *adressatenbezogenen* Eigenproduktionen (Wollring 1998b, 61).

¹⁹vgl. Ingram und Butterworth (1989, s. S. 132) zur ursprünglichen Anlage des Versuchs mit individuell arbeitenden Kindern

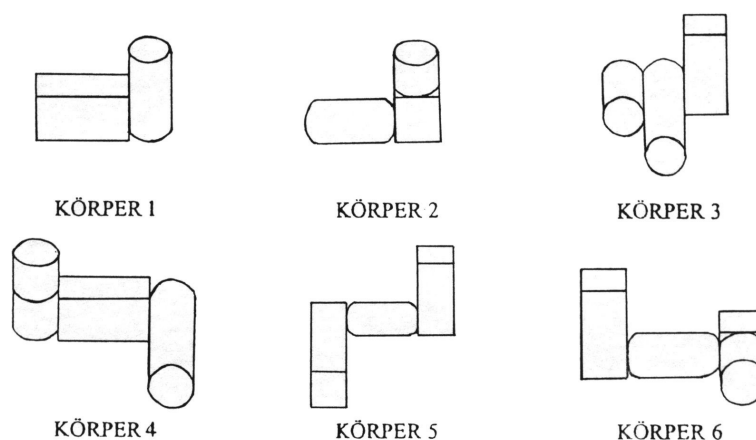


Abbildung 3.14: Beispiele für zu rekonstruierende Bauwerke in Untersuchungen von Wollring u.a. (2002, 157)

Insgesamt offenbaren sich hier eindrucksvolle Lernprozesse der kooperierenden Kinder, zumal die zeichnenden „Geber“ stets unmittelbare Rückmeldungen ihrer „Nehmer“ erhalten und so ihre Kodierungen systematisch modifizieren können.

Auch **Kórzenik** (Korzenik 1975, zit. nach Freeman 1980, 354) gab fünf- bis siebenjährigen Kindern die Aufgabe, eine Zeichnung so anzufertigen, dass ein anderes Kind das Dargestellte wiederzuerkennen vermochte. Dieses sollte anschließend erraten, was das zeichnende Kind dargestellt hatte. Interessant ist hier auch die Beobachtung, dass insbesondere jüngere Kinder die Schuld für eine möglicherweise misslingende Kommunikation dieser Art offenbar eher beim Rezipienten sehen.

Für die eigene Arbeit von besonderem Interesse sind die Ergebnisse der qualitativen Analysen von Kinderzeichnungen durch Wollring und seine Mitarbeiterinnen, die verschiedene *Überblendungsstrategien* sowie *morphologische Strategien* identifizieren, zu denen auch Entwicklungstendenzen aufgezeigt werden. *Überblendungsstrategien* werden eingesetzt, um das Vor- und Hintereinander der einzelnen Elemente einer Konfiguration darzustellen. Wollring (z.B. 1996, 476) beobachtet dabei, dass Kinder mit zunehmendem Alter von anfänglich getrennten ganzheitlichen Darstellungen einzelner Objekte eines Arrangements allmählich dazu übergehen, in ihre Darstellungen partielle Überblendungen einzubeziehen, wenn hintereinander zu sehende Objekte ge-

zeichnet werden sollen²⁰. Unter der Bezeichnung *morphologischen Strategien* fasst Wollring die Aspekte **sequentielle Tiefencodierung** und **simultane Tiefencodierung**.

Sequentielle Tiefencodierung äußert sich Wollring zufolge in Zeichnungen, die verschiedene Ansichten eines Objektes in derselben Zeichnung vereinen: „Der Körper wird gewissermaßen mental oder real auf irgendeinem Weg umlaufen, und verschiedene so entstehende Ansichten werden miteinander verheftet.“ (Wollring 1995a, 509). Ingram und Butterworth (1989, 363) beschreiben ähnliche Beobachtungen²¹, nehmen jedoch eher an, dass das Kind eine gedankliche Bewegung des Objektes vornimmt: „(...) younger children’s vertical drawings of the file may contain *view-specific information* (Hervorhebung S.R.). The younger children systematically rotated the farther block in the model to the top of the picture plane, they drew the blocks in a definite sequence, and they were aware of relative size differences. There was a systematic change with age from depicting the file arrays as vertical and separate to enclosing or partially occluding the blocks by age 7.“.

Stückrath (vgl. S. 128) indes bemerkt zu Kinderzeichnungen, die im Anschluss an eine Wanderung entstehen: „Man merkt dem Kinde an, daß es aus der vorgestellten Situation des Geschehens heraus produziert. Es durchwandert im Geiste noch einmal die Landschaft.“ (Stückrath 1963, 34). Ähnlich wie in den Analysen Wollrings wird hier eine Strategie angesprochen, die eher eine gedankliche Veränderung der Raumlage des Betrachters impliziert.

Bei **simultaner Tiefencodierung** hingegen wird den Befunden Wollrings folgend ein räumliches Objekt nur von einer festgelegten Perspektive aus dargestellt, wobei „(...) ggf. verschiedene Seiten eines Körpers simultan sichtbar werden.“ (Wollring 1995a, 509), wie wir dies aus perspektivischen Darstellungen Erwachsener gewohnt sind.

Vermischungen sequentieller und simultaner Tiefencodierung sind offenbar je nach Entwicklungsstand des Kindes nicht ungewöhnlich. Dennoch interpretiert Wollring (1996, 476) die ihm vorliegenden Arbeiten von Grundschulkindern im Sinne eines allmählichen Fortschritts „vom sequentiellen zum simultanen Codieren der räumlichen Tiefe.“ (vgl. auch Wiese und Wollring 1995, 523). Während also jüngere Schüler häufig eher gedanklich ein Objekt umlaufen, um diese Vorstellung anschließend im Sinne sequentieller Tiefencodierung zu dokumentieren, sei die Vorgehensweise bei fortschreitender Entwicklung durch einen „relativ zum Objekt ruhenden mentalen Beobachter“ (Wollring

²⁰vgl. auch Befunde von Freeman (1980, 223ff), der Kinder bat, zwei Äpfel hintereinander liegend zu zeichnen

²¹s. auch Beschreibung der Versuchsanordnung auf S. 132

1996, 476) gekennzeichnet.

Für die eigene Studie schärfen Wollrings Beobachtungen und Deutungen die eigene Aufmerksamkeit dahingehend, dass auch bei der Zusammenfügung mehrerer Würfel zu einem (rotierten) Würfelfünfling, insbesondere bei jüngeren Kindern im zweiten Schuljahr, vergleichbare Vorgehensmuster zu erkennen sein könnten. Dies führt möglicherweise dazu, dass Kinder im Zuge einer sequentiell voranschreitenden Vorgehensweise konkret oder gedanklich verschiedene Ansichten der gegebenen Bauvorlage erfassen und diese bei der eigenen konstruktiv-konkreten eigenen Artikulation additiv miteinander verbinden.

In seiner Deutung von Kinderzeichnungen vertritt Wollring zudem die Position einer „Wahrnehmungserfassung“ (vgl. Wollring 1995b, 561), wobei grundsätzlich angenommen wird, die Kinder versuchten in ihren Zeichnungen visuelle wahrgenommene Eindrücke oder Vorstellungen von Objekten und Situationen darzustellen. Dabei seien sie - eigene Erfahrungen der Verfasserin bestätigen dies - durchaus in der Lage bei der Evaluation ihrer Zeichenergebnisse qualitative Mängel ihrer Eigenproduktionen erkennen und benennen zu können. Wollring beobachtet diesbezüglich eine Entwicklungstendenz von einer strukturell-konstruktiven Auseinandersetzung mit der dazustellenden Situation hin zu Darstellungen, die im Sinne des „visuellen Realismus“ gedeutet werden können (vgl. Harris und Butterworth 2002, 202, s. oben). Er bringt dies aber wiederum in Verbindung mit der vom Kind intendierten Mitteilung der eigenen Zeichnung: „Ein subjektiv höherer Erklärungsbedarf der dargestellten Szene gegenüber dem gedachten Betrachter (der Kinderzeichnung, Anm. S.R.) bewirkt eher eine strukturell realistische Darstellung, ein geringerer Erklärungsbedarf eine eher visuell realistische.“ (Wollring 1996, 479).

Auch **Koops und Sorger** (1977, 1980) vertreten die Auffassung, dass kindliche Raumvorstellungskompetenzen vielfach übertreffen, was man zunächst anhand fehlerhaft anmutender Zeichnungen annehmen könnte: In ihren Fallstudien zeigen die Autoren, dass die Qualität der Darstellung in Abhängigkeit vom eingesetzten Medium zu sehen ist, und Kinderzeichnungen keineswegs per se unmittelbare Rückschlüsse auf die Fähigkeit zur Codierung räumlicher Tiefe zulassen. Entsprechend entwickeln die Autoren ein „Zwischenmedium“ zwischen Bau- und Zeichenaktivitäten in Gestalt ebener Darstellungen von Einzelwürfeln, die als „Raumplättchen“ bezeichnet werden (Koops und Sorger 1977, 405).

Kinder im ersten Schuljahr werden von Koops und Sorger dazu angeregt, Einzelwürfel und Würfelbauwerke in verschiedenen Medien (konkrete Würfel, Zeichnungen, Raumplättchen) in einem anderen dieser Medien zu rekonstruieren. Dadurch erhoffen sich die Autoren Erkenntnisse zum „wechselseitigen Zusammenhang zwischen räumlichen Gebilden und ebener Repräsentation“ (Koops und Sorger 1977, 433). Im Hinblick auf spontane Zeichnungen zu massiven Objekten ähneln die erzielten Befunde dieser Untersuchung jenen von Mitchelmore (s. oben) (Koops und Sorger 1980, 147). Für die eigene Untersuchung von noch stärkerem Interesse sind zudem die Ergebnisse im Hinblick auf die konstruktive Artikulation der Kinder mit den konkreten Würfeln bzw. mit dem Plättchenmaterial, worauf im nachfolgenden Kapitel noch einmal explizit eingegangen werden soll (vgl. S. 149).

3.2.3 Raumvorstellung in räumlich-konstruktiven Arbeitsumgebungen

In einem der ersten sorgfältig dokumentierten Versuche, räumliche Kompetenzen und Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Umgang mit konkretem Material (teilweise auch qualitativ) zu erfassen, entwarf **McFarlane** (Mc Farlane 1925, 25ff) den „Painted Cube Test“, auf den in Kap. 2.2.2 (S. 69) bereits kurz hingewiesen wurde.

Die Autorin beobachtete die Kinder bei der Konstruktion eines aus 27 Einzelwürfeln bestehenden Würfelgebäudes, welches im Endzustand die Gestalt eines Würfels annehmen sollte. Erschwert wurde die Aufgabe dadurch, dass lediglich die Außenflächen der Zielfigur rot gefärbt waren. Unter den einzelnen kleinen Würfeln waren also 8 Würfel mit drei rot gefärbten Seiten, 12 weitere Würfel, bei denen 2 Seiten gefärbt waren, sowie ein einzelner ungefärbter Würfel. Ein weiterer, aus gleichem Material zusammengebauter Würfel durfte von den Kindern vor Beginn der eigenen Konstruktion intensiv betrachtet werden. Abb. 3.15 aus einem aktuellen Schulbuch zeigt einen in 27 gleiche Teile zerlegten Würfel, der dem Zielzustand der Aufgabe McFarlanes entspricht und zudem methodische Varianten für den heutigen Geometrieunterricht aufzeigt (vgl. auch Köhler 1999, 32 für weitere aktuelle Variationen).

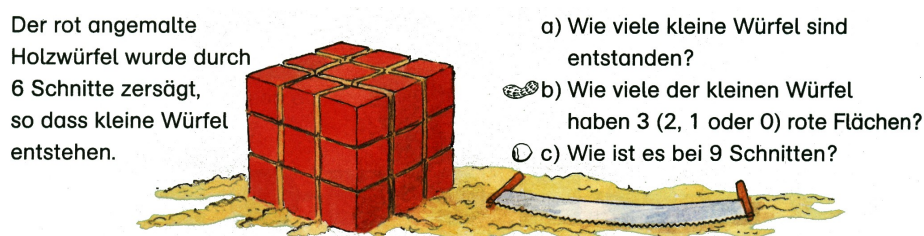


Abbildung 3.15: Variationen des „Painted Cube“ in einem aktuellen Schulbuch (Maier 2005c, 104)

Als typische Merkmale der Bearbeitung der ursprünglichen Konstruktionsaufgabe von McFarlane, die vor allem dem Bereich der Veranschaulichung (S_2 nach Thurstone) anspricht, beobachtete die Autorin (a.a.O., 26ff), dass die Kinder den Würfel in horizontalen Schichten bauen, wobei die Kinder in der Regel mit der untersten Schicht beginnen und sich schließlich Schicht für Schicht hocharbeiten. Gelegentlich planten die Schüler die horizontalen Schichten jedoch auch separat und fügten sie erst später zusammen. Beobachtet wurde auch, dass vertikale „Scheiben“ oder auch einzelne Säulen

konstruiert wurden, die die Kinder anschließend zusammenschoben.

In der Regel wählten die Kinder die einzelnen Würfel dabei offenbar gezielt aus, erkundeten also am bereits erstellten Teilbauwerk, welche Eigenschaften ein noch fehlender Würfel haben müsste, um anschließend gezielt diesen Würfel zu suchen und in die Konstruktion einzufügen. Eine entsprechende Klassifizierung der Einzelwürfel *vor* Beginn der eigenen Konstruktion fand nicht statt. Allerdings elaborierten einige Kinder ihre Vorgehensweise im Verlauf der Konstruktion entsprechend, was auf erste Lerneffekte hindeutet.

Stießen die Kinder kurz vor der Fertigstellung ihres Würfelgebäudes auf das Problem, nicht mehr ausreichend viele Steine mit roten Außenflächen zur Verfügung zu haben, konnte die Autorin drei graduell abstufbare Reaktionsmuster ausmachen: Kinder, die McFarlane auf eher niedrigem Niveau ansiedelt, wechseln scheinbar ziellos Einzelwürfel aus, während kompetentere Teilnehmer ihrer Untersuchung mit Bedacht bereits gelegte Würfel auswechseln und neu arrangieren: „This group is distinguished from the preceding because the subject has definitely in mind *what* cubes he must select; and from the succeeding because his work is purely empirical.“ Die gedankliche Erfassung der bei der Konstruktion zu berücksichtigenden Prinzipien gelänge jedoch (nach dem beschriebenen Fehlversuch) jenen, die McFarlane als „good“ bezeichnet (Mc Farlane 1925, 27).

Gemeinsamkeiten zwischen den Versuchen McFarlanes und der in der vorliegenden Arbeit dokumentierten Studie liegen vor allem darin, dass auch hier bei der Erstellung eines Würfelbauwerkes die Zielfigur im Gedächtnis behalten werden muss, während verschiedene konstruktive Schritte vollzogen werden. „Blinde Versuche“ sind wenig erfolgversprechend - vielmehr legen erfolgreiche Kinder McFarlane zufolge rasch ein „Versuch-Irrtum-Verhalten“ ab (vgl. Mc Farlane 1925, 56). Ebenso wie in der eigenen Studie ist zudem festzuhalten, dass die Aufgabenstellungen den beteiligten Kindern in ihrer dargebotenen Form relativ unvertraut sind.

Konstruktive Aktivitäten der Probanden werden auch in dem von **Koh** entwickelten „block design test“ (vgl. Koh 1920, 1923) erwartet. Dessen Material setzt sich im Wesentlichen aus 16 Würfeln sowie verschiedenen Karten mit farbigen Mustern zusammen, die mit den Würfeln, bzw. einzelnen ihrer

Seitenflächen rekonstruiert werden sollen²². Koh verwendet dazu vorgefertigte sogenannte „Color Cubes“, um eine Aufgabenstellung zur Intelligenzmessung zu entwerfen, die bei der Aufgabeninstruktion ggf. auch ohne Sprache auskommen kann. Eine besondere Färbung der Würfel²³ erschwert den Nachbau der graduell nach Schwierigkeit abgestuften Muster, die auf 17 kleinen Karten angeboten werden (vgl. Koh 1923, 65).

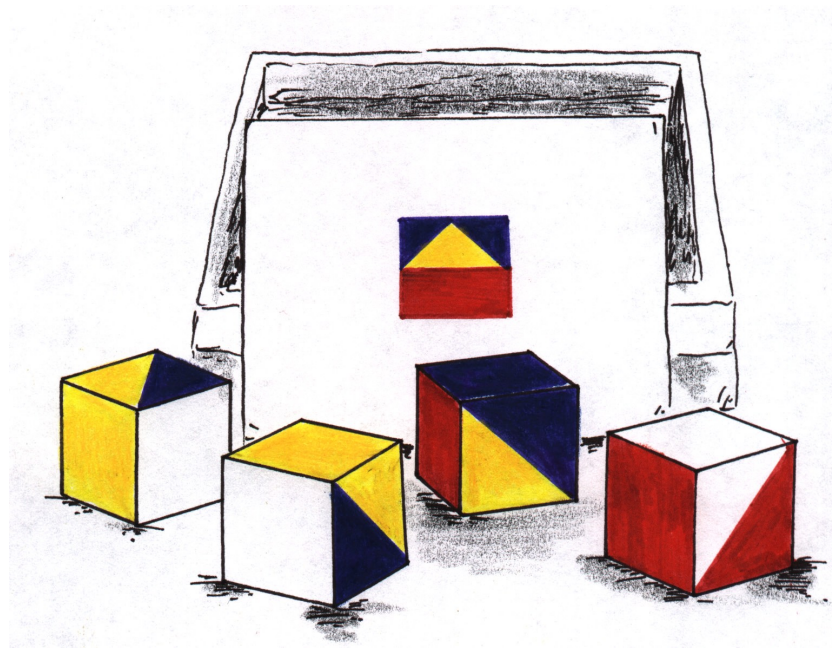


Abbildung 3.16: Materialbeispiel für „Koh´s block design test“ (nach Koh 1923, 66)

Abbildung 3.16 zeigt eine der leichteren Aufgabenstellungen (Design 2), die mit vier Würfeln zu rekonstruieren ist und in den Studien von Koh auch schon von Kindern im Grundschulalter bewältigt wird. Das auf der Karte angebotene Muster weist dabei einen Größenunterschied zu der konkreten Rekonstruktion auf, der einem Verhältnis von 1:4 (Vorlage zur Rekonstruktion) entspricht - gleiches gilt für das Verhältnis von Bauvorlage und rotiertem eigenen Bauwerk in der eigenen Studie.

²²vgl. auch den ähnlich angelegten, für Erwachsene konzipierten „block-design“- Test von Wechsler (vgl. Wechsler 1981; Beaumont 1998) sowie Erläuterungen zu Varianten des Tests mit Kindern (Lorenz und Radatz 1993, 210f)

²³Jeweils eine Seite der Würfel ist rot, weiß, gelb, bzw. blau gefärbt. Die beiden übrigen Seitenflächen sind durch eine Diagonale geteilt und in den Kombinationen gelb-blau bzw. rot-weiß gefärbt.

Der Test ist nach wie vor als Produkt auf dem Markt. Er zählt im angelsächsischen Raum offenbar zu den verbreitetsten Testverfahren, die zu diagnostischen Zwecken eingesetzt werden (vgl. McCullough 1992), und ist mittlerweile auch in einer Software-Version erhältlich (vgl. Furutaoa u. a. 1997).

Rozenzwajg (1991) gibt zudem einen Überblick zu Studien, die Strategien beim Lösen der Aufgabenstellungen in Kohs „block design test“ untersuchen. Im Wesentlichen werde dabei zwischen „globalen“ und „analytischen“ Strategien unterschieden: Beim Einsatz einer „globalen“ Strategie setzten die Probanden vor allem ein Versuch-Irrtum-Vorgehen ein und nähmen keine systematische Analyse der Komponenten der zu rekonstruierenden Vorlage vor. Personen, die „analytisch“ vorgingen, zerlegten das Modell jedoch gedanklich in die konstituierenden Einzelwürfel, wählten anschließend gezielt die benötigten Würfel aus und arrangierten diese sodann gemäß der Vorlage (Rozenzwajg 1991, 74). Aus der Analyse entsprechender Interviews mit siebzehnjährigen Mädchen ergänzt die Autorin diese Differenzierungen um eine dritte („synthetische“) Strategie, die weniger von einer Zerlegung in Einzelwürfel als stärker von einer Segmentierung in zusammenhängende Substrukturen der Muster geleitet werde und analytisches wie globalen Vorgehen miteinander verbinde (vgl. Rozenzwajg 1991).

Vandenberg (Vandenberg 1975, 58) erkennt die Herausforderung des „block design test“ von Koh an das räumliche Vorstellungsvermögen und weist auf die hier zu leistenden Rotationen der Einzelwürfel im Raum, bzw. auf die Rotationen der ebenen Flächenmuster innerhalb der gelegten Würfelebene hin, die ggf. notwendig sind, um alle Teile des Musters zu rekonstruieren. Allerdings merkt Vandenberg an gleicher Stelle auch kritisch an, dass hier möglicherweise neben den zu leistenden Formunterscheidungen auch ein hohes Maß non-visueller Argumentationskraft beansprucht werde²⁴.

Koh selbst betrachtet die Testaufgaben zunächst nur unter psychometrischen Gesichtspunkten und führt umfangreiche statistische Analysen durch. Er greift aber u.a. auch auf die Methode der Introspektion zurück und stellt dabei fest: „(...) that these tests require first the breaking up of each design presented into logical units, and second, a reasoned manipulation of the blocks to reconstruct the original design from these separate parts.“ (Koh 1923, 172). Die diesbezügliche Parallele zu den Aufgabenstellungen der eigenen Studie ist offensichtlich: Auch hier geht es darum, die Bauvorlagen

²⁴Vandenberg verweist hier erstmals auch auf den von ihm konzipierten MRT (vgl. Kap. 2.27, S. 73), für den der beschriebene Mangel seiner Auffassung zufolge nicht gelte. Die in Kap. 5.2 (S. 252ff) folgenden Ausführungen zu Strategien beim Umgang mit Raumvorstellungsaufgaben mit mentaler Rotation werden hier ein differenzierteres Bild bieten.

strukturell zu erfassen (sie ggf. auch gedanklich in Segmente zu zerlegen) und schließlich mit Hilfe des vorhandenen Materials eine eigene Konstruktion zu erstellen, die hier jedoch zusätzlich im Vergleich zur Vorlage in andere Raumlage gebracht werden muss. So lässt sich auch für die eigene Studie konstatieren: „(...) *attention*, *adaption* and *auto-criticism* are all involved in the successful accomplishment of each task.“ (Koh 1923, 174).

Hinsichtlich der Bearbeitungsergebnisse der an Kohs Studie teilnehmenden (v.a. 6 bis 17-jährigen) Probanden²⁵ entwickelt der Autor ein Punktesystem (a.a.O., 69ff), mit dem u.a. die Anzahl der Bewegungen einzelner Würfel, die Bearbeitungszeit sowie die Qualität der Lösung (richtig/ falsch) festgehalten werden. Dabei stellt Koh fest, dass die Mädchen aller Alterstufen gleichaltrigen männlichen Probanden bei den ersten zehn, weniger umfangreichen Mustern überlegen sind, während bei den übrigen Mustern Jungen in allen Altersstufen erfolgreicher agieren (vgl. Koh 1923, 120ff).

Im Zusammenhang mit homogenem Baumaterial beschreibt **Kietz** (1950) die Entwicklung des kindlichen Bauspiels im Vorschulalter. Basierend auf für heutige Standards eher unsystematisch erscheinenden Beobachtungen beschreibt die Autorin, wie sich Kinder zunächst „Luftbauten“ (zwischen den Händen gehalten) konstruieren und sodann erste auf der Fläche stehende Türme bauen (zunächst eher instabil, dann kleine stabile bis große stabile Türme). Typisch sei hier etwa ab Ende des zweiten Lebensjahres das Aneinanderfügen der Bauteile in einer geschlossenen Reihe, die sich folglich nur auf eine Dimension bezieht. Erst allmählich entwickle sich dann der „Blockbau“ (eine Schicht von Steinen) aus dieser Reihenbildung, bis das Kind schließlich (d.h. ab etwa drei Jahren) vielfältige Kombinationen von Blöcken, Türmen und Reihen (später auch „Brücken“) zu konstruieren imstande sei (vgl. Kietz 1950, 11ff). Krötsch (1917) erkennt eine sehr ähnliche Typologie (zit. nach Guanella 1935, 6ff), die auch von den Beobachtungen Guanellas (1935) gestützt wird.

Stückrath (1963) erkennt beim Konstruieren eines räumlichen Hausmodells (vgl. auch Kap. 3.2.2, S. 128) drei Entwicklungsstufen der Raumauffassung: Während in der I. Stufe (7. bis 8. Lebensjahr) die „Dingstruktur des Objekts“ berücksichtigt werde, rücke in den Konstruktionen älterer Kinder (II. Stufe: 9. bis 11. Lebensjahr) eher die „Formstruktur des Objekts“ in den Vordergrund, d.h. es gelänge älteren Kindern besser, markante Einzelmerk-

²⁵Insgesamt nahmen an der von Koh 1923 dokumentierten Studie mehr als 100 Kinder im Grundschulalter, d.h. zwischen ca. 6 1/2 und 10 1/2 Jahren teil (vgl. Koh 1923, 40).

male des zu konstruierenden Objekts zu berücksichtigen (a.a.O., 50ff):

„Das jüngere Kind will Material zerlegen, bearbeiten und zusammenbasteln. Die von der Sache her gewonnene Besinnung hinkt stets hinter dem Tun her.“ (Stückrath 1963, 64). Erst auf der dritten Stufe dieser Entwicklung, gelänge es dem Kind ab etwa 12 Jahren, die geometrische Struktur des Objekts zu erfassen. Dies beinhaltet nach Stückrath, dass sich das Verhältnis von Denken und konkreter Aktivität nun gewissermaßen umkehre (a.a.O.): „Die Überlegung schreitet voraus (...)“

In der eigenen Studie stellen die 8 bis 9-jährigen Kinder einen großen Teil des Samplings dar. Die Beobachtungen Stückraths, die sich auf Kinder im Übergang zwischen den von ihm definierten Stufen I und II beziehen, ist daher hier von besonderem Interesse. Hier gilt für Kinder ab etwa 9 Jahren dem Autor zufolge: „Das Ding wird in seiner räumlichen Bündigkeit angestrebt. Es gliedert sich auf in eine Anzahl von Formteilen, die das Ganze aufbauen. Jedes Formteil ist hinsichtlich seiner Lage im Raum bestimmt; es steht überdies mit anderen Formteilen in engster Beziehung (Formstruktur). An die Stelle der noch ganzheitlichen Auffassung der I. Stufe tritt eine zergliedernde.“ (Stückrath 1963, 69).

Als didaktische Konsequenz ergibt sich eine Empfehlung Stückraths, wonach in den ersten beiden Schuljahren der Grundschule die „an Ganzheiten orientierte Raumerfassung“ (a.a.O., 76) im Mittelpunkt stehen, während erst im 3. und 4. Schuljahr der „zergliedernden Raumauffassung“ nachgegangen werden solle.

Diese Schlussfolgerungen sind aus heutiger Sicht sicher kritisch zu hinterfragen. Auch die damaligen Altersangaben dürften kaum noch direkt auf heutige Verhältnisse übertragbar sein. Dennoch ist festzuhalten, dass die Ausführungen Stückraths dem Konstruieren mit Holzbausteinen unterschiedlicher geometrischer Form eine die „zergliedernde Raumauffassung“ fördernde Wirkung zuschreiben: „Bauen bringt das Porträt des Dinges in die Form des zergliedernden Ganzen.“ (Stückrath 1963, 80).

So sind aus heutiger Sicht einerseits entsprechende konstruktive Aktivitäten so früh wie möglich im Geometrieunterricht (d.h. auch schon im 1. und 2. Schuljahr) zu verankern. Andererseits lassen die Analysen Stückraths erwarten, dass die an der eigenen Untersuchung beteiligten jüngeren Kinder im zweiten Schuljahr möglicherweise noch große Schwierigkeiten mit dem (für die Bewältigung der eigenen Aufgaben notwendigen) Wechsel zwischen ganzheitlicher Betrachtung (Rotieren der *gesamten* Figur) und zergliedernder Betrachtung (Berücksichtigung der räumlichen Relationen der Segmente zueinander) haben könnten.

Piaget und Inhelder (Piaget und Inhelder 1979, 307ff) untersuchen die Beziehungen zwischen der bildähnlichen Rekonstruktion (vgl. auch nachfolgendes Kap. 3.2.3) und der Handlung in einer konstruktiven Arbeitsumgebung. Dabei lassen sie u.a. konkrete Würfelbauwerke nachbauen, die aus sieben (und mehr) Einzelwürfeln bestehen. Verschiedene Varianten des Experiments beinhalten z.B. die konstruktive Kopie eines Würfelbauwerks, welches vom Kind zuvor nur für kurze Zeit betrachtet werden konnte. In anderen Fällen baut der Versuchsleiter das Modell vor den Augen des Kindes auf, bevor er es noch vor Beginn der konkreten Bauaktivität des Kindes wieder entfernt. Interessante Anhaltspunkte für die eigene Studie bietet hier die von Piaget erarbeitete Fehlerklassifikation (vgl. Piaget und Inhelder 1979, 312), die nachfolgend ausschnittsweise skizziert wird:

- Aneinanderreihen in einer Ebene: Es wird nicht berücksichtigt, dass einzelne Segmente innerhalb der Figur auch in die Höhe zu bauen sind.
- Aufstapeln auf einem der Würfel: Es wird nicht berücksichtigt, dass einzelne Segmente innerhalb der Figur auch in der zur Bauplatte parallelen Ebene positioniert werden müssen.
- Globalform: Es besteht Ähnlichkeit zur Vorlage, d.h. es wird sowohl „horizontal“ als auch in die Höhe gebaut, die Figur weist jedoch noch zahlreiche Fehler der Lage, Richtung oder Anzahl auf.
- Richtung: Weitgehend korrekte Rekonstruktion, bei der jedoch noch ein Segment in falscher Orientierung gebaut wird.
- Anzahl: im Prinzip korrekte Rekonstruktion der Form, wobei jedoch noch Fehler in der Anzahl auftreten
- Lage: im Prinzip korrekte Rekonstruktion der Form, wobei jedoch noch Fehler bei der Positionierung der Würfeltürme auftreten.
- vollkommen korrekte Rekonstruktion

Bemerkenswert erscheint hier zudem, dass jüngere Kinder die Aufgabe erfolgreicher lösen, wenn sie die Konstruktionstätigkeit des Versuchsleiters beobachten durften (und nicht nur kurz eine bereits vollendete Bauvorlage betrachteten).

Wie bereits im vorausgegangenen Kapitel (S. 141) angesprochen, entwickeln **Koops und Sorger** (1977, 1980) verschiedene Aufgabentypen, in

denen massive Würfelmodelle eingesetzt werden, bzw. Kinder mit massivem Material oder mit Würfelplättchen konstruktiv tätig werden sollen. Zu diesen Aufgabenvariationen zählt auch das Abzählen von Einzelwürfeln in konkreten Würfelkonfigurationen (u.a. Vierlinge und Fünflinge) und der Nachbau (mit Plättchen oder Würfeln) ausgehend von dieser Bauvorlage. Die Schwierigkeit scheint hier für die Kinder nicht von der *Anzahl* der Einzelwürfel im Modell, sondern vielmehr von den räumlichen Relationen innerhalb der Konfiguration abzuhängen: Haben einzelne Würfel innerhalb des Arrangements mehr als zwei Nachbarwürfel, fällt es den Kindern offenbar schwerer, zu einer korrekten Anzahlbestimmung im Modell zu gelangen (Koops und Sorger 1977, 402), bzw. diese Konfiguration massiv zu rekonstruieren (Koops und Sorger 1980, 57). Ähnliches gilt für den Nachbau nach perspektivischen Zeichnungen.

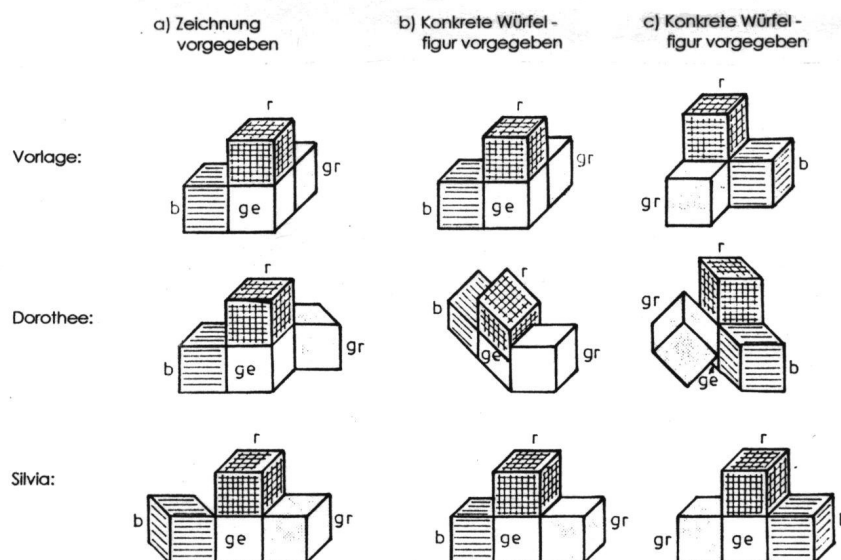


Abbildung 3.17: Konstruktion mit Würfelplättchen (Koops und Sorger 1977, 408)

Abbildung 3.17 zeigt die Konstruktionsversuche einer Schülerin mit den beschriebenen Würfelplättchen²⁶. Dem Mädchen gelingt auf bemerkenswerte Weise die Kodierung der Raumlage des grünen Würfels (gr), der sich aus

²⁶Die erste Vorlage ist per Skizze vorgegeben; die beiden weiteren Konstruktionsvorgaben stehen als konkretes Modell vor dem Kind.

Sicht des Kindes offenbar in einer anderen „Schicht“ befindet als die „Dreierkonstellation“ aus dem blauen, gelben und roten Würfel. Zahlreiche vergleichbare Beispiele werden von Koops und Sorger (1980) dokumentiert.

Diese Beobachtung legt nahe, dass ein Kind bei räumlicher Bauvorlage und der Konstruktion mit konkreten Würfeln vermutlich keine Schwierigkeiten gehabt hätte, diesen Würfelvierling quasi „1 : 1“ nachzubauen²⁷. Für die eigene Studie bedeutet dies, dass die Kinder im 2. Schuljahr keine Schwierigkeiten mehr haben dürften, eine vergleichbar einfache gegebene Würfelfigur in direkter Lageentsprechung konkret nachzubauen (vgl. auch Koops und Sorger 1980, 67). Der Aspekt mentaler Rotation stellt damit in der eigenen Untersuchung offenbar die *entscheidende* Schwierigkeit dar, wenn davon ausgegangen wird, dass die Konstruktion an sich Kindern diesen Alters (ausgehend von konkreten Bauvorlagen) keine Schwierigkeit mehr bereitet. Bevorzugte Konstruktionsstrategien versuchen Koops und Sorger z.B. anhand der Reihenfolge gelegter Einzelwürfel festzumachen (vgl. Koops und Sorger 1980, 62). Übergeordnete Präferenzen können hier jedoch nicht dokumentiert werden, sondern erweisen sich als „stark abhängig von der zu reproduzierenden Würfelfigur“ (Koops und Sorger 1980, 167).

Wichtig zu bemerken erscheint schließlich, dass Koops und Sorger aufgrund ihrer Ergebnisse in Frage stellen, ob sich das Verständnis für euklidische und projektive Beziehungen tatsächlich erst zum Ende der Grundschulzeit entwickelt, wie die Untersuchungen Piagets nahelegen. Insbesondere die Ergebnisse von Koops und Sorger zu ihren sogenannten „Raumplättchen“ legen vielmehr nahe, dass diese Kompetenzen grundsätzlich schon früher vorhanden sind und bei Vorhandensein von geeignetem Material adäquat artikuliert werden können (Koops und Sorger 1977, 403).

So ergibt sich in Bezug auf die eigene Studie der nahe liegende Analogieschluss, dass auch junge Grundschulkinder möglicherweise in der Lage sind, mit dem in der eigenen Untersuchung angebotenen Material Würfelkonfigurationen gedanklich (ggf. unter Rückgriff auf konkrete Rotation im Raum) zu rotieren.

²⁷Aufgaben vom Typ „konkretes Würfelbauwerk - rekonstruiert mit Würfeln“ werden von den Autoren nicht untersucht und wären wohl auch bei den hier verwendeten Konfigurationen (max. 7 Würfel) für Erstklässler bereits recht trivial.

3.3 Zur Entwicklung mentaler Repräsentationen und der Fähigkeit zu gedanklicher Rotation

In Kapitel 2.1.2.2 und 2.1.3 konnte bereits gezeigt werden, welche zentrale Rolle die Generierung statischer und transformierbarer Repräsentationen aus kognitiver Perspektive für das Lösen von Raumvorstellungsaufgaben spielt, die von den Probanden die gedankliche Antizipation der Drehung eines Objektes im Raum erfordern. Wie entwickeln sich nun diese kognitiven Operationen im Verlauf der Grundschulzeit?

Dies zu erhellen ist wesentlicher Bestandteil der theoretischen und empirischen Erörterungen der eigenen Arbeit. Bei der Interpretation der eigenen Daten kann dabei an einige (wenn auch vergleichsweise wenige) Untersuchungen angeknüpft werden, die explizit Aufgabenstellungen aus dem Bereich der mentalen Rotation einbeziehen. Da in Kap. 2.2.2 (S. 69ff) bereits gezeigt werden konnte, dass die bei den „typischen“²⁸ Aufgabenstellungen zu mentaler Rotation zu leistenden kognitiven Aktivitäten oft nur schwer psychometrisch eindeutig zu klassifizieren sind (vgl. Bezug zu den Faktoren S_1 und S_3 nach Thurstone in Kap. 2.2.2), sollen im Folgenden sowohl Studien aus dem Kontext mentaler Rotation als auch (ausgewählte) Untersuchungen zum Komplex der räumlichen Orientierung dargestellt werden. Zu klären ist dabei auch, welche grundlegenden Annahmen über die Entwicklung mentaler Repräsentation im Grundschulalter die jeweilige Theoriebildung begleiten.

Zahlreiche Untersuchungen in diesem Kontext knüpfen - wie bereits erwähnt - an die umfangreichen Studien Piagets und seiner Mitarbeiter zur intellektuellen Entwicklung an. Die eigene Studie beabsichtigt jedoch zunächst nicht, wie in den Stadiencharakterisierungen Piagets²⁹, Beziehungen zum Lebensalter der Probanden herzustellen, sondern möchte Prozesse mentaler Rotation typisieren. Dennoch werden die mit der Theorie Piagets verwobenen Erkenntnisse zur repräsentationalen Entwicklung im folgenden Kapitel dargestellt, um jene Arbeiten, die sich explizit mit der Fähigkeit zu gedanklicher Rotation auseinander setzen, besser einordnen zu können.

²⁸vgl. u.a. die Würfelfiguren von Shepard und Metzler (S. 49) oder die Aufgabenstellungen von Guay u.a. (S. 81)

²⁹In der vorliegenden Arbeit wird auf ausführliche Erläuterungen zu den Stadien der kognitiven Entwicklung nach Piaget nicht weiter eingegangen.

3.3.1 Zur Theorie Piagets

Im Verständnis von Piaget und Inhelder stützt sich die Raumvorstellung gleichermaßen auf mentale, figurative Repräsentationen (auch: „anschauliche Konfigurationen“) sowie auf kognitive Operationen, die diese Elemente berühren und Beziehungen zwischen ihnen herstellen (z.B. Ordnung, räumliche Verlagerung, Nähe, Umschlossenheit) (vgl. z.B. Piaget und Inhelder 1979, 348). Das Verständnis für diese Beziehungsaspekte entwickelt sich Piaget zufolge fortschreitend von einem Verständnis für topologische Beziehungen (im Vorschulalter) bis hin zu einem ausgeprägten Verständnis für euklidische und projektive Beziehungen am Ende der Grundschulzeit³⁰.

Piaget bemerkt ergänzend: „(...) den asymmetrischen Relationen entsprechen die Operationen der Platzierung (Reihenfolge) und der Ortsveränderung, und der Zahl entspricht das Messen. Zeit und Raum sind also, auch wenn sie Kategorien sind, Operationssysteme, die eindeutig den logisch-arithmetischen Operationen entsprechen, von diesen aber durch ihr Niveau unterschieden sind.“ (Piaget 1969, 340).

Grundlegende Erörterungen zu Piagets Begriff mentaler Repräsentationen wurden bereits in Kap. 2.1.2.2 (S. 39) vorgenommen. Hinsichtlich der Entwicklung dieser zentralen, kognitiven Kompetenz führten Piaget und seine Mitarbeiter zahlreiche Studien durch, deren Befunde und Interpretationen mit der umfassenden Theorie der kognitiven Entwicklung der Autoren verwoben wurden, sie gleichermaßen anreicherten wie fundierten. Jene Positionen Piagets, die die Entwicklung der Raumvorstellung bzw. insbesondere die Entwicklung mentaler Rotation berühren, sollen daher im Folgenden noch einmal kurz referiert werden, bevor diese Analysen den Befunden weiterer Autoren im Forschungskontext mentaler Rotation gegenüber gestellt werden.

Piaget und Inhelder schreiben der Tätigkeit der Nachahmung im Kleinkindalter³¹ eine besondere Funktion für die Entwicklung der Symbolfunktion - und damit für die Entstehung mentaler Bilder - zu, die in ihrem Kern „als verschobene und interiorisierte Nachahmung“ betrachtet wird (vgl. Piaget und Inhelder 1979, 15). Die vorstellungsmäßige Antizipation der Ergebnisse seiner Handlung gelingt dem Kind demzufolge spätestens in der Mitte des zweiten Lebensjahres (vgl. Montada 1998, 521). Einen weiteren Einschnitt

³⁰s. auch Piagets Interpretation von Kinderzeichnung in Kap. 3.2.2 (S. 128) sowie Radatz und Rickmeyer (1991, 12f) für eine knappe Übersicht

³¹Anzumerken ist, dass auch Piaget stets betont, die von ihm getroffenen Altersangaben seinen lediglich ungefähre Angaben, die bezogen auf das von Piaget angesprochene sensomotorische Stadium zudem v.a. auf das stark eingeschränkte Sample seiner eigenen drei Kinder bezogen sind (vgl. auch Ginsburg und Oppen 1998).

- im Sinne eines Entwicklungsschubes die Generierung mentaler Repräsentationen betreffend - datieren sie auf den Beginn der konkret-operationalen Phase (also um das 7. Lebensjahr herum). Hier sprechen die Autoren von einem „Aufblühen der antizipatorischen Bilder, d.h. (...) der kinetischen und Transformationsbilder“ (Piaget und Inhelder 1979, 468). Zuvor müsse den mentalen Repräsentationen im Wesentlichen ein statischer Charakter zugeschrieben werden, während sie nun zunehmend flexibler im Sinne der operationalen Entwicklung, also z.B. zerlegbar und umkehrbar werden.

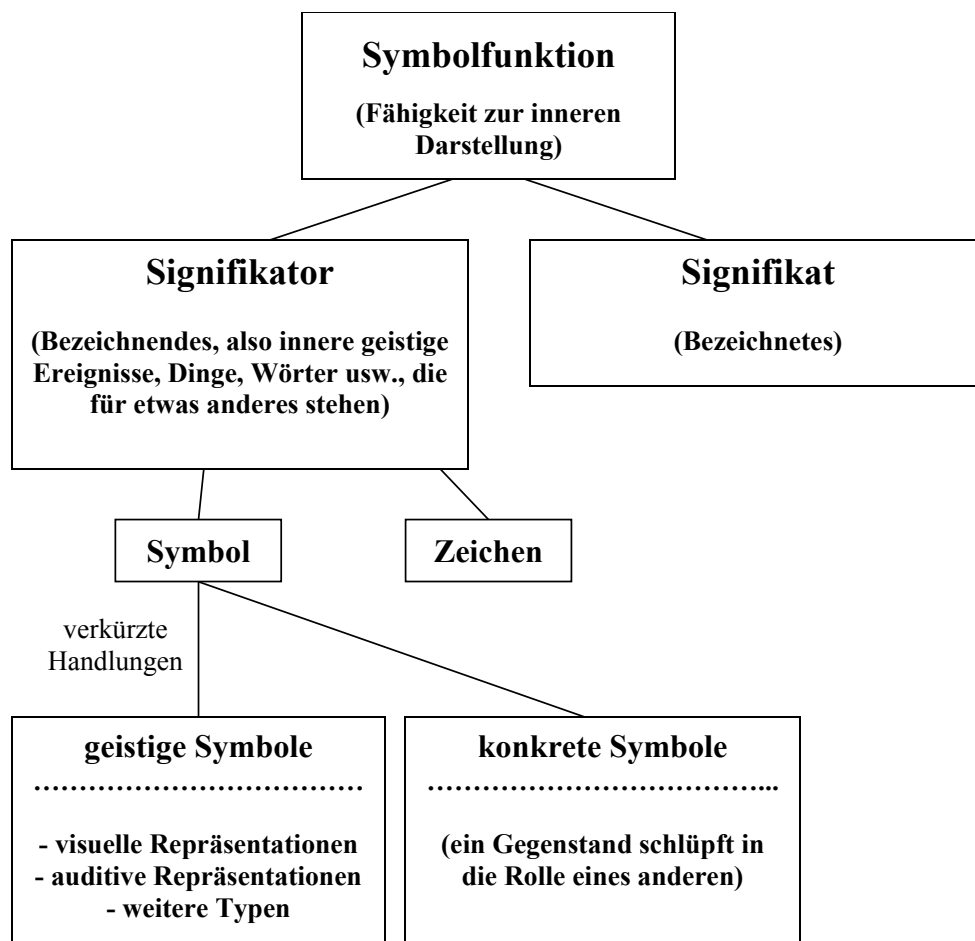


Abbildung 3.18: Bildähnliche Repräsentationen in der Theorie Piagets zur Entwicklung der Symbolfunktion (nach Ginsburg und Oppen 1998, 103)

Wie in Abb. 3.18 ersichtlich, ist in Piagets Theorie zur Entwicklung der Symbolfunktion zu differenzieren zwischen Symbolen und Zeichen, deren Be-

ziehungen zum Signifikat innerhalb einer Gemeinschaft zu verabreden sind (z.B. Wörter). Symbole werden demgegenüber als charakteristisch für das jeweilige Individuum angesehen und weisen Ähnlichkeit mit dem Bezeichneten auf. Piaget bemerkt dazu:

„Das geistige Bild bleibt individuell, weil es dem Individuum eigen ist und nur dazu dient, seine persönlichen Erfahrungen wiederzugeben, so daß es eine unersetzbare Rolle neben dem System der kollektiven Zeichen beibehält.“ (Piaget 1969, 96).

Das jüngere Kind bedient sich häufig eines konkreten Symbols, wobei (z.B. im Spiel) ein Gegenstand in die Rolle eines anderen schlüpft. Visuelle Repräsentationen, die für die vorliegende Arbeit besondere Bedeutung haben, werden demgegenüber als geistige Symbole verstanden, die sich aus verkürzten Handlungen ergeben: „Vorstellungsbilder repräsentieren abwesende Gegenstände und Ereignisse. Sie sind ‚Symbole‘ in dem Sinne, dass sie eine gewisse Ähnlichkeit zu dem repräsentierten Objekt aufweisen und daß sie sehr individuell sind. (...) Sie entstehen aus Nachahmungsprozessen, die zunehmend verinnerlicht werden.“ (Ginsburg und Oppen 1998, 217). Minimale Muskelaktivitäten (auch der Augenmuskeln), die einer abgekürzten Nachahmung der vorgestellten Körperaktivität (bzw. Wahrnehmungsaktivität) entsprechen, begleiten in diesem Sinne die symbolische Vorstellung, die sich zunehmend von einer konkreten, zeitlich verschobenen Imitation auf die Ebene der kognitiven Aktivitäten verschiebt (vgl. Ginsburg und Oppen 1998, 100)³².

Wesentliche empirische Quelle und Beleg für die Erkenntnisse Piagets und seiner Mitarbeiter sind deren Erfahrungen mit dem sogenannten „Drei-Berge-Versuch“ (Piaget und Inhelder 1971, 251ff, vgl. Abb. 3.19). Dazu wurden in der originären Arbeit Piagets 100 Kinder mit einem Modell der Größe 1m x 1m konfrontiert, auf dem drei Berge³³ der Umgebung von Genf im Modell dargestellt sind.

³²Piaget verwendet den frz. Terminus „intériorisation“. Es wird jedoch an verschiedenen Stellen deutlich, dass hier streng genommen unterschieden werden muss zwischen einer „Interiorisation“ und einer „Internalisation“: Letztere bezieht sich im Wesentlichen auf die auch hier angesprochene Abschwächung externer Bewegungen, die schließlich vollständig „unter der Oberfläche“ verschwinden, somit verinnerlicht werden und zu inneren Symbolen werden. „Interiorisation“ im engeren Sinne spricht demgegenüber die Fähigkeit der Abstraktion von den besonderen Inhalten einer Operation an (vgl. Piaget und Inhelder 1979, 515).

³³Die Berge sind farbig gestaltet: Der kleine Berg in der Nähe der Betrachterposition A, auf dessen Anhöhe ein kleines Häuschen steht, ist grün, der nächsthöhere Berg mit einem roten Gipfelkreuz ist braun gefärbt. Der höchste („schneebedeckte“) Berg im Modell ist grau gehalten. Ein kleiner „Weg“ zieht sich über den kleinen grünen Hügel.

Im Verlauf der Experimente wird nun eine kleine Puppe an die verschiedenen Betrachterstandorte A, B, C, D versetzt und das jeweils befragte Kind soll angeben, welches von zehn vorgegebenen Bildern der Perspektive der Puppe auf die Berglandschaft im Modell entspricht.

Eine von verschiedenen Variationen dieser Aufgabenstellung erwartet vom Kind, dass es anhand verschiedener Pappstücke, die in Form und Farbgebung den Bergen im Modell angepasst sind, eine mögliche „Fotografie“ zu verschiedenen Standorten der Puppe konstruiert.

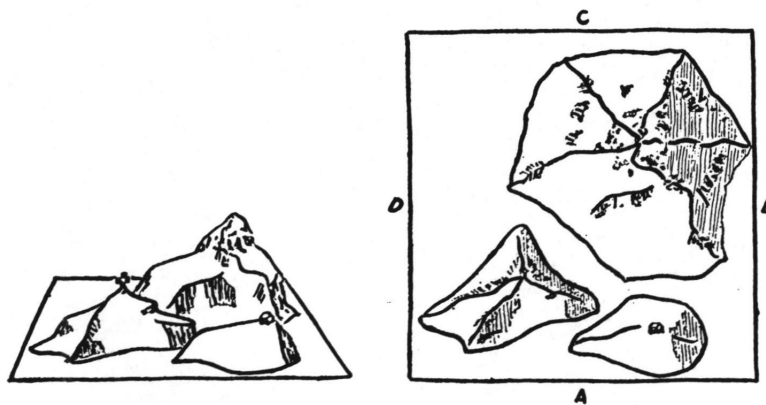


Abbildung 3.19: Skizze des Modells im „Drei-Berge-Versuch“ (Piaget und Inhelder 1971, 251)

Zur Untersuchung der Entwicklung beweglicher Vorstellungsbilder unternehmen Piaget und Inhelder auch Experimente, die einen deutlichen Bezug zu Thurstones Faktor „Veranschaulichung“ aufweisen, also Veränderungen *innerhalb* eines Arrangements ansprechen³⁴:

Vier- bis siebenjährigen Kindern wurden zwei aufeinander liegende, identi-

³⁴Piaget und Inhelder unternehmen in keiner der Verfasserin bekannten Studien konkreten Bezug zu der Vielfalt psychometrisch orientierter Arbeiten der Kognitionspsychologie, was vermutlich auch die skeptische Haltung zahlreicher Vertreter dieser Forschungsrichtung erklärt. Zu erwähnen bleibt jedoch, dass auch Piaget eine grundsätzliche Differenzierung zwischen „Transformationen“ (also Veränderungen der Form wie z.B. Verschiebungen von Einzelteilen einer Figur) und Positionsveränderungen (z.B. kinetische Reproduktion von Verschiebungen) vornimmt – ähnlich unterscheidet auch Thustone als einer der wenigen Psychometriker zwischen „Veranschaulichungen“ (S_2) und dem Bereich der räumlichen Relationen (S_1) (vgl. z.B. Piaget und Inhelder 1979, 221).

sche Quadrate³⁵ gezeigt, die die Kinder zunächst zeichnen sollten. Anschließend wurde das oben liegende Quadrat für einen kurzen Moment leicht verschoben, um schließlich wieder in die Ursprungslage zurück versetzt zu werden. Die Kinder sollten sich nun die zwischenzeitlich betrachtete, verschobene Situation vorstellen und u.a. diese Vorstellung in einer eigenen Zeichnung bzw. in der Beurteilung vorgegebener Skizzen artikulieren (vgl. Piaget und Inhelder 1979, 84ff). Erst im Alter von etwa 7 Jahren konnten ca. 75 Prozent der Kinder diese Aufgabenstellung bewältigen, was sich auch in interkulturellen Studien bestätigte (vgl. Ginsburg und Oppen 1998, 214).

Ginsburg und Oppen bemerken anknüpfend an die Interpretationen Piagets auch hier: „Das (jüngere, Anm. S.R.) Kind scheint eine Dimension zu zentrieren, also einen besonderen Aspekt der Anordnung, (...); aber es koordiniert die Bewegung des einen Klotzes nicht mit der endgültigen Bewegung der endgültigen Position der beiden Klötze.“ (Ginsburg und Oppen 1998, 214). Erst mit dem Eintritt in das konkret-operationale Stadium, also ab etwa 7 Jahren sei Piaget zufolge die Ausbildung der Operationen (z.B. das Zerlegen - Zusammensetzen) so weit fortgeschritten, dass eine Dezentrierung und damit eine Dynamik innerhalb der Vorstellung möglich sei:

„So gehört zu den wesentlichen Ergebnissen unserer verschiedenen Untersuchungen, daß sich das antizipatorische Bild nur mit Hilfe der Operationen bilden kann und daß es sich andererseits als unentbehrlich für die repräsentative Wiederherstellung der Bewegungen und der Transformationen erweist, die die Versuchsperson schon kennt und die ihr sogar vertraut sind.“ (Piaget und Inhelder 1979, 509).

Im Forschungskontext zur kindlichen Entwicklung räumlicher Vorstellungskompetenzen ist das Versuchsarrangement des „Drei-Berge-Versuchs“ wohl eines der am häufigsten zitierten, referierten und kritisch hinterfragten Experimente der modernen Entwicklungspsychologie.

Weniger in Betracht gezogen wird demgegenüber Piagets ähnlich angelegte Untersuchung zum „Plan des Dorfes“ (Piaget und Inhelder 1971, 486ff), bei dem u.a. zwei identische kleine Modelle einer Dorflandschaft³⁶ (vgl. Abb. 3.20) angeboten werden.

³⁵In der Übersetzung aus dem amerikanischen Englisch der Arbeit von Ginsburg und Oppen (1998, 213ff) ist die Rede von „Bauklötzen“ im frz. Original sprechen die Autoren jedoch von der Verschiebung eines Quadrates („carré“ Piaget und Inhelder 1966, 67).

³⁶bestehend aus zwei kleinen Häusern, einer Straße, Hügel, Bach und Bäumen

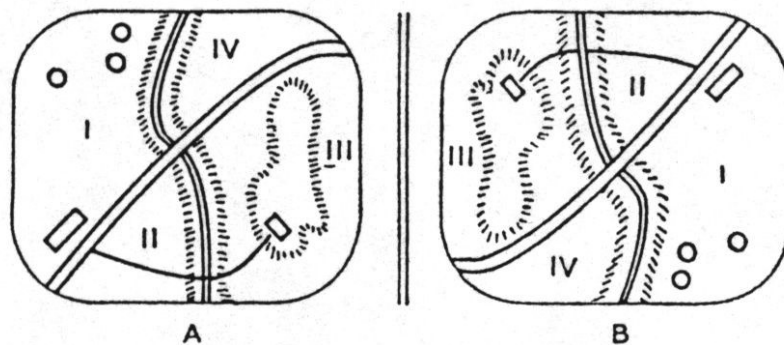


Abbildung 3.20: Rotierte Modelle einer „Dorflandschaft“ (Piaget und Inhelder 1971, 488)

Die Kernidee besteht bei einer der mit diesem Modell verbundenen Aufgabenvariationen darin, einer Puppe, die im Modell A vom Versuchsleiter verschiedene Plätze zugewiesen bekommt, die korrespondierenden Standorte in dem um 180 Grad gedrehten Modell B zuzuweisen.

Topologische Relationen wie „Nachbarschaft“ und Umgebung bestimmen den Autoren zufolge auch hier das Denken jüngerer Kinder. Mit zunehmendem Alter werden dann verstärkt, aber zunächst nur *partiell* projektive Relationen (wie links-rechts, vorn-hinten) berücksichtigt. Allerdings ist diese Aufgabenstellung im Vergleich zu den Anforderungen des „Drei-Berge-Versuchs“ offenbar leichter zu bewältigen, zumal es hier Kindern bereits im Alter von 7 bis 8 Jahren gelingt, sämtliche der relevanten Relationen zu berücksichtigen.

In der vorliegenden Arbeit können nicht alle Details der Piagetschen Erkenntnistheorie dargestellt werden (s. oben). Der interessierte Leser stößt in seiner Begegnung mit den verschiedenen Arbeiten Piagets jedoch recht bald auf die Erkenntnis, dass es den Vertretern der „Genfer Schule“ zufolge allgemeine Denkstrukturen gibt, die als besonders charakteristisch für die jeweiligen Stadien der Entwicklung angesehen werden.

So ziehen die Autoren aus den Daten ihrer vielseitigen Experimente verschiedene generelle, für die eigene Studie relevante Schlüsse, die im Folgenden überblicksartig dargestellt werden sollen, da sie wesentliche Anknüpfungspunkte für eine regelrechte Lawine entsprechender oder leicht variiert wiederholungen anderer Forscher und deren Interpretationen darstellen. Die Ansätze anderer Autoren werden dem gegenübergestellt.

- „Die räumliche Vorstellung (...) ist eine verinnerlichte Handlung.“ (Piaget und Inhelder 1971, 527). Dieser Gedanke dokumentiert eine der Kernideen der Arbeiten von Piaget und Inhelder (vgl. auch Piaget 1969; Piaget und Inhelder 1979), denen zufolge die Vorstellung vor allem eine verinnerlichte Nachahmung ist. Diese Perspektive hat die mathematikdidaktische Diskussion (und insbesondere die Geometriedidaktik) seither prägt und stellt die Basis für die Forderung nach einem handlungsorientierten Geometrieunterricht dar.

Aktuelle kognitionspsychologische Befunde - insbesondere zu mentaler Rotation (vgl. Kap. 2.1.3) - untermauern diese Annahme weitgehend (z.B. Wexler u. a. 1998; Wraga u. a. 2003).

Allerdings übt Kosslyn (1980, vgl. auch Kap. 2.1.3, S. 41) heftige Kritik an den Ausführungen Piagets, mentale bildhafte Repräsentationen seien verinnerlichte Nachahmungen. Wenngleich auch er (durchaus ähnlich zu Piaget) von einem entwicklungsmäßigen Übergang von anschaulicher (räumlich-bildhafter) zu symbolischer (verbal-linguistischer) Repräsentation ausgeht, bemängelt er, es werde in der Theorie Piagets an keiner Stelle deutlich, was tatsächlich imitiert werde. Hauptsächlich moniert Kosslyn dabei, dass Piaget nicht erörtere, *wie* eine solche Nachahmung kognitiv operiere (Kosslyn 1980, 410f). Zudem erhebt er (a.a.O.) den Vorwurf, die Arbeit Piaget leiste lediglich eine *Beschreibung* der repräsentationalen Entwicklung, könne jedoch keine zufrieden stellenden Antworten zur *Erklärung* der dabei vonstatten gehenden kognitiven Informationsverarbeitungsprozesse geben.

Durchaus auch ähnlich zu Bruner u.a. (s. unten) geht Kosslyn (a.a.O., 408) auf der Grundlage seiner umfangreichen empirischen Erfahrungen von verschiedenen Repräsentationstypen aus. „Spätere“ Repräsentationstypen (genauere Altersangaben werden gemieden) sind demzufolge effizienter als die Repräsentationen jüngerer Kinder, deren Repertoire Kosslyn zufolge vor allem bildhafte Repräsentationen umfasse. Allerdings lösen diese späteren Typen die vorausgegangenen Typen nicht ab, sondern bereichern diese im Wesentlichen an. Eine Beschreibung der dabei ablaufenden Informationsverarbeitung bezieht Kosslyn auf die Wechselwirkungen zwischen der Oberflächen- bzw. Tiefenrepräsentation zurück (vgl. Kap. 2.1.3 sowie Krist und Wilkening (1991, 188)). Bedauerlich für die eigene Studie ist jedoch, dass der Autor seine Gedanken zur repräsentationalen Entwicklung in späteren Arbeiten (z.B. 1994) unberücksichtigt lässt. So bietet sich hier kein weiterer Anknüpfungspunkt für die eigene Dateninterpretationen, so dass auf die angenommenen Informationsverarbeitungsprozesse in der Theorie Kosslyns hier nicht näher eingegangen werden soll. Verwiesen sei lediglich auf Kosslyns Hinweis:

„Perhaps because young children are generally slower processors they can maintain only a very few units in an image at any one time. Thus, it is more likely that smaller parts will not be included on their images, requiring filling-in from long-term memory.“ (Kosslyn 1980, 433).

Auch Bruner, Olver und Greenfield weisen der Verinnerlichung konkreter Handlungserfahrungen eine tragende Funktion für die Entwicklung mentaler Repräsentationen zu (vgl. Bruner u. a. 1988). Sie knüpfen teilweise an die Arbeiten Piagets an und unterscheiden zwischen drei Formen innerer Repräsentation - einer handlungsmäßigen, einer bildhaften sowie einer symbolischen Darstellung (vgl. auch Edelmann 1996, 221ff). Dabei gehen die Autoren davon aus, dass „man etwas auf drei verschiedene Weisen kennen kann: dadurch, daß man es tut, dadurch, daß man es sich bildlich vorstellt und dadurch, daß man ein symbolisches Mittel wie z.B. die Sprache verwendet.“ (Bruner 1988, 27). Während Piaget und Inhelder qualitative Entwicklungsschübe im Hinblick auf die Fähigkeit zu mentaler Repräsentation diagnostizieren (s. oben), geht Bruner in der Nachfolge Piagets eher davon aus, dass sich die repräsentationale Entwicklung an den drei differenzierbaren Repräsentationsmodi festmachen lässt:

„Jede der drei Darstellungsmethoden, die handlungsmäßige, die bildhafte und die symbolische, hat ihre eigene Art, Vorgänge zu repräsentieren. Jede prägt das geistige Leben des Menschen in verschiedenen Altersstufen, und die Wechselwirkung ihrer Anwendungen bleibt ein Hauptmerkmal des intellektuellen Lebens des Erwachsenen.“ (Bruner 1988, 21).

Ergänzend zu Piaget erarbeitet Bruner nicht nur logisch-formal orientierte Aspekte der Entwicklung kognitiver Operationen, sondern betont stärker den sozial-gesellschaftlichen Einfluss auf die intellektuelle Entwicklung des Kindes (vgl. Harris und Butterworth 2002, 29f). Zudem bemerkt er zum *Zweck einer Darstellung*, diese könne z.B. handlungsleitend sein (vgl. verbale Beschreibung zum Binden einer Krawatte) oder etwa den Zustand einer abstrakten Situation (z.B. Zeichnung eines Schaltplans) wiedergeben (vgl. Bruner 1988, 74). Bruner folgt den Gedanken Piagets jedoch insofern, als dass auch er davon ausgeht, dass sich die Generierung mentaler Repräsentationen maßgeblich auf vorausgegangene Handlungserfahrungen stützt:

„Wenn einmal ein Schema von einer bestimmten Handlung abstrahiert und mehreren sequentiellen Handlungen in ein- und mehrdeutiger Weise zugeordnet ist, kann es die Basis für handlungsfreie Vorstellungen liefern. Damit kann sich die kindliche Vorstellung der Welt ihrerseits von der Handlung befreien.“ (Bruner 1988, 41).

Experimente, die sich explizit mit der Fähigkeit zu gedanklicher Rotation auseinandersetzen, werden von Bruner nicht angeleitet. Dennoch lässt sich aus seiner Theorie, die den Gedanken Piagets in wesentlichen Punkten folgt, der Schluss ziehen, dass der konkreten Manipulation von Material bis zu einem Lebensalter von etwa 9 Jahren eine besondere Bedeutung für die Entwicklung mentaler Operationen zukommt (a.a.O., 51). Das in der eigenen Studie eingesetzte Material bietet hier die besondere Chance, einerseits das gedankliche Operieren (mentale Rotation der Bauvorlage für die eigene Konstruktion) anzusprechen. Andererseits ist stets ein Rückgriff auf die handelnde Ebene in dem Sinne möglich, dass ein Bauwerk (etwa mit vereinten Kräften beider Interviewpartner) annähernd so wie die Vorlage aufgebaut wird, um anschließend *konkret* gekippt zu werden. Ein solches Vorgehen setzt im Brunerschen Sinne Lernprozesse in Gang und erfordert in der Analyse der eigenen Daten subtile Aufmerksamkeit.

- *Piaget unterscheidet zwischen zwei Arten der Wahrnehmung: „Neben der reinen und wesentlich rezeptiven Wahrnehmung, wie sie aus einer gegebenen Zeichnung hervorgeht, gibt es eine ‚Wahrnehmungsaktivität‘, die mit dem Wechsel der Zentrierungen (oder Dezentrierungen) beginnt und in Vergleichen, Übertragungen und Vorwegnahmen usw. besteht.“ (Piaget und Inhelder 1971, 37).*

Auch hier lassen sich Parallelen zum aktuellen, kognitionspsychologischen Verständnis der visuellen Wahrnehmung erkennen, die der geistigen Eigenaktivität des wahrnehmenden Individuums besondere Bedeutung beimisst (vgl. Kap. 2.1.1.2, v.a. S. 27f). Allerdings legen Studien aktuelleren Datums nahe, dass die Kompetenzen jüngerer Kinder (insbesonde von Säuglingen) weit über das hinaus reichen, was Piaget Kindern dieses Alters zutraut. Abgesehen von der obigen knappen Übersicht in Kap. 3.1 (S. 113) soll darauf hier jedoch nicht weiter eingegangen werden.

- *Bis zu einem Alter von 8 oder 9 Jahren sind Kinder Piaget zufolge nicht in der Lage, eine Gesamtkoordination der verschiedenen Ansichten einer räumlichen Konfiguration vorzunehmen, da sie noch zu stark auf einzelne Aspekte der gegebenen Situation zentrieren. Erst gegen Ende der konkret-operationalen Phase beherrschen Kinder den projektiven Raum, sind also in der Lage, ihren eigenen Standort im Raum als einen von vielen zu betrachten und sich selbst in andere Perspektiven hinein-zudenken.*

Die im “Drei-Berge-Versuch“ erforderliche Gesamtkoordinierung verschiedener Perspektiven steht in Verbindung mit der Ausbildung kognitiver Operationen im von Piaget definierten konkret-operationalen Stadium: Während die Vorstellungsbilder im Vorschulalter Piaget zufolge noch statischen Charakter haben, gewinnen die kognitiven Aktivitäten im Verlauf des konkret-operationalen Stadiums an Flexibilität. Die kognitiven Operationen werden reversibel und können immer besser miteinander verbunden werden³⁷ (vgl. z.B. Piaget und Inhelder 1971, 521).

Dies ist für die eigene Arbeit insofern bedeutsam, als dass dieser Altersstufe fast alle Kinder der an der Studie beteiligten zweiten und dritten Klassen zuzuordnen sind. Anlass zur Aufmerksamkeit ist folglich in Bezug auf die Frage geboten, ob die jüngeren Kinder der Studie ggf. ähnliche, selbstbezügliche Strategien einsetzen, bzw. Schwierigkeiten haben, die verschiedenen zu berücksichtigenden Aspekte der zu leistenden gedanklichen Rotation miteinander zu verbinden.

Untersuchungen wie jene von Nigl und Fishbein (1973) geben jedoch Anlass zu grundsätzlicher Skepsis gegenüber den von Piaget hier angegebenen Altersangaben. Vielmehr stellen diese Autoren fest, dass die kognitiven Voraussetzungen für das Hineinversetzen in verschiedene Perspektiven bereits viel jüngeren Kindern zur Verfügung stehen: „(...) the cognitive factors required to coordinate perspectives emerge sometime between the ages of five and six.“ (Nigl und Fishbein 1973, 244). In Kap. 3.3.2 (S. 165ff) wird auf vergleichbare Befunde, die den Erkenntnissen Piagets zuwider laufen, noch einmal genauer eingegangen.

- *Der mutmaßlichen Zentrierung, die das Denken im Vorschulalter Piaget und Inhelder zufolge charakterisiert, stellen die Autoren davon klar zu unterscheidenden Vorgehensweisen älterer Kinder im Grundschulalter gegenüber:*

„Die Vpn der Stufe IIIB dagegen gehen von einer Art antizipatorischem Schema aus, und dieses Schema ist nichts anderes als das Gerüst der Gruppierung selbst im Zustand möglicher (weil virtuell gewordener) Operationen.“ (a.a.O., S. 283). Bezüglich dieser Fähigkeit des Hineinversetzens in andere Perspektiven sei folglich ein „Übergang vom egozentrischen Realismus zur relativistischen Koordinierung“ (a.a.O., 290) zu verzeichnen.

³⁷Unter Operationen versteht Piaget geistige Handlungen, die fähig sind „(...) zu ihrem Ausgangspunkt zurückzukehren und auf direkte oder umgekehrte Weise mit anderen eine Kombination einzugehen.“ (Piaget und Inhelder 1971, 60).

Inwieweit sich hier Parallelen zur Interpretation der eigenen Daten ergeben, muss im zweiten Teil der vorliegenden Arbeit noch einmal erörtert werden. Festzuhalten bleibt zunächst, dass das Denken des Kindes in den Jahren seiner Grundschulzeit, der konkret-operationalen Phase, Piaget zufolge durch die zunehmende „Dezentrierung“ gekennzeichnet ist: „Es (das ältere Kind, Anm. S.R.) neigt dazu, mehrere Dimensionen eines Problems zueinander in Beziehung zu setzen.“ (Ginsburg und Oppen 1998, 199). Im Vorschulalter zentriert das Kind demgegenüber eher noch auf Zustände³⁸ (Harris und Butterworth 2002, 187). Es ist zu diesem Zeitpunkt seiner Entwicklung kaum in der Lage, mehrere Aspekte einer Situation gleichzeitig zu erfassen, konzentriert sich beispielsweise auf einen Teil einer Situation, dessen Bedeutung überschätzt wird und lässt weitere Zusammenhänge außer Acht (vgl. Ginsburg und Oppen 1998; Montada 1998). Denkbar ist also, dass bei Kindern, die noch Schwierigkeiten haben, sich die Rotation der Figuren in der eigenen Studie vorzustellen, hier eine mögliche Ursache in der Verzögerung der Entwicklung dieser Kompetenz liegen könnte.

Häufig wird in diesem Zusammenhang auf den egozentrischen Charakter des Denkens im Vorschulalter hingewiesen, der sich u.a. auch auf die Unfähigkeit jüngerer Kinder bezieht, sich zum Beispiel im Austausch mit einem Spielpartner in andere Meinungen als die eigene hineinzusetzen³⁹.

Montada (1998, 536) macht jedoch aufmerksam auf verschiedene Studien und Interpretationen, die die Ergebnisse Piagets zur Zentrierung von Vorschulkindern hinterfragen (vgl. auch Smothergill u. a. 1975, 9ff). In Kap. 3.2.2 konnte bereits darauf hingewiesen werden, dass Freeman und zahlreiche weitere Autoren in Bezug auf die Interpretation von Kinderzeichnungen der Annahme eines kindlichen Egozentrismus eine eher skeptische Haltung vertreten und mit zahlreichen Gegenbeispielen aufwarten (vgl. z.B. Light und Humphreys 1981).

So bemerkt auch Wilkening (Wilkening 1978, 99), dass es wichtig sei, nicht

³⁸vgl. z.B. Piagets Versuche zum Erkennen von Erhaltungen beim Umgießen von Flüssigkeiten (Piaget 1979, 345ff)

³⁹Es sei angemerkt, dass dieser Begriff vor allem im frühen Werk Piagets geprägt wurde und der Autor ihn weitgehend wertfrei verwendet (Ginsburg und Oppen (1998); Eliot (1987)). Das heißt, die Verwendung des Begriffes „Egozentrismus“ spielt nicht auf einen persönlichen Wesenszug an, der sich im Verlauf der Entwicklung erhält, sondern stellt lediglich ein Merkmal des kindlichen Denkens bis in die präoperationale Phase hinein dar (vgl. auch Harris und Butterworth 2002, 187f): „Der Terminus Egozentrismus, den wir immer in dieser Bedeutung gebraucht haben, ist zweifellos unglücklich gewählt, wir haben aber keinen besseren finden können.“ (Piaget und Inhelder 1979, 358, vgl. auch Piaget 1969, 98)

nur die *Anzahl* der vom Kind in seinen Überlegungen berücksichtigten Dimensionen zu erfassen. Auch die Art, in der eine Verknüpfung vom Kind vorgenommen werde, müsse analysiert werden. Besonders das Denken des jüngeren Kindes sei (bei Beachtung mehrerer Dimensionen) eher durch „additive“ Verknüpfungen geprägt, während das ältere Kind korrekte Lösungen erziele, indem es „multiplikativ“ integriere.

Krist und Wilkening (1991) führen diese Gedanken weiter (vgl. auch Sodian 1998, 638) und zeigen, dass die Entwicklung der Symbolfunktion nach dem Stand aktueller Forschung bedeutend früher als von Piaget angenommen einsetzt und keinesfalls von einem repräsentationslosen Säuglingsstadium gesprochen werden könne (zur Säuglingsforschung vgl. auch Spelke u. a. 1995; Spelke und Hermer 1996). Auch für die weitere Entwicklung konstatieren sie vor dem Hintergrund jüngerer Forschungsergebnisse: „Die Zentrierungsannahme ist in ihrer kategorischen Form nicht mehr haltbar.“ (Krist und Wilkening 1991, 189). Vielmehr müsse die Tendenz zur Zentrierung nicht als generelles Charakteristikum eines Entwicklungsstadiums, sondern als „häufig eingesetzte Strategie bei der Bewältigung ungewohnter Aufgaben“ (a.a.O.) verstanden werden, derer sich gelegentlich auch Erwachsene bei der Konfrontation mit ungewohnten Problemsituationen bedienen (vgl. auch Kap. 3.1, S. 114).

Eine solche „ungewohnte“ oder neuartige Problemsituation sind zweifelsohne auch die in der eigenen Studie eingesetzten Aufgabenstellungen. Entsprechend sind anzunehmende „Zentrierungen“ auf einen Teilaspekt der angebotenen räumlichen Konfigurationen möglicherweise vor allem auf diese „Neuartigkeit“ zurückzuführen.

Für die eigene Studie ergibt sich aus den Befunden Piagets insgesamt kein klares Bild über die zu erwartenden Leistungen bei den eigenen Aufgabenstellungen zu mentaler Rotation, bzw. über das Alter, in dem die eigenen Aufgabenstellungen bewältigt werden können. Auch Anekdoten wie die folgende lassen Zweifel an den generellen Schlussfolgerungen Piagets aufkeimen: *Der vierjährige Felix (4;3) sitzt frontal vor dem Fernseher, um das Sandmännchen zu sehen. Er beobachtet, wie ein großer Stern von links nach rechts durch das Bild fliegt und kommentiert: „Mama, wer jetzt da sitzt (an der rechten Seite des Fernsehgehäuses mitten im Wohnzimmer, Anm.) hat Glück. Der kann sehen, wo der Stern auf ihn zufliegt.“ Denkt man sich die auf den Bildschirm projizierte Szene als räumliches Modell (was ja intendiert ist) trifft diese Interpretation absolut zu und entspricht dem Hineinversetzen in eine andere Perspektive, die Piaget Kindern dieses Alters abspricht.*

3.3.2 Mentale Rotation im Vor- und Grundschulalter aus kognitionspsychologischer Perspektive

Vor allem im Zusammenhang mit Studien, die die Entwicklung der Fähigkeit zur räumlichen Orientierung (S_3 nach Thurstone) bzw. der Komponente „Mentale Rotation“ ergründen, stellen der „Drei-Berge-Versuch“ und die entsprechenden Analysen Piagets einen zentralen Anknüpfungspunkt dar und sind zur Gegenstand teilweise heftiger Kritik geworden, die im Folgenden - vorrangig bezogen auf den Aspekt mentaler Rotation - ausschnittsweise dargestellt werden soll:

Insgesamt sind in der kognitionspsychologischen Literatur inzwischen unzählige Studien publiziert, die sich in der Nachfolge mit Einzelaspekten der oben referierten Kernideen der Piagetschen Stadientheorie auseinandersetzen⁴⁰. Eine entwicklungsbedingte Progression der kindlichen Fähigkeit zur Übernahme verschiedener Perspektiven findet sich in Nachfolgeuntersuchungen zum „Drei-Berge-Versuch“ weitgehend bestätigt, wenngleich umstritten ist, wann diese Fähigkeit zu voller Kompetenz ausgebildet ist. So zeigen zahlreiche Befunde inzwischen, dass Kinder schon sehr viel früher als von Piaget angenommen verstehen, dass ein Objekt aus verschiedenen Wahrnehmungsperspektiven unterschiedlich aussehen kann (vgl. Freeman 1980; Weatherford 1985; Eliot 1987; Sodian 1998; Harris und Butterworth 2002, für einen Überblick)⁴¹.

Einig sind sich zahlreiche Autoren auch jüngerer Untersuchungen, die sich dem Bereich der räumlichen Orientierung (S_3 nach Thurstone) widmen, darin, dass die Fähigkeit von Kindern, sich ihrer Umgebung richtig zu orientieren, über die Einschätzungen Piagets weit hinaus reicht (vgl. Neidhardt und Schulz 2001, für eine Übersicht). Vor allem erscheine eine Differenzierung der Piagetschen Stadientheorie notwendig. Diese Progression müsse vielmehr im Sinne eines integrativen Modells komplexer Beziehungs- und Wirkungszusammenhänge verstanden werden. Dabei nehme u.a. die Elaborierung verschiedener Raumorientierungsstrategien (z.B. Landmarkenpräferenz oder die Ausprägung einer Orientierungsängstlichkeit) entscheidenden Einfluss (vgl.

⁴⁰zu einer Übersicht zu genereller Kritik an der Stadientheorie Piagets vgl. Rost (1977, 57), Maier (1999, 94f) bzw. Harris und Butterworth (2002, 238ff); ein erster Überblick über die Entwicklung der Wahrnehmung nach Piaget und die darauf bezogene Kritik aus der jüngeren Forschung bietet sich bei Harris und Butterworth (2002, 93ff), bzw. Spelke (1996, 92ff)

⁴¹Verschiedene Anregungen zur Wiederholung und Variation des „Drei-Berge-Versuchs“ im Unterricht finden sich auch bei Kelly (2002).

Neidhardt und Schulz 2001; Lehnung und Leplow 2001).

Auch **Freeman** (1980) übt, wie oben bereits anklang, heftige Kritik an Anlage und Analyse der Piagetschen Experimente und gibt einen reichhaltigen Überblick der bis dato publizierten Kontroverse um den „Drei-Berge-Versuch“. Eine der größten Hürden in diesem Experiment sieht Freeman (a.a.O., 74) darin, dass hier eine Fülle verschiedenster Anforderungen miteinander verbunden ist: Neben den erforderlichen wechselseitigen „Übersetzungsleistungen“ zwischen dem räumlichen Arrangement und den angebotenen Zeichnungen müssen die vorgestellten Ansichten in der Vorstellung erhalten werden, um sie mit den Zeichnungen vergleichen zu können: „Obviously we have here a multi-process task in which no single end response can give adequate information on the processes involved. (im Original kursiv, Anm. S.R.)“. Zuerst müsse das Kind (vor der Bewältigung des Perspektivenwechsels an sich) eine mentale Repräsentation des Arrangements unter relativer Berücksichtigung der eigenen Position generieren. Dies beinhalte möglicherweise eine isolierte Repräsentation der Relation einzelner Elemente dieses Displays zur eigenen Position. In einem weiteren Schritt müssten dann die Relationen der einzelnen Elemente zueinander repräsentiert (S_1 nach Thurstone, Anm. S.R.) und mit den vorausgegangenen Vorstellungen wieder zusammengeführt werden.

Ein Scheitern jüngerer Kinder ist Freeman zufolge somit nicht zwangsläufig nur auf einen egozentrisch geprägten Mangel jener Kompetenzen zurückzuführen, die das Kind dazu befähigen, gedanklich verschiedene Perspektiven einzunehmen.

Wenngleich Freeman eine Reihe verschiedener Nachfolgeuntersuchungen zum „Drei-Berge-Versuch“ referiert (Houssiadas 1965; Eiser 1974; De Lisi u. a. 1976, zit. nach Freeman 1980, 75 bzw. 99ff), bemängelt er, dass es (1980) kaum Experimente gäbe, die die genannten Probleme überwinden. Die eigene Studie kann hier insofern eine Lücke füllen (sicher nicht schließen), als dass in der eigenen Untersuchung zumindest keine „Übersetzungsleitungen“ der angesprochenen Art zu leisten sind, aber dennoch vom Kind erwartet wird, dass es sich Bewegungen einer Konfiguration vorstellt oder sich gedanklich eine andere Ansicht auf die Konfiguration verschafft.

Donaldson (vgl. Donaldson 1978, 1982; Hughes und Donaldson 1983) konnte beispielsweise zeigen, dass auch vierjährige Kinder bereits in der Lage sind, eine Puppe in einem Arrangement so zu positionieren, dass sie vor dem Blick eines „Polizisten“ versteckt ist (vgl. auch Freeman 1980; Harris und Butterworth 2002). Die vergleichbare Konzeption des Versuchsaufbaus

von **Shantz und Watson** (1970) ähnelt ebenfalls stark dem „Drei-Berge-Versuch“: Eine Puppe wird um ein Modell rotiert und die Kinder müssen bestimmen, welches von verschiedenen vorgegebenen Bildern mit der Sicht der Puppe auf das Modell überein stimmt (vgl. Shantz und Watson 1970).

Fishbein, Lewis und Keiffer (vgl. Fishbein u. a. 1972; Nigl und Fishbein 1973) nehmen zudem an, dass die Komplexität der Aufgabe sich entscheidend auf das Denken der Kinder niederschlägt. Egozentrisch geprägte Strategien könnten demzufolge bei schwierigeren Aufgaben zum Einsatz kommen (s. oben). So kommen die Autoren zu dem Ergebnis, dass bereits Kinder im Alter von etwa dreieinhalb Jahren in der Lage sind, unter bestimmten experimentellen Bedingungen verschiedene Ansichten eines Arrangements zu koordinieren (Fishbein u. a. 1972, 27):

Eine Auswahlentscheidung, bei der die Kinder (ähnlich wie bei Piaget) auf eine die mögliche Perspektive der Versuchsleiterin (bei Piaget: der Puppe) wiedergebende Darstellung zeigen sollten, fiel den Kindern wesentlich schwerer als eine alternativ angebotene „turning task“. Letztere beinhaltet, dass die Kinder ein festes Arrangement von Spielzeugfiguren so rotieren, dass die Versuchsleiterin eine von ihr vorgegebene Ansicht erhält („Ich möchte die Maus von vorn und den Soldaten von der Seite sehen (...“). Hier verminderte die Erhöhung der Anzahl der Einzelelemente innerhalb der Konfiguration (bzw. die Anzahl der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen) die Erfolgsquote der Kinder empfindlich.

Zudem legen die Autoren soziale Einflussfaktoren auf den Erfolg bei der hier beschriebenen Versuchsanordnung nahe: Eine Puppe (wie in den Versuchen Piagets) könne keine Fotografien anfertigen - die Versuchsleiterin kann dies sehr wohl auch praktisch tun, so dass für das Kind ein Perspektivenwechsel (da praktisch plausibel) leichter nachzuvollziehen sei.

Huttenlocher und Presson (1973) verwendeten in ihren Studien ein Arrangement aus farbigen Würfeln und ein diesen Aufbau „betrachtendes“ Spielzeugpferd. Jeweils 60 Kinder der Klassenstufen 3 und 4 wurden mit diesem Modell konfrontiert und sollten einerseits eine Aufgabe zum Perspektivenwechsel sowie andererseits eine mentale Rotationsaufgabe daran lösen, die den Kindern offenbar wesentlich leichter fiel als der gedankliche Perspektivwechsel (vgl. auch Freeman 1980; Weatherford 1985; Huttenlocher und Presson 1979).

Eine konstruktive Aufgabe, bei der ein Arrangement aus farbigen Würfeln rotiert werden sollte, trugen **Harris und Basset** (1976) an eine Gruppe von 24 Sechsjährigen und 24 Achtjährigen heran. Verwendet wurde dabei eine

Bauunterlage, die mit fünf Quadraten etwa in Gestalt eines Kreuzes versehen war. Drei farbige Würfel wurden auf diesen Feldern so arrangiert, dass sie die Felder in vertikaler oder horizontaler Ausrichtung füllten. Die beschriebenen Anordnungen wurden nun konkret rotiert, bzw. sollten gedanklich aus anderer Perspektive „betrachtet“ sowie anschließend von den Kindern nachgebaut werden (vgl. auch Freeman 1980, 113ff).

Wenngleich hier zunächst der Eindruck räumlicher Konstruktion entsteht, ist die Dimension, in der gedankliche Rotation zu leisten ist, allerdings doch vor allem die der Ebene der Bauplatte. Sieht man einmal davon ab, dass die Kinder (allerdings nur bei ausgesprochen flachem Betrachtungswinkel des Arrangements) tatsächlich partielle Verdeckungen eines „hinter“ oder „vor“ einem anderen Würfel liegenden Einzelwürfels wahrnehmen, wäre davon auszugehen, dass eine Versuchsanordnung, die die Würfel durch (quadratische) Plättchen ersetzt, vermutlich die gleichen kognitiven Operationen beanspruchte.

Interessant ist allerdings die Feststellung der Autoren, dass auch hier die Rotationsaufgaben von den Kindern mit größerem Erfolg bewältigt werden als die Aufgaben zum Perspektivwechsel. Zudem sind die hier beschriebenen Rekonstruktionsstrategien der Kinder von besonderem Interesse, da sie besondere Nähe zu den eigenen Aufgabenstellungen aufweisen:

Sowohl für die Perspektivwechselaufgaben als auch für die mentalen Rotationsaufgaben erwähnen Harris und Basset den gezielten Einsatz von Strategien, die keinesfalls nur eine zufällige Auswahl und Anordnung der einzelnen Würfel umfassen. In der Regel vollziehe sich die Aufgabenbearbeitung vielmehr so, dass zunächst das gesamte Arrangement (ggf. incl. des Beobachters) rotiert werde, bevor die Kinder ihre Rekonstruktion beginnen:

„Instead they appear to first imagine a complete transformation of the observer-array relationship and then proceed to a reconstruction of the resultant perspective. (...) Rotation tasks were handled in a similar fashion. The rotation was first imagined, and the nearest block after such a transformation was placed in position first.“ (Harris und Bassett 1976, 519).

Weatherford (1985) weist allerdings einschränkend darauf hin, dass stets beachtet werden müsse, welche speziellen Anforderungen in den Studien zur Fähigkeit räumlicher Orientierung bzw. mentaler Rotation an die Kinder herangetragen werden, so dass generalisierende Aussagen prinzipiell zu meiden seien:

„Children under 5 years of age may be able to recognize that another observer sees a specified view such as a view of the doll’s back. But it is much later before children can accurately coordinate numerous perspectives of a spatial array in a situation demanding that they consider the orientation of

each object and all of the spatial interrelationships as viewed from various stationpoints.“ (Weatherford 1985, 49).

Ebenso wie die Fähigkeit zu räumlicher Orientierung sei jedoch auch die Fähigkeit zu mentaler Rotation, die damit in engem Zusammenhang stehe, eine Fähigkeit, die einen entwicklungsbedingten Wandel durchlaufe (Weatherford 1985, 49). So bemerkt Weatherford (a.a.O.) mentale Rotation sei für Kinder offenbar einfacher als die Übernahme verschiedener Perspektiven, zumal aus seiner Sicht unterschiedliche kognitive Operationen oder Strategien diesen beiden Bereichen räumlicher Kompetenzen zugrunde lägen.

In Kap. 2.3.2.2 wurde bereits auf eine Untersuchung von **Marmor** (1975) verwiesen, die u.a. die Qualität von Instruktionen maßgeblich für den Erfolg bei MR verantwortlich macht und vier- bis achtjährige Kinder mit mentalen Rotationsaufgaben konfrontierte (Marmor 1977).

Vor allem kommt Marmor zu dem Ergebnis, dass durchaus schon Vierjährige in der Lage sind, ebene Figuren und Zeichnungen von Pandabären in rotierter Lage zu vergleichen. Abb. 3.21 zeigt die auf ca. Din A5 großen Karten angebotenen Paare von Figuren, die sich nur geringfügig unterscheiden (z.B. linker oder rechter Arm des Pandas angehoben) und von denen in der Untersuchung jeweils eine Figur in rotierter Lage angeboten wird. In jüngeren Studien anderer Autoren (z.B. Grimshaw u. a. 1995, s. unten) wird dieses Testformat verschiedentlich wieder aufgegriffen (vgl. auch Niccols und Finnegan 1987, zit. nach Grimshaw u.a. 1995) und regte die Entwicklung verschiedener an kindliche Probanden gerichtete Tests mit Bildern (vgl. Kap. 2.26, z.B. S. 73) an.

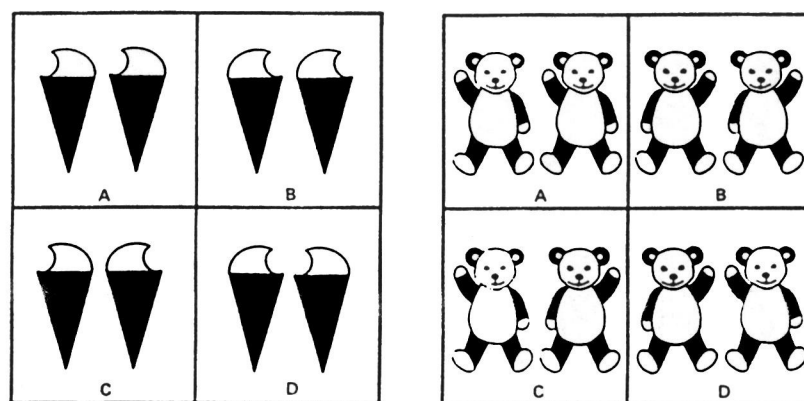


Abbildung 3.21: Figurenpaare in den Untersuchungen von Marmor (Marmor 1977, 321)

Explizit wendet sich Marmor (1977) gegen Piagets Annahme, die Beweglichkeit mentaler, bildähnlicher Repräsentationen hänge direkt ab von der Verfügbarkeit konkreter Operationen im Grundschulalter. Frappierend ist dabei auch die Parallele zu der Forschergruppe um Shepard und Metzler (vgl. Kap. 2.1.3, S. 45ff): Auch bei der Arbeit mit Vorschulkindern konnte von Marmor gezeigt werden, dass die Bearbeitungszeit linear mit dem Rotationswinkel anstieg, wobei die Bearbeitungszeiten für sich genommen mit steigendem Alter kürzer wurden.

Allerdings wurden die kleinen Probanden (anders als etwa bei Piaget und Inhelder) vorab sehr intensiv instruiert und explizit auf die mentale Rotation vorbereitet bzw. trainiert. Dies erklärt sicher zumindest teilweise die Unterschiede zu den Befunden Piagets. Zudem macht Marmor auf die Problematik klinischer Interviews aufmerksam: Hier bestehe stets die Gefahr, dass von einem Performanz-Problem vorschnell Rückschlüsse auf Kompetenz-Defizite gezogen würden. Auch sei es möglich, dass gerade jüngere Kinder die verbalen Instruktionen nicht verstehen (1975, 549).

Die Fähigkeit zu mentaler Rotation im Vorschulalter dokumentiert auch **Outterside** in verschiedenen Untersuchungen (vgl. Outterside 1996). Den vierjährigen Kindern wurde hier ein Quader gezeigt, der auf nur einer seiner Seitenflächen die Zeichnung einer Lokomotive trug, welche entsprechend nicht von allen denkbaren Perspektiven auf den Quader sichtbar war (vgl. Abb. 3.22).



Abbildung 3.22: Gestalteter Quader in der Untersuchung von Outterside (1996, 53)

Zahlreichen dieser sehr jungen Kinder gelang es in der Tat, sich die verschiedenen Lagen der gestalteten Seitenfläche vorzustellen - auch wenn diese

für sie selbst nicht sichtbar war (und z.B. nur von der Versuchsleiterin gesehen werden konnte). Auch die Antizipation gedanklicher Lageveränderungen war den meisten Kindern möglich. Nur eine geringe Anzahl von sechs Kindern verhielt sich demgegenüber „konform“ zu Piagets typischen Charakterisierungen zu diesen Altersstufe und hatte tatsächlich Schwierigkeiten, sich in die Perspektive der Versuchsleiterin hineinzuversetzen ⁴².

Ebenso wie bei Marmor (1975, 1977) wird hier also auf die grundsätzliche Kompetenz von Kindern im Vorschulalter, rotierte Figuren im Vergleich wiederzuerkennen, hingewiesen, was von den Autorinnen im Prinzip als Widerspruch zu den Befunden Piagets erachtet wird. Dieser Interpretation laufen andere, hier nicht ausdrücklich beachtete Ergebnisse Piagets jedoch nicht unbedingt zuwider:

Einerseits bemerken **Platt und Cohen** (vgl. Platt und Cohen 1981), dass Fünfjährige *ohne* die von Marmor durchgeführten Einführungstrainings tatsächlich hohe Fehlerquoten bei der Bewältigung der „Panda-Rotationsaufgabe“ haben. Andererseits verweist Piaget selbst darauf, dass auch schon Kinder im Alter von etwa 6 Jahren sich die Kreisbahnen verschiedener Objekte (Schnecke, Flugzeug) vorstellen können (vgl. Piaget und Inhelder 1979, 142ff): „Leichtigkeit und Schwierigkeit der Antizipation, die bei den kinetischen Bildern mitwirken, hängen (...) vor allem von der Komplexität der auftretenden Beziehungen (...) (ab.)“ (Piaget und Inhelder 1979, 143). Dazu zählen sicher u.a. die Komplexität der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen innerhalb der Konfiguration (S_1 nach Thurstone). So bemerken Piaget und Inhelder bereits für den Bereich der (gestischen) Reproduktion visuell wahrgenommener Situationen, es müsse aufgrund der großen Schwierigkeiten jüngerer Kinder bei einfacheren Aufgaben „mit noch mehr Schwierigkeiten gerechnet werden, wenn man das Kind auffordert, Bewegungen zu reproduzieren, die zwar immer noch gradlinig und sehr einfach sind, die aber zwei in Bewegung befindliche Einheiten betreffen.“ (Piaget und Inhelder 1979, 61).

Geht man ferner davon aus, dass diese Bewegungen in der eigenen Studie zumeist nicht nur reproduziert, sondern antizipiert werden müssen, muss auch hier bei den (jüngeren) Kindern mit besonderen Problemen gerechnet werden. Da in der vorliegenden Arbeit jedoch vor allem die Vorgehensweisen und weniger die Ergebnisse der Kinder dokumentiert werden sollen, werden diese zu erwartenden Schwierigkeiten als besondere Chance angesehen: Erst

⁴²vgl. auch ähnliche Befunde zu einer Untersuchung mit dreijährigen Kindern, in der einer von zwei konkreten, auf vier Seiten gestalteten Würfeln so rotiert werden sollte, dass die Sicht der Kinder auf *ihren* Würfel der Sicht des Versuchsleiters auf *seinen* Würfel entsprach (Hobson 1982, zit. nach Outterside 1996, 56f)

die Beobachtung des kindlichen Umgangs mit einem echten (eben nicht trivialen oder leicht lösbarem) Problem eröffnet dem Beobachter Einsicht in die kindliche Gedankenwelt.

Kail, Pellegrino und Carter (1980) untersuchten bei Kindern der (amerikanischen) Schuljahrgänge 3, 4 und 6 (ebenso wie bei College-Studenten) verschiedene Bereiche, die nach Ansicht der Autoren zur Erklärung von Entwicklungsunterschieden bezüglich der Vorstellungsfähigkeit von Rotationen bedeutsam sein können. So erkennen auch Kail u.a., dass vertraute Figuren schneller rotiert werden als geometrische Formen. Allerdings überdauert dieses schnellere Erkennen von Vertrautem die Entwicklung, d.h. auch ältere Schüler und Erwachsene rotieren Bekanntes verhältnismäßig schneller als abstraktere Figuren (Kail u. a. 1980, 104). Eine bedeutsame Entwicklung, die die Ausbildung mentaler Rotationskompetenzen maßgeblich determiniere, sei hingegen einerseits in der Fähigkeit zu sehen, mit der Abweichung der (hier angebotenen) buchstabenähnlichen Stimuli von der Vertikale umzugehen: Die Fähigkeit, auch einen erheblichen Abweichungsgrad der Figur von der vertikalen Standardausrichtung per mentaler Rotation „aufzurichten“ steigere sich demnach enorm bis zum Erwachsenenalter.

Andererseits dokumentieren die Ergebnisse von Kail u.a. deutliche Geschwindigkeitsunterschiede bei den mentalen Rotationsaufgaben: Die Entwicklung der mentalen Rotationskompetenz sei entsprechend gleichsam ein Spiegelbild der Geschwindigkeit, in der Kinder bzw. ältere Kinder die Vorlage und den Vergleichsreiz repräsentational kodieren und miteinander vergleichen.

Der Weiteren erwägen Kail u.a. verschiedene kognitive Strategien ihrer Probanden und erörtern, ältere Probanden rotierten möglicherweise nur ein hervorstechendes Merkmal der zu vergleichenden Figuren, während Kinder die Gesamtgestalt der Figur rotierten, was entsprechend mehr Zeit benötige (Kail u. a. 1980, 113). Allerdings erwägen die Autoren auch alternative Erklärungen. So bemerken sie an gleicher Stelle, man könne ebenso annehmen, dass Personen aller Altersgruppen den gesamten Vergleichsreiz rotierten - der Unterschied bestünde dann nur in der Qualität dieser Gesamtrotation: „A related argument would be that individuals at all developmental levels rotate the entire comparison stimulus. The more mature does so ‚holistically‘ while the less mature individual rotates each component separately, a presumably slower process.“ (Kail u. a. 1980, 113).

In einer der wenigen deutschsprachigen Studien zu mentaler Rotation untersucht **Wardanjan**, wie das Alter von acht- bis fünfzehnjährigen Probanden und die Vertrautheit mit den Objekten bzw. mit den Objekttransformationen die Bearbeitung von mentalen Rotationsaufgaben in dieser Altersstufe

beeinflussen Wardanjan (1990, 1994). Dabei greift die Autorin auf die von Parsons (1987a) entwickelten Testaufgaben mit rotierten menschlichen Ansichten sowie auf rotierte Abbildungen zweier Würfel, die mit Buchstaben und Ziffern markiert sind, zurück (vgl. auch Kap. 2.1.3, S. 2.1.3).

Es stellt sich dabei heraus, dass bei der Rotation abgebildeter Würfel bei den achtjährigen Kindern (ebenso wie bei den neun- und zehnjährigen) Fehlerraten von teilweise über 50 Prozent auftreten. Die Rotation vertrauter Stimuli wie die Darstellungen menschlicher Körper verläuft hier für die Kinder bedeutend erfolgreicher. Diese Beobachtungen betrachtet Wardanjan als Indiz dafür, „(...) daß Schüler dieses Alters (achtjährige Zweitklässler, Anm. S.R.) lediglich über objektspezifische interne Repräsentationen der vitalen Raumausdehnung verfügen.“ (Wardanjan 1994, 23f). Ferner bemerkt sie (a.a.O., 24), dass Grundschulkinder mit zunehmendem Alter offenbar verstärkt solche internen Repräsentationen nutzen, die in geringerem Maße von der Vertrautheit mit dem Objekt und möglichen (zuvor konkret erfahrenen) Lageveränderungen abhängen. Jüngere Probanden gingen zudem eher merkmalszentriert (im Piagetschen Sinne, s. oben) vor (a.a.O., 25).

3.3.3 Zur Entwicklung Jugendlicher

Waber u. a. (1982) untersuchten ältere Kinder der (amerikanischen) Klassenstufen 5 und 7, um deren Fähigkeiten zum Wiedererkennen rotierter und gespiegelter Buchstaben zu ergründen. Die Autoren orientierten sich dabei an den Vorarbeiten von Cooper und Shepard (vgl. Kap. 2.12, S. 46), d.h. es wurden den Probanden teilweise vorab zusätzliche Informationen über die zu leistenden Rotationen gegeben.

In ihrer Ergebnisdokumentation zeigen Waber u.a. deutliche Unterschiede zwischen den Ergebnissen der Fünft- und Siebtklässler auf, die auf einen deutlichen Kompetenzzuwachs innerhalb dieses relativ kleinen Entwicklungsausschnitts hindeuten. Unterschiede zwischen den Geschlechtern konnten dabei nicht festgestellt werden.

Bereits 1976 und 1977 untersuchte Waber jedoch den Einfluss von Hormonspiegelveränderungen in der Pubertät auf die Fähigkeit zu mentaler Rotation. Hier setzt sie u.a. Raumvorstellungstests ein, die gedankliche Drehungen erfordern, und unterteilt ihr Sampling in sogenannte „late maturers“ und „early maturers“ (u.a. auch zehnjährige Mädchen). Das wesentliche Resultat ihrer aus differentieller Perspektive häufig zitierten Untersuchung besteht darin, dass „Spätentwickler“ deutlich höhere (quantitativ erfasste) Erfolgsquoten in Raumvorstellungstests erzielten als körperlich früh ausgereifte Ju-

gendliche. Dieses Ergebnis konnte grundsätzlich für beide Geschlechter festgestellt werden. Da Mädchen jedoch in der Regel früher pubertieren als Jungen, werden diese Befunde schließlich von Waber als mögliche Erklärung für geschlechtsspezifische Unterschiede herangezogen: „(...) sex hormones might play an important role in the development of the higher cortical functions (...)“ (vgl. Waber 1977, 36).

Für die eigene Studie besteht hinsichtlich der von Waber u.a. diagnostizierten Einflussgröße *Hormonspiegel* bedingt Anlass zur Aufmerksamkeit für die hier im Mittelpunkt stehenden Grundschulkinder⁴³, zumal inzwischen Befunde dafür vorliegen, dass nicht nur der aktuelle Spiegel männlicher Sexualhormone das räumliche Denken beeinflusst, sondern auch Defizite in früher Kindheit zu langfristig anhaltenden Störungen in diesem Bereich führen können (vgl. Quaiser-Pohl 1998, 57):

So veröffentlichten Grimshaw, Sitarenios und Finnegan (1995) Ergebnisse einer Langzeitstudie, die ebenfalls diesem Zusammenhang zuzuordnen ist: Zu Beginn ihrer Untersuchung ermittelten sie den Hormonspiegel von Föten während der Schwangerschaft und konfrontierten dieselben Kindern später im Alter von 7 Jahren mit dem „Mental Rotation Test“. Ein vorgeburtlich hoher Testosteronspiegel bei Mädchen ging in dieser Studie einher mit besseren Leistungen im MRT, während Jungen mit hohem Testosteronspiegel verhältnismäßig schlechter abschnitten als Jungen mit niedrigeren Hormonwerten Grimshaw u. a. (1995). Befunde aus sehr ähnlichen Untersuchungen stehen dazu jedoch im direkten Widerspruch, so dass bei der Interpretation der Resultate entsprechende Vorsicht geboten ist (vgl. Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 61).

Auf eine explizite Untersuchung geschlechtsspezifischer Differenzen, die sich auf die Einflussgröße Hormonspiegel zurückführen ließen, ist die Anlage der eigenen Studie diesen Bedenken entsprechend nicht angelegt, zumal dies die mit der eigenen Studie angestrebte Nähe zum Schulalltag unterwandern würde.

Kail (1985) konfrontierte elf-, vierzehn- und neunzehnjährige Probanden mit Buchstaben und Ziffern und ließ diese mit rotierten, bzw. rotierten und gespiegelten Pendants vergleichen. Die Jugendlichen wurden dabei angehalten, entweder besonders schnelle, besonders genaue oder besonders schnelle

⁴³Drei der ältesten Mädchen im 4. Schuljahr hatten zum Zeitpunkt der Datenerhebung das 10. Lebensjahr vollendet („Lea“, „Sina“ und „Katy“). „Katy“ zeigte bereits deutliche Anzeichen einsetzender körperlicher Veränderung.

und genaue Antworten zu geben.

Unter der Maßgabe, besonders auf die Genauigkeit der zu leistenden Vergleiche zu achten, rotierten sowohl Vierzehn- als auch Neunzehnjährige etwa gleich schnell, hoben sich in ihrer Leistung jedoch deutlich von den Elfjährigen ab. Wenn es laut Instruktion darauf ankam, besonders genaue Angaben zu machen, erwiesen sich die Rotationsgeschwindigkeiten der Vierzehnjährigen hingegen als ähnlicher zu den Leistungen der Elfjährigen, während die Neunzehnjährigen hier sehr viel schneller rotierten.

Für die eigene Studie wird hier deutlich, dass die Entwicklung mentaler Rotationskompetenzen mit dem Eintritt in die Pubertät keinesfalls als abgeschlossen angesehen werden kann. Zu welchem Zeitpunkt in der kognitiven Entwicklung die Fähigkeit zu mentaler Rotation die rasantesten oder entscheidenden Entwicklungsschübe durchläuft, kann entsprechend nicht eindeutig geklärt werden.

3.4 Zusammenfassung

- Die von Piaget erarbeiteten Stadien der kognitiven Entwicklung und seine damit verwobene Theorie zur repräsentationalen Entwicklung stellen auch heute noch eine der wesentlichen Stützen der Geometriedidaktik im deutschsprachigen Raum dar. Mit den Worten von Rost (1977, 56) lässt sich treffend festhalten: „Von PIAGET und seiner ‚Genfer Schule‘ sind wesentliche und gerade für die Erziehungswissenschaft bedeutsame Anregungen ausgegangen.“ Bemerkenswert ist zweifelsohne auch die Weite der Piagetschen Experimente, die zahlreiche Anknüpfungspunkte für mathematikdidaktische Fragestellungen offeriert.
- Die Entwicklung mentaler Repräsentationen ist Piaget zufolge eng an die Entwicklung kognitiver Operationen gekoppelt. Dabei erachten Piaget und seine Mitarbeiter Raumvorstellung im Wesentlichen als verinnerlichte Handlung (vgl. Kap. 3.3.1). Bezogen auf den Schwerpunkt der eigenen Studie verweisen die Arbeiten Piagets darauf, dass das Hineinversetzen in eine andere Perspektive („Drei-Berge-Versuch“), die Antizipation von räumlichen Relationen eines gedrehten Würfels (Piaget und Inhelder 1979, 173ff) oder einer mit farbigen Reißnägeln markierten Pappscheibe (a.a.O., 200ff) nicht vor dem mittleren Grundschulalter geleistet werden kann.

- Demgegenüber weisen zahlreiche andere Studien, die weniger anspruchsvolle Aufgabenstellungen mit jedoch im Prinzip ähnlicher Anforderung an Kinder herantragen, dass auch Kindergartenkinder durchaus in der Lage sind, sich gedanklich in andere Lage zu versetzen oder gegebene räumliche Situationen in Gedanken zu rotieren (vgl. Kap. 3.3.2). Zahlreiche Studien versuchen hier, die grundsätzliche Kompetenz von Kindern bzw. Jugendlichen zu mentaler Rotation zu erfassen. Auf eine Betrachtung jener (vergleichsweise weniger) Studien, die sich mit kindlichen (oder jugendlichen) *Strategien* bei mentaler Rotation auseinandersetzen und hier Anknüpfungspunkte bieten könnten, muss in nachfolgenden Ausführungen noch einmal explizit eingegangen werden (vgl. Kap. 5.2.)
- Einer der wesentlichen Schlussfolgerungen der Piagetschen Studien besteht zudem darin, dass jüngere Kinder offenbar häufig dazu neigen, beim Umgang mit komplexen Situationen stark auf eine Dimension zu fokussieren, bzw. bei der Beachtung mehrerer Dimensionen diese Merkmale eher additiv zu verbinden (vgl. dazu auch Kap. 3.1 und 3.2.1 sowie Kap. 3.2.3, S. 149) (vgl. auch obige Ausführungen von Thiel 2004; Campbell u. a. 1992; Piaget und Inhelder 1979) Allerdings wird dies von verschiedenen Autoren auch als Charakteristikum von Problemlösestrategien anzusehen, die bei der Begegnung mit Neuartigem eingesetzt werden (vgl. Krist und Wilkening 1991).
- Gleichwohl wird in den Ausführungen der vorausgegangenen Kapitel deutlich, dass nicht nur das Wissen um „typische“ Verläufe der kognitiven Entwicklung zum didaktisch wertvollen Rüstzeug für den Unterricht zählt. Besondere Bedeutung muss vielmehr auch dem Wissen um die möglichen Facetten kindlicher Zugänge beigemessen werden. Dazu zählt die sorgfältige Betrachtung kindlicher Kodierungs- bzw. Dekodierungsleistungen im Zusammenhang mit Würfelkonfigurationen, die die Strategiewahl und damit die Bewältigung der Aufgabenstellungen in der eigenen Studie vermutlich maßgeblich beeinflussen.
In den Kapiteln 3.2.1, 3.2.2 und 3.2.3 wurde daher zunächst erarbeitet, welche Varianten kindlicher Artikulation im Zusammenhang mit der Strukturierung von Würfelgebäuden, beim Erstellen von Kinderzeichnungen sowie bei der Konstruktion mit Bausteinen beobachtet werden können:
- Grundsätzlich ist anzunehmen, dass elementare Strukturierungsstrategien auch in der eigenen Studie zu beobachten sind. Neben der (im

frühen Grundschulalter zunächst häufig noch fehlerbehafteten) Koordination verschiedener Ansichten eines Objektes, bzw. einer diese Ansichten vollständig integrierenden Vorstellungskompetenz (Battista und Clements 1996, 1998) ist dabei mit der Formierung von Subeinheiten innerhalb der Konfigurationen zu rechnen (Merschmeyer-Brüwer 2001a, 2002), die eine Strukturierung in Würfelstangen, -paare, Einzelwürfel oder auch „Ecken“ impliziert.

Bearbeitungsfehler in der eigenen Studie könnten also nicht nur auf eine schwach ausgebildete Rotationskompetenz hindeuten, sondern ihre Ursache in einer noch nicht ausgeprägten Strukturierungskompetenz haben.

- Die sich bei der Erfassung von Würfelbauwerken offenbar entwickelnde Strukturierungskomplexität (vgl. Kap. 3.2.1) weist, wie zu erwarten ist, frappierende Parallelen zu den in Kap. 3.2.3 dokumentierten Facetten kindlicher Bauaktivität auf (Konstruktion in unterschiedlich ausgerichteten Schichten, Stangen (Türmen), bzw. Einzelwürfeln). So geben beispielsweise die Ausführungen Stückraths (S. 147) Anlass zur Aufmerksamkeit bei der Analyse der Aktivitäten der Zweitklässler in der eigenen Studie: Fällt es diesen tatsächlich noch besonders schwer, den in der Bewältigung der eigenen Aufgaben notwendigen Wechsel zwischen ganzheitlicher Betrachtung (Rotation der Gesamtgestalt) und der zergliedernden Betrachtung (Berücksichtigung der Raumlage einzelner Subeinheiten zueinander) zu vollziehen?
- Ebenso wie im Zusammenhang mit der Analyse von Kinderzeichnungen wird bei der Betrachtung kindlicher Konstruktionsaktivitäten zudem deutlich, dass auch schon jüngere Kinder ein umfangreiches Repertoire von Planungsstrategien einsetzen, dass u.U. auch ein hohes Maß non-visueller Argumentationen beinhaltet.
- Auch die sich aus Analysen von Kinderzeichnungen ergebenden Kodierungsstrategien (Kap. 3.2.2) finden möglicherweise vergleichbaren Ausdruck in den Konstruktionen der Kinder nach erfolgter Rotation. Besondere Aufmerksamkeit gebührt hier der Befunden Wollrings, der auf verschiedenartige morphologische Strategien in Kinderzeichnungen hinweist. Lassen sich einige der Konstruktionsversuche in der eigenen Studie möglicherweise auch so deuten, dass Kinder (ähnlich wie bei der von Wollring dokumentierten „sequentiellen Tiefencodierung“) konkret oder gedanklich verschiedene Ansichten der gegebenen Vorlage aufeinander folgend erfassen?

Bemerkenswert sind hier auch die Ergebnisse von Potari und Spiliotopoulou (1992), die auf einen möglicherweise auch zu verallgemeinern den Entwicklungstrend von eher globalen Betrachtungen hin zu stärker analytisch orientierten Darstellungen in Kinderzeichnungen hindeuten.

- In der geometriedidaktischen Diskussion wird vielfach die geschätzte Kurve für die Entwicklung der Thurstoneschen Primärfähigkeiten nach Bloom herangezogen, die einen deutlichen Anstieg der Raumvorstellungskompetenz für den Altersbereich zwischen sieben und vierzehn Jahren ausweist (vgl. Maier 1999, 78). Diese Entwicklungstendenz lässt sich vor dem Hintergrund der zitierten Studien tendenziell sicher auch auf den Bereich mentaler Rotation übertragen. Allerdings zeigt sich auch, dass es offensichtlich noch weiterer Forschung bedarf, um diese Entwicklung differenzierter und detaillierter beschreiben zu können. Insbesondere fehlt im hier vorgestellten Diskussionsausschnitt weitgehend der Blick auf strategische Präferenzen der jugendlichen und kindlichen Probanden bei mentaler Rotation, worauf in Kap. 5.2.3 und Kap. 5.2.4 näher eingegangen wird.

Kapitel 4

Mathematikdidaktische Sichtweisen zu Raumvorstellung und mentaler Rotation

Der Anspruch der eigenen Arbeit besteht *nicht* darin, ein eigenes, mathematikdidaktisch geprägtes Modell zu allen Facetten der Raumvorstellung zu entwickeln. Vielmehr soll lediglich der Versuch unternommen werden, mit dem Bereich mentaler Rotation einen kleinen Ausschnitt dieser komplexen kognitiven Fähigkeit zu beleuchten und individuelle Strategien von Grundschulkindern in diesem Kontext aufzuzeigen.

Der Begriff „mentale Rotation“ wird in mathematikdidaktischen Zusammenhängen eher selten explizit benannt und entstammt der experimentell-kognitionspsychologischen Forschung (vgl. Kap. 2.2.2). Die eigene Arbeit ist jedoch mathematikdidaktisch ausgerichtet, stellt sich also die Frage, wie Kinder solche Aufgaben bearbeiten, um daraus langfristig mögliche Konsequenzen für die Gestaltung entsprechender Unterrichtsinhalte im Geometrieunterricht der Grundschule abzuleiten, bzw. Anknüpfungspunkte für nachfolgende didaktisch orientierte Forschungsarbeiten zu bieten. Es erscheint daher sinnvoll und notwendig, herauszuarbeiten, wie mathematikdidaktische Arbeiten den Begriff der Raumvorstellung verstehen, welche Verbindungen zu psychologischen Definitionen bestehen und wie in mathematikdidaktischen Konzepten die Fähigkeit zum mentalen Rotieren verortet werden kann (Kap. 4.1). Zudem soll ein Blick geworfen werden auf weitere didaktisch-methodisch relevante Gesichtspunkte: So stellt sich natürlich im Hinblick auf den Unterricht in der Grundschule die Frage, welche Bedeutung der Fähigkeit zu mentaler Rotation beizumessen ist. Ist es überhaupt sinnvoll, über potentielle Übun-

gen zur Ausbildung dieser Kompetenz nachzudenken oder kindliche Strategien beim Umgang mit den angebotenen Materialien zu erkunden? Diese Frage ist wohl nur dann positiv zu beantworten, wenn sich auf der Grundlage entsprechend heranzuziehender Trainingsstudien tatsächlich eine Trainierbarkeit dieser Fähigkeit abzeichnet (vgl. Kap. 4.2.1).

Der besonderen Bedeutung des mentalen visuellen Operierens im Mathematikunterricht der Grundschule wird sodann in Kap. 4.2.2 nachgegangen, bevor in Kap. 4.2.3 zur besseren Einordnung der eigenen Aufgabenstellungen weitere Aufgabenbeispiele für den Grundschulbereich vorgestellt werden, die einen besonderen Akzent auf die Fähigkeit zum mentalen Rotieren legen oder das Hineinversetzen in andere Perspektive erfordern. Abschließend wird schließlich die gegenwärtig aktuelle curriculare Reaktion auf die dargestellte fachdidaktische sowie die bildungspolitische Diskussion skizziert (Kap. 4.2.4).

4.1 Begriffliche Annäherungen

Die Psychologie mit ihren verschiedenen Unterdisziplinen stellt eine der wesentlichen Bezugswissenschaften der Mathematikdidaktik dar. So verwundert es nicht, dass zunächst einmal der Begriff der *Wahrnehmung* innerhalb der mathematikdidaktischen Forschung in weitgehender Entsprechung zu den in Kap. 2.1.1 (S. 13ff) dargestellten Erkenntnissen der jüngeren Wahrnehmungspsychologie verstanden wird (vgl. Müller 1986a). Aus kognitionspsychologischer Perspektive fasst Luria beispielsweise „(...) die Wahrnehmung als einen aktiven Prozeß auf, in dessen Verlauf Informationen gesucht, charakteristische Merkmale eines Objekts identifiziert, diese Merkmale miteinander verglichen, passende Hypothesen gebildet und Vergleiche zwischen diesen Hypothesen und den Ausgangsdaten angestellt werden.“ (Luria 1992, 230; zit. nach Maier 1999, 11). Auch Lorenz (Lorenz 1993b, 125) vertritt eine konstruktivistische Perspektive, die von der Arbeit Piagets ausgeht:

„Wir gehen davon aus, daß die Wahrnehmung der Realität nicht aufgefaßt wird als ein unverfälschtes Abbild der äußeren Welt auf die Netzhaut, sondern daß jeder Kontakt mit Bedeutungsinhalt die aktive Teilnahme des Subjekts erfordert.“

Unter didaktisch-methodischen Gesichtspunkten impliziert dies Maier zufolge, die Wahrnehmung dürfe im Unterricht nicht nur auf die visuelle Wahrnehmung reduziert werden, sondern müsse (und dies gilt für den Geometrieunterricht in besonderer Weise) auch die taktilen Sinne ansprechen (vgl. auch Müller 1995a, 219). Erst dadurch werde eine Grundlage für das Entstehen

und Speichern von Vorstellungsbildern gebildet (Maier 1999, 13). Hier wird von mathematikdidaktischer Seite die kognitionspsychologische Erkenntnis aufgegriffen, dass Prozesse der Wahrnehmung und das Operieren mit Vorstellungen Analogien aufweisen, wie diese in Kap. 2.1.3 im Hinblick auf die Fähigkeit zu mentaler Rotation bereits detailliert ausgeführt wurden. Stellvertretend für zahlreiche andere Autoren sei dazu wiederum Lorenz angeführt, der diesbezüglich bemerkt: „Die Wahrnehmung ähnelt der Visualisierung in dem Sinne, als letztere den Status eines internen Symbols (im Sinne Piagets, vgl. Kap. 3.3.1, Anm. S.R.) insofern hat, als sie ein geistiges Bild, einen Gedanken in visueller Form darstellt. Sie entspricht entäußerten Symbolen wie gemalten Objekten oder Worten.“ (Lorenz 1992, 42).

Bereits in Kap. 2.1.2.1 (S. 30) konnte zwischen verschiedenen Qualitäten von *Vorstellungen* unterschieden werden. Illgner (Illgner 1974, 694) schlägt aus mathematikdidaktischer Sicht in diesem Zusammenhang eine plausible Differenzierung vor, bei der er neben gustativen, akustischen und visuellen Vorstellungen auch taktile Vorstellungen oder Bewegungsvorstellungen als mögliche Komponenten der Vorstellung anführt. Räumliche Vorstellungen greifen demzufolge vor allem auf visuelle und taktile Vorstellungen zurück. Betrachtet man diese von Illgner formulierten Bereiche noch einmal genauer, lässt sich zunächst feststellen, dass hier vor allem Vorstellungen von dem benannt werden, was wir - wahrnehmungspsychologisch gesprochen - mit unseren Exterozeptoren, hier also dem Geschmacks-, Gehör-, Gesichts- und Berührungssinn wahrnehmen (vgl. Kap. 2.1.1). Allerdings ergänzt auch Illgner diese Konzentration auf sensorische Aspekte bereits um die Überlegung, dass insbesondere die Raumvorstellung nicht nur aus einem „Vorrat gebrauchsfertiger statischer Bilder“ bestehe, sondern „(...) daß es sich um eine lebendige dynamische Fähigkeit handelt, solche Bilder aktiv zu konstruieren, sie umzuwandeln und mit Hilfe von ‚innerlich‘ ausgeübten Tätigkeiten zu entwickeln.“ (Illgner 1974, 694). Dazu sei es auch aus seiner Sicht notwendig, diese Tätigkeiten zuvor konkret auszuüben (s. oben).

Lorenz ergänzt, indem er deutlich den schöpferischen Charakter unserer Vorstellungen im Sinne geistig-konstruktiver Aktivität des Individuums herausstellt:

„Das Vorstellungsbild stellt eine Form geistiger Handlung dar, die in der Hauptsache eine (Re-) Konstruktion ist. Es ist in dem Sinne dynamisch, als es jeweils neu aufgebaut (und nicht abgerufen) wird.“ (Lorenz 1990, 183). Dies setze jedoch keinesfalls voraus, dass die vorgestellten Objekte, Beziehungen oder Transformationen zuvor schon einmal wahrgenommen wurden (Lorenz 1992, 44). Insofern geht er davon aus, dass „Visualisierung nicht

das Abbild einer Wahrnehmung, sondern die bildliche Form des Wissens um das Objekt ist.“ (Lorenz 1992, 45). Dies führe dazu, dass Vorstellungsbilder in der Regel recht vage seien und eine Erweiterung des Wissens immer auch eine Modifikation der Visualisierung mit sich bringe. Für mathematische Unterrichtsinhalte (v.a. im arithmetischen Anfangsunterricht, vgl. Kap. 4.2.2) ist Lorenz zufolge insbesondere die Fähigkeit zu einer *Transformation der Repräsentationen* zentral: „Die Vorstellungsbilder können deformiert (=algebraisch umgestellt) werden, neu zusammengesetzt werden, Zusätzliches, zum Beispiel eine Linie kann aufgenommen werden und Altes entfallen. Es ist vor allem die Fähigkeit zu diesen Operationen, das *mentale visuelle Operieren* mit den Anschauungsbildern, die für den Mathematikunterricht bedeutsam ist, da sich mit den *Vorstellungsbildern in Symbolen* Erkenntnisse erlangen und Strukturen bilden lassen.“ (Lorenz 1992, 51).

Grundsätzlich ist aus geometriedidaktischer Sicht vor allem die von Lorenz betonte geistig-konstruktive Komponente von Vorstellungen (Vorstellungsbildern, bzw. „Visualisierungen“) nachdrücklich zu unterstreichen. Während es für mentale Repräsentationen im arithmetischen Zusammenhang sicher günstig ist, wenn diese wesentliche Strukturmerkmale beinhalten aber in gewisser Hinsicht vage und damit gut übertragbar sind, muss dies für geometrische Anforderungen hinterfragt werden. Für viele der hier erforderlichen Vorstellungsbilder ist vielmehr davon auszugehen, dass in zahlreichen Zusammenhängen (z.B. „Wanderung“ auf den Kanten eines vorgestellte Würfelmodells) gerade eine hochgradige, detaillierte Übereinstimmung mit dem zu repräsentierenden räumlichen Sachverhalt hilfreich ist.

Wie wird der Begriff „Raumvorstellung“ oder „räumliches Vorstellungsvermögen“ aus mathematikdidaktischer Perspektive definiert?

Die einführend dargestellten Ausführungen von Lorenz heben primär auf die Ausbildung und das Operieren mit Vorstellungsbildern im Zusammenhang mit arithmetischen Inhalten ab. Wenngleich hier ein enger Zusammenhang zur Geometrie zu sehen ist (vgl. Kap. 4.2.2) findet sich in mathematikdidaktischen Publikationen eine kaum zu überschauende Fülle verschiedener Definitionsversuche dieser Kompetenz, die gezielt (allerdings dann meist ausschließlich) auf Inhalte des Geometrieunterrichts ausgerichtet sind. Die Bandbreite terminologischer Differenzierungen, die teils von testtheoretisch fundierten psychologischen Vorarbeiten (vgl. Kap. 2.2.2, S. 69ff) geprägt ist oder auch verstärkt individuelle kognitive Prozesse in den Mittelpunkt rückt (vgl. dazu auch Kap. 3.2.1, 3.2.2 und 3.2.3), soll nachfolgend überblicksartig dargestellt werden, um schließlich auf Gemeinsamkeiten und Parallelen hinweisen zu können, die letztlich auch das eigene Verständnis dieser Fähigkeit

fundieren und die Einordnung der Fähigkeit zu mentaler Rotation in diesen fachdidaktischen Kontext gestatten.

Um den Begriff der Raumvorstellung zu charakterisieren, werden in der psychologisch orientierten Literatur Begrifflichkeiten wie „Repräsentation“ (representation), „Visualisierung“ oder „Veranschaulichung“ (visualization) verwendet, wobei der Begriff der Veranschaulichung (visualisation) in einigen psychometrischen Modellen als Bezeichnung einer exakt umrissenen Teilkomponente der Raumvorstellung (z.B. S_2 bei Thurstone) eingesetzt wird. Auch Termini wie „imagery“ oder „visual image“ (Vorstellungsbild) sind üblich und heben auf Vorgänge gedanklicher Informationsverarbeitung oder Produkte solcher Prozesse ab (vgl. Kap. 2.1.2.2 und 2.1.3).

Die Mathematikdidaktik verwendet diese Begriffe eher im vereinfachten, allgemeineren Sinne, worauf beispielsweise Gutiérrez hinweist: „A ‚mental image‘ is a mental representation of a mathematical concept or property containing information based on pictorial, graphical or diagrammatic elements. ‚Visualization‘, or visual thinking, is the kind of reasoning based on the use of mental images.“ (Gutiérrez 1996, 6). In diesem Sinne ist auch die eingangs bereits verwendete deutsche Bezeichnung „Visualisierung“ durch verschiedene Autoren zu verstehen. Bezeichnungen wie „Repräsentationen“ oder „Veranschaulichungen“ werden demgegenüber im mathematikdidaktischen Sprachgebrauch eher verwendet, um visuell erfassbare (nicht-mentale) Stützen, d.h. beispielsweise grafische Darstellungen abstrakter mathematischer Sachverhalte zu bezeichnen (vgl. Eisenberg und Dreyfuss 1989). Charakteristisch für die mathematikdidaktische Perspektive ist Gutiérrez (1996, 6) zufolge zudem, dass hier anders als unter Kognitionspsychologen davon ausgegangen werde, dass eine enge Wechselwirkung zwischen Vorstellungsbildern und grafischen Veranschaulichungen (z.B. arithmetischer Inhalte im Erstunterricht) besteht (vgl. Kap. 4.2.2). Auf solche „Übersetzungsleistungen“ und ihre Bedeutung für das Verständnis mathematischer Inhalte weisen auch Ben-Chaim, Lappan und Houang hin: „From the mathematics education perspective visualization involves both the ability to interpret and understand figural information used in geometric work, for example graphs, charts and diagrams of all types; as well as the ability to conceptualize and translate abstract relationships and nonfigural information into visual terms (...).“ (Ben-Chaim u. a. 1989, 49).

Diese Differenzierung beruht auf Ausführungen von Bishop (1983, 1989). Dieser unterscheidet die Fähigkeit „figural information“ zu erfassen (IFI - interpreting visual information; dt. etwa: Informationen zur Gestalt oder geometrische Eigenschaften) von der „ability for visual processing“ (VP). Unter

IFI ist also u.a. das Verständnis für grafische Darstellungskonventionen zu verstehen, während VP gewissermaßen den umgekehrten Prozess kennzeichnet: „This ability involves visualization and the translation of abstract relationships and non-figural information into visual terms. It also includes the manipulation and transformation of visual representations and visual imagery. It is an ability of process and does not relate to the form of the stimulus material presented.“

Dies ähnelt in wesentlichen Zügen der Differenzierung von Kosslyn (vgl. Kap. 2.1.2.2, S. 41), der ebenso wie Bishop zwischen dem Generieren eines Vorstellungsbildes und etwa der Transformation (Rotation u.a.) dieser mentalen Repräsentation unterscheidet (vgl. auch Gutiérrez 1996, 8). Bishop ergänzt dies aus mathematikdidaktischer Perspektive jedoch dadurch, dass er den Reichtum individueller Unterschiede in den Vorgehensweisen von Schülern feststellt: „From perspective of visualization, however, we have seen that children create and use very different kinds of imagery and that they operate with those visualizations in very different ways.“ (Bishop 1989, 12).

Im Sinne Kosslyns versteht auch Wheatley (Wheatley 1990, 10) die Konstruktion eines Vorstellungsbildes als einen *aktiven* Prozess des Individuums, der von vorausgegangenen Erfahrungen maßgeblich geprägt sei. Wheatley (1998) meidet jedoch bewusst den Begriff der räumlichen Visualisierung und setzt die Wortschöpfung „imaging“ dagegen, worunter er eher eine gedankliche Aktivität als eine testtheoretisch quantifizierbare Leistung versteht (1998, 65). Dieser Terminus umfasse einerseits „rich images“, also statisch fixierte, detaillierte mentale Bilder, die dem Piagetschen Typus des figurativen Denkens (vgl. S. 57) entsprechen. Andererseits spricht Wheatley von „image schemata“, abstrakten und dynamischen Repräsentationen, die in besonderem Maße zum Beispiel Verformungen beinhalten (operativ im Piagetschen Sinne). Zur Fähigkeit, ein mentales Bild zu transformieren, zähle schließlich auch die Fähigkeit, zwei geometrische Figuren via mentaler Rotation auf Kongruenz zu überprüfen (Wheatley 1998, 68).

Unter Einbezug verschiedener mathematikdidaktischer Positionen (z.B. Bishop, s. oben) und kognitionspsychologischer Definitionen der Visualisierungsfähigkeit (Kosslyn u.a.) kommt Gutiérrez zu folgender Definition: „I therefore consider ‚visualization‘ in mathematics as the kind of *reasoning activity based on the use of visual or spatial elements, either mental or physical*, performed to solve problems or prove properties. Visualization is integrated by four main elements: Mental images, external representations, processes of visualization and abilities of visualization.“ (Gutiérrez 1996, 9, Hervorhebung im Original). Das Vorstellungsbild (mental image) als zentra-

les Element der Visualisierung ist demnach eine kognitive Repräsentation eines (mathematischen) Sachverhalts, die sich räumlich-visueller Elemente bedient. Externe Repräsentationen umfassen hingegen verbale oder grafische „Übersetzungen“ solcher Inhalte in Zeichnungen, Diagramme und Ähnliches. Diese Differenzierung ist mit anderen mathematikdidaktischen Positionen, die sich diesem Feld nicht explizit von der Geometrie her nähern, exzellent vereinbar (vgl. auch Kap. 4.2.2) und bezieht des Weiteren die Vorarbeiten von Bishop (IFI und VP, s. oben) als *Prozesse* der Visualisierung in das Modell ein. Unter den Fähigkeiten, die für diese Prozesse erforderlich sind, wird neben Kompetenzen der Wahrnehmung (z.B. Figur-Grund-Unterscheidung oder Wahrnehmungskonstanz, vgl. Kap. 2.1.1) u.a. auch die Fähigkeit zum mentalen Rotieren („The ability to produce dynamic mental images and to visualize a configuration in movement“, a.a.O., 10) aufgeführt, was von der Schwierigkeit entbindet, Prozesse der Wahrnehmung von Prozessen der Vorstellung strikt zu trennen.

In diesem Modell gelingt tatsächlich eine Integration verschiedener Gesichtspunkte räumlich-visueller Kompetenzen, die in der Praxis kaum so sauber differenziert werden können, wie dies faktorenanalytisch fundierte Arbeiten nahe legen. Dennoch gelingt es Gutiérrez, wesentliche Teilbereiche der Raumvorstellung (explizit: mentale Rotation und räumliche Relationen) in das an sich offen gehaltene Modell einzubeziehen.

Eine einflussreiche Arbeit für den deutschsprachigen Raum legte Rost (1977) vor. Er fasst unter dem Begriff Raumvorstellung „(...) eine Gruppe von Fähigkeiten, die es dem Einzelnen ermöglichen, sich gedanklich im zwei- und dreidimensionalen Raum zu orientieren und zu bewegen.“ (Rost 1977, 9).

Anknüpfend an seine oben bereits ausgeführte Auseinandersetzung mit dem Begriff der Vorstellung definiert Ilgner (Ilgner 1974, 693): Die *räumliche Vorstellung* ist ein sinnliches Abbild, das ohne Präsenz des Objektes die räumliche Beschaffenheit und Lage des Gegenstandes widerspiegelt.“ Dabei weist er (s. oben) auf die Möglichkeit der Transformation dieser Vorstellungen hin, unter die auch die Fähigkeit zum gedanklichen Kippen oder Drehen einer Konfiguration fällt. Diese Prozesse des mentalen visuellen Operierens im Geometrieunterricht anzusprechen, erachtet Müller (Müller 1986a, 23) als dringend notwendig, indem er darauf verweist, „(...) daß bei der Raumvor-

stellung der Aspekt des zeitlichen Ablaufs einer Handlung oft von großer Bedeutung ist. Besonders wichtig wird dies, wenn man überlegt, wie man Raumvorstellung im Rahmen der meist statischen und nicht dynamischen Schulgeometrie fördern kann.“

Dabei richtet Müller (1986a, b) seine Arbeit am Modell der drei Subfaktoren der Raumvorstellung nach Thurstone (Kap. 2.2.2, S. 70ff) aus. Dies gilt im Wesentlichen ebenso für die Verortung der Arbeit von Merschmeyer-Brüwer (2001, 2003) oder das Konzept von Maier (1999) (vgl. S. 89), das beispielsweise von Franke, Grüßing oder auch von Ruwisch (vgl. Franke 2000; Grüßing 2002; Ruwisch 2006) aufgegriffen wird. Maier integriert Aspekte des Modells von Linn und Petersen (1985), greift damit deren Ausrichtung auf Arbeiten der experimentell-kognitionspsychologischen Forschung (Kap. 2.1.2.2 und 2.1.3) auf und schärft mit seiner Übersicht zum Stand der Erforschung individueller Strategien den Blick für die Vielfalt im Klassenraum. Sowohl Merschmeyer-Brüwer als auch Maier legen einen Akzent auf die (empirische bzw. theoretisch subsummierende) Betrachtung individueller Strategien bei der Bearbeitung raumgeometrischer Problemstellungen, die als charakteristisch für die aktuelle Entwicklung geometriedidaktischer Forschung angesehen werden kann.

Verschiedentlich wird - vor allem im englischsprachigen Raum auf die Differenzierung der Raumvorstellung zurückgegriffen, die sich aus der Analyse verschiedener Vorarbeiten durch Mc Gee (1979) ergibt (vgl. Stanic und Owens 1990). In Anlehnung an Guilford u.a. (vgl. Kap. 2.2.2, S. 83) wird dabei auf die von Thurstone vorgenommene Differenzierung der Faktoren S_1 (Räumliche Beziehungen), S_2 (Veranschaulichung) und S_3 (Räumliche Orientierung) verzichtet, d.h. der Faktor der räumlichen Veranschaulichung umfasst dieser Terminologie entsprechend beispielsweise sowohl Rotationskompetenzen als auch gedankliches Falten und wird dem Faktor der räumlichen Orientierung gegenübergestellt. Von der zusammenfassenden Analyse Mc Gees gehen auch Rost (1977) und Wollring (1994) aus.

Besuden (vgl. Besuden 1984c, b, 1999) knüpft hier prinzipiell ebenfalls an, setzt jedoch mathematikdidaktische Akzente. So grenzt er die „räumlichen Orientierung (spatial orientation)“, das „räumliche Vorstellungsvermögen (spatial visualization)“ sowie das „räumliche Denken“ als Komponenten der Raumvorstellung voneinander ab, die jedoch nicht als vollständig unabhängig voneinander gesehen werden können. Teilweise verweist Besuden zudem auf den Bereich des „räumlichen Sehens“, also die Fähigkeit, ebene Darstellungen räumlich interpretieren zu können, als Teilbereich der Raumvorstellung aus (vgl. Besuden 2006)

Ähnlich wie bei Thurstone oder in der Übersicht von Mc Gee erfordert die Komponente „räumliche Orientierung“ auch im Verständnis von Besuden die richtige Einordnung der Person, also das reale oder gedankliche Zurechtfinden im Raum. Damit ist, wie möglicherweise auch bei der Bearbeitung der eigenen Aufgabenstellungen, die Fähigkeit angesprochen „(...) sich gedanklich um den Gegenstand herum zu bewegen, um deren lokale Zusammenhänge zu erfassen und ggf. darzustellen oder zu beschreiben.“ (Besuden 1999, 2).

Ein wenig verwirrend ist die Benennung des Bereiches „räumliches Vorstellungsvermögen“ als Teilkomponente der „Raumvorstellung“, zumal diese beiden Begriffe häufig (so auch in der eigenen Arbeit) synonym verwendet werden. Besuden hebt damit jedoch darauf ab, dass hier der Kernbereich der Raumvorstellung liege. Anders als in den englischsprachigen Verwendungen des Begriffs „visualization“ (S_2 bei Thurstone, bzw. Teilbereich bei Linn und Petersen) wird hier vor allem die Fähigkeit angesprochen „(...) räumliche Objekte auch bei deren Abwesenheit reproduzieren zu können.“ (Besuden 1999, 2). „Räumliches Denken“ spricht schließlich in ausdrücklicher Anlehnung an die Arbeiten Piagets die Fähigkeit an, mit räumlichen Inhalten beweglich umgehen zu können: „Dies geht über räumliches Vorstellungsvermögen hinaus, weil es sich darum handelt, die zunächst statischen Bilder räumlicher Objekte in geistiger Aktivität beweglich werden zu lassen, sie zu drehen, zu wenden und ihre Lage vorstellungsmäßig zu verändern.“ (Besuden 1984b, 111). Ohne den Begriff „mentale Rotation“ zu verwenden, wird hier der Bezug zu dieser Komponente des Modells von Linn und Petersen (1985) sehr deutlich. Somit reicht auch bei Besuden das Verständnis räumlicher Vorstellungen über die reine (Re-)Konstruktion mentaler Abbilder hinaus und betont die Fähigkeit zu geistiger Beweglichkeit, also der vorstellungsmäßigen Veränderung von zunächst statischen Bildern räumlicher Objekte. Radatz und Rickmeyer greifen diese Unterscheidung direkt auf (vgl. Radatz und Rickmeyer 1991).

Wollring orientiert sich, wie oben bereits kurz erwähnt, an Vorarbeiten von Mc Gee (1979), prägt diese Sicht aber ebenfalls im mathematikdidaktischen Sinne. Er versteht unter Raumvorstellung die Fähigkeit, „räumliche Objekte verinnerlicht zu sehen und dabei die eigene Position relativ zu diesen Objekten variieren zu können.“ Diese zeichne sich zudem aus durch „die Fähigkeit räumliche Objekte in ebenen Bildern darzustellen“ (a.a.O., vgl. auch Kap. 3.2.2). Davon unterscheidet Wollring anknüpfend an Ausführungen von Yackel und Wheatley (1989) das „räumliche Gedächtnis“ also die Fähigkeit, vorab visuell wahrgenommene Bilder zu erinnern oder sie zu rekonstruieren.

In nachfolgenden Ausführungen rückt Wollring von der expliziten Erwähnung der Darstellung räumlicher Objekte in Zeichnungen insofern ab, als dass er

nun allgemeiner Raumvorstellung als das „verinnerlichte Operieren mit räumlichen Gegenständen“ betrachtet (Wiese und Wollring 1995, 523). Dies beinhaltet die Fähigkeit „räumliche Objekte verinnerlicht zu sehen und sie mental bewegen zu können.“ In Ergänzung dessen umfassen räumliche Vorstellungskompetenzen dieser Definition zufolge „die Fähigkeit, eine Konfiguration aus räumlichen Objekten und Beobachter verinnerlicht zu sehen und sie mental bewegen zu können“ (Wollring 1996, 476).

Diese Kerngedanken beziehen sich damit sowohl auf die Vorstellung einzelner Objekte als auch auf die Vorstellung von Arrangements verschiedener Objekte, deren räumliche Relationen in der Vorstellung rekonstruiert werden müssen - dies entspricht exakt den Anforderungen in der eigenen Studie. Unterschieden wird dabei zudem zwischen Objekten und Konfigurationen von Objekten sowie dem Betrachter dieser Situation. In verschiedenen Zusammenhängen greift Wollring diese Formulierung immer wieder auf (vgl. Wollring 1995b, 1998b, 2001) und kommt zu weiteren Ergänzungen dessen, was er zunächst als „mentales Bewegen“ (s. oben) bezeichnet:

So weist er darauf hin, dass die Fähigkeit, vorgestellte räumliche Objekte „mental reversibel zerlegen, vergrößern, verkleinern oder sonstwie zum Zwecke des mentalen Sehens reversibel verändern zu können.“ (Wollring 1996, 476) ebenfalls unter dem Begriff der Raumvorstellung zu subsumieren sei (vgl. auch Wollring 2001). Bemerkenswert ist hier vor allem Wollrings Betonung der Reversibilität, die diesen Operationen zuzuschreiben ist.

Der Beobachter eines Objektarrangements kann dabei einerseits als fester, unveränderlicher Bestandteil der Situation, die mental transformiert wird, auftreten¹. Andererseits ist es in der Darstellung Wollrings auch denkbar, dass sich innerhalb der vorgestellten Situation eine relative Veränderung der Position des Betrachters zu den Objekten der Situation ergibt (vgl. Wollring 1998b, 2001)².

In Wollrings Charakterisierungen der Raumvorstellung werden deutlich die mentale Verfügbarkeit räumlicher Objekte und die gedankliche Transformation dieser Vorstellungen, also *Prozesse* wie das mentale Bewegen (Rotieren, Falten...) oder Strukturieren als wesentliches Element hervorgehoben. Dies lässt eine besondere Nähe zu anderen mathematikdidaktischen Arbeiten erkennen, die sich stärker dem Erwerb arithmetischer Kompetenzen widmen (Kap. 4.2.2), was als besonders gewinnbringend für die Zusam-

¹„(...) eine Konfiguration aus räumlichen Objekten und Beobachter verinnerlicht zu sehen und sie mental bewegen zu können. (Wollring 1996, 476)

²„(...) eine Konfiguration aus räumlichen Objekten und Beobachter verinnerlicht zu sehen und durch mentales Ändern der Position des beobachters relativ zu den Objekten verändern zu können“ (Wollring 1998b, 130)

menführung entsprechender Gedanken zu einer mathematikdidaktisch orientierten Gesamtkonzept der Raumvorstellung angesehen werden kann. So bemerkt Merschmeyer-Brüwer (2001, 24f): „Eine solche schwerpunktmäßig prozessorientierte Definition hat unter didaktischen Gesichtspunkten große Vorteile, weil nur auf diese Weise die Möglichkeit gegeben ist, Lernprozesse in konstruktivistischer Sichtweise zu analysieren.“

Auch Pinkernell (2003) konzipiert ein erweitertes Modell des räumlichen Vorstellungsvermögens, das sich von faktorenanalytischen Vorgaben weitgehend löst und eine mathematikdidaktische Schwerpunktsetzung zum Ausdruck zu bringen versucht. Dazu werden drei Kategorien aufgefächert, die nach Ansicht des Autors unterschiedliche Perspektiven auf räumliche Kompetenzen erhellen.

Der Bereich des „räumlich-visuellen Operierens“ stellt auch hier einen der Kernbereiche dar, die offenbar bewusst nicht als disjunkte Teilbereiche verstanden werden. So werden die Anforderung „Zeichnen und Beschreiben von realen Raumobjekten“ sowie das „Konstruieren (...)“, darunter dreidimensionale Modelle perspektivische Darstellungen, Grafiken“ gleichzeitig sowohl als Element der Kategorie „räumlich-visuelles Operieren“ und der Kategorie „Visualisierungskompetenz“ angesehen (Pinkernell 2003, 56). Diese und ähnliche Überschneidungen verwirren und erwecken den Eindruck, aus einer stark selektiven Literaturdurchsicht erwachsen zu sein.

So verwundert insbesondere, dass der Autor der dritten Kategorie „Geometrisches Denken“ das „Erfassen von räumlichen Gegenständen, von Modellen, Abbildungen und Beschreibungen von räumlichen Objekten(...)“³ zuordnet, ohne wegweisende Arbeiten wie beispielsweise jene von Merschmeyer-Brüwer (2001a), Steinweg (2002) oder Söbbeke (2002, 2003) zur Kenntnis zu nehmen. Diese und andere jüngere Publikationen weisen ja gerade darauf hin, dass das Erfassen räumlicher Relationen an Darstellungen von Objekten in hohem Maße gedankliche Strukturierungsprozesse und damit mentales visuelles Operieren beansprucht. Folglich wäre es naheliegend gewesen, eben jede Fähigkeit dem Bereich des „räumlich-visuellen Operierens“ zuzuordnen. Diese Kritik veranlasst zu besonderer Skepsis dem Modell gegenüber, das in die eigene Arbeit nicht weiter einfließt.

Hinterfragt werden muss auch, ob die von Pinkernell herangezogene Theorie geometrischer Begriffsbildung von Van Hiele und Van Hiele-Geldorf (vgl. Van Hiele 1976) tatsächlich einen Beitrag in Bezug auf ein mathematikdidak-

³ „Geometrisches Denken meint das Erfassen von räumlichen Gegenständen, von Modellen, Abbildungen und Beschreibungen von räumlichen Gegenständen und ihren Transformationen unter besonderer Berücksichtigung ihrer geometrischen Eigenschaften und Zusammenhänge.“ (Pinkernell 2003, 56)

tisches Konzept zur Raumvorstellung leisten kann. Wenngleich die Anregung an sich sicher wertvoll ist, betonen Van Hiele und Van Hiele-Geldorf selbst seinerzeit eher den Bereich der geometrischen Begriffsbildung. Andererseits verweist auch Lorenz (s. oben) darauf, dass das Wissen (also auch das Wissen um geometrische Eigenschaften?) unsere Visualisierungen anzureichern vermag. Möglicherweise leistet die von den niederländischen Autoren aufgezeigte Sensibilitätsentwicklung geometrischen Eigenschaften gegenüber also tatsächlich einen Beitrag zur Entwicklung einzelner Bereiche der Raumvorstellung. Dies kann in der eigenen Studie jedoch nicht weiter ergründet werden und bedarf zunächst noch weiterer Forschung. In der eigenen Arbeit wird zu diesem Gedanken somit zunächst kein weiterer Bezug hergestellt.

Anzurechnen ist Pinkernell jedoch, dass er explizit auf die besondere Bedeutung konkreter Handlungen im Raum für die Arbeit im Geometrieunterricht der Grundschule hinweist, die in seinem Modell unter der Komponente „räumlich visuelles Operieren“ verortet werden.

Ein eigenes Modell zum Konzept der Raumvorstellung zu entwickeln, wird nicht als Aufgabe der eigenen Studie angesehen. Festzuhalten ist zusammenfassend jedoch, dass die eigene Konzeption von den nachfolgend skizzierten Gesichtspunkten ausgeht:

- Die referierten, von der Verfasserin als prägend für den derzeitigen Geometrieunterricht in der Grundschule angesehenen, mathematikdidaktischen Positionen stimmen trotz terminologischer Unterschiede in wesentlichen Punkten überein.

So erscheint es aus mathematikdidaktischer Sicht in der Regel hinreichend, die psychometrisch differenzierbaren Subfaktoren der Raumvorstellung in zusammenfassenden Definition zum Ausdruck zu bringen, zumal in Kapitel 2.2.2 bereits deutlich wurde, dass die statistisch isolierbaren Faktoren keineswegs so unabhängig voneinander sind, wie dies vielleicht wünschenswert wäre. Die mathematikdidaktische Perspektive entwickelt somit offenere Definitionen der Raumvorstellung und betrachtet stärker die bei der Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben ablaufenden kognitiven Prozesse. Dies schärft den eigenen Blick dafür, dass einerseits gedankliche Drehungen verschiedene psychometrisch differenzierte Faktoren begleiten können sowie bei den Aufgaben zu mentaler Rotation offenbar ebenfalls ein mehrere Komponenten berühren-

der Prozess beobachtet werden kann, der zudem noch von Kind zu Kind unterschiedlich sein dürfte.

- Festzuhalten ist entsprechend das besondere Augenmerk aller mathematikdidaktischen Definitionsversuche auf die Fähigkeit zum mentalen visuellen Operieren. Dass diese mentalen Transformationen von Kindern u.a. „zum Zwecke der *Darstellung*“ (Wollring 2001, mündliche Mitteilung) vollzogen werden, kennzeichnet insbesondere die Sicht Wollrings auf kindliche Artikulation von Raumvorstellung in Kinderzeichnungen. Die damit verbundene Betonung kommunikativer und argumentativer Kompetenzen kann als wegweisende Haltung innerhalb der Geometriedidaktik angesehen werden (vgl. Kap. 3.2.2).

Grundsätzlich ist also festzuhalten, dass weniger die *Ergebnisse* einer Bearbeitung als vielmehr die *Prozesse*, die beim Umgang mit räumlichen Problemstellungen zu beobachten sind, aus mathematikdidaktischer Perspektive interessant sind und in den Mittelpunkt des mathematikdidaktischen Forschungsinteresses rücken. Fehler oder vermeintliche „Misserfolge“, gemessen z.B. an den Ergebnissen leistungsstarker, erfolgreicher Mitschüler oder an Erwachsenen in psychometrisch fundierten „Raumvorstellungstests“, können entsprechend als besonders wertvoll angesehen werden, da sie möglicherweise wichtige Aufschlüsse über kindliche Denkweisen bieten.

Diese Haltung hat sich nach Ansicht der Verfasserin in der mathematikdidaktischen Kommunität durchgesetzt und prägt die jüngere mathematikdidaktische Forschung insgesamt. Bildungspolitische Bestrebungen, die auf „Vergleichbarkeit“ der Schüler untereinander abzielen, konterkarieren diese Haltung jedoch: Die Kollegin im Unterricht muss diesen teilweise stark kontrastierenden Positionen standhalten und wird sich u.U. eher den politischen Trends unterordnen - eine weitere, sehr aktuelle Gefahr für den Geometrieunterricht der Grundschule, der getreu dem Motto „Wir müssen das eine tun, aber das andere nicht lassen.“ entgegenzutreten ist.

- Die mathematikdidaktische Positionierung zur Raumvorstellung ist insbesondere von der ergebnisorientierten, quantitativ geprägten Haltung abzugrenzen, die weite Teile der psychometrischen und kognitiven Forschung zu räumlichen Vorstellung prägt. Gleichwohl bieten die referierten Standpunkte zunächst einmal wertvolle Anknüpfungspunkte für die mathematikdidaktische Forschung, zumal psychologische Arbeiten der sogenannten „strategischen Perspektive“ (Kap. 5.2) zunächst einmal an die vorhandenen kognitionspsychologischen bzw. psychometrischen Be-

funde anschließen. Eine für die Mathematikdidaktik gewinnbringende Auseinandersetzung mit psychologischen Erkenntnissen zu Strategien beim Lösen mentaler Rotationsaufgaben kann somit nur erfolgen, wenn zuvor die relevanten Positionen der Kognitionspsychologie klar herausgearbeitet werden konnten.

- Die mathematikdidaktische Haltung ergänzt die Perspektiven kognitionspsychologisch ausgerichteter Forschung um die Akzentuierung *konkreter* Manipulationen räumlicher Objekte. Stärker noch werden in der fachdidaktischen Diskussion auf der Grundlage entwicklungspsychologischer Erkenntnisse (vgl. Kap. 3.3.1) gedankliche und konkrete Manipulationen im Raum gefordert. Diese können zudem auf die in Kap. 2.1.3 dargestellte Analogie mentaler und realer Raumhandlungen zurückgeführt werden.

4.2 Didaktisch-methodische Ansätze

4.2.1 Trainierbarkeit und Relevanz

Die Förderung der Raumvorstellung stellt ein wesentliches Ziel des Geometrieunterrichts in der Grundschule dar. Auch die in der eigenen Studie eingesetzten Aufgabenstellungen lassen Fördermöglichkeiten erahnen, die sich hier insbesondere der Teilkomponente mentaler Rotation zuschreiben lassen. Die zahllosen in fachdidaktischen Zeitschriften publizierten methodischen Anregungen zur Förderung räumlicher Kompetenzen (vgl. Kap. 4.2.3 für einen Ausschnitt) setzen voraus, dass das räumliche Vorstellungsvermögen, bzw. insbesondere der Bereich mentaler Rotation *tatsächlich* gefördert werden kann. Wenngleich die eigene Studie nicht explizit auf die Schulung dieser Kompetenzen abzielt, sondern zunächst nur individuelle Bearbeitungsstrategien zu erfassen sucht, wird im Folgenden ein knapper Überblick über diese aus mathematikdidaktischer Perspektive doch ausgesprochen bedeutsame Fragestellung gegeben.

Nach Bloom (Bloom 1971, zit. nach Maier 1999, 78) stellt die Raumvorstellung bis zum vierten Lebensjahr den am schwächsten entwickelten Intelligenzfaktor (vgl. auch Thurstone 1938)⁴ dar. Geht man davon aus, dass dieser Bereich mit etwa 20 Jahren am stärksten entwickelt ist, so zeigt sich im Verhältnis dazu im Lebensalter von etwa neun Jahren der steilste Anstieg der Entwicklungskurve.

In der geometriedidaktischen Diskussion wird somit gemeinhin davon ausgegangen, dass Raumvorstellung durch Training gesteigert werden kann (vgl. Baenninger und Newcombe 1989) und dass dieses Training während der Grundschulzeit besondere Wirkung entfaltet (vgl. z.B. Maier 1996b, 10): „Unterrichtliche Sequenzen während der ersten vier Grundschuljahre sind geradezu dafür prädestiniert, um das räumliche Vorstellungsvermögen wirkungsvoll zu schulen.“

Zu hinterfragen ist jedoch, ob schon eine wie auch immer geartete Entwicklungskurve als plausible Grundlage für didaktische Entscheidungen fungieren kann und entsprechende Schlüsse auf eine besondere Wirkung von schulischen Trainingsprogrammen im Zeitfenster des Grundschulalters zulässt. Eine „typische“ Wachstumskurve sagt an sich noch wenig über die potentielle Wirkung schulischer Trainingsprogramme aus.

Weiter einschränkend weist Maier (1999, 78) darauf hin, dass die beschriebe-

⁴zur Darstellung der PMA nach Thurstone vgl. Kap. 2.2.1, S. 63ff

ne Entwicklungskurve vor allem auf Daten zurückzuführen ist, die den Faktor „Veranschaulichung“ (S_2 nach Thurstone, vgl. Kap. 2.2.2, S. 69ff) berücksichtigen. Auf die Entwicklung oder die Schulung mentaler Rotationsfähigkeit ist hier also kein differenzierter Rückschluss möglich. Welche darüber hinausweisenden Ergebnisse liegen also bezüglich der Trainierbarkeit räumlicher Kompetenzen vor?

Die in der psychologischen und mathematikdidaktischen Forschung durchgeführten Studien zur Trainierbarkeit der Raumvorstellung weisen ein umfangreiches Spektrum auf: Trainingsmaßnahmen, in denen computerunterstützte Fördermaßnahmen oder Spiele in dieser Arbeitsumgebung erprobt werden, sind dabei ebenso zu finden wie Studien, die gezielt räumliches Material (Spiele wie den Soma-Würfel u.ä. bei Rost 1977; Schafsteller 1993) oder schlicht Lehrgänge aus Schulbüchern einsetzen (z.B. Thiesemann 1991). Maier (1999, 81) referiert etwa vierzig Studien (vorwiegend mit älteren Schülern und Studenten), die auf Zuwächse räumlicher Kompetenzen durch gezielte Trainingsprogramme hindeuten. Ein Training räumlicher Kompetenzen kann offenbar auch schon im Grundschulalter Erfolge zeigen, wie bereits Studien von Connor u.a. dokumentieren (vgl. Connor u. a. 1977). So fanden diese Autorinnen heraus, dass Mädchen im Grundschulalter stärker als Jungen von einem Training profitierten. Je schwächer das räumliche Vorstellungsvermögen *vor* einem Raumvorstellungstraining ausgebildet sei, desto signifikanten seien zudem die zu beobachtenden Leistungszuwächse der Probanden (Maier 1999, 84).

Arbeiten, die nur sehr geringe Auswirkungen eines Trainings feststellen können, sind in diesem Kontext nur selten anzutreffen. Dies ist Rost (1977, 111) zufolge möglicherweise darauf zurückzuführen, dass innerhalb der wissenschaftlichen Forschergemeinschaft vorzugsweise solche Untersuchungen publiziert werden, die signifikante Unterschiede, also „Ergebnisse“ im Sinne einer Bekräftigung des Trainingseffekts räumlicher Schulungsprogramme, vorweisen können. Allerdings bemerkt Rost auch, es stehe zu befürchten, „(...) daß manche der ‚klassischen‘ Testverfahren nicht sensitiv genug sind, um eintretende Veränderungen in der zu messenden Fähigkeit zu erfassen.“ (1977, 189).

Diese Feststellung berührt auch den Kern der eigenen Studie, zumal für *Strategien* von Grundschulkindern bei mentaler Rotation bislang kaum Anhaltspunkte vorliegen. Im Rahmen der eigenen Studie müssen diesbezüglich zunächst die erforderlichen Grundlagen geschaffen werden, um zu einem späteren Zeitpunkt möglicherweise *Veränderungen* solcher Strategien aufzeigen zu können, die sich durch ein Training ergeben könnten.

Zur Gestaltung von Raumvorstellungstrainings bemerkt Maier (1999, 80ff) u.a. es sei besonders günstig, über einen *längeren Zeitraum* handlungsorientierte Aktivitäten an und mit *konkreten Modellen* in das Training einzubeziehen (vgl. auch Rost 1977; Battista u. a. 1982; Ben-Chaim u. a. 1988; Bishop 1980; Hellmich 2004). Dies gelte vor allem für den Subfaktor „Räumliche Beziehungen“ (S_1 nach Thurstone, vgl. Kap. 2.2.2, S. 69ff).

Auch Besuden verweist darauf, dass zur Verbesserung räumlicher Kompetenzen Material angeboten werden müsse, „(...) an dem planmäßige Handlungen ausgeführt werden können, die von geistigen Aktivitäten begleitet werden.“ (Besuden 1973 in: Besuden 1984d, 69). Bezogen auf die Aktivitäten innerhalb der klinischen Interviews der eigenen Studie bemerkt Maier zudem explizit: „So kann beispielsweise das Bauen von Würfelmehrlingen im dreidimensionalen Bereich und das Legen von Parkettierungen im zweidimensionalen Raum einen immens wichtigen Beitrag zur Schulung der Raumvorstellung leisten.“ (Maier 1996b, 11).

Zudem sei der Schulung effizienter Lösungsstrategien besondere Bedeutung beizumessen (Maier 1996a, 257). Eine solche Schulung in der Grundschule kann jedoch nur sinnvoll geleistet werden, wenn bekannt ist, welches Spektrum an Strategien in diesem Alter zu erwarten ist. In der eigenen Studie ist folglich zu ergründen, an welche Bandbreite individueller Zugänge im Grundschulalter angeknüpft werden kann (vgl. auch Hellmich 2004).

Wie verhält es sich nun mit der **Trainierbarkeit mentaler Rotation**? Widersprüchliche Ergebnisse hinsichtlich dieser Fragestellung klangen bereits in Kap. 2.3.2.2 (S. 98ff) der vorliegenden Arbeit an. In der Regel wird der Fähigkeit zu mentaler Rotation jedoch eine deutliche Trainierbarkeit zugesprochen, wie die nachfolgenden Darstellungen aus der mathematikdidaktischen *und* kognitionspsychologischen Literatur zeigen.

Bereits im Jahre 1975 (also noch vor der Veröffentlichung seines vielfach zitierten „Mental Rotation Test (MRT)“, vgl. S. 73) trainierte Vandenberg mehr als fünfzig Kinder im sechsten Schuljahr mit einem Programm, in dem räumliche Modelle aus Bausteinen erstellt wurden (vgl. Vandenberg 1975). Diese Schulung, zu der vom Autor an angegebener Quelle keine näheren Angaben gemacht werden, führte vor allem zu einer Verbesserung der weiblichen Probanden im MRT (vgl. auch Connor u. a. 1977, 294).

Grundsätzlich muss wohl davon ausgegangen werden, dass jede Art intensiver Zuwendung Schülern gegenüber besondere Effekte mit sich bringen *kann* und bereits einfache Wiederholungen möglicherweise einen Leistungszuwachs mit sich bringen.

Für den Bereich mentaler Rotation werden vergleichbare Beobachtungen von verschiedenen Autoren dokumentiert (vgl. eine Übersicht zu älteren Studien bei Mc Gee 1978). Unter Verweis auf ähnliche Ergebnisse bei Casey und Brabeck Casey und Brabeck (1989) dokumentieren Peters u.a. deutliche Trainingseffekte vor allem für weibliche Probanden allein durch Wiederholung der MRT-Aufgaben (Peters u. a. 1995, 54).

Auch Leone, Taine und Droulez (1993) ließen erwachsene Probanden in zwölf bis fünfzehn Sitzungen über einen Zeitraum von etwa sechs Wochen ein ums andere Mal Würfelkonfigurationen der Studien von Shepard und Metzler (vgl. S. 49) auf Kongruenz überprüfen. Die Autoren stellten dabei nicht nur fest, dass sich die vielzitierte Korrelation zwischen Rotationswinkel und Reaktionszeit über sämtliche Sitzungen erhielt, sondern bemerkten auch deutliche Übungseffekte ihrer Probanden. An die Bearbeitungsdauer gebundene Trainingseffekte in einer Versuchsanordnung, in der die Probanden rotierte Vorlagen vergleichen sowie gleichzeitig einen Joystick die gedachte Drehbewegung imitieren lassen sollten, beobachten auch Wexler, Kosslyn und Berthoz (1998, 91).

Kirby und Boulter (1998) bemerken diesbezüglich zu den Ergebnissen einer Studie mit jugendlichen Schülern, die u.a. in einem Teilttest mit mentalen Rotationsaufgaben zu ebenen Figuren konfrontiert wurden:

„Anscheinend reicht sogar die Erfahrung aus, die drei Tests zu den räumlichen Fähigkeiten wiederholt durchzuführen, um die Leistungen zu verbessern. Dies legt wiederum nahe, daß eine Unterweisungsmethode, die bewußt auf die Ausbildung der räumlichen Fähigkeiten und nicht auf die Geometrie zielt, diese Fähigkeiten stark fördern könnte.“ (Kirby und Boulter 1998, 153).

In Studien, die auch Kinder im Grundschulalter einbeziehen, dokumentiert Kail (1986) beeindruckende Effekte, die sich im Zuge der Bearbeitung von annähernd 4000 (!) Einzelaufgaben zur Rotation von Buchstaben und Zahlen über einen Untersuchungszeitraum von vier Wochen erkennen lassen. Die Reaktionszeiten der Probanden fielen hier auf bis zu 8 Prozent (!) der Reaktionszeiten zu Beginn der ersten Sitzung (Kail 1986, 389), wobei allerdings die Qualität der Antworten (z.B. Fehlerraten) nicht berücksichtigt ist. Unter didaktischen Gesichtspunkten ist neben der zu kritisierenden methodischen Eintönigkeit eines solchen Trainingsdrills allerdings zu hinterfragen, ob sich diese kurzfristigen Leistungssteigerungen über einen längeren Zeitraum erhalten können und inwieweit sie auf andere, weniger vertraute Figuren (wie z.B. die Würfelitems des MRT) transferierbar wären.

Demgegenüber zeigen Yackel und Wheatley aus fachdidaktischer Perspektive Trainingsmöglichkeiten zur Verbesserung räumlicher Kompetenzen im zweiten Schuljahr auf. Dazu wird von den Autoren u.a. ein Aufgabenpool entwi-

ckelt, der das Drehen von Bildern bzw. Rotationen im Zusammenhang mit einem ebenen Tangram-Spiel anspricht (vgl. Yackel und Wheatley 1989, 1990).

Ergebnisse aus mathematikdidaktisch orientierten Untersuchungen zur Förderung der Raumvorstellung, die einen besonderen Schwerpunkt auf den Subfaktor räumliche Beziehungen, bzw. die Fähigkeit zu mentaler Rotation legen, wurden im deutschsprachigen Raum vor allem von der Oldenburger Arbeitsgruppe um Hartmann, Reiss u.a. publiziert (Hartmann und Reiss 1999; Hartmann 1999, 2000, 2002, vgl. dazu Hellmich 2001b).

Vor allem im Bereich mentaler Rotation erkennen Hartmann und Reiss (1999) in den Nachtests ihrer Studien verbesserte Ergebnisse der Schüler fünfter und sechster Klassen (zit. nach Hellmich 2001b, 26). Auch von Hellmich und Hartmann können Übungseffekte nachgewiesen werden, die allerdings offenbar als bereichsspezifisch angesehen werden müssen und keine allgemeine Förderung räumlicher Kompetenzen verheißen (vgl. Hellmich 2001b; Hartmann 2000; Hellmich und Hartmann 2002). Erzielt werden diese Effekte auf die Fähigkeit zu mentaler Rotation in den zitierten Untersuchungen der Oldenburger Arbeitsgruppe u.a. durch „Quader-Puzzle“- Aufgabenstellungen (s. Abb. 5.8, S. 279), die die Zusammenfügung eines Körpers aus verschiedenfarbigen Würfeln und Dreiecksprismen anhand vorgegebener Ansichten der Zielfigur erfordern (z.B. Hartmann 2000, 247).

Auch Stumpf und Fay folgern aus ihren Untersuchungen, dass „nicht primär das Training mit anderen Raumvorstellungsaufgaben, sondern vielmehr der vorherige Umgang mit den „Schlauchfiguren“ selbst zu statistisch bedeutsamen, wenn auch nicht besonders markanten Leistungssteigerungen führt.“ (Stumpf und Fay 1981, 168). So erscheint es naheliegend anzunehmen, dass Trainingseffekte auf mentale Rotationskompetenzen offenbar sehr eng mit den Anforderungen der Übungsinhalte verbunden sind.

Hartmann (2000, 248) subsumiert schließlich ähnlich wie Maier (1999, s. oben), die Ergebnisse der zitierten Studien könnten „(...) als Hinweis darauf verstanden werden, dass sich räumliches Vorstellungsvermögen nicht durch ein relativ kurzfristiges Training beeinflussen lässt. Es ist aber auf jeden Fall ein Indiz dafür, dass die Mechanismen des Erwerbs oder Trainings räumlichen Vorstellungsvermögens nicht so klar sind, wie sie vielfach erscheinen.“ Der Sinn von Trainingsprogrammen, die den Anspruch erheben, in kurzer Zeit weite Bereiche der Raumvorstellung zu verbessern (vgl. Tonn 1990; Merschmeyer-Brüwer 1994; Meißner und Müller-Philipp 1997), wird hier stark in Frage gestellt. Allerdings geben Hartmann und Hellmich an anderer Stelle für den Grundschulbereich zu bedenken, dass „(...) die Leistungsfähigkeit bei der Bearbeitung räumlicher Aufgabenstellungen wesentlich mit der

Verfügbarkeit effizienter Strategien zusammenhängt.“ (Hartmann und Hellmich 2002, 214). Folglich postulieren sie (a.a.O.):

„Ein Umgang mit räumlich-geometrischen Aufgaben sollte daher im Unterricht mit der Thematisierung unterschiedlicher Strategien zur Bearbeitung dieser Aufgaben einher gehen.“ (Hervorhebung S.R.)

Dies ist der Lehrkraft im Unterricht nach Ansicht der Verfasserin jedoch erst möglich, wenn umfassende Erkenntnisse über die zu erwartende Bandbreite kindlicher Vorgehensweisen vorliegen. Zentrale Aufgabe der eigenen Studie muss es daher ein, diese Grundlagen bezogen auf den Bereich mentaler Rotation zu schaffen.

In Fallstudien mit etwa acht Jahre alten Grundschulkindern untersucht Reiss (1997) Zusammenhänge zwischen der kindlichen Bewältigung Problemsituationen (z.B. Orientierung in einem Labyrinth) und dem deklarativen geometrischen Wissen der Schüler um damit verbundene geometrische Begriffe (z.B. „Labyrinth“, „rechts“, „links“ usw.), das mit Hilfe von leicht modifizierten concept maps erfasst wurde. Hier stellt die Autorin fest, dass die Wahl der Arbeitsumgebung (Computer oder Material) nicht zwangsläufig die Qualität der mentalen Repräsentation festlegt: „Die Computerumgebung induziert genauso wenig wie die materialorientierte Umgebung ganz bestimmte Propositionen und damit zusammenhängend bestimmte mentale Bilder.“ (Reiss 1997, 90).

So merken Reiss und Albrecht (1994) zu Ergebnissen einer Studie mit Realschülern der achten Jahrgangsstufe an, es spiele bei der Raumvorstellungsförderung keine entscheidende Rolle „(...) ob der Unterricht in traditioneller Weise mit Hilfe von Zirkel und Lineal erfolgt war oder ob mit dem Computer bzw. entsprechender Software gearbeitet wurde.“ (Reiss und Albrecht 1994, 302).

Auch Schumann (2003, 2004) bemerkt keine signifikanten Unterschiede in Bezug auf den Einfluss der Übungsumgebung auf das Training mentaler Rotation. Zumindest bei älteren Schülern ergibt sich auch diesen Untersuchungen zufolge, dass Computertrainings⁵ offenbar ähnliche Zuwächse bezogen auf mentale Rotationskompetenzen erzielen wie Schulungen, die Papier-Bleistift-Aktivitäten (z.B. auf Schulbuchseiten) anbieten (Schumann 2004, 591). Warnend verweist Schumann (2004, 63) allerdings darauf, dass einige Computerprogramme möglicherweise geistige Anstrengungen fast schon überflüssig machen, da der Komfort dieser Software eine unmittelbare Ma-

⁵z.B. Teilprogramme „Rotieren“ und „Kippen“ im Trainingsprogramm „Falten - Rotieren - Kippen - Schneiden“ (Schumann 2004, 56ff)

nipulation gestatte. Allzu leicht sei beispielsweise die Rotation eines Würfel-mehrlings mit entsprechenden Befehlen ohne Notwendigkeit einer vorherigen gedanklichen Antizipation dieser Veränderung möglich.

Dennoch kann nicht unbedingt davon ausgegangen werden, dass nur die Manipulation konkreter Modelle die Entwicklung mentaler Rotationskompetenzen begünstigt. Auch ein Einbezug neuer Medien stellt Trainingserfolge in Aussicht.

So werden auch zur Förderung lernbeeinträchtigter Kinder computerunterstützte Trainings eingesetzt, die mentale Rotationsleistungen beanspruchen und diesen Teilbereich der Raumvorstellung offenbar deutlich fördern (im deutschsprachigen Raum: Masendorf 1993; Souvignier 1999; Hellmich 2001a)⁶. Beliebte ist hier der Einsatz von Spielen wie Tetris, das die Anforderung beinhaltet, Quadratmehrlinge, die in der Bildschirmenebene in einen „Schacht“ fallen, so zu lenken und zu drehen, dass sie die vorhandene Fläche möglichst lückenlos füllen⁷ (vgl. Masendorf 1993, 210).

Neben den Effekten, die durch das Spiel „Tetris“ zu verzeichnen sind (vgl. auch Okagaki und Frensch 1994), verbesserte auch das intensive Spiel des Computerspiels „Block-out“ in einer Studie von De Lisi und Cammarano (1996) die mentalen Rotationsleistungen studentischer Probanden. Der positive Einfluss dieses Spiels überwog die Effekte, die nach dem Spielen des Spiels „Solitaire“ in der Vergleichsgruppe beobachtet werden konnten, deutlich (vgl. auch Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 151ff).

Die **Relevanz der Raumvorstellung** im Alltags- und Berufsleben ist offensichtlich und in der geometriedidaktischen Diskussion vielfach erörtert: Sowohl für technische Berufe (Bauingenieurwesen u.ä.) als auch für Anforderungen in den Naturwissenschaften (Biologie, Mathematik, Chemie...) und in zahlreichen weiteren Bereichen sind räumliche Vorstellungskompetenzen unverzichtbar (vgl. Maier 1999; Barke 1980; Bodner und Guay 1997). Gardner (1989, 1991) diskutiert ebenso wie Maier (1999, 147ff) zudem den alltäglichen Nutzen von Aspekten räumlicher Vorstellung im privaten

⁶Souvignier (1999, 5) gibt eine Übersicht über internationale Untersuchungen zu Trainingseffekten von Computerspielen.

⁷„Block-out“ stellt das „dreidimensionale“ Pendant zu Tetris dar, bei dem Würfel-mehrlinge auch in die Bildebene hinein gedreht werden können, um einen Raum optimal zu füllen. Bei „Dreh-um“ (Souvignier 1999, 7) müssen ebene Formen mit verschiedenen Dreieckstypen (vergleichbar dem Tangram-Spiel) ausgelegt werden.

Bereich, der naturgemäß auch kindliche Erfahrungswelten berührt.

Ganz allgemein kann der Nutzen beweglicher bildhafter Vorstellungen darin liegen, Bewegungen des eigenen Körpers oder anderer Objekte zu antizipieren: Wir können die voraussichtliche Flugbahn eines landenden Flugzeugs „sehen“ (Kosslyn 1995, 268) oder vorausahnen, ob das abbiegende Auto an der Kreuzung im nächsten Moment unseren Fahrradweg kreuzen wird. Auch die recht spezielle Fähigkeit zum mentalen visuellen Rotieren kann für die Bewältigung alltäglicher Anforderungen in verschiedener Hinsicht bedeutsam sein:

- So zeigt sich, dass bei der räumlichen Orientierung (in fremden Umgebungen) die Fähigkeit, sich verschiedene Ansichten z.B. eines Häuserkomplexes vorstellen (bzw. einen solchen Häuserblock gedanklich rotieren) zu können oftmals entscheidende Orientierungshilfen bietet⁸.
- Im Zuge des Schriftspracherwerbs müssen spiegelverkehrte Buchstaben wiedererkannt und in Verbindung mit korrespondierenden Phonemen gebracht werden. Häufig kommt es dabei zu Verwechslungen zwischen b und d, p und q aber auch zwischen E und der Ziffer 3. Einiges deutet in diesem Zusammenhang darauf hin, dass Kinder mit Schwierigkeiten beim Lesen und Rechtschreiben ein Defizit bei mentalen Rotationsaufgaben aufweisen (vgl. Rüsseler u. a. 2004).
- Wer erinnert sich nicht an mindestens eine Umzugssituation, in der das zu transportierende Sofa angekantet oder gedreht werden musste, um seinen Weg durch die enge Haustür oder das Treppenhaus zu finden? Die gedankliche Antizipation der möglichen und notwendigen Objektdrehungen erspart hier körperlich anstrengende Fehlversuche.
- In diesem Zusammenhang sind auch Pack-Probleme von Bedeutung: Beim Beladen von Flugzeugfrachträumen beispielsweise sind die Gepäckstücke aus ökonomischen Gründen so zu verladen, dass der vorhandene Raum optimal ausgenutzt wird. Rotationen der Frachtstücke, die vom entsprechenden Personal gedanklich zu antizipieren sind, werden hier unerlässlich, wobei hier kein Vergleich zwischen Figur und (rotiertem) Pendant wie in den einschlägigen Tests zu mentaler Rotation zu leisten ist, sondern eher ein Abgleich zwischen den Objektformen der Gepäckstücke und einem (rotierten) „Negativ“ (in Form von

⁸vgl. auch Kap. 2.2.2 zum Zusammenhang der Faktoren „räumliche Orientierung“ und „Vorstellung von Rotationen“

Raumlücken) gefordert ist (vgl. auch jüngste Softwareentwicklungen für Industrieroboter von Heißmeyer 2004). Das Einräumen eines Schularzens (bzw. des Kofferraumes vor Urlaubsantritt) stellt u.U. ein vergleichbares Problem dar: Passt das quaderförmige Federetui (mit dem umfangreichen Stiftesortiment) noch in die Lücke zwischen Brotdose und Mathebuch, wenn ich es ein wenig drehe?

- Hartmann (2002) verweist zudem auf die zentrale Bedeutung, die den geometrischen Kongruenzabbildungen und ihren Eigenschaften im Geometrieunterricht der Sekundarstufe zukommt. So referiert er Besorgnis erregende Befunde, wonach beispielsweise kaum ein Viertel der deutschen TIMSS-III Population in der Lage war, eine elementare Konstruktionsaufgabe zu einer Drehung zu bearbeiten (a.a.O., 47). Neben Unsicherheiten auf prozeduraler Ebene ist eine weitere Ursache für die hier auftretenden Schwierigkeiten möglicherweise darin zu sehen, dass die Schüler kaum Erfahrungen damit haben, Rotationen gedanklich zu antizipieren.

4.2.2 Geometrie, Raumvorstellung und mentale Rotation im Mathematikunterricht

Die Relevanz räumlicher Kompetenzen (bzw. mentaler Rotation) berührt zudem in besonderer Weise den Mathematikunterricht, wie zahlreiche Studien aus mathematikdidaktischer Perspektive dokumentieren. Dabei geht es einerseits um die Frage nach Zusammenhängen zwischen Raumvorstellung und allgemeinen mathematischen Kompetenzen. Andererseits stellt sich die Frage, in welchem Verhältnis Raumvorstellung und spezielle Geometrieleistungen zueinander stehen.

Insbesondere die hervorzuhebende Bedeutung, die der **Raumvorstellung für den Geometrieunterricht** zukommt, ist innerhalb der Mathematikdidaktik prinzipiell kaum angezweifelt und empirisch vor allem für ältere Schüler facettenreich belegt (vgl. dazu Battista 1990; Hershkowitz 1989; Lehmann und Jüling 2002; Maier 1999). Besuden konstatiert entsprechend: „Geometrieverständnis ist vor allem die Einsicht in Beziehungen und Zusammenhänge, was ohne Raumvorstellung nicht denkbar ist. Verständnis basiert in der Geometrie auf Vorstellungsvermögen.“ (Besuden 1999, 1).

Allerdings kommt dem logisch-schlussfolgernden Denken Battista (1990) zufolge ebenfalls eine gewichtige Rolle zu. Reiss (1999) vermutet aufgrund der Ergebnisse ihrer Forschergruppe gar, es sei davon auszugehen, dass das deklarative Wissen zu geometrischen Konzepten bei älteren Schülern weitaus

stärker mit Kompetenzen des schlussfolgernden Denkens als mit der Fähigkeit zur Raumvorstellung zusammen hängen.

Neben anderen wesentlichen Kompetenzen wie dem Suchen von Regeln und Beziehungen, dem Vergleichen, Sortieren, Klassifizieren usw. stellt die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens als anerkannte Komponente menschlicher Intelligenz (vgl. Kap. 2.2.1, S. 63ff) dennoch ein wesentliches Ziel des Geometrieunterrichts dar. So zählt Besuden (Besuden 1984d, 64) ebenso wie zahlreiche andere Autoren die Schulung der Raumvorstellung zu den „obersten Leitzielen des Geometrieunterrichts“. Dies gilt für den Primarbereich ebenso wie für den Unterricht in weiterführenden Schulen:

„Wenn die Raumvorstellung einen Teil unserer Intelligenz ausmacht, so ist deren Bedeutung damit schon hinlänglich bezeichnet, und entsprechend wird sie im Leben und in der Schule auch benötigt. (...) Von Bedeutung ist (...) die Raumvorstellung schlechthin für alle Menschen: Mit dieser zentralen Fähigkeit nehmen wir unsere Umwelt wahr, wie umgekehrt unsere Erfahrungen in der dreidimensionalen Welt die Raumvorstellung ausbilden.“ (Besuden 1999, 1). Dementsprechend wurde bereits auf der Meraner Konferenz im Jahre 1905, also bereits vor 100 Jahren, die Forderung nach einer intensiven Schulung räumlicher Kompetenzen erhoben (vgl. Illgner 1974; Gutzmer 1980; Besuden 1984b).

Der Geometrieunterricht der Grundschule verfolgt zudem in besonderer Weise allgemeine Lernziele des Mathematikunterrichts (vgl. auch Kap. 4.2.4), bietet hervorragende Möglichkeiten zum fächerübergreifenden Arbeiten (Sachunterricht, Kunst ...) und ist einer positiven Einstellung zur Mathematik als Unterrichtsfach förderlich. Geometrische Grundbegriffe werden erfahren, entdeckendes und problemorientiertes Arbeiten prägen die in der fachdidaktischen Diskussion angeregten Aktivitäten Winter (1971); Besuden (1984f); Radatz und Rickmeyer (1991); Bauersfeld (1992); Franke (2000). Winter bemerkt beispielsweise schon um 1971 herum, die Geometrie in der Grundschule sei „auf dem Vormarsch“ und führt als mögliche Themenstellungen hier u.a. „Räumliche Handlungen mit einzelnen Dingen“ oder „Bewegungen im Raum“ wie Drehungen oder Verschiebungen an (Winter 1971, 43).

Zu beobachten ist dabei in den vergangenen Jahren eine verstärkte Ausrichtung auf die Entwicklung von Kerngedanken (Rahmenthemen, Leitgedanken u.ä.), die den Versuch unternehmen, diese vielfältigen Anregungen zu strukturieren (vgl. Radatz und Rickmeyer 1991; De Moor 1991; Treffers und De Moor 1996; De Moor und van den Brink 1997; Franke 2000; Pohle und Reiss 1999a, b) oder neu auszurichten (vgl. zu Inhalten der Sekundar-

stufe auch Leuders 2004). Weitreichender Konsens besteht dahingehend, dass Orientierungspunkte für den Aufbau des geometrischen Stoffgebietes einzubetten sind in einer die Arbeit im Mathematikunterricht der Grundschule prinzipiell prägenden „Offenheit und Zielorientierung“ (vgl. Schipper 2001) gegenüber den ausgewählten Inhalten, Methoden und Interaktionen⁹. Einigkeit besteht zudem darin, dass konkrete räumliche Erfahrungen ermöglicht werden sollen (vgl. Wollring 2006, zu einer Zusammenfassung aktuell bedeutsam erscheinender Prinzipien für die Ausrichtung des Geometrieunterrichts).

Vor allem Hinweise auf den soziokulturellen Wandel kindlicher Erfahrungswelten (z.B. Bauersfeld 1983, 1992; Grassmann 1998) wie der zunehmende Mangel an Erfahrungen mit konstruktivem, nicht vorgefertigtem Spielzeug oder die „Verinselung“ der Kinder in ihrem Alltag unterstreichen die Relevanz geometrischer Kompetenzen. Konkrete Forderungen an die Gestaltung des Geometrieunterrichts in der Grundschule („Prinzipien“) schließen sich hier an. Unter diesen Prinzipien, die die Geometriedidaktik in den Mittelpunkt rückt, sei der Aspekt der *Kommunikation und Kooperation* exemplarisch hervorgehoben. Bauersfeld (Bauersfeld 2003, 20) bemerkt dazu: „Die grundsätzlich partnerschaftliche Bearbeitung und der regelmäßige Rollenwechsel fordern einerseits das eigenständige Variieren der Aufgabenbedingungen, das kreative Ergänzen und Weiterentwickeln heraus, sowie andererseits über das wechselseitige Anregen und Kontrollieren auch das Ausüben und Hinnehmen von Kritik sowie eine konstruktive Kooperation.“ (vgl. auch Wollring 2006)

Röhr entwickelt entsprechende Kriterien für kooperationsfördernde Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule, die unmittelbar auf den Geometrieunterricht übertragbar sind. Zu diesen Gesichtspunkten zählt beispielsweise das Ermöglichen verschiedener Lösungswege auf unterschiedlichen Niveaus im Zuge aktiv-entdeckenden Arbeitens, das Anbieten komplexer Aufgaben oder die Gestaltung von Aufgaben, deren Lösung durch die Zusammenarbeit mehrerer Schüler tatsächlich erleichtert wird (vgl. Röhr 1996, 1997). Auch Wollring bemerkt unter Hinweis auf das Potential geometrischer Eigenproduktionen (vgl. auch Kap. 3.2.2) zur Notwendigkeit sozialer Arbeitsumgebungen: „Es wäre nach Meinung des Autors total verfehlt, wenn im Bewußtsein des Kindes der Geometrieunterricht als eine durch sorgsames Handhaben präziser Instrumente begleitete schweigend vollzogene hochstan-

⁹Auf die beklagenswerte Vernachlässigung geometrischer Inhalte in der Grundschule, die vielerorts festgestellt werden kann, soll an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden, zumal die Wirkung der fachdidaktischen Diskussion sich ohnehin nur darauf beschränken kann, einer hoffentlich wachsenden Zahl von Kolleginnen und Kollegen unermüdlich die Notwendigkeiten und Chancen, die diese Inhalte mit sich bringen, plausibel zu machen.

dardisierte Einzeltätigkeit verbleibt.“ (Wollring 1998b, 129). Dies ist nach eigener Ansicht nachdrücklich zu unterstreichen.

Wie verhält es sich nun mit dem Zusammenhang zwischen **Raumvorstellung und arithmetischen Kompetenzen** bzw. der Fähigkeit zum Problemlösen?

Smith erklärt noch zu Beginn der 60er Jahre, es gäbe *keine* nennenswerten Zusammenhänge zwischen Raumvorstellung und Mathematikleistungen (Smith 1964, zit. nach Guay und Mc Daniel 1977). Guay und Mc Daniel halten dem jedoch Ergebnisse aus ihrer Arbeit mit Grundschulkindern entgegen, die signifikante Korrelationen für Probanden dieses Alters dokumentieren: „The findings suggest that among elementary school children, high mathematics achievers have greater spatial abilities than low mathematics achievers.“ (Guay und McDaniel 1977, 214) Dies gelte für alle von den Autoren facettenreich analysierten Bereiche der Raumvorstellung. Jüngste Untersuchungen mit deutschen Grundschulkindern bestätigen diese Tendenz grundsätzlich (vgl. Grüßing 2003).

In der Auswertung zahlreicher diesbezüglicher Studien¹⁰ bemerken Lehmann und Jüling (2002, 31) somit, es sei davon auszugehen, dass Raumvorstellung nicht nur für geometrische, sondern auch für die Bewältigung algebraisch-arithmetischer Problemstellungen dienlich sei (vgl. dazu auch Bishop 1980; Tartre 1990). Insbesondere besonders leistungsstarke Schüler verfügten also über überdurchschnittliche räumliche Kompetenzen. Allerdings bemerken die Autoren, dass *eindeutige* Beziehungen zwischen mathematischen Kompetenzen und Raumvorstellung bislang nicht konsistent belegt werden können (a.a.O., 34). Lehmann und Jüling untersuchten daher 10 bis 11-jährige Kinder verschiedener Schulformen und konnten einen engen korrelativen Zusammenhang zwischen den Leistungen im Mental Rotation Test (vgl. S. 73) und Leistungen in einem Mathematiktest feststellen. Die Fähigkeit zu mentaler Rotation wird folglich als „wichtiger Prädiktor für mathematische Leistungen“ angesehen (Lehmann und Jüling 2002, 41). Lehmann und Jüling erklären sich diese Zusammenhänge damit, dass beispielsweise das Hineinversetzen in unterschiedliche Perspektive förderlich ist für das selbständige Erarbeiten verschiedener Lösungswege¹¹ und deren Analyse. Ferner heißt es (a.a.O., 40):

¹⁰vgl. auch Maier (1999, 128) für eine Übersicht

¹¹Die Bezeichnung „Lösungsweg“ deutet zudem bereits auf mögliche Zusammenhänge zwischen inhaltlicher Bearbeitung und räumlichen Bezügen hin, worauf bereits Winter hinweist (Winter 1971, 46f): „Auch für abstrakteste Gedankengänge und Begriffsbildungen bedienen wir uns sprachlicher Wendungen, die in geradezu aufdringlicher Weise Raum-

„Die bisherigen Überlegungen führen zu der Schlussfolgerung, dass ein bestimmtes (hohes) Niveau der Raumvorstellungsfähigkeit den entsprechenden Personen die Möglichkeit zur Visualisierung algebraischer Strukturen eröffnet, woraus eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit resultieren kann.“

Bezüglich der Relevanz räumlicher Orientierung Jugendlicher stellt auch Tartre (1990) mit ähnlicher Argumentation heraus, es gebe offenbar einen engen Zusammenhang zwischen der Fähigkeit, sich im geometrischen Sinne räumlich zu orientieren und der Fähigkeit, ein neuartiges Problem zu strukturieren, es also in Relation zu bekannten, bereits bewältigten Problemen zu setzen: „The results from this study suggest that spatial orientation skill appears to be used in specific and identifiable ways in the solution of mathematics problems.“ (Tartre 1990, 227).

Lehmann und Jüling (2002) verweisen allerdings auch darauf, nicht nur der Begriff „Raumvorstellung“ (vgl. Kap. 2.2.2) sondern auch die Auslegung der Bezeichnung „mathematische Leistungen“ müsse differenziert werden. So gäbe es verschiedene Aufgabentypen (wie die Anwendung von Rechenregeln), die von einer guten Raumvorstellung weniger stark profitierten.

Ähnlich wie Lehmann, Jüling und Tartre untersuchten auch Booth und Thomas (2000) die Beziehungen zwischen Raumvorstellung und Problemlösefähigkeiten bei jugendlichen Schülern (11 bis 15 Jahre), arbeiteten allerdings mit Probanden, die mit Schwierigkeiten im arithmetischen Bereich zu kämpfen hatten. Bessere Raumvorstellungsleistungen gingen auch hier einher mit einer signifikant besseren Leistung bei der Bearbeitung verschiedener problemhaltiger Sachsituationen, die verbal oder grafisch unterstützt an die Schüler herangetragen wurden. Zudem weisen die Autoren darauf hin, man dürfe nicht annehmen, dass Schüler mit Schwierigkeiten im arithmetischen Bereich angebotenes Veranschaulichungsmaterial stets im didaktisch intendierten Sinne interpretierten. Vielmehr seien gezielte Einweisungen nötig.

Insgesamt kann wohl für ältere Schüler davon ausgegangen werden, dass räumlich-visuelle Vorstellungen einen recht hohen Anteil mathematischer Modellierungen darstellen (vgl. Wheatley 1990, 1998), grafische Umsetzungen dieser Vorstellungen also beispielweise abstrakte Zusammenhänge und Abhängigkeiten verdeutlichen oder auch als „Beweis ohne Worte“ (Ben-Chaim u. a. 1989, 52f) fungieren können. Unter multikultureller Perspektive ist die Relevanz grafischer Repräsentationen für viele Schüler, deren Muttersprache

bezüglichkeiten aufweisen. (...) Wir übersetzen abstrakte Gedanken in räumliche Figuren.“

che eine andere Sprache als die im Unterricht gesprochene ist, bereits eine entscheidende Stütze beim *Erfassen* einer Aufgabenstellung (vgl. Presmeg 1989).

Auch Beispiele von Rickmeyer aus der Arbeit mit Studierenden zeigen exemplarisch, dass räumliche Vorstellungen zu Zahlenräumen auch von Erwachsenen bei der Bewältigung von Rechenoperationen einbezogen werden (Rickmeyer 2001, 55): **Rechnen** vollzieht sich offensichtlich häufig **als mentales Operieren mit visuellen Vorstellungen**. Zudem legt Rickmeyer (2001, 70) die Vermutung nahe, dass „Kinder möglicherweise beim Auftreten eines arithmetischen Problems selbständig eine anschauliche Hilfe zum Lösen suchen und auch erfolgreich konstruieren.“ (vgl. auch Schütte 2004).

Diese Betrachtungen schließen an Ausführungen verschiedener Autoren an, die den kindlichen Umgang mit Veranschaulichungsmitteln im **Grundschulalter** erörtern (vgl. z.B. Schipper 1982; Radatz 1990; Lorenz 1992). So bemerkt Lorenz (1992, 24) unter Verweis auf Bergson (1911), dass „(...) jede mentale Repräsentation einer Zahl notwendig eine *visuelle Vorstellung im Raum* (beinhaltet), das heißt, Zahlen werden als Elemente in einer räumlichen Matrix aufgefaßt.“

Deutlich wird innerhalb der aktuellen fachdidaktischen Diskussion betont, dass Veranschaulichungen abstrakter Inhalte (z.B. Zeichnungen) oder Veranschaulichungsmittel (also in der Regel Material für die Hand der Schüler) keineswegs unmittelbar für sich sprechen (s. oben, vgl. dazu Abb. 4.1).

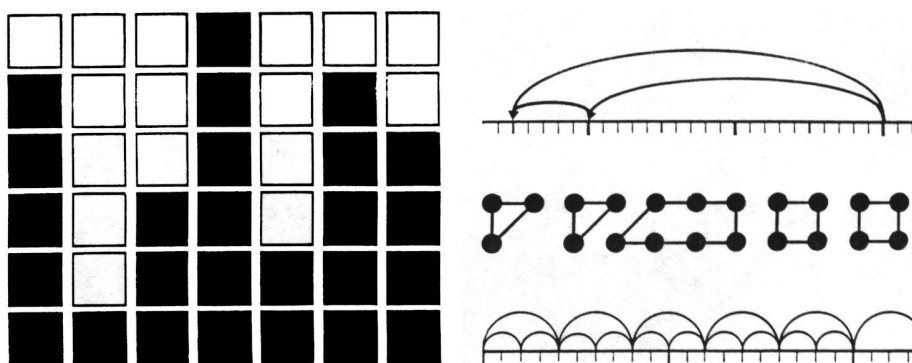


Abbildung 4.1: Darstellungen arithmetischer Inhalte (Radatz 1989a, 17)

Vielmehr stellen diese Medien für sich genommen bereits einen Lerninhalt dar, dessen geometrische Struktur und arithmetische Deutung von der Mehr-

zahl der Schüler erst aktiv (im Sinne konstruktivistischer Grundpositionen) erarbeitet werden müssen (z.B. Söbbeke 2003, 2004).

Das Ziel des Einsatzes von Veranschaulichungen und Veranschaulichungsmitteln, die historisch weit zurückreichende Wurzeln aufweisen (vgl. Lorenz 1992, 3ff), besteht im Mathematikunterricht darin, den Kindern eine fundierte Grundlage für das Entwickeln *eigener* Vorstellungen anzubieten (Lorenz 1993b, 125). Geometrische Aktivitäten - so wird herausgestellt - fundieren die diesbezüglich notwendigen Kompetenzen, deren Ausbildung die mathematische Leistung aus fachdidaktischer Sicht maßgeblich determiniert:

„Vorstellungen oder Vorstellungsbilder bestimmen die Qualität des mathematischen Denkens und helfen dem Verständnis, sie sind nach Piaget und Aebli insbesondere im Grundschulalter das wichtige Bindeglied zwischen den Handlungserfahrungen und der Verinnerlichung einer mathematischen Operation.“ (Radatz 1990, 3).

Vielfach wird gar die Ansicht vertreten, defizitäre räumliche Vorstellungskompetenzen könnten als möglicher Auslöser von Rechenstörungen angesehen werden (vgl. Lorenz 1992; Schulz 1999; Thiel 2001). Eine mangelhafte Förderung dieser Kompetenzen im Unterricht sei somit mitverantwortlich für das Scheitern oder doch zumindest die Schwierigkeiten von Kindern im Arithmetikunterricht. Hier setzt auch die Kritik von Radatz (1989a, b) an, der eindringlich davor warnt, die Geometrie als bloßes Anhängsel der Arithmetik zu betrachten. Auffällig sei beispielsweise, dass vor allem rechenschwache Kinder häufig keine adäquaten, d.h. im didaktischen Sinne wenig hilfreichen Vorstellungsbilder zu arithmetischen Operationen bildeten wie Abb. 4.2 zeigt (vgl. dazu auch Radatz 1990; Lorenz 1991).

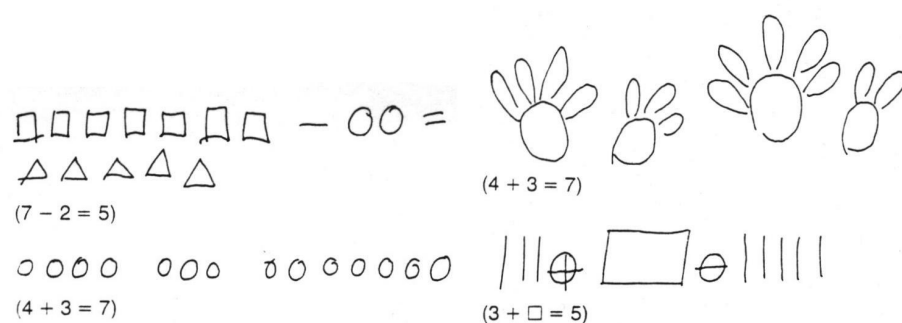


Abbildung 4.2: Zeichnungen rechenschwacher Kinder (Radatz 1989a, 17)

Bei der Interpretation grafisch dargebotener Abbildungen zur Veranschaulichung arithmetischer Operationen in Schulbüchern handelt es sich stets um statische Darstellungen. Es liegt also in der Verantwortung der Kinder „(...) sich trotz der statischen Darstellung der Bilder und grafischen Zeichen den *Operationsablauf visuell vorzustellen*, der durch das Dargebotene repräsentiert wird.“ (Lorenz 1992, 97, Hervorhebung im Original). Der Prozess der dabei zu leistenden Generierung einer mentale Repräsentation des visuell Wahrgenommenen umfasse eine bedeutende Abstraktionsleistung: Die verschiedenen Bildern inne wohnende gemeinsame Operation müsse im Zuge einer Ausbildung visueller Schemata extrahiert werden, wobei gerade die Vagheit der dabei gewonnenen visuellen Vorstellungen besonders bedeutsam sei (a.a.O., 98).

Damit ist vor dem Hintergrund des in der vorliegenden Arbeit herausgearbeiteten Schwerpunktes festzuhalten, dass die angesprochenen visuell-mentalenen Kompetenzen sich einerseits auf statische Konfigurationen, also das Erfassen räumlicher Relationen beziehen können (z.B. Visualisierung einer Punktmenge im Hunderterfeld). Mede (1998) spricht diesbezüglich treffend von einer „natürlichen Synthese“ zwischen Arithmetik und Geometrie und erinnert an zahlreiche Beispiele, die im Unterricht Zusammenhänge zwischen arithmetischen Inhalten und ästhetisch ansprechenden geometrischen Strukturen aufzeigen (vgl. auch Blanck und Eichler 1999; Schulz 1999). Von besonderer Relevanz erscheint andererseits die *dynamische* Komponente der mentalen visuellen Repräsentationen, auf die Lorenz (1992, 182) explizit hinweist:

„Zahlen und Operationen werden in der Regel bei Schülern durch bildhaft vorgestellte Beziehungen repräsentiert. (...) Die visuelle Repräsentation der vier Grundrechenarten liegt entsprechend in Form räumlicher Bewegungen vor, zum Beispiel ‚Voranschreiten‘ (Addition), ‚Zurückgehen‘ (Subtraktion), in Sprüngen weitergehen (Multiplikation) oder räumliches Teilen (Division).“

Für Kinder ist jedoch keinesfalls per se verständlich, dass sich beispielsweise die Multiplikation in „Sprüngen“ vollzieht¹². Die Erfahrung lehrt vielmehr, dass im Unterricht explizit thematisiert werden muss, *welche* Art von Dynamik der jeweiligen Rechenoperation innewohnt. Vor allem erfordert der damit verbundene Übergang von konkreten Handlungen an den Veranschaulichungsmitteln hin zu den mentalen Repräsentationen der mathematischen Operationen einen geistig-konstruktiven Prozess seitens der Schüler (vgl. auch Dörfler 1986, 1988, zit. nach Lorenz 1992, 5ff).

¹²vgl. z.B. „Tiersprünge“ im Einmaleins-Plan nach Wittmann und Müller (2005a)

Auch die kognitive Erfassung elementarer Rechengesetze wie die Kommutativität der Multiplikation, die vielfach an eine Betrachtung strukturierter Punktefelder gekoppelt wird (vgl. Abb. 4.3), werden im zweiten Schuljahr in rotierten Punktefeldern veranschaulicht. Die sogenannten „Tauschaufgaben“ finden ihre geometrische Entsprechung in einer Rotation der gegliederten Punktmengen um 90 Grad. Die Notwendigkeit zum mentalen visuellen Operieren ist hier speziell verbunden mit der Fähigkeit zum mentalen Rotation (vgl. auch Bauersfeld 1992; Lorenz 1992). Es liegt folglich nahe, dieser Kompetenz bereits vor dem dritten Schuljahr (vgl. Kap. 4.2.3) und möglichst schon vor dem zweiten Schuljahr verstärkte Aufmerksamkeit zuzuwenden. Lorenz (1992, 186) hält grundsätzlich sogar eine Auseinandersetzung mit geometrischen Fragestellungen *vor* der Einführung arithmetischer Operationen für sinnvoll.

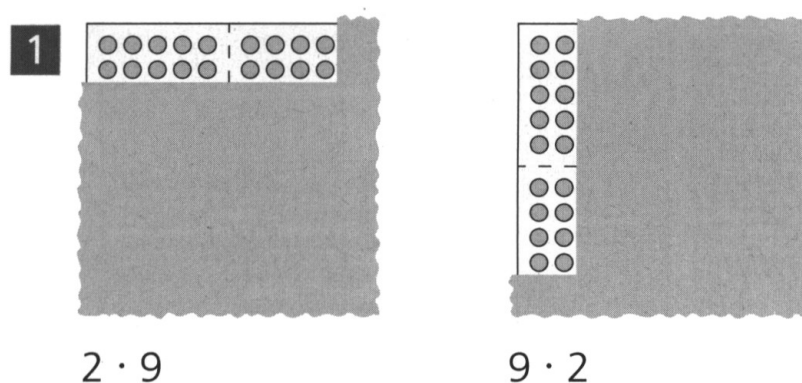


Abbildung 4.3: Malaufgaben am Hunderterfeld (Wittmann und Müller 2005a, 66)

Auch die Einsicht, dass bei der Addition die Summanden vertauscht werden können, ohne dass sich das Ergebnis verändert, kann auf vergleichbare Bewegungsvorstellungen zurück geführt werden: Auf einem Tablett liegen rechts vier Äpfel und links 2 Äpfel, was die Additionsaufgabe $4 + 2$ nahe legt. Dreht man nun das Tablett oder begibt man sich selbst auf die andere Seite, ergibt sich die Tauschaufgabe $2 + 4$.

Steinweg (2002, 2005) widmet sich in ihrer Forschung u.a. der Frage, wie Kinder solche und ähnliche Punktmuster wie in Abb. 4.3 deuten, d.h. welche Zuordnungen von Rechenausdrücken Kinder zu geometrischen Punktmustern vornehmen oder wie Kinder Gleichungen in geometrische Strukturen übersetzen. Sie spricht hier von einem „inneren Kampf der Vorstellungsbilder“ (mündliche Mitteilung 2005), wenn Kinder in einem horizontal ausgerichteten

ten Muster nicht das (rotierte) Äquivalent des vertikal ausgerichteten Pendants erkennen. Die Schulung flexibler Vorstellungskraft (hier vor allem die Fähigkeit zu mentaler Rotation einer ebenen Figur) erweist sich als fundamentale Forderung.

So weisen Lorenz und Radatz (1993, 37ff) darauf hin, dass sich *mögliche* Früherkennungsmomente für Rechenschwächen aus der diagnostischen Beobachtung geometrischer Aktivitäten ergeben können: Angeregt wird hier etwa, Kinder bei der Bearbeitung von Bauaufgaben mit Würfeln oder im Umgang mit Aufgaben zu beobachten, die das Drehen von Objekten bzw. das Hineinversetzen in andere Perspektiven ansprechen (a.a.O., 63ff). Auch die räumliche Orientierung am Zahlenstrahl falle rechenschwachen Kindern häufig schwer (a.a.O., 45).

Somit vermag die aktuelle geometriedidaktische Diskussion im deutschsprachigen Raum an die offenkundigen Zusammenhänge zwischen dem Erwerb arithmetischer Kompetenzen im Grundschulalter und visueller Vorstellungsfähigkeit anzuknüpfen. Ergänzend wurde neben Untersuchungen dazu, welche geometrischen Kenntnisse (geometrische Begriffe) Schüler im Laufe ihrer Grundschulzeit erwerben (vgl. Schmidt 1991), zudem erhoben, welche Vorkenntnisse bei Kindern verschiedener Jahrgänge zu beobachten sind (vgl. Grassmann u. a. 1998; Grassmann 2000; Eichler 2004). Zum Bereich mentaler Rotation liegen aus diesen Studien jedoch bislang keine publizierten Ergebnisse vor.

4.2.3 Mentale Rotation: Beispiele aus dem Geometrieunterricht der Grundschule

Vor dem Hintergrund der im vorausgegangenen Kapitel dargestellten Diskussion entstand eine Fülle methodischer Anregungen für den Geometrieunterricht in der Grundschule, auf die in der vorliegenden Arbeit nicht erschöpfend eingegangen werden kann. Um die Aufgabenstellungen der eigenen Studie jedoch besser einordnen zu können, erscheint es sinnvoll, an dieser Stelle eine exemplarische Übersicht zu gegebenen zu publizierten Unterrichtsanregungen, die ein besonderes Augenmerk auf den Bereich mentaler Rotation bzw. räumlicher Orientierung im Zusammenhang mit geometrischen Objekten (v.a. mit Würfelkonfigurationen oder ebenen Darstellungen von Würfelkonfigurationen) legen.

Rotation ebener Figuren

Rotationen ebener Figuren im Geometrieunterricht der Grundschule können sich wie in psychometrisch ausgerichteten Tests (vgl. S. 73) auf ebene Darstellungen dreidimensionaler Figuren beziehen. Eichler (Eichler 2004, 17) etwa bat Schulanfänger rotierte Skizzen einer Schnecke zu vergleichen und zu entscheiden, welche der abgebildeten Figuren nicht rotiert, sondern gespiegelt war („Was gehört nicht hierher?“). Wittmann und Müller (Wittmann und Müller 2005c, 116f) thematisieren ausführlich die Drehsymmetrie ebener Figuren und lassen ästhetisch ansprechende Ornamente aus rotierten und gespiegelten Blumen untersuchen (Abb. 4.4).

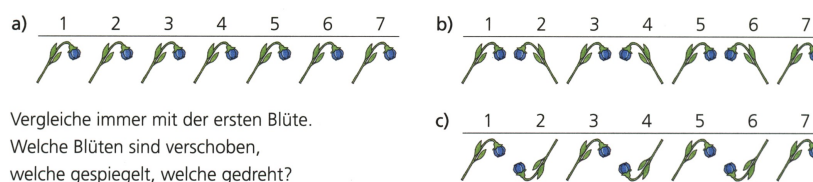


Abbildung 4.4: Drehsymmetrie in Blumenornamenten (Wittmann und Müller 2005c, 117)

Spielanregungen (Domino, Lotto) zum Drehen ebener Figuren, die aus geometrisch gestalteten Quadraten bestehen, unterbreitet Bauhoff (1998). Beispiele für die Rotation einer ebenen Figur (hier: Dreieck) finden sich auch in mathematischen Schülerwettbewerben wie dem Känguruh-Wettbewerb (vgl. Abb. 4.5).

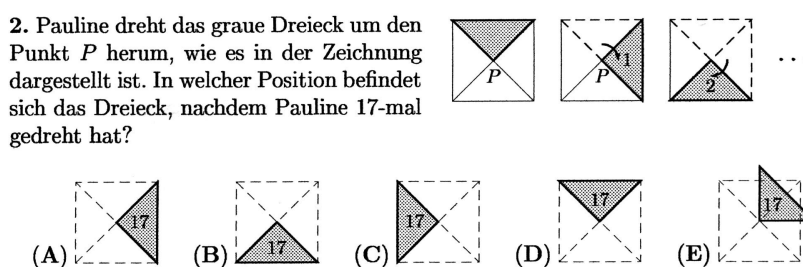
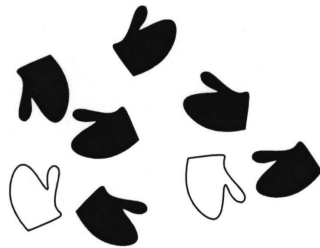


Abbildung 4.5: Aneinandergereihte Rotation eines Dreiecks (Känguruh-Wettbewerb 2005, 1)

Diese und andere Anregungen wie beispielsweise auch die folgende aus dem Känguruh-Wettbewerb 1998 lassen teilweise deutliche Parallelen zu bekannten Testformaten der experimentellen Kognitionspsychologie (Kap. 2.1.3)

oder der psychologischen Untersuchungen aus psychometrischer (Kap. 2.2.2) und differentieller Perspektive (Kap. 2.3) erkennen. Dabei mutet der Vergleich und die Paarbildung der gefärbten Handschuhe in Abb. 4.6 fast noch schwieriger an als etwa die Anforderungen in Untersuchungen von Cooper und Shepard (1975, vgl. Abb. 2.14, S. 47).

12. Wir haben Handschuhe, die auf der Innenseite weiß und auf der Außenseite schwarz sind. Wieviel Paare lassen sich aus den abgebildeten Handschuhen bilden?



A: 0

B: 1

C: 2

D: 3

E: 4

Abbildung 4.6: Beispielaufgabe aus dem Känguruh Wettbewerb 1998 (Känguruh-Wettbewerb 1998, 3)

Rotation markierter Würfel

Bereits Kleinkinder üben sich spielerisch in verschiedenen Variationen darin, geometrische Körper oder auch andere massive Figuren in entsprechende Aussparungen zugehöriger Behältnisse einzufügen. Dazu müssen die Körper häufig gedreht oder angekantet werden, um durch das Loch einer Box gesteckt werden zu können, was in der Regel durch handelndes Experimentieren erfolgt.

Demgegenüber zielt die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens auf ein gedankliches Operieren ab und thematisiert beispielsweise die gedankliche Rotation markierter Würfel. Solche Übungen zum Drehen und Kippen gestalteter Würfel weisen ebenfalls häufig große Ähnlichkeit zu Aufgaben aus psychometrischen Testkatalogen auf, wie die Abbildungen 4.7 und 4.8 zeigen, wo bewusst nicht nur *eine* korrekte Lösung existiert. Die Ähnlichkeit zu den Aufgaben von Thurstone (1938), Amthauer (1953), Gittler (1984) oder auch Werdelin (1961) ist frappierend (vgl. S. 74). Bauersfeld, Radatz u.a. gehen in ihren Vorschlägen zum „Körperspiel“ (1973, 62f) gar so weit, dass sie Verknüpfungstafeln zu Drehdeckabbildungen von mehrfarbigen Würfelplatten

aufstellen lassen - eine Anforderung, die heute manchen Examenskandidaten „ins Rotieren“ bringt.

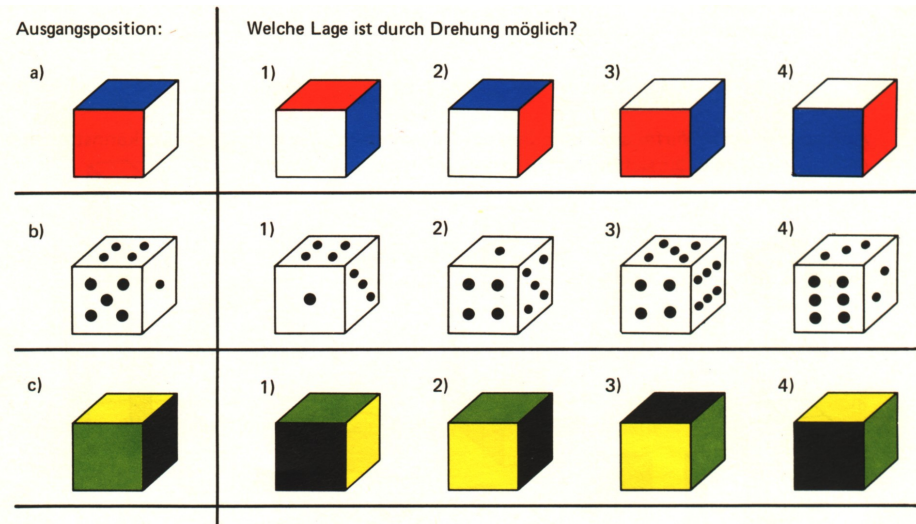


Abbildung 4.7: Welche Würfel können gleich sein? (Bauersfeld u. a. 1973, 29)

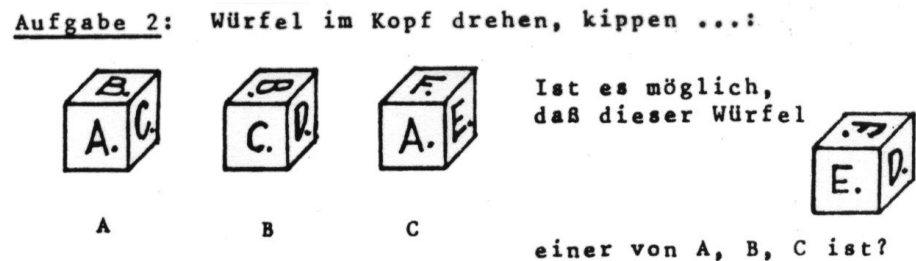


Abbildung 4.8: Vergleich rotierter Einzelwürfel (Neubrand 1990, 203)

Die Analogie dieser Unterrichts Anregungen zu psychometrischen Testitems bedeutet jedoch keinesfalls, dass es möglich ist, diese Aufgaben ohne weitere Vorbereitung im Unterricht der Grundschule einzusetzen. Vielmehr ist eine gezielte, handlungsorientierte Vorbereitung nötig, wie die folgenden Beispiele zum handelnden Kippen eines Würfels oder Quaders zeigen. Unterrichts Anregungen zum Kippen von einzelnen Würfeln und Quadern finden sich vielfach und in ähnlicher Form in der Literatur (z.B. Radatz und Rickmeyer 1991, 147f). Der „Nussknacker“ für das zweite Schuljahr bietet beispielsweise eine grundlegende Aufgabe an, bei der mehrere aufeinander

folgende Kippbewegungen eines Würfels (oder Quaders) in Gestalt einer Spur dokumentiert werden sollen (Abb. 4.9, vgl. auch Radatz u.a. (1998, 121)).



Abbildung 4.9: Spuren eines gekippten Würfels (Maier 2005b, 107)

Handelndes - aber nach einiger Übung auch gedankliches Kippen - eines markierten Würfels ist im Rahmen der in Abb. 4.10 dargestellten Aufgabe gefragt, die ohne große Vorbereitung in den Unterricht integriert werden kann.

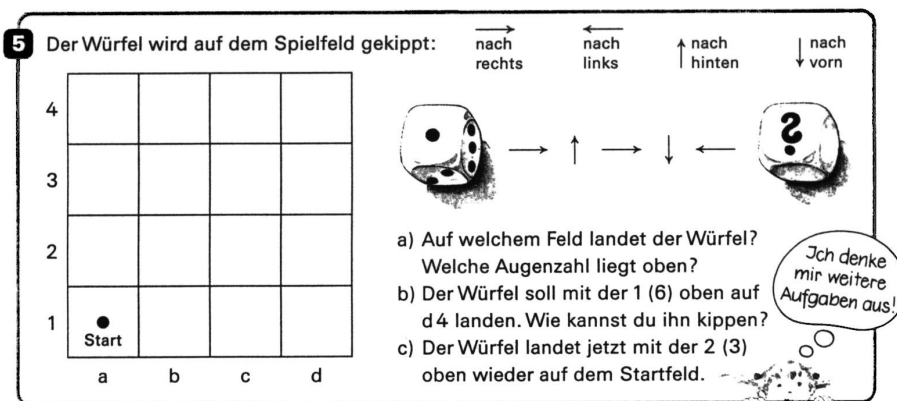


Abbildung 4.10: Kippen eines Spielwürfels (Leininger u. a. 1993, 70)

Ähnlich finden sich vielfältige Anregungen zum Kippen eines Quaders (z.B. Besuden 1984h, 1990; Müller 1995b; Göttl 1997). Wesentlich bei der Thematisierung geometrischer Körper sei dabei Besuden zufolge „(...) nicht die Gewinnung von Begriffen durch Abstraktion von konkreten Gegenständen,

(...) sondern der Umgang mit speziellen Körpern.“ (Besuden 1984a, 35). Dabei müssten „(...) im Zerschneiden, im Kippen und Drehen Erfahrungen gesammelt werden; denn räumliche Einsichten werden aus Bewegungserlebnissen gewonnen.“ (a.a.O., vgl. auch Besuden 1984e).

Müller, Röhr und Wittmann (1997) entwickeln einen ganzen Aufgabenkatalog für die Freiarbeit, bei dem der Ortswechsel eines Quaders in einem Gitterplan vom Feld „Start“ zum Feld „Ziel“ durch mehrere aufeinander folgende Kippvorgänge erzielt werden soll (Abb. 4.11). Hier wie auch auf entsprechenden Schulbuchseiten (z.B. Wittmann und Müller 2005c, 115) sind stets verschiedene Lösungen ein und derselben Aufgabe denkbar .

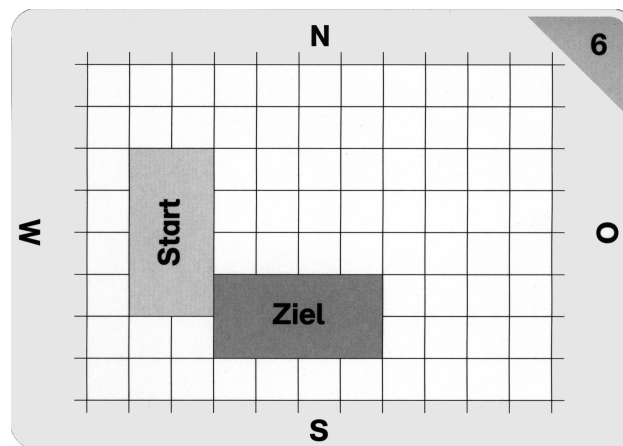


Abbildung 4.11: Quader kippen (Aufgabenkarte aus Müller u. a. 1997)

Hineinversetzen in andere Perspektiven

Das Hineinversetzen in die Blickrichtung anderer ist ebenfalls eine Aufgabe, die gelöst werden kann, indem man sich das entsprechende Objekt dreht, es also mental rotieren lässt. Insofern sind Strategien mentaler Rotation häufig auch geeignet, um Aufgaben aus dem Zusammenhang räumlicher Orientierung zu lösen.

Unmittelbar an die Idee des „Drei-Berge-Versuchs“ von Piaget (vgl. S. 156) knüpfen Schulbuchanregungen an, die Landschaften abbilden, durch die sich beispielsweise ein Flusslauf (Maier 2005b, 112) oder eine Eisenbahnstrecke ziehen (vgl. Abb. 4.12). Auch hier müssen verschiedene „Fotografien“ bestimmten Betrachterstandorten zugeordnet werden.

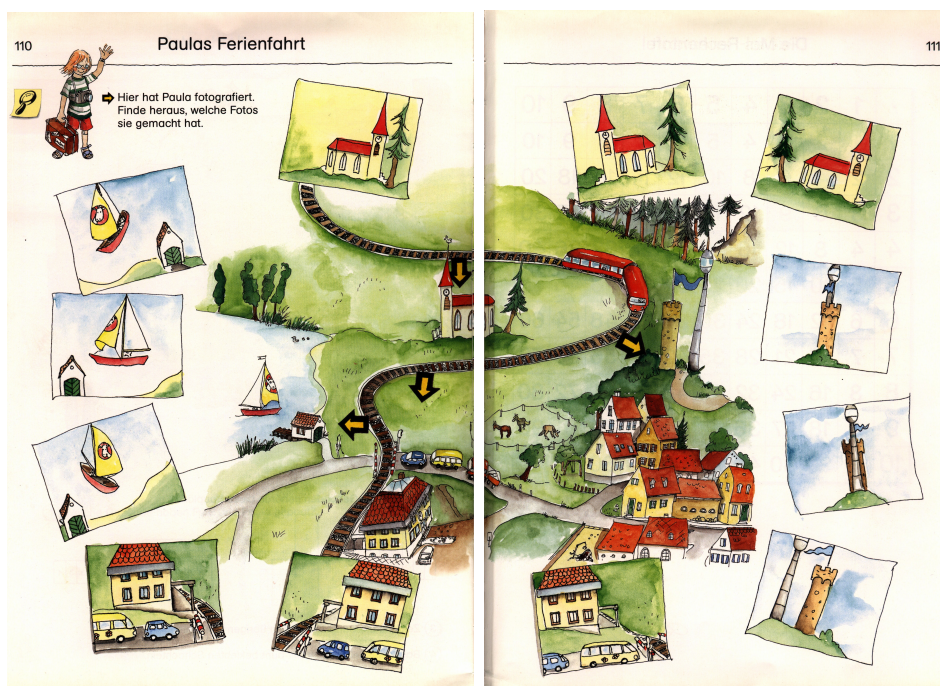


Abbildung 4.12: Schulbuchversion in Anlehnung an den „Drei-Berge-Versuch“ (Schütte 2001)

Eigene Erprobungen dieser Anregungen zeigen jedoch, dass noch im dritten Schuljahr zahlreiche Kinder größte Schwierigkeiten haben, sich in diese Darstellungen hineinzudenken¹³. Zuvor sind Erfahrungen mit konkreten Situationen notwendig, wie sie sich beispielsweise in der oben bereits erwähnten Spielesammlung „Schauen und Bauen“ ergeben, die ebenfalls an die Grundgedanken des „Drei-Berge-Versuchs“ anknüpfen (vgl. Müller und Wittmann 1984; Müller u. a. 1997). Aufgegriffen werden diese Aufgaben auch in den von Müller und Wittmann konzipierten Schulbüchern (z.B. Wittmann und Müller 2005b, 108).

Die Aufmerksamkeit der Kinder wird hier auf die relative Lage dreier Quader zueinander gerichtet, die auf Grundrisskarten und jeweils vier zugehörigen Ansichtskarten angeboten werden (vgl. Abb. 4.13). Je nach Spielvariante müssen nun beispielsweise eine Konstellation nach Grundriss aufgebaut und die Seitenkarten den Ansichten der mitspielenden Kinder zugeordnet werden.

¹³Im Herbst des Schuljahres 2001/2002 konfrontierten wir zwei dritte Klassen einer Grundschule in Hannover mit dieser Aufgabenstellung, die in Einzelinterviews bearbeitet wurde. Erzielt wurden kaum 30 Prozent richtige Lösungen (vgl. Reinhold 2002a).

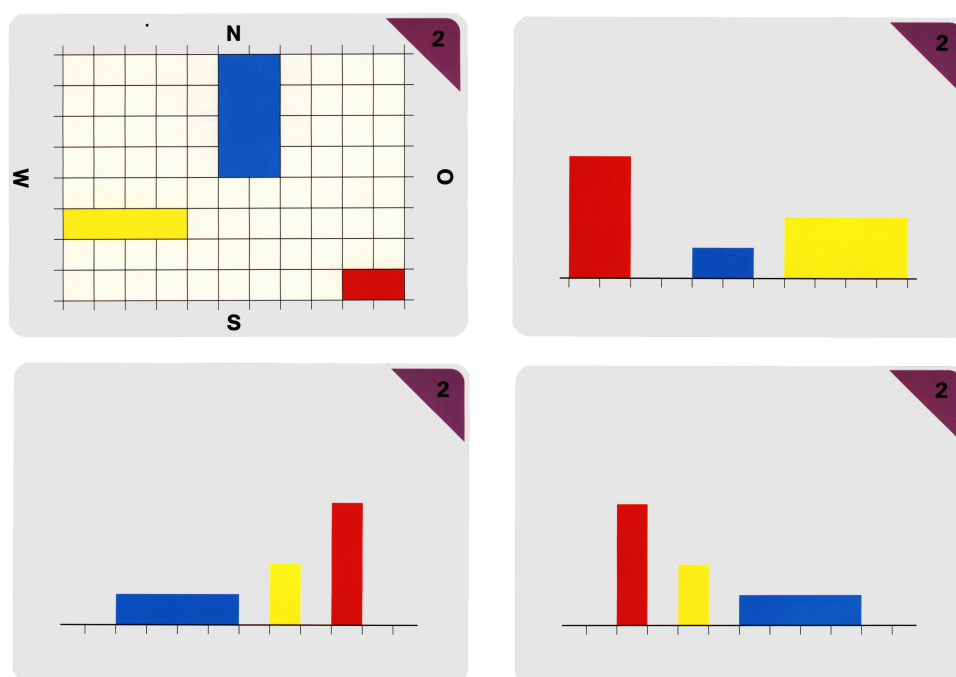
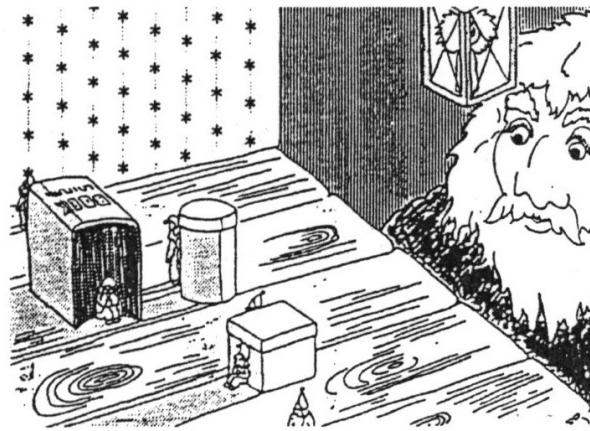


Abbildung 4.13: Beispiel für eine Grundrisskarte und drei der vier zugehörigen Seitenansichten der Konfiguration (Spielmaterial aus Müller u. a. 1997)

Ähnliche Aufgabenstellungen werden von verschiedenen Autoren thematisiert (vgl. Kaeseler 1988; Homann 1996; Carniel 1999) und finden sich inzwischen in allen gängigen Schulbüchern, wobei verschiedentlich auch Objektkonstellationen aus verschiedenen Körperformen (Maier 2005b, 108) thematisiert oder gar selbst gezeichnet werden (Radatz u. a. 1998, 121). Kelly (2002) und verschiedene niederländische Autoren der von Freudenthal maßgeblich geprägten „Realistic Mathematics Education“ unterbreiten hingegen eher Vorschläge, die zunächst an Gegenständen und Erfahrungen aus der Umwelt der Kinder (Konstellationen mit Puppen, Türmen u.a.) anknüpfen (vgl. Abb. 4.14 mit der deutlichen Parallele zur Arbeit von Donaldson, S. 166).

De Moor und van den Brink (1997) verweisen diesbezüglich auf die gewinnbringende Arbeit mit einem konkreten Modell („Waterland“¹⁴), das vielfältige geometrische Erfahrungen (u.a. auch das Hineindenken in andere Blick-

¹⁴ „Waterland“ ist das Modell einer Insel, auf dem sich beispielsweise ein „Würfelberg“, ein Gitterstraßenplan oder andere markante Punkte wie eine Mühle, ein Leuchtturm usw. befinden. Zahlreiche motivierende Geometrieaufgaben sind denkbar (vgl. De Moor und van den Brink 1997, 14).



**Zu Abb. 1: Plötzlich ist der Riese da!
Haben sich alle Zwerge gut versteckt?**

Abbildung 4.14: Haben sich alle Zwerge gut versteckt? (Kraemer 1988, 12)

richtungen und das gedankliche Drehen von Objekten) gestattet. Auch Bobrowski regt an, zunächst den inhaltlichen Zusammenhang zur Einrichtung eines Kinderzimmers zu nutzen, Konstellationen (aus Bausteinen) konkret zu bauen und diese „Einrichtung“ anschließend aus drei Perspektiven zu zeichnen (vgl. Bobrowski 2001).

Mentales Rotieren von Würfelkonfigurationen

Verschiedentlich werden in Schulbüchern Aufgaben zum Hineinversetzen in andere Perspektiven auch im Zusammenhang mit *Würfelgebäuden* (Abb. 4.15) angeboten, wobei jedoch aufgrund der zwingend ebenen Darstellung in diesem Medium zunächst kein unmittelbarer Zugang zu den Perspektiven der abgebildeten Kinder geboten ist.

Derlei Aktivitäten müssen zuvor folglich unbedingt ausführlich in ähnlichen Situationen vorbereitet werden, um Erfahrungen mit dem Perspektivwechsel auf solche Gebäude sammeln und die Erfahrung machen zu können, dass das Lösen dieser Aufgabe auch per gedanklicher Rotation der Gesamtkonfiguration möglich ist.

Schwierig ist in Abb. 4.15 zudem, dass die vermeintlichen Perspektiven der Kinder auf die abgebildete Würfelkonfiguration eher dem entsprechen, was

Häuser von verschiedenen Seiten

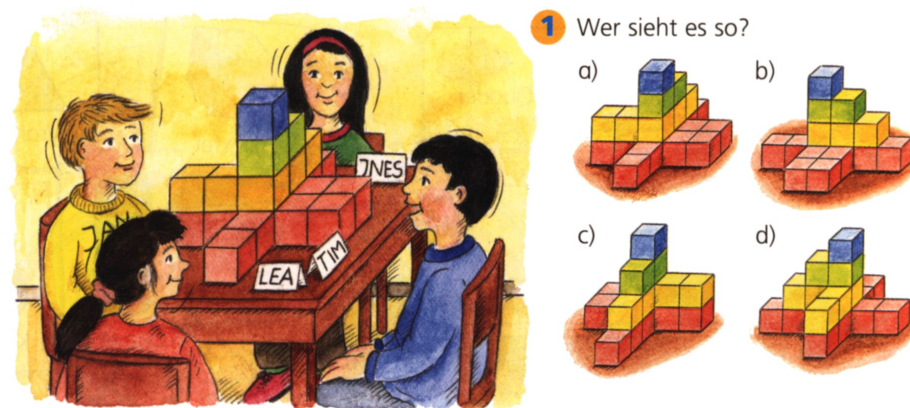


Abbildung 4.15: Würfelgebäude von verschiedenen Seiten? (Rinkens und Hönisch 1999, 25)

eine zwischen den Kindern stehende Person ungefähr sehen könnte: Zwischen Lea und Tim stehend hätte man in etwa den Anblick a) vor Augen, während Lea und Tim selber eher frontal auf das Würfelgebäude blicken und damit die in der perspektivischen Darstellung angedeuteten, schräg nach hinten laufenden Kanten kaum so sehen. Dies wird von Kindern dieses Alters durchaus bemerkt und kann zu Verwirrung (möglicherweise aber auch zu gewinnbringender Argumentation und Kommunikation...) führen.

Um der Notwendigkeit handlungsorientierter Eigenerfahrungen Rechnung zu tragen, wurden für den Geometrieunterricht zudem verwandte Anregungen entwickelt, die die Konstruktion von Würfelgebäuden anhand gegebener Seitenansichten anregen („Würfelkomplexaufgaben“ Moses 1990; De Moor 1991; Junker 1999; Scherer 1999), wie auch nachfolgende Abbildung 4.16 zeigt.

Diese Seitenansichten entsprechen einem gedanklichen Herumgehen um eine solche Würfelkonfiguration, ergeben sich aber auch, wenn man ein Würfelgebäude vor dem geistigen Auge dreht. Von den Kindern gefordert ist dabei zumeist der umgekehrte, synthetisierende Prozess, also das Integrieren verschiedener Ansichten zu einem mentalen Modell dieses Gebäudes. Da bei diesem Aufgabentyp jedoch auch eine eigene Konstruktion der Kinder erfolgt, ist auch hier häufig eine experimentelle Näherung zu beobachten: Beispielsweise wird häufig zunächst *einer* Ansicht entsprechend gebaut; die den übrigen Ansichten zu entnehmenden Vorgaben werden Schritt für Schritt hinzugezogen (vgl. Junker 1999). Ihre Fortsetzung finden derlei Aufgaben in Aufgabenva-

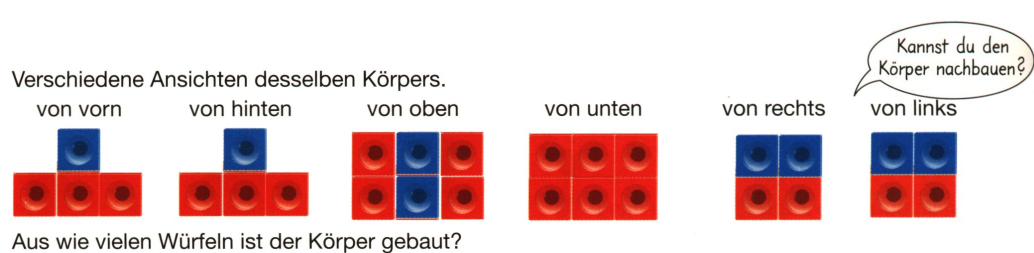
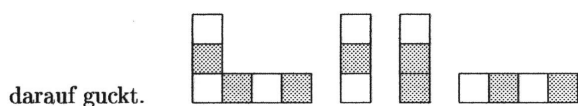


Abbildung 4.16: Ansichten eines Körpers aus Steckwürfeln (Melchior 1998, 100)

riationen, die wie in Abb. 4.17 schließlich nur noch gedanklich zu lösen sind (vgl. auch Leeson 1994; Battista und Clements 1996, 1998).

21. Aus schwarzen und weißen Holzwürfeln habe ich 5 Figuren gelegt. Anschließend habe ich gezeichnet, was man sieht, wenn man von oben, von links, von rechts und von vorn



Welche Figur habe ich gelegt?

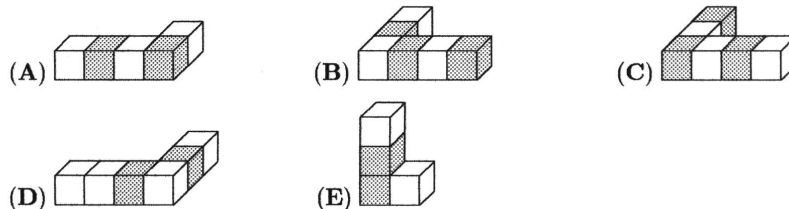


Abbildung 4.17: Abgleich von Ansichten und Schrägbild (Känguruh-Wettbewerb 2000, 4)

Nahezu allen im Mathematikunterricht der Grundschule eingesetzten Würfelgebäuden gemeinsam ist, dass die Kanten und Flächen der verbauten Einzelwürfel zumeist passgenau aneinandergesetzt werden. So definiert Besuden bereits 1969:

„Unter einer Würfelanordnung versteht man einen Körper, der aus n gleich großen Würfeln so zusammengesetzt ist, daß sich benachbarte Würfel mit einer quadratischen Seitenfläche voll berühren.“ (Besuden 1984g, 50).

Entsprechend wird der Begriff „Würfelanordnung“ auch in der vorliegenden Arbeit synonym zu den Bezeichnungen „Würfelmehrling“, „Würfelgebäude“ oder „Würfelkonfiguration“ verwendet.

Innerhalb der Geometriedidaktik haben vor allem Aktivitäten mit Würfelanordnungen aus drei oder vier Einzelwürfeln Verbreitung in der Praxis gefunden. Eigene Unterrichtserfahrungen lehren, dass bereits Erstklässler mit Erfolg und großer Freude solche Würfelmehrlinge suchen. Dieses Entdecken ist naturgemäß begleitet von einem wiederholten Vergleichen, konkreten oder gedanklichen Drehen der Mehrlinge, bis schließlich alle Konfigurationen gefunden sind.

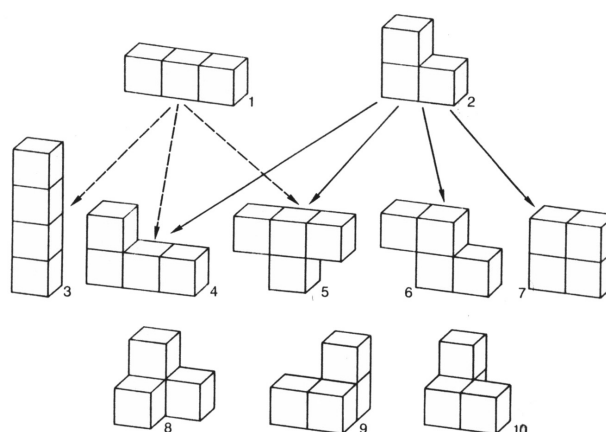


Abbildung 4.18: Entstehung der Würfelvierlinge aus den beiden Drillingen (Besuden 1984g, 50)

Haben die Kinder alle acht möglichen Würfelvierlinge gefunden (vgl. Abb. 4.18), können die sechs nicht-quaderförmigen Vierlinge und der nicht-quaderförmige Drilling zum sogenannten **Soma-Würfel**, einem Großwürfel aus diesen sieben Bauteilen mit insgesamt 27 Einzelwürfeln, zusammengesetzt werden. Weniger verbreitet in der Grundschule ist der **Herzberger Quader** (auch: „Soma-plus“), ein Quaderpuzzle aus dem Würfelzweier, den beiden Drillingen und allen acht Würfelvierlingen mit der Abmessung 4x5x2 Würfel.

Schier zahllose Veröffentlichungen lassen sich indes zum weiteren differenzierten Umgang mit den Teilen des Soma-Würfels finden, worauf hier nicht in allen Facetten eingegangen werden kann (vgl. Besuden 1984g; Izard 1990; Rickmeyer 1996, 1998; Kroll 1994a, c, b; Maier 1996d; Gubitz-Peruche und Posmik 1999; Heißmeyer 2000b). Ob diese Aktivitäten in kindgemäße Fantasiegeschichten eingebunden (vgl. Schlautmann 1995; Blanck 2004) oder eher „nüchtern“ an die Kinder herangetragen werden, ist in Abhängigkeit von der Zusammensetzung der Schülergruppe sowie der individuellen Lehrerpersönlichkeit zu entscheiden - beide Arten des Zugangs haben ihre eigene

Berechtigung und ihren eigenen Reiz (vgl. Reinhold 2003).

Hirt und Meister (vgl. Hirt und Meister-Luginbühl 2001; Hirt und Meister 2003) haben einen Ausschnitt aus dieser Vielfalt verschiedener Anregungen zum Soma-Würfel aufbereitet und in einer umfangreichen Karteisammlung unter dem Titel „Spiele mit dem Somawürfel“ publiziert. Das Spektrum dieser Aufgabensammlung umfasst beispielsweise das Konstruieren des Soma-Würfels anhand gegebener Seitenansichten (vgl. Abb. 4.19). Die eingefärbten Würfelmehrlinge müssen bei diesem angeleiteten (ebenso wie beim freien) Bau gedanklich oder konkret so rotiert werden, dass sie in sich ergebende Lücken der Gesamtfigur einfügen.

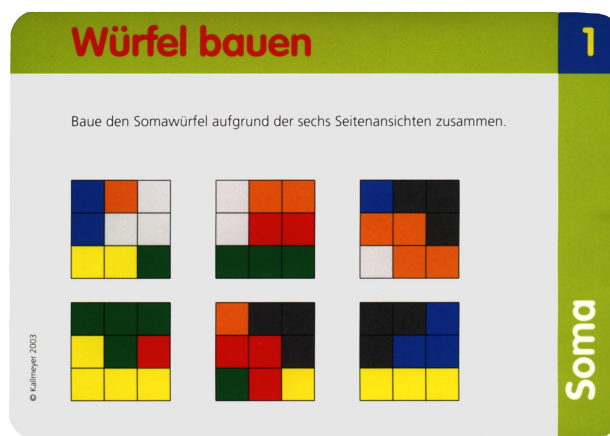


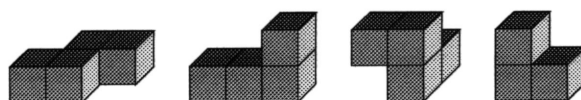
Abbildung 4.19: Somawürfel anhand gegebener Seitenansichten zusammenbauen (Aufgabenkarte aus Hirt und Meister 2003)

Das Arbeiten nach dieser oder ähnlichen „Anleitungen“ erweist sich dabei in der Praxis fast noch schwerer als das freie Experimentieren, zumal die Seitenansichten nicht einem einfachen Herumgehen um einen stehenden Würfel entsprechen, bzw. nicht deutlich wird, wie ein solches Herumgehen aussehen könnte. Eine ergänzende Differenzierung könnte hier dem gedanklichen Herumschreiten um die Zielfigur entgegen kommen, indem Bezeichnungen wie „Seite A (von vorn)“, „rechts von Seite A“ o.ä. eingeführt würde.

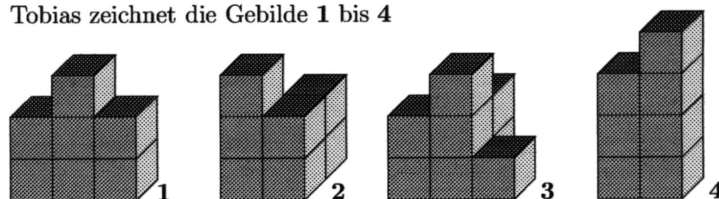
Weitere Varianten betreffen den Bau weniger umfangreicher Bauwerke (vgl. auch Rickmeyer 1996; Heißmeyer 2000b, a), wobei in den Spielanregungen von Hirt und Meister auch Seitenansichten aus verschiedenen Himmelsrichtungen des Gitterplanes vorgegeben sind, die mit einer „Vogelperspektive“

verglichen werden sollen¹⁵. Des weiteren umfasst die Variation „Somatagramm“ Schrägbilder von Figuren, deren einzelne Steine nicht eingezeichnet sind, d.h. die Figuren müssen gedanklich im Sinne der Soma-Teile strukturiert werden. Dies beansprucht wiederum in besonderer Weise das gedankliche Operieren (Drehen, Kippen und Zusammenfügen der Somateile), wobei auch auf die handelnde Ebene zurückgegriffen werden kann. Eine ähnliche Aufgabe zur „Veranschaulichung“ (S_2 nach Thurstone) mit Elementen gedanklicher und konkreter Rotation wird auch in Aufgabe aus Abb. 4.20 angesprochen. Schwieriger als beim Umgang mit dem konkreten Material der Soma-Steine ist hier die Zusammenfügung jedoch vollständig mental durchzuführen.

20. Moritz besitzt die abgebildeten 4 Grundbausteine.



Tobias zeichnet die Gebilde 1 bis 4



und fordert Moritz auf, sie aus seinen Bausteinen zusammenzusetzen. Was trifft zu?

- (A) 1 lässt sich nicht bauen.
- (B) 2 lässt sich nicht bauen.
- (C) 3 lässt sich nicht bauen.
- (D) 4 lässt sich nicht bauen.
- (E) Alle lassen sich bauen.

Abbildung 4.20: Zusammenfügung verschiedener Vierlinge zu Würfelbauten (Känguruh-Wettbewerb 2004, 4)

Auch eine solche Aufgabe kann von Kindern im Grundschulalter sicher nur dann erfolgreich bewältigt werden, wenn zuvor entsprechende Konstruktionserfahrungen gesammelt werden konnten, die ein konkretes Drehen, Kippen und Zusammenschieben der Bausteine beinhalten.

Nur vereinzelt finden sich Anregungen dazu, wie der Vergleich rotierter Würfel-mehrlinge gezielt geschult werden kann. Zumeist wird dazu die Aufgabe gegeben, rotierte Abbilder von Würfelkonfigurationen aus vier oder mehr Einzelwürfeln miteinander zu vergleichen (z.B. Eid 1999; Känguruh-Wettbewerb

¹⁵ähnlich wie „Schauen und Bauen“ vgl. Abb. 4.13 und die Spielvariante „Stadt bauen“, wo es darauf ankommt, im kooperativen Konstruktionsspiel nach den Angaben eines Partnerkindes zu bauen

2001), was exakt den Anforderungen des Mental Rotation Tests (S. 73) entspricht und aus grundschuldidaktischer Perspektive noch nicht zufrieden stellen kann. Die ergänzende handlungsorientierte Arbeit mit Steckwürfeln (vgl. Abb. 4.21) bietet hier erste Anknüpfungspunkte und insofern Vorteile, als dass die gesteckte Figur beim Sammeln erster Erfahrungen beliebig gedreht und so leichter mit möglichen Pendanten verglichen werden kann.

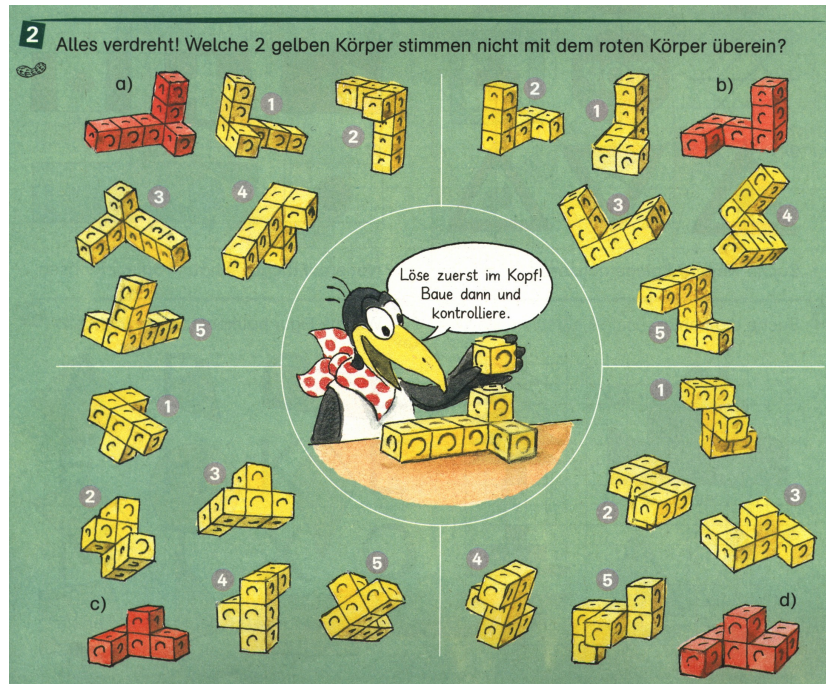


Abbildung 4.21: Vergleich rotierter Steckwürfelmehrlinge (Maier 2005c, 105)

Den Nachbau sehr komplexer Würfelmehrlinge schlägt Göttl (1997) vor. Da diese „Würfelschlängen“ vielfach Überkragungen und Hohlräume aufweisen, ist auch hier ebenso wie in der eigenen Studie der Nachbau ohne Leim nur dann möglich, wenn die Figuren vor Beginn der Konstruktion gedanklich auf eine mögliche Liegefläche gekippt werden¹⁶.

Inzwischen ist zudem eine Vielzahl von Softwareprogrammen erhältlich, die konkrete Rotationen virtueller Würfelbauwerke, also Drehungen von Darstellungen solcher Gebäude, bzw. das Hineinversetzen in andere Perspektive thematisieren. Computerspiele wie Block-Out, die das Rotieren ebener Darstellungen von Würfelmehrlingen erfordern, beeinflussen die Entwicklung

¹⁶An angegebener Quelle werden dazu jedoch keine weiteren Hinweise gegeben.

mentaler Rotationskompetenzen offenbar positiv (vgl. Kap. 4.2.1). Eine Einbeziehung entsprechender Aktivitäten in den Geometrieunterricht läge folglich nahe. Speziell für den Grundschulbereich wurden zudem in den vergangenen Jahren zahlreiche Lernsoftware-Angebote konzipiert, die sich größtenteils auf Schulbuchlehrwerke beziehen und teilweise auch Aufgaben zum Spiegeln und Drehen (ebener) geometrischer Figuren aufgreifen (vgl. Software zum Schulbuch Mathematikus, Eichler u. a. 2001).

Exemplarisch verweisen sei zudem auf das Programm BAUWAS von Meschenmoser (1997, 1998). In einem „Konstruktionsraum“ von max. $10 \times 10 \times 10$ Würfeln können mit dieser Software Abbildungen von beliebigen Würfelanordnungen hergestellt werden. Dazu werden per Maustaste oder durch Eingabe von Koordinaten Darstellungen von Einzelwürfeln in perspektivischer Darstellung in einem virtuellen Bauraum zusammengefügt, wo sie anschließend weiter manipuliert, also auch in alle Richtungen gedreht werden können. Ein differenziertes und umfangreiches Repertoire von Aufgabenanregungen reichert dieses freie Konstruieren an. Betont werden muss jedoch auch hier die Notwendigkeit konkreter Handlungserfahrungen *vor* Beginn des Umgangs mit der Software (vgl. Meschenmoser 1997; Merschmeyer-Brüwer 1999b; Sander 2003). Hervorgehoben sei zudem die Option des Programmes, perspektivische Darstellungen zeitgleich zu Seitenansichten der gleichen Konfiguration betrachten und verändern zu können, was unterstützende Funktion im Hinblick auf das Hineinversetzen in andere Perspektiven bietet (vgl. Abb. 4.17). Sander (2003) stellt eine Elaborierung räumlicher Strukturierungsstrategien im regelmäßigen Umgang mit der Software fest (vgl. auch Kap. 3.2.1). Merschmeyer-Brüwer (1999b) spricht schließlich eine deutliche Empfehlung für die Software aus. Allerdings muss sich die Didaktik des Geometrieunterrichts in der Grundschule auch die Frage stellen, ob im Unterricht der Grundschule *überhaupt* Computer eingesetzt werden sollten oder gar müssen. Eine Diskussion um den Einsatz des Computers im Unterricht der Grundschule kann und soll an dieser Stelle nicht geführt werden. Dennoch sollten wir nicht vergessen: Es handelt sich hier um ein Medium, dass selbst die Mehrheit der Erwachsenen kaum tatsächlich „begreifen“ kann und das leicht dazu verführt, allzu früh von wertvollen und unersetzlichen eigenen, konkreten Handlungserfahrungen Abstand zu nehmen.

Würfelfünflinge

Das didaktische Potential von Würfelfünflingen („Pentakuben“) für den Geometrieunterricht in der Grundschule ist bislang nur von wenigen Autoren wahrgenommen worden (z.B. Bauersfeld u. a. 1973; Türke 1997a, b; Blanck 2004). Bekannt sind eher Legespiele mit den zwölf *ebenen* Pentominos, also Quadratfünflingen, die zu den verschiedensten Mustern und Formen zusammengefügt werden können (vgl. Golomb 1994; Müller und Wittmann 1998; Knapstein und Carniel 2001; Linneweber-Lamerskitten 2001; Wittmann und Müller 2005c). Diese Anregung bietet jedoch auch eine Möglichkeit, aktiv mit den zwölf „ebenen“ Würfelfünflingen, deren Einzelwürfel alle in einer Ebene liegen, umzugehen, sie (gedanklich) zu drehen und zu Puzzles wie in Abb. 4.22 zusammenzufügen (vgl. auch den „Experimental Blocks Test“, S. 77):

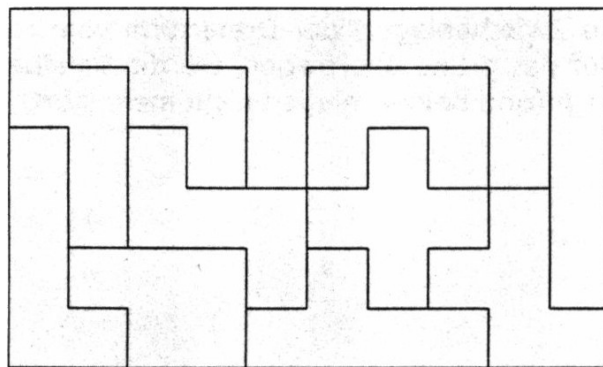


Abbildung 4.22: Rechteck-Puzzle mit Quadratpentominos oder „ebenen“ Würfelfünflingen (Müller und Wittmann 1998, 7)

Prinzipiell sind alle zu Vierlingen bekannten Aktivitäten auf die Arbeit mit Fünflingen übertragbar und vielfach auch schon von Kindern im Grundschulalter zu leisten. Dies gilt gleichfalls für die experimentelle Suche nach den 29 verschiedenen Fünflingen, wie in eigenen Unterrichtsversuchen im dritten und vierten Schuljahr festgestellt werden konnte (vgl. auch Erfahrungen aus dem ersten Schuljahr bei Blanck 2004). Zu definieren ist dabei jedoch, welche Fünflinge als unterschiedlich anerkannt werden sollen. So berichtet Türke (1997a) von verschiedenen Quellen, die zwei Figuren auch dann als gleich ansehen, wenn sie durch Drehen *und* Spiegeln an einer Ebene im Raum aufeinander abgebildet werden können. Betrachtet man also die Übersicht zu den 29 Pentakuben in Abb. 4.23, fielen bei einer solchen Zählung sechs Pentakuben-Paare zu Vertretern des gleichen Typs zusammen und die Gesamtanzahl reduzierte sich auf 23 verschiedene Pentakuben.

Im Unterricht der Grundschule hat es sich allerdings bewährt, stets solche Anordnungen als „gleich“ zu betrachten, wenn sie durch konkrete Drehung im Raum so positioniert werden können, dass ihre Form augenscheinlich identisch ist. Zudem bietet es sich in der Grundschule an, die Figuren trotz der von Künzell reklamierten Ähnlichkeit einzelner Anordnungen zu Ziffern (also 1 in Figur 10, 4 in Figur 40 usw.) mit bezeichnenden Namen zu versehen: Beispielsweise lässt sich Figur 50 leicht als „Kreuz“, 80 als „T“, 82 als „Flugzeug“, 90 als „Brücke“ oder 81 (mit ein wenig Fantasie) als „stehendes Männchen ohne Kopf“ identifizieren.

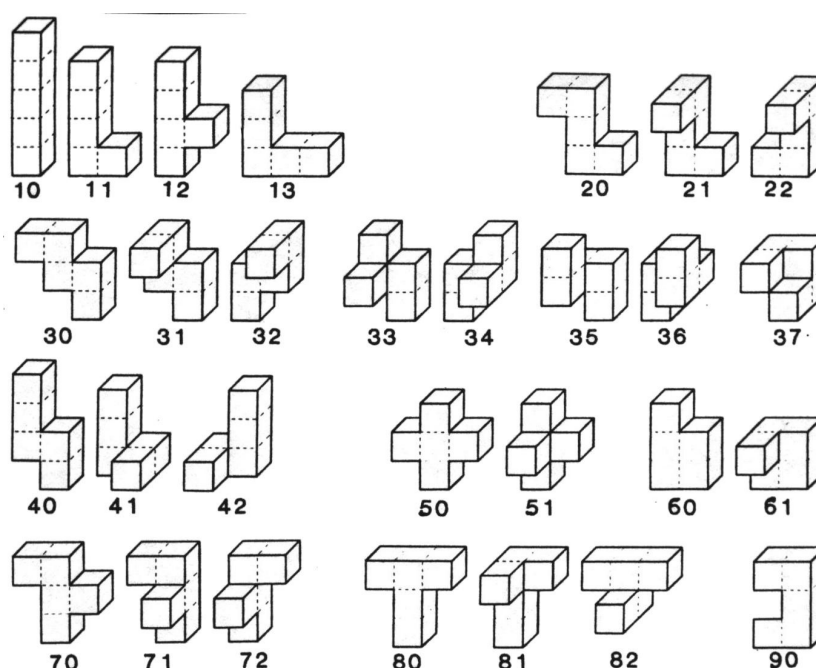


Abbildung 4.23: Pentakuben (Künzell 1995, 5)

Auch Bauersfeld, Radatz u.a. thematisieren bereits 1973 das Aufsuchen aller Anordnungen aus fünf Würfeln und bieten eine Systematik zur Suche nach allen Pentakuben an, die in Abb. 4.24 (S. 228) dargestellt ist. Allerdings ergibt eine Suche dieser Strategie folgend 31 anstatt 29 Fünflinge (s. oben). Diese Ungereimtheit hinsichtlich der Anzahl möglicher Pentakuben klärt sich jedoch, wenn man die in Abb. 4.24 mit Sternchen gekennzeichneten Figuren genauer betrachtet:

Zunächst scheint sich eine „doppelte“ Anordnung ein, wenn man davon ausgeht, man könne aus der Anordnung „stehendes Männchen ohne Kopf“

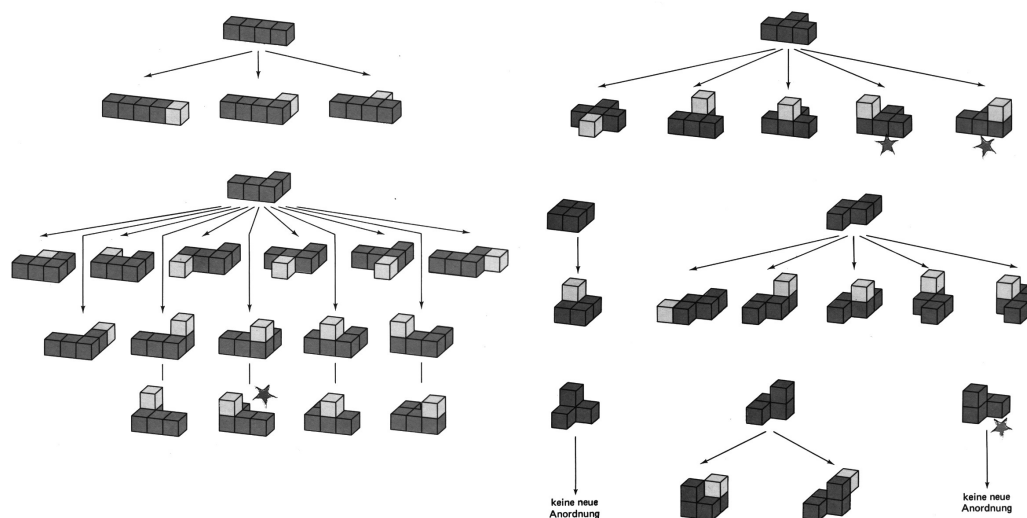


Abbildung 4.24: Mögliche Strategien für die Suche aller Pentakuben (35f Bauersfeld u. a. 1973, Hinweise zu den eingefügten Sternchen s. Text)

(81, bei Bauersfeld, Radatz u.a. in liegender Position) durch Spiegelung eine neue Anordnung gewinnen. Da die Figur in sich symmetrisch ist, ist die vermeintlich „neue Figur“ tatsächlich immer kongruent zu Anordnung 81 - für die eigene Studie wird sie damit besonders interessant (vgl. Ausführungen zu Figur 1-h5 in Kap. 6.4.1).

Ähnlich tückisch verhält es sich bei der Entwicklung verschiedener Figuren aus der Viereranordnung in T-Form („Pummelnase“, vgl. Heißmeyer 2000). Zwei dieser vermeintlich neuen Figuren („L mit rechtem ausgestreckten Arm“ und „L mit linkem ausgestreckten Arm“, also 71 und 72) ergeben sich bereits aus der vorausgegangenen Ergänzung des liegenden Vierer-L. Zudem bietet sich tatsächlich *doch* eine neue Anordnung, wenn schließlich an die „linke Hand“ (vgl. Heißmeyer 2000) unten (hier angedeutet mit einem weiteren Stern) noch ein zusätzlicher Würfel angefügt wird: Es entsteht die Konfiguration 35, die ein Spiegelbild von Figur 36 (= letzte der von Bauersfeld u.a. angegebenen Figuren) darstellt.

Eine interessante Parallele zum Somawürfel ergibt sich, wenn man die Anregungen von Türke (1997b) aufgreift, und aus allen zwölf ebenen Pentakuben verschiedene Quader konstruieren lässt. Zudem finden sich verschiedene weitere Anregungen zu Spielen mit den Würfelfünflingen, die in besonderer Weise auch das mentale Operieren mit diesen Körpern ansprechen und ab-

schließlich anhand dreier ausgewählter Beispiele vorgestellt werden sollen:

Das von Spiegel und Spiegel entwickelte Spiel „**Potzklotz**“ berührt die Anforderungen der Aufgabenstellungen der eigenen Studie in besonderer Weise, zumal auch hier selbst konstruierte, unverleimte Würfelfünflinge in anderer Lage wiedererkannt werden müssen.

Zunächst wird im Spiel „Potzklotz“ ausgehend von einer fotoähnlichen Zeichnung auf einem Spielplan mit einem 5 mal 5 Felder umfassenden Quadratgitter ein Würfelfünfling gelegt. Die Spieler erhalten nun drei bis fünf Einzelkarten und müssen reihum erwägen, ob sie durch Umlegen von nur einem Würfel die liegende Figur so verändern können, dass sie einer Abbildung auf ihren Karten entspricht. Beispielsweise kann die linke Figur in Abb. 4.25 durch Umlegen des Würfels links oben in die rechte Figur gewandelt werden.

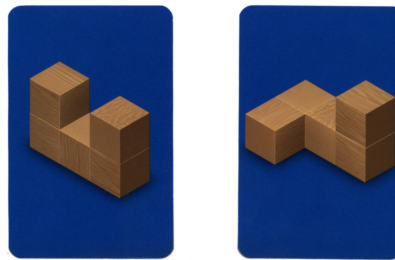


Abbildung 4.25: Wandlung einer Figur durch Umlegen *eines* Würfels (Spielkarten von Spiegel und Spiegel 2003a)

Dabei gibt es jedoch keineswegs nur zu jedem Gebäude zwei Karten, wie die Autoren in der Spielanleitung feststellen. Vielmehr offenbaren sich hier die Tücken isometrischer Darstellung, da auch die dritte der in Abb. 4.26 im geometrischen Sinne kongruent zu den beiden übrigen ist.

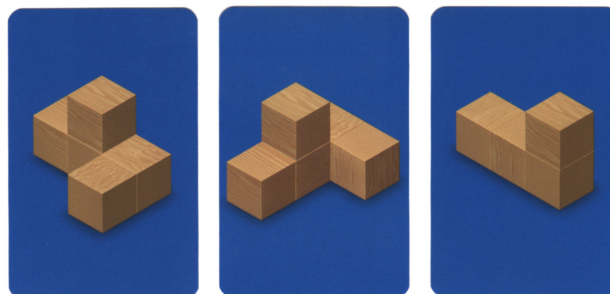


Abbildung 4.26: Gleich oder nicht gleich?

Allerdings legen die Autoren fest (2. Karte der Spielanleitung), dass „Karte und Gebäude übereinstimmen“ müssen, wozu lediglich die Unterlage gedreht werden dürfe. Folglich gelten hier offenbar (was zunächst etwas verwirrend ist) andere Regeln als in der eigenen Studie, wie sich auch am Beispiel in Abb. 4.27 dokumentieren lässt:

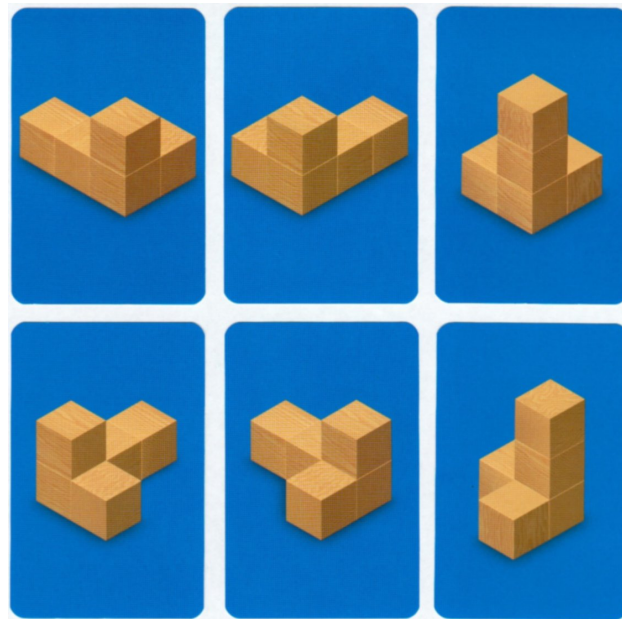


Abbildung 4.27: Variationen des Bauwerks 1-h5 aus der eigenen Studie (Spielkarten von Spiegel und Spiegel 2003a)

Der entscheidenden Unterschied dieser Figuren liegt hier offenbar in der Lage des Segmentes der zum „L“ angeordneten Würfel. Während dieses „L“ in zwei Fällen „regulär“ (also wie in alphabetischer Schreibweise) oder aber spiegelvekehrt liegt, steht es bei den beiden rechts abgebildeten Gebäuden aufrecht im Raum, was den Autoren offenbar zur Unterscheidung dieser an sich kongruenten Figuren gereicht. In der eigenen Studie würden hingegen *alle* diese Gebäude als mögliche Lösungen der Teilaufgabe 1-h5 akzeptiert (vgl. Kap. 6.4.1).

Das Erkennen von „Verwandtschaften“ zwischen zwei Würfelfünflingen, die sich durch die Lageveränderung eines Einzelwürfels ergeben, wird auch im Domino-ähnlichen Spiel „**Pentakubino**“ erwartet. Dieses Spiel ist Teil einer umfangreichen Sammlung zu Spielen mit Pentakuben, die von Künzell erstmals bereits 1971 (Neuaufgabe: Künzell 1995) publiziert wurde. Dabei darf ein Fünfling an einen anderen angefügt werden, wenn wie in Abb.

4.28 durch einfaches Umkanten eines Einzelwürfels (um 90 oder 180 Grad) aus dem bereits liegenden Fünfling hervorginge: „Man muß sich dazu die fünf gleichen Würfel vorstellen, aus denen jeder Spielstein zusammengesetzt ist und genau einen davon umkanten, d.h. so um eine Kante herumschwenken, als ob an der Kante ein Scharnier angebracht wäre (s. Abb.).“ (Künzell 1995, 64).

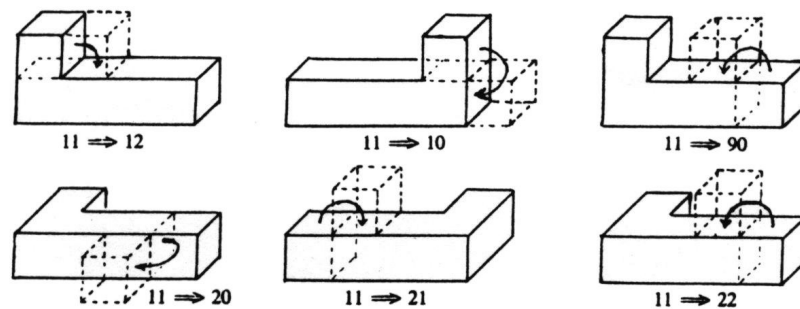


Abbildung 4.28: „Verwandtschaft“ durch Umkanten eines Einzelwürfels (Künzell 1995, 65)

Die Spielvariante „**Reservat**“ ist eine von zahlreichen weiteren Spielideen der Künzellschen Sammlung, bei denen die Fünflinge in sich stabil bleiben und auch gedanklich nicht zerlegt, sehr wohl aber strategisch als Gesamtkonfiguration rotiert werden (Künzell 1995, 74ff). Im Spielverlauf werden die Pentakuben Zug um Zug in einen zwei Würfelschichten hohen Kasten gesetzt, dessen Boden von einem 8x8 Felder großen Quadratgitter bedeckt ist. Dabei bemühen sich die Spieler darum, den vorhandenen Raum so zu besetzen, dass „Reservate“ für die eigenen Steine entstehen, die der Gegenspieler nicht nutzen, in die man eigene Spielsteine jedoch durch geschicktes Drehen noch einfügen kann. Die Planung solcher Freiräume beansprucht in hohem Maße das Erkennen räumlicher Beziehungen, die Antizipation der Veränderungen solcher Beziehungen, die durch das Setzen neuer Steine entstehen, sowie das gedankliche Rotieren von Spielsteinen, um mögliche „Reservate“ als passend für eigene Bausteine identifizieren zu können (vgl. auch Merschmeyer-Brüwer 2003b).

Kopfgeometrie

Die mathematikdidaktische Diskussion um die Förderung räumlicher Vorstellungsfähigkeit ist im deutschsprachigen Raum verbunden mit dem Stichwort „Kopfgeometrie“, das allerdings ähnlich wie der Terminus „Raumvorstellung“ definitorisch nicht einvernehmlich abgegrenzt werden kann (vgl. Krauthausen und Scherer 2003, 70f).

Methodische Anregungen, die als „kopfgeometrische Übungen“ bezeichnet werden, zeichnen sich zumeist dadurch aus, dass sie „(...) bewußt so klein gehalten sind, daß sie bequem zu Beginn einer Stunde - also als ‚brain-jogging‘ sozusagen zum Aufwärmen - eingesetzt werden können.“ (Neubrand 1990, 202). Auch Radatz u.a. verweisen darauf, dass Kopfgeometrie in Phasen von maximal zehnminütiger Dauer besonders gut zum Einstieg in den Schultag oder zwischen verschiedenen Lernphasen betrieben werden könne: „Sie schafft eine konzentrierte Arbeitsatmosphäre, wobei ein hoher Grad an Aufmerksamkeit und flexibles Denken gefordert sind.“ (Radatz u. a. 1998, 115).

Inhaltlich können dabei alle Bereiche der Raumvorstellung angesprochen werden, so dass Maier (1999, 295) von einer „Integration aller Subfaktoren“ spricht. Dabei ist es Maier zufolge „(...) von zentraler Bedeutung, daß die Aufgabe ausschließlich ‚im Kopf‘ gelöst wird. Zur Bearbeitung dürfen weder spezielle Modelle noch entsprechende zeichnerische Darstellungen angefertigt werden.“ (Maier 1996c, 276). Dies gewährleiste eine besonders effiziente Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

Welche methodischen Anregungen für den Geometrieunterricht unter der Kategorie der Kopfgeometrieaufgaben zusammengefasst werden können, ist nicht eindeutig zu klären. Zahlreiche der vorausgegangenen Beispiele könnten mit diesem Anspruch jedoch verbunden werden. Auch die ursprünglich für psychometrische Testverfahren entwickelten Aufgabenpools (vgl. Kap. 2.2.2, S. 69ff) offerieren einen reichhaltigen Fundus. Zwar bieten diese für sich genommen natürlich noch keine Anhaltspunkte für die von den Schülern eingesetzten individuellen kognitiven Strategien (vgl. Kimel 1991). Dennoch kann es sich anbieten, Aufgaben aus diesem Kontext nachzuempfinden (vgl. Maier 1996c).

Die Bandbreite der explizit als „kopfgeometrische Übungen“ deklarierten Aufgabenbeispiele für die Grundschule umfasst beispielsweise Orientierungsübungen in der Vorstellung (gedankliches Durchwandern des Schulgebäudes o.ä.), die fast schon „klassischen“ Kopfgeometrieaufgaben zum gedanklichen Spazieren auf den Kanten eines (vorgestellten) Würfelmodells (z.B. Neubrand

1990) oder auch das Bauen und Legen (z.B. Kippen eines Würfels, vgl. Abb. 4.10, Abb. 4.8) in der Vorstellung (vgl. Radatz u. a. 1998, 120f).

Auch räumlich-visuelle Kim-Spiele, also Spiele, bei denen die Kinder eine Vielzahl räumlicher Aspekte erkennen und im Gedächtnis behalten müssen, werden vorgeschlagen. Stellvertretend sei hier ein Beispiel von Radatz u.a. angeführt, bei dem eine Konstellation aus Puppe, Buch und Stift auf einen Tisch gelegt wird. Während die Lehrerin diese Konfiguration verändert und beispielsweise um 90 Grad dreht, schließen die Kinder ihre Augen (vgl. Abb. 4.29). Erst im Anschluss daran sollen die Kinder beurteilen, was verändert wurde.

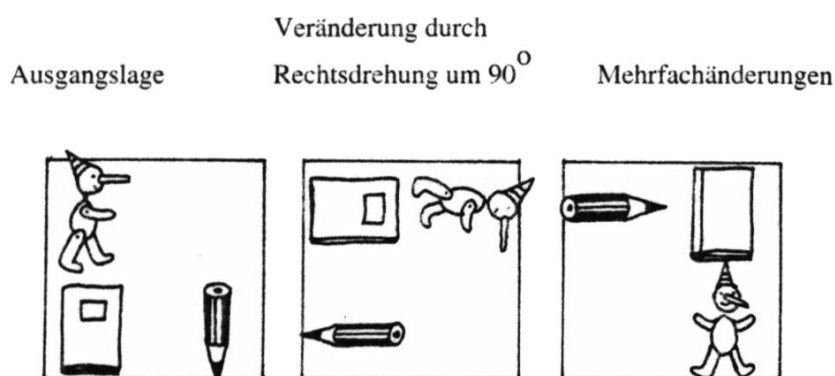


Abbildung 4.29: Was hat sich verändert? (Radatz u. a. 1998, 118)

Um das vorhandene breite methodische Spektrum besser erfassen zu können, entwickelt Senftleben daher ein Klassifikationsschema für kopfgeometrische Übungen (vgl. Senftleben 1995, 1996a, b, 2003). Dabei knüpft er an Arbeiten von Breidenbach (1967) sowie Kerst (1920) und andere reformpädagogisch orientierte Autoren an und definiert:

„Wesentliches Ziel der Kopfgeometrie ist (...) die Entwicklung des geometrischen Vorstellungs- und Denkvermögens, also ein Denken in ein, zwei und drei Dimensionen, oft auch als Raumvorstellungsvermögen bezeichnet, was ein Arbeiten mit linearen und ebenen Figuren einschließt.“ (Senftleben 1995, 440). Ergänzend bemerkt er: „Die Spanne kopfgeometrischer Aufgaben reicht von sogenannten ‚Aufgaben im Dunkeln‘ bis hin zu einem experimentellen Bauen geometrischer Figuren mit den Teilen des SOMA-Würfels.“ (Senftleben 1996a, 52).

Um also die beschriebene Vielfalt strukturieren zu können, unterscheidet Senftleben die Phase I (Aufgabenstellung) von der Phase III (Ergebnisdarstellung) und der dazwischen liegenden „kopfgeometrietypischen“ Phase II (Aufgabenbearbeitung), in der sich das gedankliche Operieren im Kopf vollzieht.

Die Form der „reinen Kopfgeometrie“ lässt demnach keinerlei Hilfsmittel oder Veranschaulichungen für die Phasen I und II zu: Sowohl die Aufgabenstellung als auch die Formulierung des Ergebnisses erfolgt verbal. Zieht die Lehrerin zur Erläuterung der Aufgabe (Phase I) jedoch Bilder, Modelle oder den eigenen Körper (Hände usw.) heran, entspricht dies der „Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in Phase I“. „Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in Phase III“ findet statt, wenn zwar die Aufgabenstellung lediglich verbal erfolgt, die Schüler jedoch mit dem eigenen Körper, mit Zeichnungen oder anderen Artikulationsmedien (Papier, Knete, Bauen räumlicher Modelle, ...) das Ergebnis ihrer kopfgeometrischen Überlegungen ausdrücken dürfen. Entsprechend ist eine Kombination konkreter unterstützender Maßnahmen (Einsatz des Körpers oder anderer Materialien), die *sowohl* in Phase I *als auch* in Phase III verbale Artikulationen stützt oder ersetzt. Ggf. schließt sich noch eine Phase IV der Kontrolle an.

Illgner (1974, 712) versteht den Begriff der Kopfgeometrie weniger weit und bemerkt, es handele sich hier um Übungen, bei denen der Schüler „(...) nur mit der bildlichen Vorstellung, also ohne Zeichnung um Modell arbeitet, d.h., daß er eine Art ‚Kopfgeometrie‘ analog dem Kopfrechnen betreibt.“ Anders als Illgner und Maier (1999, 295) sieht Senftleben in der Kopfgeometrie jedoch *kein* Pendant zum Kopfrechnen. So verweist er darauf, dass das Kopfrechnen vor allem der Automatisierung, also der schnellen Bestimmung von Rechenergebnissen diene (z.B. beim kleinen Einmaleins). In der Kopfgeometrie hingegen sei weniger das *Produkt* des Vorstellungsprozesses von Bedeutung als eher der *Prozess* des mentalen visuellen Operierens, der gezielt geschult werden müsse (Senftleben 2003, 26f).

Ob schließlich auch die in der eigenen Studie verwendeten Aufgabenstellungen als kopfgeometrische Aufgabenstellungen bezeichnet werden können, ist vor diesem Hintergrund nicht abschließend zu klären. Hilfreich erscheint diesbezüglich noch am ehesten die Klassifikation Senftlebens, wonach die eigenen Anforderungen besondere Nähe zur Kategorie der „Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in Phase I und III“ aufweisen.

Allerdings ist davon auszugehen, dass die Kinder beim gedanklichen Rotieren der Bauvorlagen auch andere unterstützende Strategien entwickeln, die ein konkretes Experimentieren mit dem Material in der Phase II (und

damit nicht nur rein mentales Operieren) beinhalten. So bemerkt Senftleben einschränkend: „Bei allen Aufgabenstellungen, in denen auch in Phase II zusätzliche Tätigkeiten eines handelnden, materialgeleiteten Lernens, wie Probieren, Experimentieren, Abzeichnen, Nachzeichnen, Nachbauen erlaubt oder gefordert sind, ist m.E. der Bereich der Kopfgeometrie überschritten. Hierbei sind aber möglicherweise die Grenzen fließend und nicht in jedem Fall genau festlegbar.“ (Senftleben 1996a, 56).

Deutlich wird in sämtlichen Ausführungen von Senftleben jedoch auch, dass ausreichende Handlungserfahrungen zum Inhalt der jeweiligen Aufgabenstellungen vorliegen müssen, um kopfgeometrisch erfolgreich operieren zu können. Entsprechend bemerkt er für die Phasen I und II: „Die schrittweise Befähigung zum Verbalisieren erfordert, aus didaktisch-methodischer Sicht, den Aufgabenbegriff zur Kopfgeometrie ‚aufzuweichen‘ und neben der Sprache zusätzliche Mittel zu nutzen.“ (Senftleben 2003, 25). Allerdings warnt er an gleicher Stelle deutlich vor der Gefahr, den Geometrieunterricht in der Grundschule im reinen Aktionismus mit ausschließlich handlungsorientiert ausgerichteten Aufgabenstellungen zu überfrachten, da dabei die Notwendigkeit des *mentalen Operierens* ggf. vernachlässigt würde, die doch aber den entscheidenden Beitrag zur Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens leiste. Diesbezüglich können die Aufgabenstellungen der eigenen Studie einen didaktisch wertvollen Mittelweg anbieten.

4.2.4 Zusammenhang zu curricularen Vorgaben

In jüngster Vergangenheit wurden vor dem Hintergrund internationaler Vergleichsstudien (TIMSS, Pisa) die Zielvorgaben für den Mathematikunterricht aller Jahrgangsstufen in den curricularen Vorgaben aller deutschen Bundesländer neu definiert. So findet in den Beschlussfassungen zu den nationalen Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Jahrgangsstufe 4 der deutschen Kultusministerkonferenz (vgl. Bildungsstandards 2004, 2005) ein der fachdidaktischen Diskussion erwachsener Paradigmenwechsel Ausdruck: Eine veränderte Sicht auf das Lehren und Lernen von Mathematik, die hier nur auszugsweise in Bezug auf die Schulung räumlicher Kompetenzen im Geometrieunterricht erörtert werden soll, wird zum verbindlichen Standard erhoben.

Die mit bundesweiter Gültigkeit verabschiedeten Zielvereinbarungen wurden inzwischen u.a. in der niedersächsischen Lehrplanarbeit aufgegriffen und hier in ein sogenanntes Kerncurriculum umgesetzt (vgl. Kerncurriculum 2006): Eher technisch angelegte Fertigkeiten treten laut dieser Beschlüsse in den Hintergrund etwa gegenüber Modellierungen zu mathematischen Problemsi-

tuationen. Selbsttätiges Entdecken, Verstehen und das Erkennen von Zusammenhängen gewinnen ebenso an Bedeutung wie das eigene Argumentieren und Kommunizieren bzw. die Dokumentation eigener Gedanken (sog. „allgemeine mathematische Kompetenzen“). Hier kann der Geometrieunterricht in der Grundschule eine besondere Bereicherung bieten und zugleich selbst neue Gewichtungen erfahren.

Aus geometriedidaktischer Sicht kommt den in den Bildungsstandards definierten Bereichen „Raum und Form“ sowie „Muster und Strukturen“ besondere Bedeutung zu. Letzterer hebt die enge Verzahnung arithmetischer und geometrischer Muster hervor, auf die bereits in Kap. 4.2.2 hingewiesen wurde. Unter anderem wird hier gefordert, die Schüler sollten „arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben.“ (Bildungsstandards 2004, 13). Unter solchen „systematischen Veränderungen“ sind auch geometrische Abbildungen wie das Spiegeln eines Punktfeldes oder die Rotation eines Musters zu verstehen (vgl. Kap. 4.2.2 und 4.2.3, S. 211ff).

Bezogen auf den Bereich „Raum und Form“ wird explizit gefordert, die Schüler sollten am Ende des vierten Schuljahres „über räumliches Vorstellungsvermögen“ verfügen (Bildungsstandards 2004, 12). Dazu zählen die Verfasser u.a. die Fähigkeit, räumliche Beziehungen von Anordnungen „(...) zu erkennen, beschreiben und (zu) nutzen“ wie dies beispielsweise bei einer Auseinandersetzung mit verschiedenen Ansichten einer Würfelkonfiguration geschieht (vgl. Kap. 4.2.3, z.B. S. 219ff). Gefordert wird an gleicher Stelle zudem, „zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Würfelbauwerken (z.B. Würfelgebäuden) zueinander in Beziehung (zu) setzen“ also beispielsweise nach gezeichneten Vorlagen zu bauen.

Die mentale Rotation von Würfelanordnungen wird in diesen Ausführungen nicht explizit erwähnt. Dies verwundert nicht, wenn man bedenkt, dass die formulierten Vorgaben lediglich Orientierungshilfen für die Gestaltung des Unterrichts beinhalten und bewusst darauf verzichten, einen begrenzten Kanon von Unterrichtsaktivitäten zusammenzustellen. In den vorausgegangenen Ausführungen der vorliegenden Arbeit konnte jedoch bereits mehrfach herausgestellt werden, dass die obigen Anregungen häufig das mentale Rotieren der angebotenen Konstellation beinhalten, die Verfügbarkeit mentaler Rotationskompetenz hier also u.U. entscheidende strategische Stützen für die Aufgabenbearbeitung bietet (Kap. 4.2.3).

Die in den Bildungsstandards genannten Ziele können mit den in der eigenen Studie eingesetzten Materialien nach eigener Ansicht in besonderer Weise verfolgt werden, also das räumliche Vorstellungsvermögen (v.a. den

Bereich mentaler Rotation) schulen und dabei in einer nicht-trivialen Problemsituation die kommunikativen und argumentativen Kompetenzen der Kinder fordern und ausbilden. Es ist also - weiter oben wurde bereits darauf verwiesen - Aufmerksamkeit geboten hinsichtlich der zu erwartenden Lernprozesse innerhalb der Interviewverläufe. Gleichermäßen bietet sich mit den Arrangements der eigenen Datenerhebung eine Bereicherung des geometriedidaktischen Aufgabenpools mit vergleichsweise geringem Aufwand (vgl. Kap. 9.2, S. 494).

Besondere Parallelen zur beschriebenen veränderten Sicht auf den Mathematikunterricht in den referierten curricularen Vorgaben finden sich in den Arbeiten des international einflussreichen US-amerikanischen National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), die im Jahre 2000 einen umfangreichen Band zu Prinzipien und Standards für den Mathematikunterricht herausgaben.

Als einer der Kernbereiche des Geometriecurriculums wird hier der Bereich der Anwendung von Transformationen („apply transformations and use symmetry to analyze mathematical situations“) ausgewiesen¹⁷. Dieser weist in der Auswahl der dargestellten Unterrichtsbeispiele vielfältige Verflechtungen zu arithmetischen Inhalten auf. Ebenso wie andere von den Autoren formulierte Kernbereiche wird auch dieser Bereich über die verschiedenen Jahrgangsstufen (Kindergarten bis Klasse 12) hinweg stetig angereichert und mit steigender Komplexität der darauf bezogenen Unterrichtsinhalte differenziert: Für die jüngsten Kinder (Vorschulalter bis Klasse 2) wird beispielsweise beim Umgang mit Pentominos aus Quadraten angeregt, geometrische Abbildungen wie Verschiebungen oder Drehungen zu erkennen und praktisch durchzuführen („recognize and apply slides, flips and turns“ (a.a.O., 96ff), vgl. auch Kap. 4.2.3, S. 226). Dieser Aspekt differenziert sich für die nachfolgenden Jahrgänge 3 bis 5 dergestalt, dass nun angeregt wird, die Ergebnisse solcher geometrischen Abbildungen vorherzusagen oder zu beschreiben, welche Bewegungen vollzogen werden müssen, um die Kongruenz zweier Figuren zu zeigen (NCTM 2000, 164). Für höhere Klassen finden weitere Spezifizierungen dieses Teilbereiches statt (a.a.O., 232, 308), der somit ebenso wie andere Bereiche spiralförmig immer wieder aufgegriffen und auf höherem Niveau behandelt wird.

Aspekte des Problemlösens, die Kommunikation über schülereigene Lösungswege und die Darstellung dieser Überlegungen spielen auch in den NCTM

¹⁷Differenziert werden hier auch andere Bereiche der Raumvorstellung (vgl. Kap. 2.2.2, S. 69ff) sowie Beispiele zur Schulung dieser Kompetenzen ausgearbeitet, worauf hier jedoch nicht im Detail eingegangen werden kann.

Ausführungen eine den Mathematikunterricht tragende Rolle und durchziehen als zentrale Gedanken alle exemplarischen Ausführungen der Autoren.

Die in den Bildungsstandards (2004, 2005), im niedersächsischen Kerncurriculum für die Grundschule (2006) oder in den NCTM- Ausführungen formulierten Gedanken sind - bezogen auf die ausgewählten Inhalte naturgemäß nicht gänzlich neu: So ziehen sich Aufgaben zur Bestimmung verschiedener Ansichten von Gegenständen, das Hineinversetzen in verschiedene Betrachterstandorte sowie die gedankliche Bewegung von Objekten oder Teilen von ihnen (Falten, Drehen, Spiegeln) auch in früheren Curricula. Auch die Konstruktion von Körpern (meist nach vorgegebenen Zeichnungen) ist vorgesehen (vgl. z.B. Rahmenrichtlinien 1984, 66).

Besonders hervorgehoben wird in den neuen Bildungsstandards (2004, 9f) jedoch die Umsetzung sogenannter „allgemeiner mathematischer Kompetenzen“, zu denen neben Kompetenzen des Darstellens und Modellierens auch das Kommunizieren und Argumentieren bei der Bearbeitung problemhaltiger Anforderungen zählen. Zwar heißt es auch 1984 in den niedersächsischen Rahmenrichtlinien: „Es ist wichtig, einander zuzuhören, einander zu helfen, Argumente auszutauschen, gemeinsam ein Problem anzugehen und zu lösen. Dazu bieten sich *Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit* an.“ (Rahmenrichtlinien 1984, 8).

Deutlich hervorgehoben wird in den neuen curricularen Vorgaben indes der Richtungswechsel hin zu einer Öffnung des Mathematikunterrichts, der kommunikative Arbeitsformen nicht nur als *Möglichkeit*, sondern eher als *Prinzip* des Arbeitens in der Grundschule (Kap. 4.2.2) ansieht (vgl. etwa Röhr 1995a). Neben einer Befähigung zum Problemlösen wird dabei besonderer Wert gelegt auf einen Unterricht, der die Ausbildung einer kritisch-konstruktiven Grundhaltung fördert und die Darstellung bzw. den Austausch über schülerreigene Lösungswege anregt (vgl. auch Bobrowski und Schipper 2001; Bobrowski und Grassmann 2004; Rathgeb-Schnierer 2004). Konstruktive Aktivitäten mit räumlichen Objekten im Geometrieunterricht bieten hier besondere Chancen (vgl. Wollring 2006).

4.2.5 Zusammenfassung

- Raumvorstellungstrainings, die auf den spezifischen Anforderungsbereich der mentalen Rotation ausgerichtet sind, erzielen in der Regel deutliche Leistungssteigerungen der Probanden (Kap. 4.2.1). Bereits das Üben mit Testaufgaben führt bei mentaler Rotation zu einer kurzfristigen Verbesserung der Testleistung im Sinne verkürzter Antwortzeit-

ten. Ob auf diese Weise tatsächlich anhaltende Kompetenzsteigerungen und Transfer erzielt werden, ist allerdings stark anzuzweifeln.

Im Hinblick auf die eigene Studie ist jedoch zu bedenken, dass die intensive Bearbeitung des Materials in den klinischen Interviews wahrscheinlich bereits zu einem Training im Verlauf des Interviewgeschehens führt. Es ist also subtile Aufmerksamkeit geboten gegenüber den zu erwartenden Übungseffekten durch die wiederholte Bearbeitung ähnlicher Rotationsaufgaben, bzw. durch die Rückmeldungen der Interviewpartner oder der Versuchsleiterin.

- Raumvorstellung und arithmetische Leistungen sind nach dem gegenwärtigen Stand fachdidaktischer Forschung eng miteinander verwoben (Kap. 4.2.2). Vor allem der arithmetische Anfangsunterricht bedient sich didaktisch strukturierter Medien (Veranschaulichungsmittel), deren geometrische Strukturen erfasst und im Hinblick auf ihren mathematischen Gehalt gedeutet werden müssen.

Das mentale visuelle Operieren (vgl. Kap. 2.1.3) ist diesbezüglich eine fundamentale Komponente, die im Mathematikunterricht der Grundschule geschult werden muss. Dem Geometrieunterricht kommt dabei die essentielle Aufgabe zu, das mentale visuelle Operieren (und darin eingeschlossen auch das mentale Rotieren) vorzubereiten und an geeigneten Inhalten beständig weiter auszubilden.

Dabei geht die mathematikdidaktische Forschung grundsätzlich davon aus, dass das mentale Operieren bei der Bewältigung arithmetischer Operationen auf realen Handlungserfahrungen (u.a. aus dem Umgang mit Veranschaulichungsmitteln) beruht.

- Entsprechend bemerkt Rost (1977, 38) im Hinblick auf den Geometrieunterricht bereits vor etwa 30 Jahren, es herrsche „(...) bei den meisten Forschern darüber Einigkeit vor, daß Raumbeziehungen zunächst erfahren werden müssen, um danach auch wahrgenommen und vor allem vorstellungsmäßig erfasst werden zu können (...)“.

Diese Einsicht um die Notwendigkeit aktiv-handelnder Zugänge prägt den heutigen Geometrieunterricht der Grundschule - auch vor dem Hintergrund entwicklungspsychologischer Kenntnisse (vgl. z.B. Kap. 3.3.1). Der geforderte Einbezug aktiv-entdeckender Tätigkeiten wie das Konstruieren geometrischer Körper, das Hantieren mit Würfelbauwerken, das Anfertigen von Skizzen, Bauzeichnungen (Plänen) usw. gehört inzwischen zum geometriedidaktischen Standard. Anforderungen an das mentale visuelle Rotieren von Würfelanordnungen oder das Hineinversetzen in andere Perspektive, das ebenfalls mentale Rotationsleistungen

beanspruchen kann, sind in zahlreichen Aufgabenbeispielen dokumentiert (Kap. 4.2.3). Warum also sollte das mentale Operieren mit Würfelbauwerken in der vorliegenden Arbeit zum Gegenstand einer eigenen Studie erhoben werden?

- Zum einen versprechen die für die eigene Untersuchung entworfenen Aufgabenstellungen eine Erweiterung der didaktisch-methodischen Vielfalt des Geometrieunterrichts um das konkrete und mentale visuelle Operieren mit *Würfelfünflingen*, denen im Geometrieunterricht der Grundschule bislang verhältnismäßig wenig Aufmerksamkeit geschenkt wurde. Diese Aufgaben erweitern das Feld um nicht-triviale Problemstellungen, deren Vielfalt wir trotz aller bestehenden Anregungen ständig zu erweitern suchen sollten: „Telling a kid a secret he can find out himself is not only bad teaching, it is a crime.“ (Freudenthal 1971, 424)
- Zum anderen ist innerhalb der geometriedidaktischen Diskussion ein besonderes **Interesse an den Spezifika des individuellen Umgangs** mit Aufgabenstellungen dieser Art zu erwarten. Daher scheint es notwendig, kindliche Strategien von Grundschulkindern im Zusammenhang mit diesen neuartigen Aufgabenstellungen zu mentaler Rotation zu analysieren, zumal hier bislang (wie auch die nachfolgenden Ausführungen in Kap. 5.2.4, S. 285 noch einmal zeigen werden) keine ausführlichen Analysen vorliegen.
Erst in einem nachfolgenden Schritt kann dann ergründet werden, wie solche Strategien trainiert werden könnten (vgl. Kap. 4.2.1). In der vorliegenden Arbeit ist dies jedoch nicht mehr ausführlich zu bearbeiten. So kann lediglich vereinzelt ein Ausblick darauf gegeben werden, wo sich möglicherweise unterschiedliche Zugänge der Kinder bei den verschiedenartigen Aufgabenstellungen ergeben. Ob und in welcher Art computerunterstützte Lernumgebungen als Trainingsmedium fungieren könnten, wird dabei nicht erörtert.
- Die in den Bildungsstandards formulierten aktuellen curricularen Vorgaben (Kap. 4.2.4) entsprechend weitgehend den Forderungen an den Geometrieunterricht der Grundschule aus fachdidaktischer Sicht. Exemplarisch verwiesen sei hier auf die Forderung nach einem kooperativen Austausch in Kleingruppen oder im Klassenverband. Diese beinhalten neben verbalen Kommunikationen über geometrische Sachverhalte zudem die Chance, schülereigene nicht sprachlich gebundene Artikulationen (Zeichnungen oder Bauwerke) in den Austausch einzubeziehen (vgl. „Geber-Nehmer“ oder „Geber-Übersetzer-Nehmer“- Arrangements bei Sgroi 1990; Wollring 1998b, 2002).

Bedauerlich ist allerdings vor dem Hintergrund der in Kap. 4.2.2 zusammengetragenen Erkenntnisse um den engen Zusammenhang zwischen räumlichen allgemeinen mathematischen Kompetenzen, dass auf diese enge Verflechtung nicht *noch* deutlicher eingegangen wird. Vielmehr liegt es wiederum in der Hand der unterrichtenden (fachfremden?) Lehrkraft sich geometriedidaktisch zu orientieren, was die Situation des Geometrieunterrichts nicht unbedingt entschärfen dürfte.

Kapitel 5

Die strategische Perspektive zu Raumvorstellung und mentaler Rotation

Im Mittelpunkt des empirischen Teils der vorliegenden Arbeit steht die Frage, wie Kinder im Grundschulalter mit mentalen Rotationsaufgaben umgehen, welche *Strategien* sie also bei der Bearbeitung der hier angebotenen Rotationsaufgaben verfolgen. Der Begriff der Strategie ist jedoch keinesfalls so eindeutig, wie vielleicht angenommen werden könnte: Meinen wir damit so etwas wie „geschicktes Vorgehen“ im umgangssprachlichen Sinne? Geht es um extern sichtbare Vorgänge oder intern ablaufende Prozesse? Sind diese Vorgänge bewusst oder unbewusst?

Die aufgeworfenen Fragen können in der vorliegenden Arbeit nicht abschließend beantwortet werden. Offensichtlich geht es bei den im empirischen Teil der Arbeit dokumentierten Strategien von Grundschulkindern jedoch vor allem um bewusste oder unbewusste kognitive Prozesse und konkrete Handlungen, die die zu leistenden Problemlöseaktivitäten begleiten und damit das räumliche Denken (hier: das mentale Rotieren) der Kinder ausmachen, beeinflussen oder unterstützen. Es stellt sich also zunächst noch einmal grundsätzlich die Frage, was im Zusammenhang des problemlösenden Denkens allgemein unter einem Problem oder einer Problemlösestrategie verstanden wird (Kap. 5.1) und wie dieser Terminus in den nachfolgenden Ausführungen verwendet werden soll.

Zur abschließenden theoretischen Fundierung der vorliegenden Arbeit soll dann die sogenannte „strategische Perspektive“ Linn und Petersen (1985) auf die Fähigkeit zu mentaler Rotation eingenommen werden (Kap. 5.2). Wie bereits in den vorausgegangenen Kapiteln 2.1.3 (S. 45ff) und 2.2.2 (S. 69ff) dar-

gestellt wurde, konnte die kognitionspsychologische Forschung in der Vergangenheit vielfältige Erkenntnisse zur Fähigkeit mentaler Rotation gewinnen. Inzwischen geht man davon aus, dass Probanden in den dabei eingesetzten Raumvorstellungstests und -experimenten offenbar eine beachtliche Bandbreite individuell unterschiedlicher kognitiver Bearbeitungsstrategien einsetzen. Insbesondere der Blick auf geschlechtsspezifische Unterschiede (Kap. 2.3) richtete das Augenmerk auf individuell unterschiedliche Zugangsweisen der Probanden, wie auf S. 93ff bereits in Auszügen dokumentiert wurde. Insofern bietet die Auseinandersetzung mit Forschungsergebnissen zu Strategien Erwachsener (Kap. 5.2.1), Jugendlicher (Kap. 5.2.3), Kinder (Kap. 5.2.4) sowie blinder oder sehbehinderter Probanden (Kap. 5.2.2) entscheidende Referenzen für die eigene Dateninterpretation und formiert damit den Kern des theoretischen Bezugsrahmens der eigenen empirischen Untersuchung.

5.1 Strategien im Zusammenhang von Denken und Problemlösen

Ein **Problem** im psychologischen Sinne ist dadurch gekennzeichnet, dass ein erwünschter Zielzustand nicht auf direktem Wege erreichbar ist. Ausgangspunkt ist dabei ein unbefriedigender Zustand, eine Fragestellung, eine unvollständige Information oder festgelegte Bedingungen. Zwischen diesen zunächst unvereinbar erscheinenden Positionen liegt also eine Hürde, die Auslöser für eine Reihe konkreter oder gedanklicher Operationen ist, welche schließlich vom Ausgangs- zum Zielzustand führen (vgl. Putz-Osterloh 1988; Edelman 1996; Zimbardo und Gerrig 1999; Hussy 1998): „(...) der anfängliche Problemstand (Ausgangszustand, Istzustand) (muss) in einen Lösungszustand (Zielzustand, Sollzustand) umgewandelt werden (...)“ (Hussy 1998, 82f)

Bezogen auf die eigene Studie bedeutet dies zum Beispiel, dass die Kinder im Interview zunächst eine Bauplatte sowie eine Reihe von Würfeln als Ausgangsmaterial zur Verfügung gestellt bekommen (Ausgangszustand). Dazu wird ein Würfelfünfling zum Nachbau angeboten, der den angestrebten Zielzustand im Sinne einer Bauvorlage näherungsweise verdeutlicht (vgl. Kap. 6.4.1, S. 327ff). Dabei werden allerdings lediglich die räumlichen Relationen innerhalb der Figur angedeutet, zumal von den Kindern *selbst* ein möglicher konkreter Zielzustand ermittelt werden muss: Wie könnte diese Figur statisch stabil liegen, wenn die Würfel nicht fest verleimt werden dürfen, um übertragende Bausteine an der Gesamtfigur zu befestigen? Das Hindernis

besteht also darin, dass der eigene Bau keine einfache Replikation der Bauvorlage sein kann. Es muss eine *mentale Rotation* des eigenen Bauwerks oder der Bauvorlage erfolgen, um das eigene Bauergebnis und die Vorlage aufeinander abstimmen zu können.

Damit ist eine kognitive Arbeit zu leisten, der im Sinne von Hussy (1998, 16) grundsätzlich zielgerichtet ist, sich dabei aber nicht auf das Erkennen der Problemsituation und auch nicht auf abrufbares Wissen beschränkt. Erforderlich ist ein (durch konkrete Handlungen gestütztes bzw. in konkrete Handlungen mündendes) mentales visuelles Operieren, im Sinne gedanklicher Verarbeitung räumlich-visueller Informationen:

„Das Verarbeiten von Informationen im Sinne einer zielbezogenen (Neu-) Verknüpfung stellt folglich das entscheidende Kriterium für die Zugehörigkeit von kognitiven Prozessen zum Gegenstandsbereich der Denk- und Problemlösestrategie dar.“ (Hussy 1998, 18).

Automatisiert erzielte Lösungsprozesse fallen demzufolge nicht unter den Strategiebegriff. Da allerdings damit zu rechnen ist, dass die Kinder Aufgaben dieser Art bislang nicht bearbeitet haben, ist davon auszugehen, dass hier ein nicht-trivialer Anspruch gewährleistet ist, zumal nicht auf entsprechende Vorerfahrungen zurückgegriffen werden kann. So ist damit zu rechnen, dass die angebotenen Aufgabenstellungen keinesfalls nur „Aufgaben“ für die Kinder darstellen, die nach einem erlernten Algorithmus bearbeitet werden (vgl. Edelmann 1996, 314ff). Vielmehr darf davon ausgegangen werden, dass sich hier tatsächlich Probleme für die Kinder ergeben, die das kindliche Repertoire heuristischer Strategien herausfordern¹.

Automatisierte Abläufe sind somit in der eigenen Studie nicht zu erwarten, so dass es in diesem Sinne legitim erscheint, von Problemlöse- oder Denkstrategien der Kinder zu sprechen, die eine qualitative Betrachtung geradezu herausfordern.

In der psychologischen Fachliteratur herrscht jedoch keineswegs Einigkeit darüber, welche Merkmale solchen **Strategien** zuzuschreiben sind (vgl. auch Hoffmann 2003, 68ff zur Darstellung der psychologischen Diskussion um den Strategiebegriff). Oerter und Dreher (1998) referieren verschiedene entwicklungspsychologische Theorien der Informationsverarbeitung beim Problemlösen und weisen darauf hin, dass Strategien hinsichtlich ihrer Bewusstheit und des Aufwandes an geistiger Anstrengung stark variieren können

¹Dennoch wird aufgrund besserer Lesbarkeit hier am Terminus „Aufgaben“ festgehalten. Zur Klassifikation von Problemen innerhalb der Denkpsychologie finden sich Übersichten bei Burchartz (2003, 19ff) und Hoffmann (2003, 8ff).

(Oerter und Dreher 1998, 566): Während verschiedene Forscher ausdrücklich die Bewusstheit als Merkmal von Problemlösestrategien anführten, sei dies für andere Autoren weniger zentral. Hier kann auch von einer „liberalen Definition“ gesprochen werden kann (vgl. Hoffmann 2003, 70f).

Zahlreiche unterschiedliche Definitionsversuche zum Verständnis des Strategiebegriffs referieren auch Pressley u.a. (1985). Dabei weisen die Autoren darauf hin, dass es häufig schwierig sei zu dokumentieren, *dass* sich Kinder ihrer Strategien bewusst seien (a.a.O., 3). In ihrer eigenen Formulierung, die in der vorliegenden Arbeit berücksichtigt werden soll, betonen sie daher, dass Strategien lediglich *prinzipiell* bewusst und kontrollierbar sein müssten:

„(...) *a strategy is composed of cognitive operations over and above the processes that are a natural consequence of carrying out the task, ranging from one such operation to a sequence of interdependent operations. Strategies achieve cognitive purposes (e.g. comprehending, memorizing) and are potentially conscious and controllable activities.*“ (Pressley u. a. 1985, 4)

Unter einer Strategie wird in dieser Arbeit somit vereinfacht gesprochen ein mehr oder weniger umfangreiches Gefüge handlungsleitender kognitiver Operationen verstanden, das dem Individuum prinzipiell bewusst sein und von diesem kontrolliert werden kann. Betont wird dabei der Aspekt *kognitiver Informationsverarbeitung*, wie er von Pressley u.a. im Zusammenhang mit dem Erlernen von Vokabeln einer Fremdsprache erläutert wird (a.a.O.). Auf die Fähigkeit zu mentaler Rotation erscheint diese Definition ebenfalls in plausibler Weise übertragbar (vgl. Ausführungen zu kognitionspsychologischen Theorieansätzen zum Phänomen mentaler Rotation in Kap. 2.1.3). Die Arbeit von Carpenter und Just beispielsweise (vgl. Kap. 5.2.1, S. 256) greift die Idee sequenziell ablaufender Operationen als Bestandteil mentaler Rotationsstrategien wieder auf.

Nicht erst seit TIMSS und Pisa steht das Problemlösen oder „entdeckende Lernen“ im Mittelpunkt **mathematikdidaktischer Betrachtungen**. Bereits 1971 stellt Winter die diesbezüglichen Chancen des Geometrieunterrichts heraus: „Jede Gelegenheit sollte wahrgenommen werden, die Schüler zum Entdecken, Finden und Erfinden zu veranlassen. Geometrische Fragestellungen scheinen sich jedoch in besonderer Weise zu eignen, weil sich einmal Problemstellungen geradezu von selbst aufdrängen, zweitens Lösungen sich experimentell verfolgen lassen und schließlich in der Regel nur geringes Vorwissen vorausgesetzt werden muss.“ (Winter 1971, 49).

Vollrath erachtet die Geometrie entsprechend als „inventory of strategies for solving problems“ (Vollrath 1976, 434) und weist auf die förderliche Wirkung problemorientierter Unterrichtsgestaltung auf das kreative Denken hin. Zu-

dem werde dabei die allgemeine Haltung der Mathematik gegenüber positiv beeinflusst, so dass das problemorientierte (oder „entdeckende“) Arbeiten zu einem Unterrichtsprinzip mathematischer Ausbildung erhoben werden müsse (a.a.O., 436).

Bereits in Kap. 4.2.2 (S. 204ff) konnte zudem der Zusammenhang zwischen allgemeinen Problemlösefähigkeiten und räumlicher Orientierung bzw. mentaler Rotation herausgearbeitet werden. Exemplarisch sei diesbezüglich nochmals auf Wheatley verwiesen, der konsistente Zusammenhänge zwischen der Verwendung mentaler Bilder („imaging“) und der Fähigkeit zum Lösen mathematischer Problemstellungen konstatiert (vgl. Wheatley 1990, 1998): „Constructing new relationships and solving nonroutine problems are situations in which imagery is particularly valuable.“ (Wheatley 1990, 11).

Im Hinblick auf die methodische Gestaltung problemorientierter Sequenzen im Mathematikunterricht, bemerkt Becker (1987, 123) unter Hinweis auf Dörner (1976) es sei bei der Motivation und Hinführung zum problemorientierten Arbeiten sinnvoll, zunächst solche Probleme bearbeiten zu lassen, die „(...) mit einem genau umgrenzten Repertoire an Hilfsmitteln zu bewältigen sind, und die in naheliegender Weise auseinander hervorgehen.“ Zudem sei es im Unterricht bedeutsam, die bei der Bearbeitung eines Problems gewonnenen Erfahrungen und eingesetzten Vorgehensweisen zu reflektieren, um das Repertoire heuristischer Strategien nachhaltig zu elaborieren:

„Als der aussichtsreichste Weg, aus Erfahrungen Strategien zu gewinnen, kann das Bewußtmachen der verwendeten Lösungsschritte gelten, ferner das Nachdenken und der Versuch der Verständigung über Motive und deren Auswahl (...), für eine bestimmte Art, eine geometrische Figur in Teilfiguren zu zerlegen oder auf bestimmte Teile hin zu zentrieren.“ (Becker 1987, 126). Dabei wird deutlich, dass auch Becker offenbar erst dann von einer Strategie spricht, wenn diese ins Bewusstsein des Individuums gerückt ist. Betont wird in dieser Äußerung zudem nochmals die beispielsweise in Kap. 4.2.3 herausgestellte Forderung nach kooperativen Arbeitsformen im Geometrieunterricht. Die Konzeption der eigenen Datenerhebung knüpft hier ebenfalls an (vgl. Kap. 6.4.2, S. 340ff).

In jüngerer Zeit wurden verschiedene Arbeiten publiziert, die sich besonders dem Problemlösen von Grundschulkindern widmen (z.B. Stein 1996; Sorger und Wildt 1996; Hoffmann 2003; Burchartz 2003). Während Hoffmann (2003) in diesem Zusammenhang kombinatorische Fragestellungen thematisiert, setzen Stein (1993, 1994, 1995, 1996), Burchartz (1999, 2000, 2003) sowie Sorger und Wildt (1996) auch geometrische Puzzle ein.

Stein und Burchartz untersuchten Argumentationsmuster von Grundschulkindern beim Umgang mit (z.T. unlösbaren) geometrischen Puzzles (vgl. Stein 1993, 1994, 1995, 1996; Burchartz und Stein 1999; Burchartz 2000, 2003). Die Puzzlevorlagen mussten hier mit Puzzlesteinen, die aus zusammengefügtten Quadraten bestanden, ausgefüllt werden, wobei ein Drehen und lückenloses Zusammenfügen der Teile erforderlich war (vgl. Abb. 5.1).

Untersuchungen mit ähnlichem Material führten auch Sorger und Wildt durch Sorger und Wildt (1996). Allerdings lag bei diesen Untersuchungen mit „mehrdeutig lösbaren Streifenpuzzles“ das Erkenntnisinteresse stärker auf der Frage, ob Kinder tatsächlich (wie intendiert) kooperativ mit dem angebotenen Material arbeiten, die Lernlust erhalten bleibt und dabei die Problemlösebereitschaft gefördert werden kann.

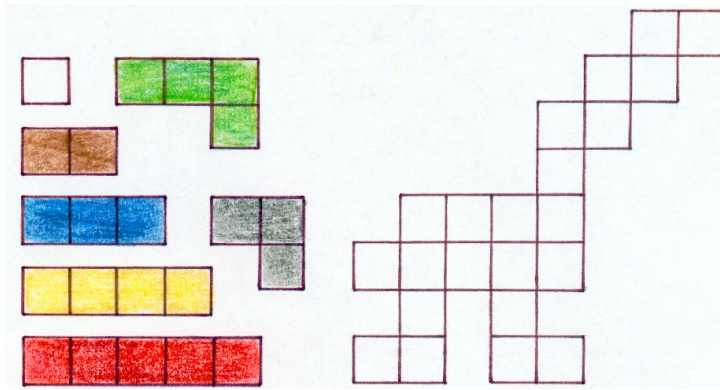


Abbildung 5.1: Puzzlesteine und Vorlage für ein unlösbares Puzzle aus Quadratmehrlingen (nach Stein 1994, 366)

Dabei verwendet auch Stein eine eher liberale Definition des Strategiebegriffs, d.h. den Kindern werden ähnlich wie in der eigenen Studie nicht unbedingt bewusst geplante Vorgehensweisen unterstellt (vgl. Oerter und Dreher 1998, 566). Vielmehr sind es die Regelmäßigkeiten in den bei den Schülern zu beobachtenden Handlungen, die Stein zu erfassen sucht (vgl. Hoffmann 2003, 70f). Burchartz (2003) knüpft hier ebenso an wie Hoffmann (2003), die unter Hinweis auf Siegler (1987) festhält:

„Bei dem für die Lösung einer Aufgabe notwendigen Auswahlprozeß werden (insbesondere bei schwierig erscheinenden Aufgaben) zunächst alte, vertraute Strategien ausgewählt, auch wenn sie umständlicher sind. Eine neue Strategie hat nur eine Chance aktiviert zu werden, wenn die alte Strategie nicht zu dem gewünschten Ergebnis führt.“ (Hoffmann 2003, 72).

Eine Auswahl verschiedener (teilweise nicht klar voneinander zu trennender) Vorgehensweisen und Ansätze zu Problemlösestrategien, die in den Arbeiten von Stein (z.B. 1993) und Burchartz (2003, 33ff) in Bezug auf das Legen (unmöglicher) Puzzle herausgearbeitet werden, zeigt die nachfolgende Übersicht (vgl. dazu auch Edelmann 1996, 317ff; Hasemann 1988, 148ff und Hussy 1998, 105ff):

- **Analogieschluss:** Übertragung der Struktur einer bekannten Lösung auf ein neues Problem
- **Lokalstrategie:** Durch Vorwärtsarbeiten wird versucht, ausgehend vom Ausgangszustand eine Lösung zu erzielen.
- **Problemlösen durch Versuch und Irrtum:** Ähnlich der Lokalstrategie werden hier zumeist sukzessive Hypothesen geprüft. In seltenen Fällen wird „blind“, d.h. ohne zumindest teilweise vorausschauende Planung, probiert (Edelmann 1996, 318).
- **Globalstrategie:** Zurückdenkend vom Ziel aus werden Zwischenziele und Teillösungen definiert.
- **Kombination von Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten**
- **begriffliche Strategie:** Lösungsversuche erfolgen erst nach vorangegangener Analyse und Strukturierung des Problems. Der Schüler versucht, „(...) einen begrifflichen Rahmen zu konstruieren, in den er sein Vorwissen über vorher schon gelöste Aufgaben und zur Verfügung stehende Werkzeuge und Informationen einknüpft.“ (Hasemann 1988, 148f)
- **sequentielles Vorgehen:** Zielorientiertes Arbeiten, das dadurch gekennzeichnet ist, dass „(...) erste Lösungsversuche schon sichtbar werden, bevor das Problem vollständig strukturiert ist. Die Lösung entwickelt sich in einem Dialog, der aus der Analyse von Zwischenschritten oder Teillösungen und dem Vergleich mit den Zielen besteht.“ (Hasemann 1988, 149)
- **deduktiv-analytisches Vorgehen:** Einige Kinder erkennen bei den Puzzles (s. Abb. 5.1), dass die Lage der Fünferstange (und damit folglich auch die der Viererstange) fest vorgegeben sind. Auch die Dreierstange kann unter diesen Umständen schon nicht mehr eingefügt werden (Stein 1994, 369).

Im Hinblick auf die **Entwicklung kindlicher Problemlösestrategien** vertreten Bruner und seine Mitarbeiter grundsätzlich die Auffassung, „(...) daß die kognitive Entwicklung des Kindes durch das sukzessive Auftreten wirkungsvollerer Darstellungsmodi der Erfahrung bestimmt ist.“ (Olson 1988, 171) So konnte bereits in Kap. 3.3.1 (S. 3.3.1) herausgearbeitet werden, dass diese Darstellungsmodi zunächst vorrangig handlungsmäßige Darstellungen beinhalten und schließlich zunehmend durch bildhafte und symbolische Systeme angereichert werden. Dies - so Bruner, Olver und Greenfield - habe weitreichenden Einfluss auf die Entwicklung kindlicher Problemlösestrategien: Mit dem Eintritt ins Schulalter sei das Problemlöseverhalten der Kinder in zunehmenden Maße durch Pläne und Hypothesen gekennzeichnet, zumal die Fähigkeit zu symbolischer Repräsentation nun soweit ausgereift sei, dass den Kindern gewissermaßen das „kognitive Werkzeug“ zur Problemlösung auf höherer, d.h. rein gedanklicher Ebene zur Verfügung stehe (a.a.O.). Die Verfügbarkeit von wirkungsvollen Strategien ist jedoch nur dann gewährleistet, wenn Erfahrungswissen zu verschiedenen Strategien vorliegt. Oerter und Dreher (1998, 570) bemerken entsprechend: „Hat ein Kind nach mehrfachen Versuchen und nach dem Ausprobieren einiger Strategien eine Lösung gefunden, kann es von diesem Erfolg nur profitieren, wenn es sein Vorgehen und die angewandten Strategien im Gedächtnis behalten kann, mehr noch, wenn es weiß, welche der eingesetzten Maßnahmen richtig und welche falsch oder ineffektiv waren.“ Diesbezüglich bemerkt auch Kluwe (1981), es sei häufiger zu beobachten, dass Kinder über geeignete Strategien durchaus verfügen, diese jedoch nur einsetzen, wenn sie dazu ermuntert und daran erinnert werden (Kluwe 1981, 247). Gezielt in den Unterricht eingebundene metakognitive Reflexionen wie beispielsweise verbale Beschreibungen des eigenen Vorgehens einem Partnerkind gegenüber können hier ohne Zweifel einen wichtigen Beitrag leisten². Gleichwohl unterliegt die Fähigkeit, über eigenes Wissen und Handeln zu reflektieren im Grundschulalter nicht zu unterschätzenden Restriktionen, worauf in Kap. 6.4.2 (S. 340ff) noch einmal eingegangen wird.

Zum eigenen Umgang mit dem Strategiebegriff lässt sich für die nachfolgende eigenen Untersuchung zusammenfassend festhalten:

- Unter einer Strategie wird hier im Sinne der Kognitionspsychologie ein Gefüge kognitiver Operationen verstanden, die eingesetzt werden, um ein Problem zu lösen. Dies beinhaltet, dass ein Ausgangszustand überwunden und ein vom Individuum angestrebter Zielzustand erreicht werden soll. Strategien können dem Kind prinzipiell bewusst sein, von ihm

²(vgl. zum Begriff der Metakognition: Kluwe 1981; Cohors-Fresenborg 2001; Sjuts 2003)

möglicherweise auch kontrolliert und somit auf metakognitiver Ebene reflektiert und einem Partnerkind oder der Interviewleiterin mitgeteilt werden.

- Das eigene Verständnis von Strategien folgt jedoch der vorgestellten liberalen Haltung dem Strategiebegriff gegenüber und versucht auch solche gedanklichen Operationen zu erfassen, die dem Kind im Moment während der Bearbeitung eines Problems im Interview selbst *nicht* bewusst sind. Diese Strategien müssen aus dem konkreten Tun des Kindes und seinen verbalen Äußerungen interpretativ erschlossen werden. Besonderes Augenmerk wird dabei gerichtet auf auffällige, sich wiederholende Verhaltensmuster und Präferenzen der Kinder, die beispielsweise in typische Baufehler münden können.
- Konkrete Handlungen wie z.B. Körpergesten und die eigenen Konstruktionen der Kinder sind somit gewissermaßen *Begleiter* oder *Ausdruck* individueller Strategien. Sie sind nicht Bestandteil der Strategie im engeren Sinne, müssen jedoch sorgfältig analysiert werden, da ihre Interpretation Rückschlüsse auf die Gedankenwelt der Kinder gestattet.
- Da den Kindern die Aufgaben der eigenen Untersuchung fremd sind, ist zudem damit zu rechnen, dass zunächst eine wenig geordnete Abfolge vielfältiger Problemlöseansätze zu beobachten ist. Folglich werden in der eigenen Untersuchung nicht nur strategisch geordnet erscheinende und zielgerichtete Aktivitäten erfasst, was naturgemäß die Abgrenzung zum Begriff des reinen „Verhaltens“ erschwert. Zudem wird im Einzelfall nicht immer zweifelsfrei zu entscheiden sein, welche vom Kind gezeigten Verhaltensweisen tatsächlich zielgerichtet sind.
- Die Fachdidaktik diskutiert bereits seit geraumer Zeit die Ausbildung flexibler Rechenstrategien, die etwa in „Strategiekonferenzen“ reflektiert und elaboriert werden können (z.B. Rathgeb-Schnierer 2004; Franke 2002). So sei abschließend noch einmal mit Bezug zu Kap. 4.2.3 betont: Ebenso wie solche flexiblen Rechenstrategien eine tragfähige Grundlage für den Erwerb arithmetischer Kompetenzen darstellen, muss auch für den Geometrieunterricht davon ausgegangen werden, dass eine Auseinandersetzung mit verschiedenen Strategien beim Bewältigen räumlich-geometrischer Aufgabenstellungen ein wesentliches Fundament für die Ausbildung räumlicher Vorstellungskraft darstellt (vgl. dazu auch Hartmann und Hellmich 2002, 214). Welche Strategien im Zusammenhang mit mentaler Rotation sind also von Kindern im Grundschulalter zu erwarten?

5.2 Individuelle Unterschiede beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben mit mentaler Rotation

Die Betrachtung strategischer Differenzen bei der Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben erfolgte aus psychologischer Perspektive in der Vergangenheit vor allem im Hinblick auf eine differenzierte Analyse der Faktorenstruktur typischer Raumvorstellungstests. Aus mathematikdidaktischer Sicht stellt sich die Frage nach strategischer Diversität hingegen eher mit dem Blick auf individuelle Kompetenzen des einzelnen Schülers. Erst diese, auf das Individuum ausgerichtete Forschungsperspektive schafft eine fundierte Grundlage für die Gestaltung und Begleitung von Unterricht. Differenzierte Analysen kindlicher Aktivitäten werden von dieser Warte aus unumgänglich. Bevor im empirischen Teil der eigenen Arbeit eigene Analysen zu dieser Fragestellung vorgestellt werden, ist zu klären, welche Erkenntnisse innerhalb der kognitionspsychologischen und mathematikdidaktischen Forschung zu Strategien von Erwachsenen (Kap. 5.2.1), von Jugendlichen (Kap. 5.2.3) und Kindern (Kap. 5.2.4) vorliegen, um die eigenen Ergebnisse einordnen zu können. Untersuchungen mit blinden und sehbehinderten Probanden sind darauf angewiesen, taktil erfassbare Stimuli in ihren dieser Fragestellung entsprechenden Studien einzusetzen. Da sich auch die eigene Studie massiver Modelle bedient, die in dieser Forschungsrichtung eingesetzt werden, soll auf diesen Bereich ebenfalls kurz eingegangen werden (Kap. 5.2.2).

5.2.1 Strategien erwachsener Probanden

Thurstone verweist bereits 1938 darauf, dass der von ihm gewählte faktorenanalytische Zugang möglicherweise individuelle Unterschiede zwischen seinen Probanden verbirgt: „When a test shows saturation with two or more factors we have no means of knowing by factorial analysis whether the several abilities enter into the test for every subject, or whether some subjects use one ability and other subjects use other abilities for the same performance. A study with individual subjects could reveal these differences, especially when the subjects indicate how they solve each problem.“ (Thurstone 1938, 8). Wie in Kap. 2.2.2 (S.69ff) ausführlich dargestellt, folgte die spätere Arbeit Thurstones jedoch stärker dem Bestreben, faktorielle Einheiten zu identifizieren, die subjektiv geprägte Variationen nicht berücksichtigen.

Barrat veröffentlichte demgegenüber 1953 eine der ersten Arbeiten, die der Frage nachging, welche Strategien erwachsene Probanden beim Lösen

verschiedener Raumvorstellungstests einsetzen. Dabei ging es vorrangig darum, die Validität dieser Tests zu überprüfen.

Dazu führte Barrat zunächst insgesamt sieben Raumvorstellungstests und drei Tests zu sprachlichen Kompetenzen mit 84 männlichen Collegestudenten durch, die unter anderem auch die Thurstoneschen Tests zu rotierten Karten, Flaggen und anderen Figuren absolvierten (vgl. S. 72).

An die Aufgabenbearbeitung schlossen sich retrospektive Interviews an. Hier gaben 82 der 84 Probanden zum Test „Figures“ an, die Figuren in der Bildebene rotiert zu haben, während nur zwei Personen versuchten, sich an Winkeln und anderen Merkmalen der Figuren zu orientieren ohne diese Figuren zu drehen (Barrat 1953, 21). Zudem ergab Barrats Analyse der Protokolle derer, die im Sinne der Aufgabenstellung mentale Rotationen vorgenommen hatten, dass 39 Versuchspersonen die gesamte Figur drehten („*whole approach*“), wohingegen 43 Personen berichteten, sie hätten nur einen Teil der Figur rotiert und anhand einzelner Details überprüft, ob Vorlage und Vergleichsreiz identisch sind („*part approach*“). Personen, die einen solchen „*part approach*“ praktizierten, äußerten beispielsweise: „What I did was orient myself by some identifying mark as the curved line at the bottom; then I noticed another marking symbol as either going to the left or right when I had it in this position.“ Demgegenüber wird das Vorgehen des „*whole approach*“ verbalisiert mit Äußerungen wie: „I’d work it out the same way, I’d try to put the figures on top of one another and twist them around.“ (Barrat 1953, 22).

Probanden, die die partielle, eher sequenziell ausgerichtete Strategie einsetzten, erwiesen sich hier als erfolgreicher gegenüber jenen Personen, die angaben, sie hätten die Gesamtfigur rotiert. Zudem beobachtete Barrat, dass die Strategien offenbar tendenziell eher analytisch im Sinne des „*part approach*“ wurden, wenn die Aufgabenanforderungen sich erhöhten. Assoziationen oder Vergleiche der gegebenen Figuren mit Buchstaben oder Gegenständen aus der Umwelt („That one looks like the right half of a keyhole (...).“, a.a.O., 22) erwiesen sich als weniger effizient.

Im Zusammenhang mit Tests zur räumlichen Orientierung (vgl. Abb. 2.40, S. 84) konnte Barrat zudem feststellen, dass die Versuchspersonen eine gestellte Aufgabe entweder lösen, indem sie sich vorstellen, ihre eigene räumliche Lage zu verändern (also z.B. um ein Objekt zu wandern). Eine andere Strategie zeichnet sich demgegenüber dadurch aus, dass die Person annimmt, ihre eigene Position bleibe stabil, während die gegebene Situation oder ein bestimmtes Objekt mental bewegt wird.

Auch **French** wies bereits 1965 darauf hin, dass Raumvorstellungs- und andere Tests häufig auf verschiedenem Wege gelöst werden und dass letztlich die zur Testlösung individuell eingesetzte kognitive Strategie die Fähigkeit definiere, die der Test erfasse. Eingesetzt wurden hier unter anderem die Tests „Cubes“ (S. 74), „Punched Holes“ (S. 76), „Surface Development“ (S. 75) und „Spatial Orientation“ (vgl. S. 84). Wenige Tage im Anschluss an die Testbearbeitung wurden den Probanden hier erneut ähnliche Items vorgelegt, deren Bearbeitung nun nach der Methode des Lauten Denkens von verbalen Äußerungen der Probanden begleitet werden sollte. Ergänzend wurden vereinzelt Rückfragen gestellt.

Grundsätzlich kommt auch French zu einer Unterscheidung zwischen eher auf Details fokussierende Strategien und solchen Vorgehensweisen, die vor allem die Gesamtfigur erfassen: „(...) the observed problem-solving styles can best be termed ‚analyzing‘ in contrast to a global way of perceiving.“ (French 1965, 15). Insbesondere für den Test „Cubes“ gelte, dass hier vorwiegend analytische Vorgehensweisen eingesetzt werden und der Test somit weniger räumliche Kompetenzen als vielmehr logisch-schlussfolgernde Fähigkeiten erfasse (a.a.O., 22).

Wie in Kap. 2.1.3 ausführlich dargestellt, ist der Terminus „mentale Rotation“ vor allem auf die Beschreibung einer gedanklichen Operation zurückzuführen, die **Shepard und Metzler** (1971) ihren Probanden beim Vergleich von Darstellungen rotierter Würfelkonfigurationen (S. 49) unterstellten: Der Anstieg der Reaktionszeiten ihrer Probanden im linearen Verhältnis zur Größe des Rotationswinkels und Äußerungen der Probanden in introspektiven Interviews ließen die Autoren vermuten, dass die hier beanspruchten mentalen Prozesse in gewisser Hinsicht analog zur Wahrnehmung physikalischer Bewegungen ablaufen und die Figuren in ihrer Gesamtheit gedanklich gedreht werden (vgl. auch Cooper und Shepard 1984, 114):

„Although introspective reports must be interpreted with caution, all subjects claimed (i) that to make the required comparison they first had to imagine one object as rotated into the same orientation as the other and that they could carry out this ‚mental rotation‘ at no greater than a certain limiting rate; (...)“ (Shepard und Metzler 1971, 701).

Alternative Modellierungen der beim Vergleich rotierter Figuren stattfindenden kognitiven Prozesse werden von den Autoren der Forschergruppe um Shepard zwar erwogen, jedoch zunächst weitgehend ausgeschlossen:

„The strong dependence of reaction time upon angular difference in portrayed orientation is inconsistent with some alternative explanations that do not involve mental rotation. Subjects who first generated some rotationally in-

variant structural description of each of the two objects separately and who then simply compared these two descriptions, would be expected to yield a reaction-time function that is perfectly flat (...)“ (Cooper und Shepard 1973, 86).

So entwerfen Cooper und Shepard (1973) in erster Annäherung ein Informationsverarbeitungsmodell bezogen auf ihre Studien zu mentalen Rotationsaufgaben mit Buchstaben, das die folgenden Phasen umfasst (a.a.O., 134ff):

- Vorbereitung (Fixierung auf die Fläche, auf der der Stimulus erwartet wird, etc.)
- Erfassen der Struktur („identity“) und Ausrichtung einer Figur (Dekodierung)
- Gedankliches Aufrichten der Figur (Dauer: je nach Grad der Abweichung von der aufrechten Ausrichtung zwischen 0 und etwa einer halben Sekunde)
- Vergleich der mental rotierten Figur mit einer gedanklich gespeicherten „Schablone“ dieser Figur
- Antwort

Im Zusammenhang mit Untersuchungen zu „zufälligen“ Polygonen (S. 46), deren Orientierungsänderung vorab angegeben wird (vgl. S. 101) diskutiert **Cooper** ab 1975 allerdings intensiver die Möglichkeit alternativer Strategien: Bei steigender Komplexität der Figuren (hier: bei zunehmender Zahl markanter Elemente der Figur) sei es prinzipiell möglich, dass die Probanden sich an wenigen markanten Aspekten orientierten: „Thus, Ss could have achieved the correct response by imagining only a few distinctive features of the test form, regardless of its actual perceptual complexity, rotated into the trained orientation.“ (Cooper 1975, 30).

In späteren Ausführungen (vgl. Cooper und Podgorny 1976; Cooper 1976b) führt die Autorin diesen Gedanken weiter und unterscheidet schließlich zwei qualitativ unterschiedliche Arten des Umgangs mit mentalen Rotationsaufgaben, die sie als „*holistic*“ und „*analytic*“ bezeichnet:

„(...) Type I subjects may attempt to match in parallel a memory representation with a visual test form, seeking to verify that the two representations are the same. If this holistic comparison fails to produce a match, then the slower ‚different‘ response is made by default. Type II subjects might analytically compare the features of a visual memory representation with a test

form, checking for a difference between the two representations.“ (Cooper 1976b, 434).

Während die hier als holistisch betitelte Vorgehensweise also die Gesamtfigur mittels einer quasi-analogen gedanklichen Bewegung mit der gespeicherten Repräsentation abgleicht (vgl. „whole approach“ bei Barrat), untersucht der Proband im Zuge einer analytischen Strategie eher Unterschiede zwischen einzelnen Details von Vorlage und Vergleichsreiz (vgl. „part approach“ bei Barrat). Ein analytisches Vorgehen kann dabei als Ergänzung oder Umweg in den Fällen fungieren, wo eine holistische Vorgehensweise nicht zum Erfolg führt. Dies erklärt nach Ansicht der Autoren, warum ein holistisches Vorgehen zu schnelleren Reaktionszeiten führt als eine analytische Strategie.

Pylyshyn, der als einer der schärfsten Kritiker der Arbeiten von Shepard und seiner Kollegen angesehen werden muss (vgl. Kap. 2.1.3), weist zudem bereits 1979 darauf hin, dass vor allem Übung der Probanden und die Eigenschaften der eingesetzten Stimuli die Reaktionszeiten der Versuchspersonen stark beeinflussen (vgl. dazu auch Kap. 2.3.2.2). Dieser Befund wird von Pylyshyn dahingehend interpretiert, dass bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben auch sequenziell ablaufende analytische Prozesse (wie z.B. die analytische Dekodierung der Struktur einer vorgegebenen Figur) einbezogen werden. Dies schließe keinesfalls aus, dass mentale Prozesse im Sinne von Shepard und Metzler analog sein *können*. In der Regel sei jedoch davon auszugehen, dass dieser Vorgang stets von einem Minimum analytischer Subprozesse begleitet werde, die beispielsweise auch stückweise ablaufende Drehungen und Vergleiche beinhalten können:

„Rather, there must be some analysis of the original stimulus and some piecemeal ‚rotate and compare‘ subprocesses.“ (Pylyshyn 1979, 27).

Wie bereits in Kap. 5.1 anklang, greift die Arbeit von **Carpenter und Just** (vgl. Just und Carpenter 1976; Carpenter und Just 1978; Just und Carpenter 1985; Carpenter und Just 1986) die Idee sequenziell ablaufender Operationen als Bestandteil mentaler Rotationsstrategien wieder auf (vgl. dazu auch Merschmeyer-Brüwer 2001a, 171ff). Diese Autoren entwickeln anhand von Augenbewegungsanalysen ein Informationsverarbeitungsmodell, das sich vor allem auf die von Shepard und Metzler (1971) entwickelten Items bezieht (vgl. Abb. 2.15, S. 49).

Ebenso wie Shepard und sein Kollegenteam stellen sie zunächst fest, dass die Reaktionszeiten ihrer Probanden mit zunehmendem Rotationswinkel prinzipiell linear ansteigen. Shepard und Metzler folgerten aus diesem Befund, dass steigenden Reaktionszeiten sich mit dem höheren Aufwand an mentaler Rotation erklären lassen (s. oben und Kap. 2.1.3). Just und Carpenter sind

demgegenüber stärker an den Subkomponenten dieser Operation interessiert, zumal die von ihnen ermittelten Blickbewegungsdaten erkennen lassen, dass die Probanden mit zunehmender Winkeldisparität häufiger zwischen den zu vergleichenden Figuren hin und her blicken (vgl. Abb. 5.2 und 5.3).

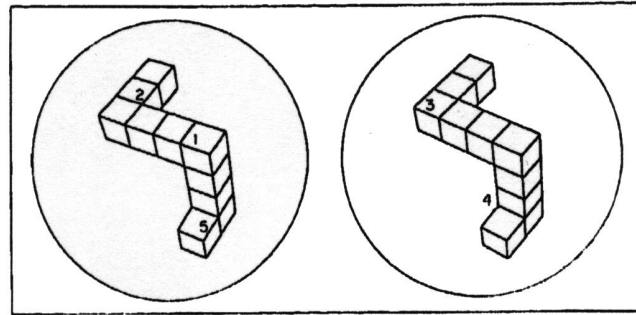


FIG. 4. The figure indicates the sequence of fixations on a correct Same trial in which the disparity was 0° . The subject's total response latency was 1296 msec, of which 11% had no visible eye spot. See Table—Fig. 4 for the locus and duration of the fixations.

Abbildung 5.2: Fixierungen beim Vergleich zweier identischer Figuren mit gleicher Ausrichtung im Raum

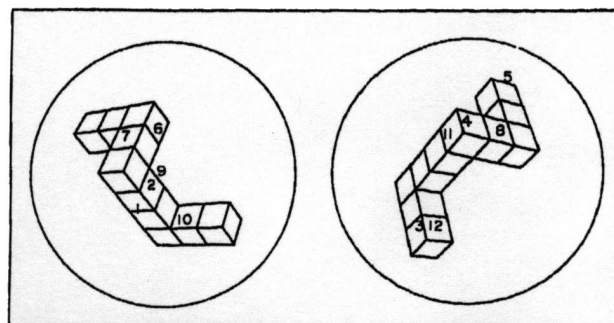


FIG. 5. The figure indicates the sequence of fixations on a correct Same trial in which the disparity was 80° . The subject's total response latency was 3574 msec, of which 9% had no visible eye spot. See Table—Fig. 5 for the locus and duration of the fixations.

Abbildung 5.3: Steigende Anzahl der Fixierungen beim Vergleich zweier um 80 Grad rotierter Figuren

Während die in Abb. 5.2 dokumentiert Reaktionszeit bei 1296 msec. liegt, benötigt die Person (wie in Abb. 5.3 ersichtlich) für die rotierte Figur in Abb. 5.3 mit 3574 msec. fast die dreifache Reaktionszeit und blickt bedeutend häufiger von einer Würfelkonfiguration zur anderen.

Nach Ansicht der Autoren deutet sich mit diesen Daten eine alternative Strategie zum mentalen Rotieren an, die die zu vergleichenden Konfigurationen *nicht* in ihrer ganzheitlichen Gestalt dreht, sondern eher analytisch operiert und verschiedene Teilfiguren sequenziell rotiert. Prozesse des Vergleichens und Überprüfend begleiten dieses Vorgehen. Kosslyn (1980, 302) spricht entsprechend von einer *Strategie des sequenziellen Vergleichs* („sequential perceptual comparison“), deren Komponenten in Abb. 5.4 schematisch veranschaulicht werden.

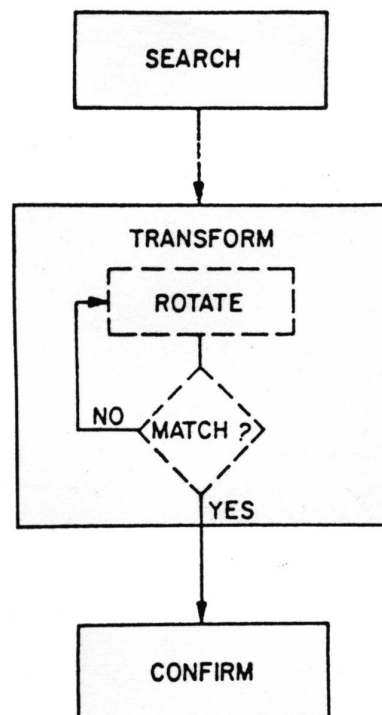


Abbildung 5.4: Prozessmodell von Just und Carpenter (zit. nach Eliot 1987, 158)

Die einzelnen Komponenten wirken dabei folgendermaßen zusammen (vgl. u.a. Carpenter und Just 1978, 117f):

- **SEARCH**

Bevor eine Figur als kongruent zu einer anderen erkannt werden könne, müsse sich die Versuchsperson zuvor auf die Suche nach zwei möglicherweise korrespondierenden Teilstücken begeben. Wie in den Abb. 5.2 und 5.3 exemplarisch zu sehen, geschieht dies zumeist ausgehend von zentralen Punkten der Figur: Ist ein Segment in einer der Figuren erfasst,

startet die Suche nach dem korrespondierenden Segment im entsprechenden Bildausschnitt der anderen Figur (z.B. links oben in Abb. 5.2). Mit steigender Winkeldisparität schwindet allerdings die Chance, auf diese Weise schnell auf das korrespondierende Segment zu stoßen: Der Suchprozess gestaltet sich zunehmend länger (vgl. Just und Carpenter 1976, 456).

- **TRANSFORM**

In der sich anschließenden Phase („transformation and comparison“ Just und Carpenter 1976, 445) werden die sich entsprechenden Segmente zum Vergleich gedreht (ROTATE) und es wird mit Hilfe wiederholter Fixierungen die Kongruenz dieser Teilstücke geprüft (MATCH). Diese Rotation erfolgt nach Ansicht von Just und Carpenter als schrittweise Operation, deren diskrete Schritte (Rotationen um ca. 50 Grad) vom Individuum überwacht werden können:

„A transform-and-compare operation is applied stepwise to the representation of the two segments. Each step of the transformation may correspond to a rotation, so that at the end of the transformation the segment is represented at a new orientation. Each step of the transformation is followed by a comparison to determine whether the two orientations are now congruent. This stepwise transform-and-compare process continues until the necessary number of transformations have been made to make the internal representations of the segments sufficiently congruent in orientation.“ (Carpenter und Just 1978, 117).

- **CONFIRM**

Schließlich wird also überprüft, ob die Rotationsbewegung, die die Kongruenz der ausgewählten Teilstücke erkennen ließ, auch auf die übrigen Teile der Figuren angewendet werden kann und damit die Kongruenz der Gesamtfigur deutlich werden lässt.

Eine Variation dieses Vorgangs ergibt sich, wenn die Probanden die Relation des Zentrums der Figur und den sich anschließenden „Armen“ untersuchen, um anschließend zu vergleichen, ob sich eine entsprechende Relation in beiden Figuren finden lässt (vgl. Just und Carpenter 1976, 458). Insgesamt nehmen die TRANSFORM- und CONFIRM-Phasen offenbar den größten Zeitanteil in Anspruch (a.a.O., 450f).

Das mit diesem Modell beschriebene Vorgehen umfasst also ein *schrittweises Rotieren und Abgleichen einzelner Teilsegmente* der zu vergleichenden Figuren. Falsche Antworten können hier theoretisch auf fehlerhafte Überlegungen in jeder der Teilphasen zurückgeführt werden. Dabei sei es beispielsweise möglich, dass lediglich *ein* Segment für die Rotation ausgewählt und

ein anderes Teilstück zur Bestätigung herangezogen werde. Dies führte vor allem bei leistungsschwächeren Probanden, die häufiger versuchten, zwei nicht korrespondierende Segmente in Kongruenz zueinander zu bringen, zu einer fehlerhaften Antwort (Carpenter und Just 1986, 237).

Nach Ansicht von Carpenter und Just könne dies aber auch erklären, warum die zunehmende Komplexität in den Figuren von Cooper (vgl. Abb. 2.13, S. 46) die Rotationsgeschwindigkeiten nicht beeinflusste (vgl. Kap. 2.3.2.2, S. 101): „If only one segment is selected from a figure, regardless of the figure’s complexity, the rotation rates may indeed be unaffected.“ (Carpenter und Just 1978, 124).

Ergänzend verweisen Carpenter und Just (1986, 246) zudem darauf, dass es prinzipiell möglich sei, die Rotation von Würfelkonfigurationen zu leisten, indem man sich *gedanklich in andere Lage* versetzte, also gedanklich einen Perspektivwechsel vollziehe, wie er in Aufgaben aus dem Bereich der räumlichen Orientierung angesprochen wird: „Almost all these problems also allow for a perspective-change strategy, one in which the orientation of the object remains constant with respect to the environment, but the representation of the perceiver’s position changes.“

Während der Prozess des gedanklichen Rotierens einer Figur jedoch Zwischenstadien durchlaufe (s. oben), sei das Hineinversetzen in eine andere Perspektive möglich, ohne sich den „Weg“ zu diesem anderen Betrachterstandort vorzustellen: „(...) it seems possible to take ‘opposite’ perspectives without passing through intermediate stages.“ (Carpenter und Just 1986, 247). Welche Strategie schließlich eingesetzt werde, sei abhängig von der Art der Problemstellung und den Fähigkeiten des Probanden: Ist die Figur im Verhältnis zur Versuchsperson relativ klein, wird offenbar häufiger die mentale Operation am Objekt vollzogen. Ist das Objekt groß oder natürlicherweise unbewegt (z.B. ein Haus), werde man meist die Strategie des Perspektivwechsels wählen.

In diesen späteren Publikationen erarbeiten Just und Carpenter (1986) zudem die Theorie eines kognitiven Koordinatensystems, das sich u.a. an der Schwerkraft, an der Umgebung einer Figur oder an der Ausrichtung des Netzhautbildes orientiert und eng an unsere Wahrnehmungserfahrungen gekoppelt ist (vgl. z.B. die Ausführungen zu Marr und Nishihara (1978) in Kap. 2.1.1): „Physical objects are perceived with respect to a cognitive coordinate system which consists of at least an implicit origin and some directional axes.“ (Just und Carpenter 1985, 138). So bemerken die Autoren bereits 1973: „The space has a vertical dimension determined by gravity and a reference plane at ground level, both of which are independent of the perceiver.“ (Clark

u. a. 1973, 328). Entsprechend haben strategische Stützmaßnahmen wie Kopfbewegungen einen beschleunigenden Effekt auf die zu leistende Manipulation, da auf diese Weise die zu erfassende Figur anhand standardisierter Koordinaten erfasst werden könne.

Der Ursprung des kognitiven Koordinatensystems fällt Just und Carpenter (1985, 139) zufolge zumeist mit dem Massenschwerpunkt eines konkreten Objektes, das dieser Zeichnung entspräche, zusammen. Da dieser bei den Objekten der Darstellungen von Shepard und Metzler (1971) häufig näherungsweise mit dem geometrischen Mittelpunkt der Figur zusammen fällt, ist einsichtig, warum die Probanden ihre Augenbewegungen zunächst auf diese Bereiche fixieren (s. oben Abb. 5.2 und 5.3).

Ebenso wie Just und Carpenter stellt auch **Presson** (vgl. Presson 1982) in Frage, dass Aufgaben zur Rotation eines Arrangements (oder die Übernahme einer anderen Perspektive) tatsächlich stets mit Hilfe holistischer Rotationsstrategien gelöst werden.

Vielmehr stellt Presson zunächst einmal grundsätzlich heraus, dass Aufgaben mit dem Anspruch der Rotation einer Konfiguration („array rotation problems“) mittels anderer kognitiver Strategien gelöst werden als jene Aufgaben, die die Übernahme einer anderen Perspektive erfordern („viewer rotation problems“). Intriganterweise greift Presson hier auf eine Konstruktionsaufgabe zurück, die z.T. den Aufgaben der Sammlung „Schauen und Bauen“ (vgl. Kap. 4.13, S. 217) ähnelt und die Rekonstruktion eines räumlichen Arrangements aus 14 eingefärbten Würfeln erfordert, die hier zu verschiedenen Dreier- und Vierer-Türmchen zusammengesetzt werden. Diese Konfiguration muss u.a., ähnlich wie in der eigenen Studie nach Anweisung gedanklich gedreht und rekonstruiert werden.

Die erwachsenen Probanden berichteten hier allerdings nicht, Rotationen in holistischer Manier vorgenommen zu haben, sondern gaben an, ihre Aufmerksamkeit zunächst lediglich auf einen Ausschnitt des Arrangements zu richten und dann die räumlichen Beziehungen der übrigen Bereiche zu diesem Ausschnitt zu erfassen. Für die Rotation des Arrangements wurde folglich geäußert, dass zunächst der zentrale Ausschnitt rotiert wurde, der anschließend als Referenz für die nachfolgende Rotation der übrigen Bereiche fungierte (vgl. Presson 1982, 246).

Im Gegensatz dazu gaben die Probanden bei der entsprechenden räumlichen Orientierungsaufgabe mit gleichem Material zumeist an, sich selbst gedanklich in andere Lage zu versetzen und ihre relative Position zu einem ausgewählten Element zu bestimmen. Auch hier bot dieser erste Schritt (bezogen auf ein ausgewähltes Element) einen wichtigen Bezugspunkt für die Generierung der mentalen Repräsentation bezogen auf die übrigen Bereiche

des Arrangements.

Boer (vgl. Boer 1991) zeigt demgegenüber, dass mentale Rotation durchaus häufig bei der Bewältigung räumlicher Orientierungsübungen eingesetzt werde (vgl. auch entsprechende Ergebnisse von Just und Carpenter, S. 260).

So erläutert auch **Glück** (vgl. Glück 1999) einen engen Zusammenhang zwischen der Fähigkeit, Objekte gedanklich zu rotieren und der Komponente räumlicher Orientierung: Im sogenannten „Landkartentest“ (s. Abb. 5.5) muss das schwarz markierte Gebäude im obigen Plan gefunden werden. Zudem ist anzugeben, in welche Richtung die schwarze Wand zeigt.

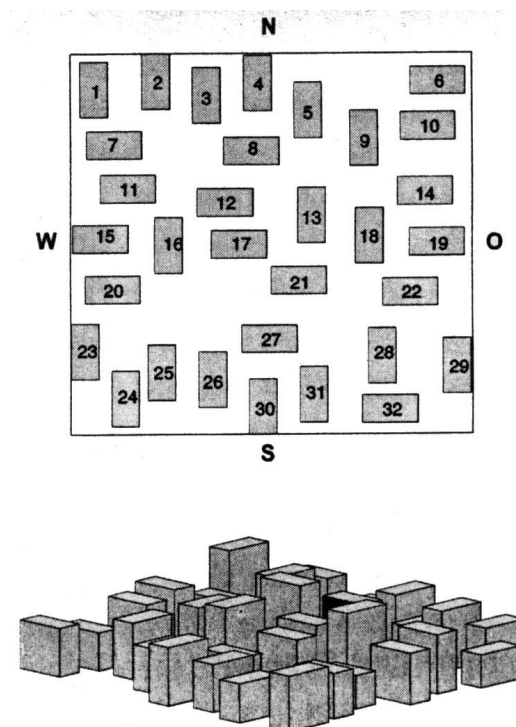


Abbildung 5.5: Beispiel aus dem „Landkartentest“ (Glück 1999, zit. nach Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 104)

Eine „*visualisierende Strategie*“ ergibt sich hier, wenn die Probanden tatsächlich versuchen, Plan oder Ansicht so zu drehen, dass beide Darstellungen mental zur Deckung gebracht werden können. „*Analytisch*“ wird demgegenüber eine Vorgehensweise bezeichnet, die darin besteht „(...) sich in Landkarte und Ansicht einen markanten Punkt zu suchen und sich von diesem Punkt aus zum gesuchten Haus ‚hinzutasten‘, indem man ständig zwischen Landkarte und Ansicht hin- und herblickt.“ (Glück in: Quaiser-Pohl und

Jordan 2004, 104). *Visualisierende Strategien* nutzen dieser Differenzierung zufolge also vorwiegend Vorstellungsbilder, die gedanklich verändert werden. *Analytische Strategien* bedienen sich demgegenüber häufig auch verbaler gespeicherter Stützen (etwas liegt *vor* oder *hinter* einem anderen Gegenstand usw.).

Auch Eliot (1987, 166f) referiert eine unveröffentlichte Studie von **Burden und Coulson** (vgl. Burden und Coulson 1981), deren Strategiedifferenzierung noch einmal explizit auf die Qualität der mentalen Kodierung Bezug nimmt (visuelle vs. verbale Kodierung, vgl. Kap. 2.1.2.2). Im Zuge retrospektiver Interviews gelang es diesen Autoren Daten zu verschiedenen Raumvorstellungstests zu sammeln, die eine Unterscheidung zwischen visuellen und verbalen bzw. analytischen und holistischen Aspekten der Lösungsstrategien gestattet: Eine analytisch geprägte, sequenzielle Vorgehensweise wird hier vor allem für kompliziertere Aufgaben festgestellt, die Darstellungen von dreidimensionalen Figuren einbeziehen. Die Mehrzahl der Probanden wechselte im Verlauf der Bearbeitung mehrerer Aufgaben zudem offenbar bereits nach kurzer Zeit von einer visuell-holistischen hin zu einer visuell-analytischen Strategie.

Im deutschen Sprachraum wurde seit den 70er Jahren untersucht, welche Strategien erwachsene Versuchspersonen beim Lösen von Raumvorstellungstests einsetzten. Ausgangspunkt war auch hier eine kritische Überprüfung der Validität solcher Tests.

Putz-Osterloh und Lüer (vgl. Putz-Osterloh 1977; Putz-Osterloh und Lüer 1979) stellten sich diesbezüglich die Frage, ob bei den sog. „Würfelaufgaben“, einem Untertest des IST von Amthauer (1953), tatsächlich räumliche Vorstellungen beansprucht werden. Gegeben ist bei diesen Testitems die Zeichnung eines Würfels, dessen Seitenflächen unterschiedlich gestaltet sind (ähnlich wie Abb. 2.28 in Kap. 2.2.2, S. 74). Aufgabe des Probanden ist es nun herauszufinden, welche von fünf weiteren zeichnerisch dargestellten Würfeln in anderer Lage genau identisch zu dieser Vorgabe sind.

Anhand von Augenbewegungsanalysen, Fehleranalysen und Re-Interviews kommen die Autoren schließlich zu einer Unterscheidung zwischen einer *Flächenstrategie*, einer *Relationsstrategie* sowie einer *Raumstrategie*, die zu einer entsprechenden Typisierung des Testmaterials in „Flächenwürfel“, „Flächenwürfel plus“ und „Raumwürfel“ führt (s. Abb. 5.6).

- **Flächenwürfel:** Wird den Probanden eine Würfeldarstellung des Typs „Flächenwürfel“ (s. Abb.) angeboten, besteht *eine* mögliche Lösungsstrategie darin, die einzelnen Flächen isoliert zu betrachten und zu

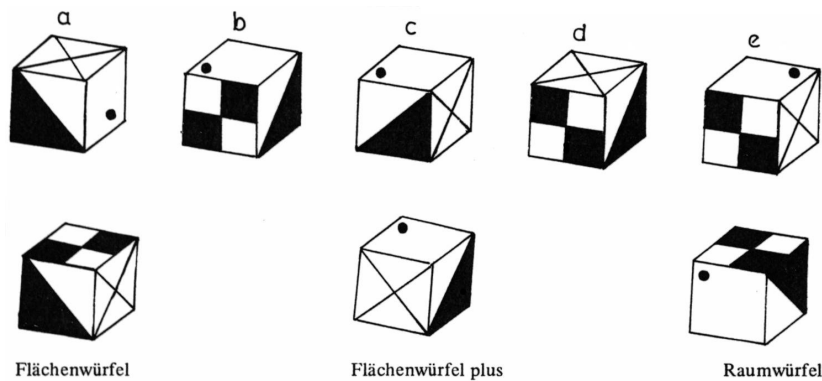


Abbildung 5.6: Typisierung des Testmaterials aus dem IST von Amthauer (1953) nach Putz-Osterloh (1977, 255)

überprüfen, welche der fünf Vergleichsfiguren a, b, c, d oder e gleiche Flächen aufweist. Mit dieser „Flächenstrategie“ wird man (ebenso wie Personen, die eine andere Strategie einsetzen) rasch auf die in diesem Fall richtige Antwort d stoßen, ohne die räumlichen Relationen der Flächen zueinander berücksichtigen zu müssen.

- **Flächenwürfel plus:** Items, die einen „Flächenwürfel plus“ als Ausgangsfigur verwenden, werden die reinen Flächenstrategen dazu verleiten, Figur a oder c als korrekte Lösung anzugeben, zumal sich in diesen Vergleichsfiguren alle Flächengestaltungen der Ausgangsfigur wiederfinden lassen. Erst, wenn tatsächlich auch die Lage der Flächen zueinander berücksichtigt wird, die Probanden also eine „Relationsstrategie“ einsetzen, kann c ausgeschlossen werden.
- **Raumwürfel:** Hier werden reine Flächenstrategen vermutlich (falsch) den Vergleichswürfel b zuordnen, zumal sich hier zu allen Flächen der Vorlage Entsprechungen finden lassen, deren Relation zueinander jedoch nicht der Vorgabe entspricht. Relationsstrategen stoßen ebenfalls an ihre Grenzen, da in den Vergleichswürfeln nicht alle relevanten Seitenflächen sichtbar sind und damit nicht ausreichend auf ihre räumliche Lage hin untersucht werden können. Nur durch gedankliches Drehen der Figur im vorgestellten Raum gelangt man zur richtigen Antwort a. Somit sind allein diese Items nach Ansicht von Putz-Osterloh und Lüer geeignet, Kompetenzen im Bereich der räumlichen Vorstellung zu erfassen, was Anlass zu berechtigter Kritik an den übrigen Aufgabentypen gibt: „Mit räumlichem Vorstellen, der Beachtung dreidimensionaler Merkmale oder räumlicher Relationen hat der Vergleich dreier

Flächen und die Feststellung ihrer Identität wirklich nichts gemein.“ (Putz-Osterloh 1977, 262).

Es ergibt sich folglich auch in dieser Typisierung von Problemlösestrategien zu Aufgabenstellungen, die das gedankliche Drehen und Kippen eines gezeichneten Objektes erfordern, eine Unterscheidung zwischen einer holistischen Zugangsweise (Raumstrategie), die die Gesamtfigur mental in andere Lage zu bringen versucht und eher analytisch orientierten Zugängen. Diese analytischen Vorgehensweisen (Flächenstrategie bzw. Flächenstrategie plus) orientieren sich hier an der Gestaltung der sichtbaren Seitenflächen, bzw. der Präsenz oder Abwesenheit besonderer Flächenmuster (Flächenstrategie) oder dem Erkennen ihrer räumlichen Relation zueinander (Flächenstrategie plus). Die Lösung der „Raumwürfel“-Aufgaben war offensichtlich bedeutend schwieriger als die Bearbeitung der „Flächenwürfel“-Aufgaben. Zudem wurde bei den „Raumwürfeln“ signifikant mehr Zeit benötigt als für die Flächenwürfel (vgl. Putz-Osterloh 1977, 258f). Insgesamt verweisen Putz-Osterloh und Lür (1979, 153) schließlich darauf, dass in Tests dieser Art offenbar häufig auf ökonomischere Strategien ausgewichen wird, also (soweit möglich) kognitiv weniger anspruchsvolle Flächenvergleiche vorgenommen werden, um Anforderungen an das räumliche Vorstellungsvermögen zu umgehen.

Zu einer kritischen Auseinandersetzung mit den Arbeiten von Putz-Osterloh und Lür (1977, 1979) gelangen allerdings **Trautner et al.** (1985): Diese widmeten sich vor allem der Frage nach geschlechtsspezifischen Strategiedifferenzen, die in ihren Analysen jedoch nicht erkennbar wurden. Besonders bemerkenswert ist zudem, dass hier offenbar auch die von Putz-Osterloh als „Flächenwürfel“ deklarierten Würfelitems des IST (Intelligenz-Struktur-Test) per gedanklicher Rotation des *gesamten* Würfels und nicht nur über den Vergleich einzelner Flächen gelöst wurden. Diese Einschätzung beruht auf umfangreichen Fehleranalysen sowie auf Nachbefragungen der studentischen Probanden:

„Fast alle Vpn gaben an, beide Arten von Aufgaben, also auch die mit einer Flächenstrategie lösbaren Aufgaben, mit Hilfe einer Raumstrategie bearbeitet zu haben.“ (Trautner u. a. 1985, 60).

In einem mehrere Phasen umfassenden Untersuchungsdesign werden von **Schultz** (1991) verschiedene Raumvorstellungstest eingesetzt, in denen zu Aufgaben aus den Bereichen räumliche Orientierung und Veranschaulichung auch Aufgaben hinzu kommen, die die Rotation ebener Figuren bzw. die Rotation ebener Darstellungen von dreidimensionalen Figuren beinhalten. Ziel ihrer Studien ist es zunächst, die von studentischen Probanden ange-

wandten Strategien zu kategorisieren, um sie auf die gesamte Bandbreite räumlicher Vorstellungsaufgaben übertragen zu können. Dazu werden die beteiligten Personen nach ca. 30 Sekunden Aufgabenbearbeitung unterbrochen, um notieren zu können, wie sie bei der Testbearbeitung vorgegangen sind. In der sich anschließenden Analyse werden ähnliche Äußerungen zu insgesamt drei Kategorien zusammengefasst³:

- *Move object* (MO):
mentale Rotationsstrategie, die eine vorgestellte Bewegung des gegebenen (Gesamt-) Objektes beinhaltet
- *Move self* (MS):
vorgestellte Bewegung der eigenen Person, also eine Strategie des Perspektivwechsels
- *Key features* (KF):
analytische Strategie, die besondere Eigenschaften der gegebenen Figur zu erkennen sucht und ggf. deren Abwesenheit oder Lageveränderung konstatiert

Diese Kategorisierungen verschiedener Strategien bei der Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben wurden in weiteren Teilstudien der Autorin bestätigt, zeigten sich über einen Zeitraum von zehn Wochen zwischen zwei Testdurchläufen als relativ stabil und erwiesen sich folglich auch für die Bewältigung mentaler Rotationsstrategien als plausibel.

Insgesamt ergibt sich mit der von Schultz vorgeschlagenen Kategorisierung ein sinnvolles Instrument zur globalen Charakterisierung individueller Zugänge zu Raumvorstellungsaufgaben, die auch der eigenen Analyse wichtige Orientierungshilfen bietet.

Zur Diskussion um strategische Differenzen zwischen den Geschlechtern konnte bereits in Kap. 2.3.2.1 (S. 97) angedeutet werden, dass sich geschlechtsspezifische Unterschiede bei der Bearbeitung von Rotationsaufgaben an differierenden Gehirnaktivitäten festmachen lassen: „(...) sex-specific activation patterns during mental rotation were observed in the absence of performances differences between the sexes. (...) The sexes apply different strategies in solving the mental rotation task.“ (Jordan u. a. 2002, 12). Vermutet wird

³ „‘I turned the tower.’ and ‘I twisted the figure.’ were seen as synonymous and would be summarized by the statement ‘I rotated the object.’“ (Schultz 1991, 477)

in diesem Zusammenhang, dass weibliche Probanden ihre Aufmerksamkeit in anderer Weise fokussieren und u.U. intensiver mit der Wiedererkennung eines bestimmten Objektes beschäftigt sind, was auch den Versuch einschließen könnte, verbale Beschreibungen oder Benennungen der Objekte zu suchen.

Einer skeptischen Haltung gegenüber den in der Gehirnforschung eingesetzten Methoden ist entgegenzuhalten, dass vergleichbare Ergebnisse, die unterschiedliche Rotationsstrategien der Geschlechter nahelegen, auch aus Untersuchungen vorliegen, die sich anderer Methoden bedienen.

Allen und Hogeland (vgl. Allen 1974; Allen und Hogeland 1978) etwa untersuchten bereits vor etwa 30 Jahren geschlechtsspezifische Strategiedifferenzen bei der Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben, die unter anderem auch die Tests „Card Rotation“ und „Cube Comparison“ umfassten (vgl. Kap. 2.2.2). Den annähernd 100 studentischen Probanden wurde dabei im Anschluss an die Testbearbeitung eine Zusammenstellung zu möglichen Strategien vorgelegt, aus denen die Probanden die von ihnen eingesetzten Vorgehensweisen auswählen sollten. Die Strategie „rolling over“ umfasste dabei beispielsweise Kommentare wie: „I thought of the cubes as objects and mentally rolled them over in making comparisons.“ (Allen 1974, 843). Es stellte sich heraus, dass Frauen offenbar häufiger dazu neigen zu raten. Insgesamt setzen männliche und weibliche Probanden die angegebenen Strategien etwa mit gleicher Häufigkeit ein, allerdings sind Frauen bei der Anwendung der Strategien vielfach weniger erfolgreich. Diese Interpretation ist inzwischen vielfach bestätigt worden (z.B. Peters u. a. 1995; Hosenfeld u. a. 1997):

Männliche Probanden, die in Untersuchungen von **Peters u.a.** (1995) angaben, lediglich Teile der Figur zu rotieren, schnitten allerdings bedeutend schlechter ab als Frauen, die die Gesamtfigur rotierten. Sowohl männliche als auch weibliche Probanden, die sich einer verbal orientierten Strategie bedienten, lösten die Aufgaben schlechter als Probanden beider Geschlechter, die diese Strategie nicht einsetzten.

Ergänzend stellen Peters u.a. (1995, 46) fest, dass männliche Probanden häufiger als weibliche Teilnehmerinnen eine nonverbale Strategie einsetzten. Frauen begleiteten die Aufgabenbearbeitung demgegenüber häufiger als Männer mit *externen Stützen, bewegten also ihre Finger, die Hände, einen Bleistift* o.ä., um die zu leistende Rotation zu stützen.

Auch ohne Bezug zu geschlechtsspezifischen Strategiedifferenzen geben **Corballis, Zbrodoff und Roldan** (1976) Hinweise darauf, dass *Kopfbewegungen* häufig die Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben begleiten und dass eine diesbezügliche Restriktion (im Sinne einer Fixierung der Blickrichtung

der Probanden) erheblichen Einfluss auf die Rotationsraten ebener Figuren (hier: buchstabenähnliche Figuren und Punktmuster) nimmt (vgl. Corballis u. a. 1976).

Dies verwundert nicht, wenn man die Ergebnisse aus Studien von **Wexler, Kosslyn und Berthoz** (1998) bedenkt (s. auch Kap. 2.1.3, S. 47), die sich hinsichtlich der Fähigkeit zum mentalen visuellen Operieren im Wesentlichen der Interpretation Shepards und seines Arbeitskreises anschließen: „Show the Shepard stimuli to an adult and his or her typical reaction will be to physically, usually manually, rotate one of them until it visually matches (or doesn't match) the other.“ (Wexler u. a. 1998, 78)

Kann die angebotene Figur selbst nicht gedreht werden, so sei häufig zu beobachten, dass die Personen ihren Kopf drehen, um den dabei gewonnenen Eindruck mit der im Gedächtnis gespeicherten Vergleichsfigur abzugleichen. Insgesamt vertreten die Autoren schließlich die Hypothese, dass es sich bei mentaler Rotation um eine gewissermaßen verborgene Simulation motorischer Aktivität handelt:

„Instead of overtly performing a rotation, with the hand or the head, and seeing its results (...), in mental rotation we plan the action but do not execute it overtly; instead of seeing the outcome (...), we simulate the perceptual result of our planned action (...)“ (Wexler u. a. 1998, 78). „*External strategies*“ (z.B. Handbewegungen) werden somit als wesentliche Unterstützung und Begleitung der geforderten mentalen Operationen („*internal strategies*“) angesehen.

Auch **Freedman und Rovegno** (vgl. Freedman und Rovegno 1981) berichten von Versuchspersonen, die die Anzahl der Einzelwürfel zählen, ihre Hände zur Hilfe nehmen oder einfach raten. Hinzu kam, dass die Probanden offenbar von Aufgabe zu Aufgabe ihre Strategie wechselten. Erfolgreichen Rotierern war hier gemeinsam, dass sie während der Bearbeitung weniger dazu neigten, ihre Hände zu benutzen oder einzelne Würfel zu zählen.

Im Zuge ihrer Suche nach Ursachen für geschlechtsspezifische Unterschiede bei mentaler Rotationsaufgaben unterscheiden **Lehmann** u.a. (in: Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 112ff) zwischen verschiedenen Lösungstypen, die sie zwischen „Richtiglösern“, „Nichtkönnern“, „langsamen Richtiglösern“, „schnellen Könnern“ und „Rotationsfaulen“ differenzieren lässt (a.a.O., 116ff). Diese Typenbildung ergibt sich aus einer statistischen Analyse von Aufgabenprofilen und Lösungsraten. Sogenannte „Richtiglöser“ weisen bei den Eingangsaufgaben im MRT (Mental-Rotation-Test) hohe Lösungsraten auf. Sie können die Aufgaben also prinzipiell lösen, geraten jedoch gegen Ende des

Tests unter Zeitdruck, so dass die Aufgaben gegen Ende des Tests bedeutend schlechter gelöst werden. Noch extremer zeigt sich diese Wirkung bei den „langsamen Richtiglösern“, die offenbar noch weniger Ausdauer aufbringen als die „Richtiglöser“. „Schnelle Könnner“ haben hingegen offenbar weniger Schwierigkeiten mit diesem Druck und lösen eine hohe Zahl von Aufgaben schnell und korrekt. Bei den „Nichtkönnern“ ist die Erfolgsquote hingegen durchweg gering (weniger als 40 Prozent), so dass hier anzunehmen ist, dass die Probanden große Schwierigkeiten haben, gedanklich zu rotieren. „Rotationsfaule“ agieren schließlich erfolgreich bei Aufgaben, bei denen kleine strukturelle Unterschiede in der Gestalt der Würfelkonfigurationen (Zusammensetzung einzelner „Ärmchen“ u.ä.) bereits Aufschluss über mögliche Kongruenzen liefern, also analytisch operiert wird. Mentale Rotation im engeren Sinne wird von diesen Personen kaum praktiziert.

Insgesamt zeigt sich in diesen Untersuchungen von Lehmann u.a., dass weibliche Probanden in der Regel mehr Zeit für die Bewältigung der Aufgaben benötigen als ihre männlichen Mitstreiter (vgl. auch Kap. 2.43). Frauen sind zudem in der Gruppe der „Nichtkönnner“ besonders stark vertreten, während Männer in der Gruppe der „Richtiglöser“ einen besonders hohen Anteil repräsentieren. Unter den „Rotationsfaulen“, also jenen Probanden, die sich in analytischer Manier an hervorstechenden Merkmalen orientieren, wurden in diesen Untersuchungen jedoch ebenso viele männliche wie weibliche Teilnehmer gefunden. Die beobachteten Geschlechtsunterschiede minimieren sich zudem, wenn kein Zeitdruck besteht.

Das Training von Strategien zu Aufgaben mit mentalen Rotationsanforderungen stellt aus didaktischer Sicht einen besonders interessanten Bereich dar. In Bezug auf Strategien bei der Bearbeitung von Aufgaben, die gedankliche Faltungen beinhalten („Surface Development“, vgl. S. 75 zu Faktor S_2 nach Thurstone), stellen beispielsweise **Kyllonen, Lohman und Snow** (vgl. Kyllonen u. a. 1984a) Trainingseffekte fest. Es erscheint somit naheliegend, ähnliche Einflüsse auch in Bezug auf das Training von Strategien zu mentaler Rotation zu vermuten, bzw. zu ergründen, wie sich gezielte Strategieinstruktionen auf die Aufgabenbearbeitung auswirken.

Mc Gee (vgl. McGee 1978) gab diesbezüglich in einer Studie mit mehr als 800 studentischen Versuchspersonen zu den Aufgaben des MRT die Instruktion, man könne die dargestellten Objekte wahlweise mental rotieren *oder* sich vorstellen, dass man sich selbst im Verhältnis zum Objekt bewege („*visualization strategy*“ vs. „*orientation strategy*“). Sowohl für männliche als

auch für weibliche Probanden stellte sich hier heraus, dass Personen, die nach dem Test angaben, eine *visualization strategy* präferiert zu haben, die mentalen Rotationsaufgaben erfolgreicher bewältigten als Personen, die versuchten, sich gedanklich in andere Lage zu begeben. Obwohl auch Mc Gee in diesem Zusammenhang einräumt, dass der Effekt raumgeometrischen Trainings auf die Entwicklung der Raumvorstellung keineswegs selbstverständlich ist, zieht er aus seinen Ergebnissen die didaktische Schlussfolgerung nach einer expliziten Schulung effektiver Strategien zur Lösung von Rotationsaufgaben (a.a.O., 84).

Casey, Brabeck und Ludlow (1986) untersuchten Versuchspersonen, die aus Familien stammten, in denen nahe Angehörige Rechtshänder bzw. Linkshänder (bzw. beidhändig) waren (vgl. „family handedness“ Casey u. a. 1986, 389). Unter sämtlichen Teilnehmern wurden drei verschiedene Gruppen gebildet (jeweils mit Probanden aus Rechtshänder- bzw. Linkshänderfamilien), die zunächst alle den MRT ohne weitere Anweisungen bearbeiteten. Per Testinstruktion wurden den Probanden im nächsten Teil der Untersuchung zwei verschiedene Strategien angeboten: Während in einer Gruppe die Strategie mentaler Rotation der dargestellten Objekte nahegelegt wurde, bekam die zweite Gruppe die Anweisung, die Strategie räumlicher Orientierung zu nutzen, also eher gedankliche Perspektivwechsel zu vollziehen. Eine Kontrollgruppe erhielt keine weiteren Hinweise.

Im Ergebnis zeigte sich, dass der Versuch, die Strategien der Versuchspersonen in der beschriebenen Art und Weise zu beeinflussen und zu trainieren, keinerlei Wirkung auf die Testergebnisse der Mitglieder aus Rechtshänderfamilien ausübte. Die Instruktion, mental zu rotieren, erzielte hingegen stark verbesserte Effekte auf die Testleistungen der Mitglieder aus Nicht-Rechtshänderfamilien. Allerdings konstatieren 38 Prozent der Nicht-Rechtshänderfamilienmitglieder, dass es ihnen nicht gelungen sei, die Anweisung zur Strategie räumlicher Orientierung konsistent zu befolgen. Häufig hätten sie doch darauf zurückgegriffen, beispielsweise die Gesamtfigur oder Teile der Objekte zu rotieren oder Einzelwürfel zu zählen (Casey u. a. 1986, 402).

Anzumerken ist hier noch, dass die Strategie, Objekte analog zu physikalischen Bewegungen im Raum gedanklich zu rotieren, den Probanden zugesteht, Unterscheidungen zwischen rechts und links zu meiden. Prinzipiell bieten verbal benennbare Hinweise zu rechts-links-Ausrichtungen von Segmenten innerhalb der Figur u.U. wesentliche Anhaltspunkte für eher analytisch orientierte Vorgehensweisen. Zeitweilige Unsicherheiten in der Unterscheidung von rechts und links, die für Kinder im zweiten Schuljahr nicht ungewöhnlich sind, oder auch die Händigkeit der Kinder per se könnten entsprechend einen Einfluss auf die in der eigenen Untersuchung eingesetzten

Strategien haben, bzw. deren Effizienz maßgeblich beeinflussen. Stärkeren Einfluss als die Händigkeit übt jedoch nach Casey u.a. (1986) die Händigkeit enger Familienangehöriger aus (d.h. genetischer Einfluss bzw. Alltagserfahrungen mit diesen Personen). Die Händigkeit der Kinder bzw. Händigkeit innerhalb der Familie wird in der eigenen Studie jedoch nicht erfasst, da der beschriebene Zusammenhang nicht im Zentrum der eigenen Fragestellungen steht⁴.

Auch **Leone, Taine und Droulez** (1993) untersuchten die Trainierbarkeit mentaler Rotationskompetenzen (vgl. S. 193). Dabei glichen die von ihnen gewählten experimentellen Bedingungen prinzipiell jenen von Shepard und Metzler (1971, vgl. S. 49). Allerdings wurde mit den sechzehn erwachsenen Probanden über einen Zeitraum von sechs Wochen gearbeitet. In allen Sitzungen konnte dabei der lineare Zusammenhang zwischen Reaktionszeit und Winkeldisparität bestätigt werden. Im Verlauf des Trainings stellte sich jedoch insgesamt - wie erwartet - eine signifikante Verkürzung der Reaktionszeiten ein.

Die eingesetzten Strategien griffen zudem auch am Ende des Trainings auf eine gedankliche Rotation der Gesamtfiguren zurück. Retrospektive Äußerungen bestätigten diesen Eindruck:

„Most of the subjects reported that they mentally rotated the right image and noticed that ‚picture-plane‘ rotations seemed easier. (...) Two subjects mentally rotated themselves around the objects, but only until the third to fifth session. Some tried to manipulate mentally the left perspective or to rotate themselves mentally but they explained that such strategies led to difficulties in the correct achievement of the task.

With practice, mental rotation was said to be much more easily applied and some refinements in strategies occurred.“ (Leone u. a. 1993, 250).

Leone, Taine und Droulez erkennen jedoch auch, dass einige Probanden neben holistischen Vorgehensweisen Strategien einsetzen, bei denen die Probanden sich stärker auf Details der Figuren konzentrieren („arms“ und „joints“).

Zum Einfluss der Items auf die Strategie führten **Shepard und Judd** bereits 1976 erste Untersuchungen durch. Diese modifizierten die Rotationsaufgaben von Shepard und Metzler aus dem Jahre 1971 dergestalt, dass eine Sammlung von Darstellungen angeboten wurde, bei denen die Figuren lediglich entweder um eine vertikale Achse des Objekts oder aber in der

⁴Auf einen theoretischen Abriss dieser Forschungsperspektive wird an dieser Stelle verzichtet, verwiesen sei auf diesbezüglich stärker ausgerichtete Publikationen: Casey, Brabeck und Ludlow 1986; Besuden 1990; vgl. auch Maier (1999, 225).

Ebene der Zeichnung rotiert wurden (vgl. Shepard und Judd 1976). Im Zuge dieser Vereinfachung der Items gegenüber den Experimenten aus dem Jahre 1971 (vgl. S. 49) fanden die Autoren weitere Bestätigung für ihre Hypothese, dass mentale Rotationen eher in holistischer Manier vollzogen werden und weniger durch Merkmalsanalysen der zu rotierenden Figuren geprägt sind („*holistic perceptual imagery rather than discrete feature analysis*“ (Shepard und Judd 1976, 953, Hervorhebung S.R.)). Diese Schlussfolgerung stützten sie auf die Beobachtung, dass die absoluten Reaktionszeiten bei dieser Variation deutlich kürzer waren als in den ursprünglichen Experimenten.

Bodner und Guay (1997) unternahmen mit ihren Items des „Purdue Visualization of Rotations Test“ (vgl. Abb. 2.38, S. 81) den gezielten Versuch, über die Konstruktion ihrer Testaufgaben Einfluss auf die von den Versuchspersonen eingesetzten Rotationsstrategien zu nehmen. Auch hier sollte sogenanntes „*gestalt processing*“ also ein gedankliches Operieren mit der gesamten Figur, initiiert werden. Analytische Vorgehensweisen („*analytic processing*“), die auch logisch-schlussfolgerndes Vorgehen beinhalten, sollten allein schon durch die Anlage der Aufgabenstellung so weit wie möglich ausgeschlossen werden.

Bethell-Fox und Shepard (1988) (vgl. S. 104) dokumentieren für Rotationen ihrer ebenen schwarz-weißen Neunerfelder interindividuelle Differenzen, die bei ihnen nicht auf populationsspezifische Merkmale sondern darauf zurückgeführt werden, wie vertraut die angebotenen Muster den Personen sind: „Subjects may represent a stimulus and imagine its rotation piece by piece if it is unfamiliar, and as a whole if (...) well learned. (...) because the more complex ones have not yet become integrated into cognitive units that can be transformed holistically.“ (Bethell-Fox und Shepard 1988, 12). Unterschiede in den Vorgehensweisen ihrer Probanden werden von den Autoren entsprechend auf interindividuelle Unterschiede hinsichtlich der Fähigkeit zurückgeführt, ein sämtliche Teilaspekte berücksichtigendes mentales Modell der vorgegebenen Muster zu generieren („integrated representation of the stimuli“, a.a.O.).

Yuille und Steiger (1982) werten Effekte der Komplexität auf Reaktionszeiten bei mentalen Rotationsaufgaben als Indiz dafür, dass ein verstärkter Detailreichtum eine vorangehende sorgfältige *Analyse* dieser Details bedingt und die Rotation damit *nicht* rein holistisch vollzogen wird. Anknüpfend an Arbeiten von Pylyshyn (vgl. S. 256) gehen Yuille und Steiger davon aus, dass es bei zahlreichen Figuren aus den Mental Rotation Experimenten (nämlich bei jenen des Typs A, s. S. 49) ausreicht, einzelne Segmente

der Konfigurationen zu drehen, um zu einem korrekten Abgleich zu gelangen. So informierten sie einen Teil ihrer Probanden über diese besondere Eigenschaft, was die Reaktionszeiten signifikant beeinflusste. Eine Steigerung der Aufgabenkomplexität mit mehr Einzelwürfeln in den Konfigurationen lieferte weitere Bestätigungen dieser Interpretation (vgl. Kap. 2.3.2.2, S. 101ff). Der Bearbeitungsprozess läuft nach Ansicht von Yuille und Steiger (ähnlich wie in Beschreibungen von Carpenter und Just oder Pylyshyn, s. oben) folglich im Sinne sequenzieller Vergleiche einzelner Elemente der Figuren ab („piecemeal comparison of figure segments rather than by holistic rotation“ (Yuille und Steiger 1982, 208)):

Nachdem der Proband ein Segment (ein „Ärmchen“ der Figur) ausgewählt hat, wird dieses Teilstück mit dem korrespondierenden Element der anderen Figur verglichen. Wird eine solche Korrespondenz erkannt, muss die Versuchsperson herausfinden, welche Orientierungsveränderung vorgenommen wurde, um zu dieser Übereinstimmung zu gelangen, was gedächtnismäßig gespeichert werden muss. Dieser Prozess setzt sich Yuille und Steiger zufolge mit weiteren Teilsegmenten fort, bis schließlich die gesamte Figur untersucht wurde.

5.2.2 Strategien blinder und sehbehinderter Erwachsener und Kinder

Wie bereits in Kap. 2.1.3 (S. 45ff) angesprochen, führen die Ergebnisse aus Untersuchungen mit erwachsenen Versuchspersonen **Garbis** (1997) ähnlich wie Shepard und Metzler (1971) zu dem Ergebnis, dass Rotationsaufgaben mit kleinerem Rotationswinkel schneller gelöst werden können als Aufgaben, bei denen eine Rotation um einen größeren Winkel vorgenommen werden muss.

In besonderer Parallele zur eigenen Untersuchung setzt Garbis in seiner Studie mit blinden Erwachsenen taktil erfassbare Modelle ein (s. S. 55), die den Würfelkonfigurationen von Shepard und Metzler stark ähneln. Garbis erfasst dabei einerseits die Reaktionszeiten seiner Probanden, bedient sich aber auch der Möglichkeit, retrospektive Interviews zu führen. Hier erläutern zwei der beteiligten Personen, sie hätten die Holzobjekte als Gesamtfigur gedanklich gedreht, also ganz im Sinne einer *mentalen Rotationsstrategie* operiert. Eine Bearbeitungsalternative ergab sich aus der Befragung anderer Personen, die angaben, die massiven Objekte als Referenzpunkt für einen gedanklichen Wechsel der eigenen Perspektive genutzt zu haben („block-centered strategy“ Garbis 1997, 6f).

Ein *linearer* Zuwachs der Reaktionszeiten wie in den Experimenten von Shepard u.a. kann von Garbis allerdings *nicht* festgestellt werden. Vielmehr steigt die Reaktionszeit hier mit zunehmender Winkeldisparität sprunghaft an. Um diese Beobachtung zu erklären, nimmt Garbis daher an, dass die Probanden in Abhängigkeit von der Größe des Rotationswinkels *verschiedene* Strategien einsetzen: So beobachtet er, dass die Personen bei kleinerem Rotationswinkel (0 und 60 Grad) ihre Hände nur auf den Objekten ruhen zu lassen scheinen, ohne die Figuren gezielt zu analysieren (*situated cognitive strategy*, die nicht näher erläutert wird). Bei einem Rotationswinkel von 120 oder 180 Grad hingegen nimmt Garbis an, dass hier offenbar zumeist der Versuch unternommen werde, mental zu rotieren (*mental rotation strategy*, s. oben).

In einer Untersuchung zu Rotationen taktil erfassbarer „eiswaffelähnlicher“ Figuren (vgl. S.169) wurde von **Marmor und Zaback** (1976) angenommen, die Versuchspersonen würden sich zunächst stets einen Bezugspunkt wie die Spitze der „Eiswaffel“ wählen, um schließlich weitere Merkmale der Figuren (wie den bissähnlichen Ausschnitt) damit in Verbindung zu bringen (a.a.O., 517). Tatsächlich ergaben Auswertungen introspektiver Berichte der beteiligten Versuchspersonen, dass hier neben Rotationen häufig eine *logical reversal strategy* zum Tragen kam, die verbal fassbare, logische Schlussfolgerungen in die Aufgabenbearbeitung einbezog: „(...) when the point was not facing him,

a bite found on the left was really on the right.“(Marmor und Zaback 1975, 530).

Ungar, Blades und Spencer (vgl. Ungar u. a. 1995) publizierten 1995 zudem interessante Ergebnisse aus ihrer Arbeit mit fünf- bis zwölfjährigen sehbehinderten und von Geburt an blinden Kindern. Hier bestand die Aufgabe darin, die ein, drei oder fünf Formen verschiedener Sets (u.a. geometrischer Figuren: Quadrat-, Kreis-, Sternplättchen u.ä.) in einer runden Box zu erfühlen. In Rahmen einer sich anschließenden Eigenaktivität sollten die Kinder sodann das erfühlte Arrangement nachlegen. Dazu wurden die Versuchsbedingungen teilweise so variiert, dass die Kinder vor Beginn ihrer eigenen Legetätigkeit eine Drehung um 90 Grad um den Arbeitstisch herum vollziehen sollten. Das erfühlte Arrangement sollte folglich in rotierter Lage reproduziert werden.

Von den Autoren wurde bei diesem Versuchsarrangement eine „*self-referent coding strategy*“ beobachtet, bei der die Kinder offenbar auf Teile ihres eigenen Körpers Bezug nehmen.

Als effizienter erwies sich demgegenüber allerdings eine „*external coding strategy*“, die zum Beispiel die Relation der einzelnen Figuren zueinander berücksichtigte, darum bemüht war, Muster innerhalb der Konfiguration zu erkennen, oder aber Einzelelemente oder das gesamte Arrangement in räumliche Beziehung zum Rand der Box setzte (Nähe, Entfernung).

5.2.3 Strategien von Jugendlichen

Bis zum Zeitpunkt der eigenen Untersuchung liegen vergleichsweise wenige Untersuchungen zu Strategien von Grundschulkindern bei der Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben mit mentaler Rotation vor (vgl. Kap. 5.2.4, S. 285). Aus mathematikdidaktischer und kognitionspsychologischer Perspektive wurden inzwischen jedoch umfangreiche Ergebnisse aus der Arbeit mit jugendlichen Schülern publiziert, die im Folgenden ausschnittsweise referiert werden sollen, zumal sich auch hier wertvolle Bezüge für die eigene Datenauswertung bieten.

Gittler (vgl. Gittler 1983, 1984, 1990) knüpfte an die Vorarbeiten von Putz-Osterloh und Lürer an (vgl. Kap. 5.6 S. 264) und führte Untersuchungen mit 13- bis 19-jährigen Schülern beiderlei Geschlechts aus verschiedenen Schultypen durch. Für die Konzeption eigener, leicht modifizierter Items übernimmt Gittler die von Putz-Osterloh (1977) und Putz-Osterloh und Lürer (1979) vorgeschlagene Terminologie der Flächen-, Relations- und Raumstrategien, misst diesen Begriffen jedoch teilweise eine leicht von Putz-Osterloh abweichende Bedeutung bei:

Unter dem Begriff der *Raumstrategie* wird auch hier ähnlich wie bei Putz-Osterloh eine Vorgehensweise verstanden, die „das vorstellungsmäßige Drehen und/ oder Kippen des Vorgabewürfels bzw. des jeweils betrachteten Antwortwürfels“ (Gittler 1984, 152) beinhaltet. Auch die Definitionen der „Relationsstrategie“ und der „Flächenstrategie“ entsprechen im Wesentlichen der Terminologie von Putz-Osterloh (s. oben). Allerdings entspricht die Flächenstrategie Gittler zufolge einer einfachen gedanklichen Rotation der gezeichneten Figur in der Ebene: Denkt man sich die angebotenen Abbildungen leicht variiert in isometrischer Darstellungsweise, entspricht diese Bewegung einer Drehung um den Umkreismittelpunkt des damit entstehenden Sechsecks (s. Abb. 5.7).

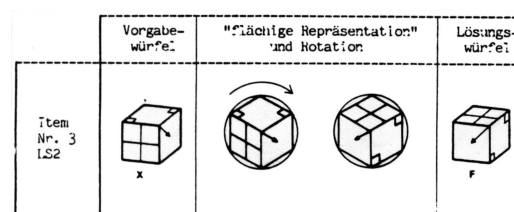


Abbildung 5.7: Veranschaulichung des Vorgehens bei der „Flächenstrategie“ zum Vergleich des Vorgabewürfels X mit dem Lösungswürfel F

Ergänzend zu den von Putz-Osterloh (1977) differenzierten Strategien verweist Gittler zudem darauf, dass es bei den ursprünglichen Itemvorgaben des IST möglich sei, mit Hilfe einer *Falsifikationsstrategie* die Aufgaben zu lösen oder doch zumindest die Aufgabenbearbeitung zu erleichtern: „Durch das Ausscheiden der falschen Antwortalternativen bleibt nur ein einziger Würfel übrig, der dann trivialerweise die Lösung darstellt.“ (Gittler 1984, 143). Dies sei in der Regel zudem mit einem geringeren kognitiven Aufwand zu bewältigen als die Rotation jedes einzelnen Würfels. Entsprechend sei eben auch eine *Verifikationsstrategie* zu beobachten, die ebenfalls eingangs falsche Lösungen ausscheide, jedoch in der abschließenden Identifikation des Lösungswürfels diese noch einmal im Sinne der Aufgabenintention gedanklich rotieren lasse.

Auch **Köller, Rost und Köller** (1994) führten empirische Untersuchungen zu strategischen Differenzen beim Umgang mit Aufgaben aus dem Unter-test „Würfelaufgaben“ des IST von Amthauer (1953) durch (vgl. S. 74). Hier gelang es, Daten im Hinblick auf verschiedene Bearbeitungsstrategien zu analysieren, wobei neben Bewerbern für den Beruf des Flugzeugführers mehr als 2500 Schüler siebter Schuljahre in die Stichproben einbezogen werden konnten. Anknüpfend an die oben dargestellten Vorarbeiten von Putz-Osterloh (1977) und Gittler (1984) konnte im Ergebnis der Analysen (vgl. Köller u. a. 1994, 70) auch hier unterschieden werden zwischen:

- *Flächenstrategen*, bzw. *analytischen Strategen*, denen bei den „Raumwürfeln“ (s. S. 264) systematisch falsche Antworten unterlaufen, da sie sich lediglich an den sichtbaren Einzelflächen orientieren.
- *Reine Flächenstrategen* scheitern (ebenso wie die *Flächenstrategen*) systematisch an den Raumwürfeln. Zudem sind bei diesem Personenkreis systematische Fehler bei den „Flächenwürfeln plus“ zu erwarten, da sie versäumen, die Relationen der sichtbaren Flächen zueinander zu beachten.
- Die Gruppe der *holistischen Strategen* schließlich nimmt in dieser Differenzierung eine mentale Rotation des gesamten Würfels vor. Diese Vorgehensweise sei zwar besonders fehleranfällig und führe bei den „Flächenwürfeln“ zu niedrigeren Lösungswahrscheinlichkeiten. Für die sog. „Raumwürfel“ stelle sie jedoch die einzig adäquate Strategie dar, da hier alle übrigen Vorgehensweisen zu falschen Lösungen führen.

Ergänzend zu dieser Klassifizierung erkennen die Autoren in ihrer Auswertung weitere Facetten der Bearbeitung: So begegnet scheinbar ein Anteil

von immerhin 16 Prozent den Würfelaufgaben mit reinem Raten. 11 Prozent der Schüler brechen den Test nach wenigen Aufgaben ab oder können das letzte Drittel des Tests nicht mehr bearbeiten (15 Prozent „Flächenstrategen ohne Ausdauer“).

Verhältnismäßig groß ist der Anteil der „Flächenstrategen“ (23 Prozent), während die „reinen Flächenstrategen“ lediglich einen Anteil von 9 Prozent ausmachen und gemeinsam mit den „Ratern“ insgesamt am schlechtesten abschneiden. Sogenannte „Strategieflexible“ (26 Prozent) erkennen, dass die *Flächenstrategie* zur Lösung der „Raumwürfel“ ungeeignet ist, können die holistische Strategie jedoch nicht erfolgreich anwenden (Die Lösungshäufigkeit liegt hier kaum über der Ratewahrscheinlichkeit.). „Rater“ und „Abbrecher“ werden zudem auf den Einfluss motivationaler Faktoren zurückgeführt.

Die Arbeitsgruppe um **Reiss** (vgl. Bothsmann u. a. 1995; Hartmann u. a. 1998; Pospeschill und Reiss 1999) formuliert ein Phasenmodell sich entwickelnder Problemlösestrategien zu einem raumgeometrischen Aufgabentyp, der vor allem das Erfassen räumlicher Beziehungen anspricht (vgl. S. 74). Die von Putz-Osterloh und Lür (vgl. S. 264) definierten Strategien dienen hier ebenfalls als Ausgangspunkt, reichen nach Ansicht der Autoren jedoch nicht aus um zu beschreiben, welche Strategien bei der Bearbeitung der sog. „Quaderpuzzle“- Aufgaben eingesetzt werden.

Die jugendlichen Probanden (vorwiegend aus schleswig-holsteinischen Realschulklassen) waren hier aufgefordert, verschiedene aus 8 (2x2x2) oder 27 (3x3x3) Einzelwürfeln bzw. Prismen zusammengesetzte Körper zu konstruieren, dessen Vorderansicht, Draufsicht und Seitenansicht vorgegeben waren (vgl. Abb. 5.8). Diese Aufgabenstellung sollte entweder mit dem Computerprogramm „Quaderpuzzle“⁵ oder aber mit konkretem Material (mit verschieden eingefärbten Flächen) bewältigt werden (vgl. auch Parallele zu den „Würfelkomplexaufgaben“, S. 220). Concept Maps zur Erfassung des deklarativen Wissens der Probanden schließen sich an.

Dabei wird zunächst die Fähigkeit angesprochen, sich aus den gegebenen ebenen Ansichten eine Vorstellung der zu konstruierenden Gesamtfigur zu generieren. Zudem werden in hohem Maße mentale Rotationskompetenzen benötigt: „Beim Abgleich mit den Auswahlwürfeln/-prismen ist *mentale Rotation* erforderlich, da nur durch sie z.B. die Draufsicht eines Auswahlteils bezüglich der gegebenen Ansichten richtig beurteilt werden kann. Bei der primären Betrachtung der Auswahlwürfel/-prismen ist ebenfalls die *mentale*

⁵Zunächst wurde von der Arbeitsgruppe noch die vergleichbare Geometriesoftware KUBUS eingesetzt (vgl. Bothsmann u. a. 1995).

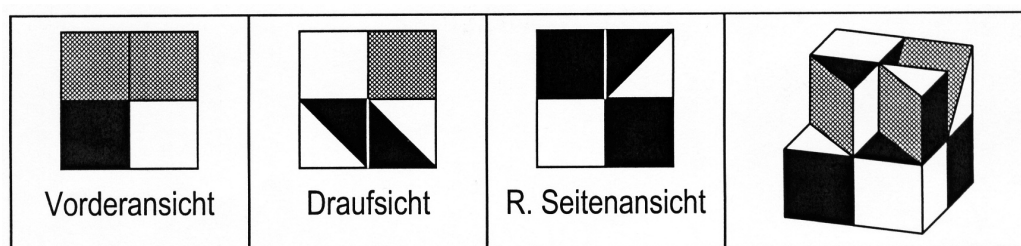


Abbildung 5.8: Beispiel für eine „Quaderpuzzle“- Aufgabenstellung (Hartmann u. a. 1998, 259)

Rotation von Bedeutung, weil auch hier sonst der Abgleich mit den Ansichten nur bedingt gelingt.“ (Bothsmann u. a. 1995, 119).

Bothsmann u.a. (1995) stellen zunächst fest, dass die Probanden sich sowohl in der Computerumgebung als auch in der materialorientierten Umgebung im Wesentlichen zweier unterscheidbarer Strategien bedienen, die als *Flächenstrategie* und *Schichtenstrategie* bezeichnet werden. Dabei entspricht die *Flächenstrategie* im Wesentlichen noch der von Putz-Osterloh vorgeschlagenen Terminologie und orientiert sich an der Umsetzung einzelner Ansichten, deren Relationen zueinander jedoch nicht berücksichtigt werden. Bei der *Schichtenstrategie* nehmen die Autoren hingegen an, dass die Jugendlichen mit „Platzhaltern“ operieren: „Die Jugendlichen versahen in Gedanken den Platzhalter mit den vorgegebenen Flächen und suchten sich dann einen entsprechenden Teilwürfel zum Einsetzen.“ (Bothsmann u. a. 1995, 121).

Über die umfangreiche Analyse von Fehlern bei den entstehenden Bauwerken gelangen Reiss u.a. (1998, 1999) schließlich zu dem Ergebnis, dass sich die individuelle Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch eine verstärkte, gleichzeitige Berücksichtigung zunehmend vieler relevanter Merkmale der zu rekonstruierenden Figuren (*Lage, Farbe, Anordnung, Form und Orientierung*) ausdrückt und betrachten „Raumvorstellung“ somit als „die Fähigkeit zu mentalen Operationen in einem vollständigen Merkmalsraum.“ (Hartmann u. a. 1998, 261).

Typische Fehler hinsichtlich des Merkmals *Farbe* äußern sich wie in Abb. 5.9 ersichtlich darin, dass die Schüler einfarbige Bausteine bevorzugen und nicht alle Ansichten gleichzeitig berücksichtigen.

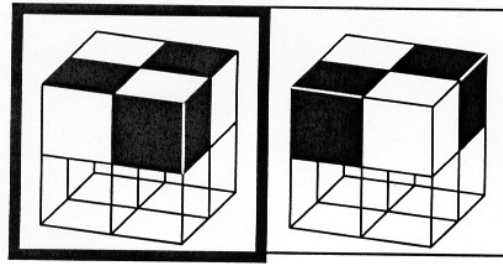


Abbildung 5.9: Typischer Fehler im Hinblick auf das Merkmal *Farbe* (Hartmann u. a. 1998, 260)

Das Merkmal *Anordnung* bezieht sich auf eine Fehlerklasse, die die *relative* Position der Bausteine zueinander wie in Abb. 5.10 nicht berücksichtigt. Das Merkmal *Lage* bezieht sich demgegenüber auf die *absolute* Position im zu rekonstruierenden Körper.

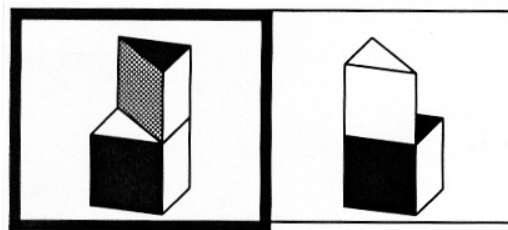


Abbildung 5.10: Typischer Fehler im Hinblick auf das Merkmal *Anordnung* (Hartmann u. a. 1998, 260)

Aus der die räumlichen Relationen berücksichtigenden *Anordnung* resultiert des weiteren das Merkmal der *Form* von Subeinheiten innerhalb der Konfiguration sowie die Forderung, dass die Steine nicht verdreht sondern in richtiger *Orientierung* gesetzt werden müssen (vgl. auch Jöckel und Reiss 1999, 14ff zur differenzierten Darstellung der Fehlerklassen).

Das aus dieser Analyse resultierende „Phasenmodell des Problemlösens“ erfasst nun das Ausmaß der individuellen Berücksichtigung dieser Merkmale, d.h. je mehr Merkmale simultan von den Probanden erfasst werden können, desto weiter fortgeschritten ist die Entwicklung räumlicher Kompetenzen (im Hinblick auf das hier geforderte mentale Rotieren, Hineinversetzen in andere Ansichten bzw. das Erfassen räumlicher Beziehungen, s. oben). Dabei deutet die Darstellung in Abb. 5.11 an „(...) wie mit der Berücksichtigung zusätzli-

cher Dimensionalität der Merkmalsraum wächst (...).“ (Pospeschill und Reiss 1999, 181f)

Merkmale	Lernphasen						
	1-D	1¼-D	1¾-D	2-D	2¼-D	2¾-D	3-D
Lage	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☺
Farbe	☹	☹	☹	☹	☺	☺	☺
Anordnung	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺
Form	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺
Orientierung	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺
Perspektive	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☺
Kodierung	Seq.	Seq.	S./P.	Par.	Par.	Par.	Par.

Abbildung 5.11: Phasenmodell (Hartmann u. a. 1998, 262)

Sehr deutlich wird dabei, dass in der Phase der *1-Dimensionalität* die Flächeneigenschaften der Objekte noch nicht in Relation zueinander gesehen werden können (sequentielle Berücksichtigung einzelner Ansichten), während dies in der Phase der *2-Dimensionalität* zunehmend besser gelingt⁶. Schließlich berücksichtigen die Probanden in der Phase der *3-Dimensionalität* erfolgreich und vollständig sämtliche räumlichen Eigenschaften der Figuren (parallele Merkmalskodierung)⁷. Erst hier ist letztlich die Fähigkeit zum Wechsel der *Perspektive* (Integration der verschiedenen Ansichten in eine räumliche Vorstellung des Würfelobjektes) ausgebildet.

Allerdings wird dem Modell keine rigide Hierarchie unterstellt, das heißt, es wird nicht erwartet, dass jede Person diese Entwicklung in den skizzierten Schritten und isoliert für die beschriebenen Merkmale (Lage, Farbe, ...) durchläuft. Plausibel erscheint jedoch grundsätzlich die Modellkomponente, wonach sich die Anzahl der (zunächst sequentiell) berücksichtigten Merkmale im Zuge fortschreitender Entwicklung steigert, was schließlich zu einer parallelen Verarbeitung dieser Elemente führt.

Wenngleich Reiss u.a. mit jugendlichen Probanden arbeiten, ist hier doch ein

⁶Die verwendete Symbolik zeigt an, dass ein Merkmal nicht, teilweise oder aber voll berücksichtigt wird.

⁷zu weiteren Details der übrigen Phasen und Einzelfallbeispielen vgl. Pospeschill und Reiss (1999, 178ff)

besonderer Bezug zu Ergebnissen aus der Arbeit mit Grundschulkindern festzustellen, die für die eigene Datenanalyse bedeutsam erscheinen: So konnte Wollring bei der Analyse von Kinderzeichnungen (vgl. Kap. 3.2.2, S. 134ff) ebenfalls Entwicklungstendenzen von einer sequentiellen hin zu einer simultanen Tiefenkodierung feststellen (vgl. S. 140). Eine zunehmend elaborierte *Integration* verschiedener zu berücksichtigender Merkmale der Seitenansichten einer Würfelfigur (im Sinne paralleler Merkmalskodierung) konstatieren schließlich auch Battista und Clements (1996, 1998; vgl. Kap. 3.7, S. 123).

Gorgorió (vgl. Gorgorió 1996, 1998) richtet ihre Aufmerksamkeit stärker auf das Zusammenwirken verschiedener mentaler Aktivitäten beim Lösen mentaler Rotationsaufgaben, wobei auch geschlechtsspezifische Unterschiede unter den 12- bis 16-jährigen Jugendlichen ergründet wurden. Referenzpunkte der Analyse sind hier drei verschiedene Dimensionen, die von Gorgorió als „*structuring strategy*“ (Strukturierung), „*processing strategy*“ (Bearbeitung), „*approaching strategy*“ (Erfassung, Fokussierung der Aufmerksamkeit) bezeichnet werden (vgl. auch Merschmeyer-Brüwer 2001a, 54ff). Die Autorin versucht damit verschiedene Aspekte der eingesetzten Problemlösestrategien zu erfassen, die in Abb. 5.12 überblicksartig zusammengestellt sind:

Strukturierung des Problemlöseprozesses	
Art der zur Bearbeitung eingesetzten mentalen Repräsentation	
visuell (Nutzen mentaler Vorstellungsbilder)	nicht-visuell (argumentativer Zugang: verbal oder geometrisch)
Fokussierung der Aufmerksamkeit	
global	partiell

Abbildung 5.12: Aspekte von Problemlösestrategien jugendlicher Probanden zu mentalen Rotationsaufgaben nach Gorgorió (1996, 1998)

- *Strukturierungsstrategie*

Anders als in der vorliegenden Arbeit (vgl. Kap. 3.2.1, S. 116ff) wird hierunter nicht die Art und Weise der gedanklichen Erfassung einer gegebenen geometrischen Figur verstanden. Vielmehr verbindet die Autorin mit diesem Terminus die allgemeine gedankliche *Organisation* des zu leistenden Problemlöseprozesses („different mental ways of facing the task, the mental organization, and source of the information used to cope with the task“ (Gorgorió 1998, 211f)). So ergibt sich unter diesem Gesichtspunkt beispielsweise die Frage, ob und wie ein Schüler vorherige Erfahrungen in die Problemlösung einbezieht, wie er die gegebenen Informationen organisiert oder miteinander in Beziehung setzt.

- *Bearbeitungsstrategie*

Bearbeitungsstrategien heben demgegenüber stärker auf die Art der eingesetzten mentalen Repräsentation ab. Ausgehend von Beobachtungen und Äußerungen der Schüler wird dabei im Wesentlichen unterschieden zwischen einer „visual processing strategy“, die sich mentale Vorstellungsbilder zunutze macht, und einem nicht visuell orientieren, stärker logisch-argumentativen Zugang.

Ein typisches Beispiel für eine *visuelle Strategie* ist etwa eine Vorgehensweise, bei der sich die Schüler eine Veränderung der Objektposition oder der eigenen Betrachterposition vorstellen („I went behind the object.“ (Gorgorió 1998, 219).

Unter den *nicht-visuellen Strategien* wird ferner differenziert zwischen *verbalen Strategien* und *geometrischen Strategien* (a.a.O., 221). Dabei werden unter dem Terminus *verbale Strategien* vor allem logisch-argumentative Zugänge subsumiert, die sich mutmaßlich auf vorangegangene visuelle Wahrnehmungserfahrungen stützen. *Geometrische Strategien* beziehen hingegen verstärkt geometrisches Wissen ein, das als solches in den Argumentationen deutlich verbal geäußert wird.

Eine besondere Parallele der eigenen Studie zu den Untersuchungen von Gorgorió ist darin zu sehen, dass auch hier (neben eigenen Zeichnungen und vergleichenden Interpretationen wie im MRT) teilweise Konstruktionen mit kleinen Holzwürfeln zu leisten waren, die vorab die gedankliche Rotation einer geometrischen Figur erforderten. Diese wurde allerdings (anders als in der eigenen Untersuchung) in gezeichneter Darstellung angeboten wie Abb. 5.13 veranschaulicht.

In den Studien von Gorgorió hing es offenbar von der Schwierigkeit und der erforderlichen Bearbeitungsart (Interpretation oder Konstruktion) ab, ob die Jugendlichen mentale Vorstellungsbilder nutzten oder argumentative Zugänge wählten: Wurden die Anforderungen beim Vergleich gegebener

Construct, with the wooden cubes, the object presented in the figure, as it would remain after rotating it 180° on its base.

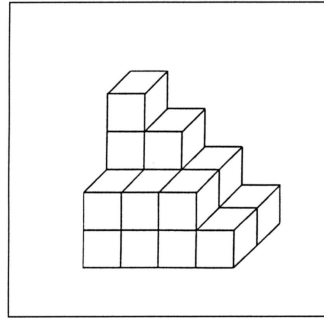


Abbildung 5.13: Vorgabe zum Nachbau einer Figur, die um 180 Grad auf der Grundfläche gedreht werden soll (Gorgorió 1998, 216)

Figuren („interpretation“) schwieriger, nutzten die Probanden zunehmend nicht-visuelle Strategien. Nicht-visuelle Strategien wurden offenbar auch bei einfachen Konstruktionsaufgaben bevorzugt eingesetzt (a.a.O., 222).

- *Erfassung*

Hinsichtlich der Aufmerksamkeitsfokussierung ließ sich erkennen, dass die Art der Aufgabenstellung auch die Erfassungsstrategien der Jugendlichen beeinflusste. Vor allem die eigene Konstruktion der Probanden bedingte häufig eine Ausrichtung der Aufmerksamkeit auf Partielles:

„When the required action was of construction, students tended to use partial approaching strategies when the tasks allowed manipulation (to build up an object), or when the given object was simple.“ (Gorgorió 1998, 224). Diesen *partiellen Strategien* standen *globale Strategien*, die ihre Aufmerksamkeit auf die Gesamtfiguren richteten und häufig in Verbindung mit Assoziationen zu Gegenständen aus der Umwelt beobachtet wurden (a.a.O., 222).

Ähnlich wie Peters et al. (1995, vgl. S. 267) gehen auch **Hosenfeld, Strauß und Köller** (1997) nicht davon aus, dass die *Art* der eingesetzten Strategie verantwortlich ist für geschlechtsspezifische Unterschiede bei mentaler Rotation. Vielmehr mutmaßen die genannten Autoren, dass Unterschiede bei den von ihnen untersuchten jugendlichen Schülern vor allem durch die höhere Anwendungseffizienz der angemessenen Strategie erklärt werden könne: Die Strategien „*holistisch*“ und „*analytisch*“ unterscheiden sich hier

insofern, als dass eine analytische Strategie auf visueller Ebene Detailvergleiche zwischen den Stimuli vornimmt, während die Probanden bei Anwendung einer holistischen Strategie den Stimulus analog zu einer physikalischen Rotation gedanklich drehen (a.a.O., 92). Dies entspricht im Wesentlichen der Differenzierung von Cooper (1976, s. oben).

Die Ergebnisse von Hosenfeld u.a. legen schließlich nahe, dass jugendliche Jungen häufiger als Mädchen eine holistische Strategie, die für die Raumvorstellungsaufgaben des IST (vgl. S. 74) als optimale Strategie angesehen werden kann. Jungen setzen diese Strategie bei Hosenfeld u.a. zudem kompetenter ein als Mädchen. Dies erhärtet die Vermutung der Autoren, „(...) wonach die Leistungsunterschiede insbesondere auf die effizientere Anwendung der adäquaten Strategie zurückzuführen ist.“ (Hosenfeld u. a. 1997, 93) (vgl. auch ähnliche Ergebnisse bei Kyllonen u. a. 1984b).

5.2.4 Kinder lösen mentale Rotationsaufgaben

Bereits Thurstone (1938) merkt grundsätzlich an, es sei wohl davon auszugehen, dass sich die von ihm identifizierten Primarfaktoren der Intelligenz (vgl. Kap. 2.2.1, S. 63ff) erst im Zuge der voranschreitenden kognitiven Entwicklung deutlich herauskristallisierten. Somit müsse davon ausgegangen werden, dass Kinder zum Lösen von (räumlichen) Problemstellungen zunächst ein vielfältiges Spektrum verschiedener Fähigkeiten einsetzen, bevor später gezielter adäquate Strategien ausgewählt werden: „If we assume that the mental abilities of the young child are not clearly differentiated, he will use a wider spread of abilities in solving a problem than later when he can restrict his efforts to those mental abilities that are most appropriate for the problem.“ (Thurstone 1938, 87)

Im Hinblick auf kindliche Strategien bei der Bewältigung von Raumvorstellungsaufgaben, die explizit dem Bereich der mentalen Rotation gewidmet sind, liegen auch fast 70 Jahre nach diesen wegweisenden Äußerungen Thurstones jedoch bislang nur wenige Arbeiten vor.

An die in Kap. 3.3.1 dargestellten Ergebnisse **Piagets** und seiner Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter kann - wie in Kap. 3.3.1 (S. 153ff) bereits diskutiert - im Hinblick auf die eigenen Fragestellungen nur bedingt angeknüpft werden, zumal es dieser Forschergruppe vorrangig darum ging, bestimmte Fähigkeiten (wie etwa das Hineinversetzen in andere Perspektive im Zuge

des „Drei-Berge-Versuchs“, vgl. S. 156) Stadien der kognitiven Entwicklung zuzuordnen.

Exemplarisch sei noch einmal auf die diesbezüglich intensiv diskutierte Kontroverse um den Egozentrismus jüngerer Kinder hingewiesen: Piaget und Inhelder gehen davon aus, dass Kinder im Verlauf ihrer Grundschulzeit das egozentrische Denken überwinden und daher am Ende der konkret-operationalen Phase imstande sind, sich gedanklich in die Perspektive anderer hineinzusetzen. Ähnlich wie andere Autoren (vgl. Kap. 3.3.1) konnten Aebli, Montada und Schneider (vgl. Aebli u. a. 1968) jedoch bei Nachuntersuchungen zum Drei-Berge-Versuch zu alternativen Interpretationen gelangen, die den sogenannten Egozentrismus als eine Form des Ersatzlösungsverhaltens deuten: Ist das Kind von der Aufgabenstellung (oder auch den Erklärungen dazu) überfordert, greift es auf eine ihm vertraute Lösungsstrategie zurück, auch wenn es prinzipiell vielleicht schon in der Lage wäre, einen gedanklichen Perspektivwechsel vorzunehmen („Substitutions-Regressions-Hypothese“, vgl. auch Rost 1984).

Während anknüpfend an die umfangreichen Studien Piagets also durchaus umfangreiche Untersuchungen zu grundlegenden kindlichen *Kompetenz* auf den Gebieten mentaler Rotation und räumlicher Orientierung stattfanden, kann zur theoretischen Stütze der eigenen Analysen lediglich auf wenige, im Folgenden dargestellte Arbeiten zu individuellen *Strategien* von Grundschulkindern zurückgegriffen werden.

Platt und Cohen (vgl. Platt und Cohen 1981) versuchten, die Befunde von Marmor (1975, 1977) zu Abbildungen von rotierten und gespiegelten Pandabären zu replizieren (vgl. Abb. 3.21, S. 169), fanden jedoch einzelne Kinder unter ihren fünf- und achtjährigen Probanden, die von alternativen Strategien berichteten.

Hier entschieden einige Kinder offenbar zunächst, welchen Arm die präsentierten Pandas erhoben hatten. In einem zweiten Schritt wurde dann die jeweilige Körpermittellinie der rotierten Figur gesucht, um zu entscheiden, welcher Körperhälfte der gehobene Arm zuzuordnen war. Erst dann wurde von den Kindern eine Art „Vergleichsregel“ in der Form „gehobener Arm auf der gleichen Körperseite oder gehobener Arm auf der anderen Körperseite (?)“ angewendet (vgl. Platt und Cohen 1981, 177).

Die Autorinnen stellen folglich auch schon für jüngste Kinder fest, dass diese nicht nur *ganzheitliche Rotationen* in der Bildebene zum Vergleich einsetzen, sondern ähnlich wie in den Untersuchungen mit blinden Kindern bei Marmor und Zaback (1976, s. Kap. 5.2.2) *visuelle Analysen mit logischen Schlussfolgerungen* verbinden.

Grimshaw, Sitarenios und Finnegan widmeten sich 1995 vor allem den Zusammenhängen zwischen den vorgeburtlichen Testosteronwerten und Spielerfahrungen ihrer Probanden sowie deren Fähigkeit zu mentaler Rotation im Alter von sieben Jahren (vgl. Kap. 3.3.3, S. 174) und setzten ebenfalls die Pandafiguren von Marmor (1976, 1977, s. S. 169) ein. Die Autoren erheben dabei nicht nur quantitative Daten zu den Erfolgsquoten ihrer Untersuchungsteilnehmer, sondern ziehen auch Rückschlüsse auf qualitative Strategiedifferenzen zwischen „Rotierern“ und „Nicht-Rotierern“:

Bei den sogenannten „Rotierern“ zeigt sich vielfach ein deutlicher, linearer Zusammenhang zwischen den Reaktionszeiten der Kinder und dem Winkel, um den die Pandafiguren in der Ebene gedreht wurden. Diese deutliche Parallele zu den Befunden von Shepard und Metzler (1971) lässt die Autoren zu dem Schluss kommen, dass diese Kinder hier gedanklich eine der Figuren (holistisch) in die gleiche Lage drehen wie die Ausgangsfigur. Ist bei einzelnen Kindern kein linearer Zusammenhang feststellbar, wird bei diesen Kindern vermutet, sie benutzten eine nicht näher bezeichnete „nicht-rotierende“ Strategie (oder gar keine Strategie) (vgl. Grimshaw u. a. 1995, 92).

Gutiérrez und Jaime (vgl. Gutiérrez 1992; Gutiérrez und Jaime 1993; Gutiérrez 1996) beobachteten jüngere und ältere Grundschulkinder im Alter von 7-8 bzw. 11-12 Jahren beim Lösen von Aufgabenstellungen, die unter anderem die gedankliche Rotation von Abbildungen gestalteter Würfel beinhalteten (vgl. Abb. 5.14).

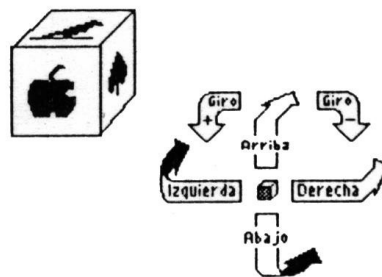


Abbildung 5.14: Bildschirmpräsentation eines zu rotierenden gestalteten Würfels (Gutiérrez 1996, 13)

In einer von verschiedenen Aufgabenstellungen ging es hier darum, einen auf dem Computerbildschirm projizierten Würfel mit Bildern auf den Seitenflächen aus seiner gegebenen Lage so um Standardachsen des Koordinatensystems zu drehen, bis die Bildschirmdarstellung einer Abbildung dieses Würfels auf einem Aufgabenblatt entsprach. Dies sollte mit möglichst gerin-

ger Anzahl von Einzelrotationen geschehen. Für jüngere Grundschulkinder stellt Gutiérrez (1996, 15) fest, dass diese ihre Aufmerksamkeit offenbar stark auf die frontal sichtbaren Seitenflächen ausrichten und keine adäquate mentale Repräsentation der Gesamtfigur generieren können. Begleitet wurde ein solches Vorgehen häufiger durch eine größere Anzahl von Dreh- und Kippversuchen in Sinne experimenteller Näherungen.

Ältere Schüler sind diesbezüglich zu stärkerer Dezentrierung fähig. Allerdings bedeutet dies noch nicht, dass diese Kinder ihre Strategie in jeder Situation korrekt anwenden und stets die räumlichen Relationen *aller* Seitenflächen berücksichtigen. So beschreibt Gutiérrez (1992, 46), dass vereinzelt auch ältere Schüler bis zu 21 aufeinander folgende Rotationsversuche durchlaufen. Dies legt nahe, dass diese Kinder ebenfalls noch Schwierigkeiten haben, die zu leistenden Rotationen gedanklich zu antizipieren und es daher vorziehen sich per Versuch-Irrtum-Verhalten der Problemlösung zu nähern. Eine typische Vorgehensweise dieser 11- bis 12-jährigen beschreibt Gutiérrez folgendermaßen: „They move the cube until the figure on the front face of the model appeared on the screen; then, they moved the cube to put that figure on the front face; finally, they turned the cube to put this figure in the correct position.“ (Gutiérrez und Jaime 1993, 158f)

Es stellt sich jedoch die Frage, ob hier nicht das eingesetzte Medium einen massiven Einfluss auf die Rotationsleistungen ausübt. Unklar bleibt beispielsweise, wie intensiv die Kinder vor Beginn der Untersuchung an die entsprechenden Darstellungen gewöhnt wurden. Kritisch anzumerken ist zudem die relativ schlechte Qualität der Bildschirmdarstellung, die zu starken Verzerrungen der Bildern auf den Seitenflächen führt und hier u.U. Kinder auch in die Irre führen kann. Umso erstaunlicher ist, wie souverän einzelne jüngere Kinder mit den gegebenen Anforderungen umgehen:

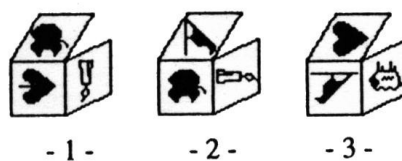


Abbildung 5.15: (Gutiérrez 1996, 14)

Abb. 5.15 veranschaulicht exemplarisch das Vorgehen eines Zweitklässlers, der die Aufgabe erhielt, die gegebene Würfeldarstellung -1- so zu drehen, dass er der Zielfigur -3- entsprach. Hier wird der dargestellte Würfel

zunächst per einfachem Mausklick nach vorn gerollt (Figur -2-). Dabei erkennt das Kind den Vogel, der sich in der Zielfigur auf der frontalen Seitenfläche befindet, und kann nun rasch durch Kombination einer weiteren Rollbewegung nach vorn und einem Umkippvorgang im Uhrzeigersinn zur Zielfigur gelangen. Unklar bleibt hier, inwieweit das Kind tatsächlich die Lage der verschiedenen Seitenflächen zu antizipieren imstande ist. Vielmehr legt die Betrachtung der entsprechenden Interviewsequenz die Vermutung nahe, dass der Schüler seine Aufmerksamkeit lediglich auf die frontale Seitenfläche ausgerichtet hat (vgl. Gutiérrez 1996, 15).

An ältere Schüler im 8. Schuljahr trug Gutiérrez zudem die Aufgabe heran, Vorhersagen zu Art und Anzahl der notwendigen Rotationsschritte zu treffen, die eine gegebene Figur in eine durch eine zweite Figur definierte Lage überführen. Bemerkenswert ist, dass hier der unterstützende Einsatz von Handbewegungen zur Veranschaulichung der zu leistenden Rotation häufig beobachtet werden konnte (vgl. Gutiérrez 1992, 35; Gutiérrez 1996, 16f).

Grüßing (2001, 2002) untersucht mit Hilfe von Einzelinterviews, die methodisch an das Vorgehen des Lauten Denkens angelehnt sind, Strategien von deutschen Grundschulkindern im vierten Schuljahr bei der Bearbeitung verschiedener räumlich-geometrischer Aufgabenstellungen. Die Studie von Grüßing bedient sich dabei verschiedener Items, die ebene Raumvorstellungsaufgaben zu den von Maier (vgl. S. 89) erarbeiteten Bereichen der Raumvorstellung beinhalten, also keine konkreten, dreidimensionalen Objekte einbeziehen oder eigene konstruktive Aktivitäten beinhalten. Eingesetzt werden dabei u.a. auch Aufgaben aus dem Bereich der mentalen Rotation (vgl. Abb. 5.16, vgl. dazu auch (Meißner 2006, 37)) sowie aus dem Bereich räumlicher Orientierung, die z.T. den Aufgaben aus der Sammlung „Schauen und Bauen“ (s. S. 217) ähneln.

Deutlich wird in der Studie Grüßings belegt, dass beim Umgang mit den angebotenen zweidimensionalen Darstellungen auch Kinder im Grundschulalter bereits Präferenzen für deutlich zu unterscheidende Lösungsstrategien entwickeln. Anknüpfend an Vorarbeiten mit erwachsenen Probanden (vgl. Kap. 5.2.1, S. 252ff) verweist die Autorin (2002, 38) darauf, dass grundsätzlich zwischen *räumlich-visuellen* und *verbal-analytischen Strategien* differenziert werden müsse, die einerseits ineinander greifen können, andererseits aber deutlich voneinander unterschieden werden sollten:

Holistische Strategien, die etwa eine gegebene Figur in ihrer Gesamtheit rotieren, bedienen sich Grüßing zufolge ausschließlich räumlich-visueller Mittel. Eine analytische Strategie sei davon abzugrenzen, wenngleich sie sich ebenfalls räumlich-visueller Mittel bedienen könne (z.B. bei der mentalen

Ist oben dieselbe Schachtel wie unten abgebildet?

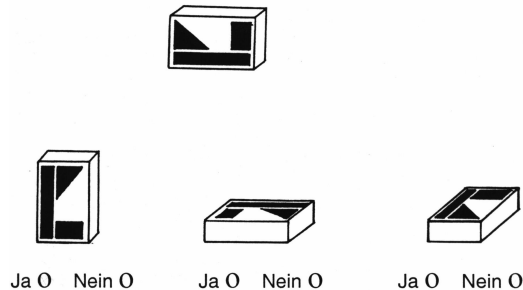


Abbildung 5.16: Rotation einer Schachtel (nach Grüßing 2002, 41)

räumlichen Strukturierung eines Stimulus und damit beim Erkennen besonderer räumlicher Eigenschaften der Figur). In Abgrenzung zu holistischen Strategien werden bei einem analytischen Vorgehen jedoch ergänzend auch verbal-analytische Schlussfolgerungen in den Problemlöseprozess einbezogen.

Mit dieser terminologisch plausibel erscheinenden Strategiekategorisierung kommt Grüßing zu dem Ergebnis, dass die erfolgreichen Raumvorsteller offensichtlich besser in der Lage sind, räumlich-visuelle Strategien durch analytische Strategien zu unterstützen, d.h. neben räumlich-visuellen Analysen auch sprachliche Analysen und logisch-schlussfolgerndes Denken einzusetzen. Eine solche Kombination erweise sich vor allem bei komplexeren Aufgabenstellungen für die besseren Raumvorsteller als effektiv.

Bei schwächeren Kindern wurde demgegenüber beobachtet, dass diese teilweise auf eine *sequenzielle Strategie* zurückgreifen, also z.B. nacheinander einzelne Elemente der Muster auf den Schachtelflächen in Abb. 5.16 vergleichen (Grüßing 2002, 43f). Insgesamt wurde für die Kinder im unteren Leistungsbereich jedoch festgestellt, dass diese sich vorwiegend einer holistischen Strategie bedienen. Auffällig viele Probanden benutzten vor allem bei der mentalen Rotation ihre Hände, um sich die Bewegung der Schachtel zu veranschaulichen: „Damit wird die Aufgabe insofern vereinfacht, als dass die Repräsentation nicht nur durch Vorstellungsbilder erfolgt, sondern durch die Bewegung der Hände unterstützt wird.“ (Grüßing 2001, 248)⁸.

Unterschiede konnte Grüßing (2002, 43) bei der mentalen Rotationsaufgabe auch dahingehend beobachten, dass einige Kinder die oben abgebildete Vorla-

⁸vgl. dazu auch Ausführungen von Wexler u.a. 1998 in Kap. 2.1.3, S. 47 und Kap. 5.2.1, S. 268

ge drehen, während andere Kinder eher die Vergleichsschachteln gedanklich rotieren ließen. weiterhin wurde deutlich, dass die Kinder sich nicht nur hinsichtlich der *Auswahl* ihrer Strategien voneinander unterschieden, sondern dass der Einsatz gleicher Strategien auch mit unterschiedlicher Effektivität erfolgte.

Grüßing gelingt somit ein guter Überblick über individuelle Strategien von Grundschulkindern beim Lösen von Raumvorstellungstests auf dem Papier. Mit ihrer Kategorisierung verschiedener Strategietypen erzielt die Autorin eine Typisierung, die offenbar (ähnlich wie die Differenzierung von Schultz 1991, s. S. 266) für verschiedene Bereiche der Raumvorstellung greift und damit auch für die eigene Arbeit als übergreifende Orientierung geeignet erscheint.

Kritisch anzumerken ist jedoch, dass hier, ebenso wie in den vergleichbaren zuvor dargestellten Studien lediglich mit ebenen Testaufgaben gearbeitet wird, die vom Kind zunächst einmal die räumliche Interpretation des Gezeichneten, also die Generierung eines mentalen Modells z.B. zur gezeichneten Schachtel in Abb. 5.16 erfordern. Diese für „Papier-Bleistift-Aufgaben“ grundlegenden Kompetenzen (etwa auch zu räumlichen Strukturierungsweisen von Würfelkonfigurationen) sind sicher nicht bei allen Kinder gleichermaßen ausgebildet (vgl. Kap. 3.2.1, S. 116), könnten aber maßgeblich die Strategiewahl determinieren. So beinhaltet ein vermeintlich „rein holistisches“ Vorgehen vermutlich stets eine (möglicherweise sehr schnell ablaufende) räumlich-visuelle Analyse des Stimulus.

Zudem verbleibt Grüßing im Hinblick auf den Bereich mentaler Rotation zunächst auf vorwiegend deskriptiver Ebene, wobei in den vorliegenden Publikationen nur kurze Ausschnitte aus Fallbeispielen gegeben werden. Wünschenswert wäre im Hinblick auf Evaluationen kindlicher Vorgehensweisen im Unterricht zudem ein Instrument im Sinne eines Modells kindlicher Strategien, das die angesprochenen Aspekte systematisiert.

5.2.5 Zusammenfassung

- Lohman und Kyllonen (1983, 110ff) bestätigen im Wesentlichen die von Thurstone (1950, vgl. Kap. 2.2.2, S. 69) identifizierten Teilbereiche der Raumvorstellung. Allerdings weisen sie ebenso wie Barrat (1953) oder French (1965) ausdrücklich darauf hin, dass man nicht davon ausgehen könne, hier stets exakte Abgrenzungen zwischen den Teilbereichen zu finden, sondern betonen vielmehr:

„But it is our contention that variations in solution strategy are not unwanted noise; rather such flexible, within-task adaption may be one of the central features of intelligent performance.“ (Lohman und Kyllonen 1983, 109)

Wenn es uns aus mathematikdidaktischer Perspektive also darum geht, räumliches Vorstellungsvermögen als Komponente der Intelligenz zu schulen (vgl. Kap. 4.2.2), ist dem Einsatz individueller Strategien und ihrer Variationen besonderes Forschungsinteresse zu widmen. Wenn gerade die Kenntnis verschiedener Strategien und die Fähigkeit, aus diesen verschiedenen Vorgehensweisen adäquat auszuwählen bzw. vielleicht sogar während einer Aufgabenbearbeitung zwischen verschiedenen Strategien zu wechseln, räumliche Intelligenz kennzeichnet, muss die Erforschung dieser Strategien dem Ziel folgen, individuelle Problemlöseprozesse zu identifizieren und zu beschreiben.

- In der psychologischen Forschung um geschlechtsspezifische Unterschiede beim Lösen mentaler Rotationsaufgaben (vgl. Kap. 2.3, S. 93) wird inzwischen vielfach herausgestellt, dass dieser Unterschied auf Strategiedifferenzen oder mangelnde Effizienz in der Anwendung einer Strategie zurückgeführt werden könnte (vgl. Allen 1974; Linn und Petersen 1985; Peters u. a. 1995; Maier 1996a; Hosenfeld u. a. 1997; Jordan u. a. 2002). Allerdings weisen einige Untersuchungen auch darauf hin, dass die strategischen Unterschiede *innerhalb geschlechtsgleicher Probandengruppen* teilweise sogar noch stärker ausgeprägt sind als Unterschiede zwischen den Geschlechtern. So hält Gorgorió (1996, 25) für jugendliche Probanden fest: „(...) differences between genders are less than differences within genders, at least when students face tasks whose geometric demand is a rotation.“ Die eigenen Studien werden sich dem Aspekt geschlechtsspezifischer Unterschiede somit nicht explizit widmen.

Naheliegender ist es jedoch (entsprechend den Untersuchungen zu geschlechtsspezifischen Differenzen) zu vermuten, dass Schüler und Schülerinnen der Grundschule mentale Rotationsaufgaben nicht nur weniger

sicher als ältere Schüler lösen (Gutierrez 1992, 1993, 1996), sondern möglicherweise andere Strategien einsetzen als Jugendliche oder Erwachsene oder weniger effizient sind im Einsatz gleicher Strategien. Das heißt, die Lehrkraft muss zunächst einmal erkennen, dass die von ihr selbst eingesetzten Vorgehensweisen sich möglicherweise stark von den Strategien ihrer Schüler unterscheiden: Der Geometrieunterricht in der Grundschule bedarf folglich erweiterter Kenntnisse um diese Facetten kindlicher Zugänge, um ein besseres Verständnis für kindliche Artikulationen und Schwierigkeiten bei der Bewältigung von Raumvorstellungsaufgaben zu gewährleisten. Das Leistungsvermögen von Kindern im Sinne nachhaltiger Förderung räumlicher Kompetenzen kann erst dann verbessert werden, wenn fundierte Kenntnisse über die Variationsbreite kindlicher Zugänge vorliegen, wie bereits in Kap. 4.2.1 (z.B. S. 195) anklung (vgl. auch Gorgorió 1998; Maier 1996a; Hartmann und Hellmich 2002; Hellmich 2004). An welche theoretischen Bezüge kann nun bezüglich dieses Erkenntnisinteresses angeknüpft werden?

- In der psychologischen, aber auch mathematikdidaktischen Diskussion liegen inzwischen vielfältige Befunde zum Umgang verschiedener Probandengruppen mit mentalen Rotationsaufgaben vor. Eine Übersicht zu den aus Sicht der Verfasserin bedeutsamen Theorien beim Lösen mentaler Rotationsaufgaben bietet Abb. 5.17 am Ende des Kapitels. Die hier eingefügten Pfeile verdeutlichen wesentliche theoretische Bezüge zwischen den verschiedenen Positionen, wie sie in den vorangegangenen Kapiteln (vgl. Kap. 5.2.4, 5.2.3, 5.2.2, bzw. 5.2.1) ausführlich erläutert wurden. Verschiedene Aspekte werden in der Betrachtung dieser Zusammenstellung deutlich:
- Die bewusst als „Sammlung“ gehaltene grafische Zusammenfassung verdeutlicht, dass es für den Bereich der experimentellen Forschung für Erwachsene ebenso wie für blinde, jugendliche oder jüngere Probanden offensichtlich eine große Fülle verschiedener, vielfach aber auch unverbundener Theorieansätze gibt. Dies mag aus psychologisch-experimenteller Sicht eine erfreuliche Breite der Forschung dokumentieren. Aus mathematikdidaktischer Perspektive ergibt sich für den konkreten Unterricht jedoch die Schwierigkeit, dass die Lehrkraft selbst kaum in der Lage sein dürfte, sich dieses umfangreiche Wissen anzueignen und es in die Beobachtung von Kindern beim Umgang mit Aufgabenstellungen zu mentaler Rotation einfließen zu lassen. Diese Problematik wiegt umso schwerer, als dass aus der Grafik in Abb. 5.17 ein deutliches Theoriedefizit im Hinblick auf Strategien von Grundschulkindern bei men-

taler Rotation zu erkennen ist (blau unterlegte Felder). Die bekannten Arbeiten zu mentalen Rotationsstrategien von Grundschulkindern sind zudem kaum aufeinander bezogen und beziehen entwicklungspsychologische Erkenntnisse zu kindlichen Raumvorstellungskompetenzen in anderen inhaltlichen Zusammenhängen (vgl. Kap. 3, S. 111ff) kaum in der gebotenen Breite ein. Diese Lücke soll mit der vorliegenden Arbeit anhand exemplarischer Analysen gefüllt werden.

- Die Frage, welche Prozesse beim Versuch, dreidimensionale räumliche Objekte mental zu drehen bei Kindern im Grundschulalter zu beobachten sind, ist bislang also sowohl psychologisch als auch mathematikdidaktisch kaum betrachtet worden. Lediglich die Arbeiten von Platt und Cohen (1981), Gutierrez (1992, 1993, 1996), Grimshaw u.a. (1995) und Grüßing (2001, 2002) beziehen in ihre Untersuchungen Grundschulkindein, wobei hier stets Raumvorstellungsaufgaben auf dem Papier oder auf dem Bildschirm angeboten werden, die klassischen Raumvorstellungstests ähneln.

Als unbeantwortet kann die Frage angesehen werden, wie diese Ergebnisse mentaler Operationen auf die schülereigene konkrete Konstruktion mit entsprechendem Material übertragen werden bzw. wie die Materialien zur Stütze gedanklicher Operationen eingesetzt werden. Handlungsorientiertes Arbeiten mit konkretem geometrischem Material prägt jedoch den Geometrieunterricht der Grundschule in besonderer Weise, so dass es im Unterricht nahe liegt, Anforderungen des mentalen visuellen Operierens mit konstruktiven Aktivitäten zu verbinden.

- Bezüglich der Analyse der dabei eingesetzten Strategien bei mentaler Rotation gibt es (s. oben) keinen unmittelbaren Anknüpfungspunkt, sondern lediglich verschiedene Bezugspunkte (v.a. Just und Carpenter (1976ff), Schultz (1991), Gorgorió (1996, 1998), Grüßing (2001, 2002)). Diese kaum aufeinander bezogenen Theorien sind im Zusammenhang mit anderen empirischen Befunden zur Artikulation räumlicher Kompetenzen zu betrachten, auf die u.a. auch in den Kapiteln 3.2.1 (S. 116ff), 3.2.2 (S. 128ff), 3.2.3 (S. 143), 3.3.1 (S. 153) bereits ausführlich eingegangen wurde. Da sich dies jedoch nicht nur auf theoretischer Ebene vollziehen kann, ergibt sich die Notwendigkeit eigener empirischer Untersuchungen.

Auf der Grundlage eigener Daten ist dabei die Entwicklung eines Analyseinstrumentes anzustreben, das die Identifikation schülereigener Strategien im Unterricht auf dem Fundament experimentell-psychologischer und mathematikdidaktischer Forschungsergebnisse ermöglicht. Gebo-

ten ist folglich einerseits die genaue Kenntnis der vorliegenden Forschungsergebnisse, wie sie im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit referiert wurden. Andererseits ist vor diesem Hintergrund für die Analyse der eigenen Daten ein hohes Maß an Offenheit gegenüber den beobachteten Schüleraktivitäten und -äußerungen angestrebt.

- Dieses Vorgehen soll im Sinne empirisch begründeter Theoriebildung nicht der Versuchung unterliegen, lediglich Bestätigungen der umfangreich referierten Positionen zu suchen. Angestrebt ist vielmehr, aus dem zur Verfügung stehenden Material Komponenten der kindlichen Vorgehensweisen zu erarbeiten, die erst in einem zweiten Analyseschritt relevanten Theorien gegenüber zu stellen sind. Auf die Formulierung von Hypothesen wird folglich grundsätzlich verzichtet, um den eigenen Blick nicht zu stark einzuengen.
Gleichwohl sollen abschließend noch einmal kurz terminologische oder inhaltliche Gemeinsamkeiten der in Abb. 5.17 bzw. in den vorausgegangenen Kapiteln zusammengetragenen Theorien zu Strategien beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben dargestellt werden:
- Den dargestellten Theorien ist zumeist gemein, dass auch die den Probanden nicht bewussten kognitive Prozesse in die Beschreibung von Strategien einbezogen werden, diese Theorien also - ohne dies explizit zu erwähnen - dem liberalen Strategiebegriff (vgl. Kap. 5.1, S. 244ff) folgen, der somit auch für die eigene Arbeit beibehalten wird.
- Im Hinblick auf die eingangs in Kap. 2.1.2.2 aufgeworfene Frage nach der Qualität mentaler Kodierungen (z.B. S. 37 oder 40) wäre es prinzipiell denkbar, räumliche Problemstellungen rein verbal zu lösen. Insgesamt kann aber wohl - wie auch Gardner (1991, 164) im Hinblick auf Erwachsene bemerkt, davon ausgegangen werden, dass „(...) die bevorzugte Methode ‚imaginativer Probleme‘ darin besteht, daß man sich ein mentales Bild macht, das man entsprechend den Operationen in der Alltagswelt manipuliert.“. Entsprechend knüpft der Terminus „mentale Rotation“ (Shepard und Metzler 1971, vgl. Kap. 2.1.3) an die Vorstellung an, man manipulierte die gegebene Würfelkonfiguration gedanklich so, als vollzöge man eine konkrete Bewegung dieser Figur im Raum. Termini wie „whole approach“ (Barrat 1953), „global“ (z.B. French 1965, Gorgorio 1998), „holistische Strategie“ (z.B. Cooper 1976, Grüßing 2002), „move object“ (Schultz 1991) oder „Raumstrategie“ (Putz-Osterloh 1977) knüpfen an diese Strategiebeschreibung an. Genutzt wird hier also ein Vorstellungsbild, das gedanklich als in sich

starre Gesamtkonfiguration verändert wird, was wiederum der Faktorenbeschreibung des Faktors S_1 nach Thurstone (vgl. Kap. 2.2.2) entspricht.

- Davon abzugrenzen sind „analytische“ Strategien, wobei hier in den verschiedenen Theorien vielfältige Facetten dieser analytischen Vorgehensweisen deutlich werden, man also bei der Verwendung des Begriffes präzisieren muss, welche Bedeutung man dem Terminus „analytisch“ beimisst:

Autoren wie Barrat (1953) oder French (1965) verwenden diesen Begriff (auch: „part approach“) zunächst in einfacher Abgrenzung von holistischen Vorgehensweisen, was jedoch, wie auch Pospeschill und Reiss bemerken „(...) nur ein erster Schritt sein (kann).“ (Pospeschill und Reiss 1999, 170)

Entsprechend identifizieren Putz-Osterloh (1977), Gittler (1984) oder auch Pospeschil und Reiss (1999) Vorgehensweisen, die sich an einer visuellen Analyse der Stimuli und der Relation dieser identifizierten Elemente zueinander orientieren (z.B. „Flächenstrategie“ oder „Relationsstrategie“). Diese Orientierung an visuell erfassten Details der Figuren identifizieren beispielsweise auch Schultz (1991, „key features“) oder Carpenter und Just (1976ff) und andere Autoren, die auf Vorgehensweisen des sequenziellen visuellen Rotierens und Vergleichens hinweisen.

Als „analytisch“ werden Strategien mentaler Rotation jedoch vielfach auch dann bezeichnet, wenn sie gerade *nicht* visuell orientiert sind, sondern verbal artikulierte logische Schlussfolgerungen einbeziehen (vgl. Platt und Cohen 1981, Grüßing 2002).

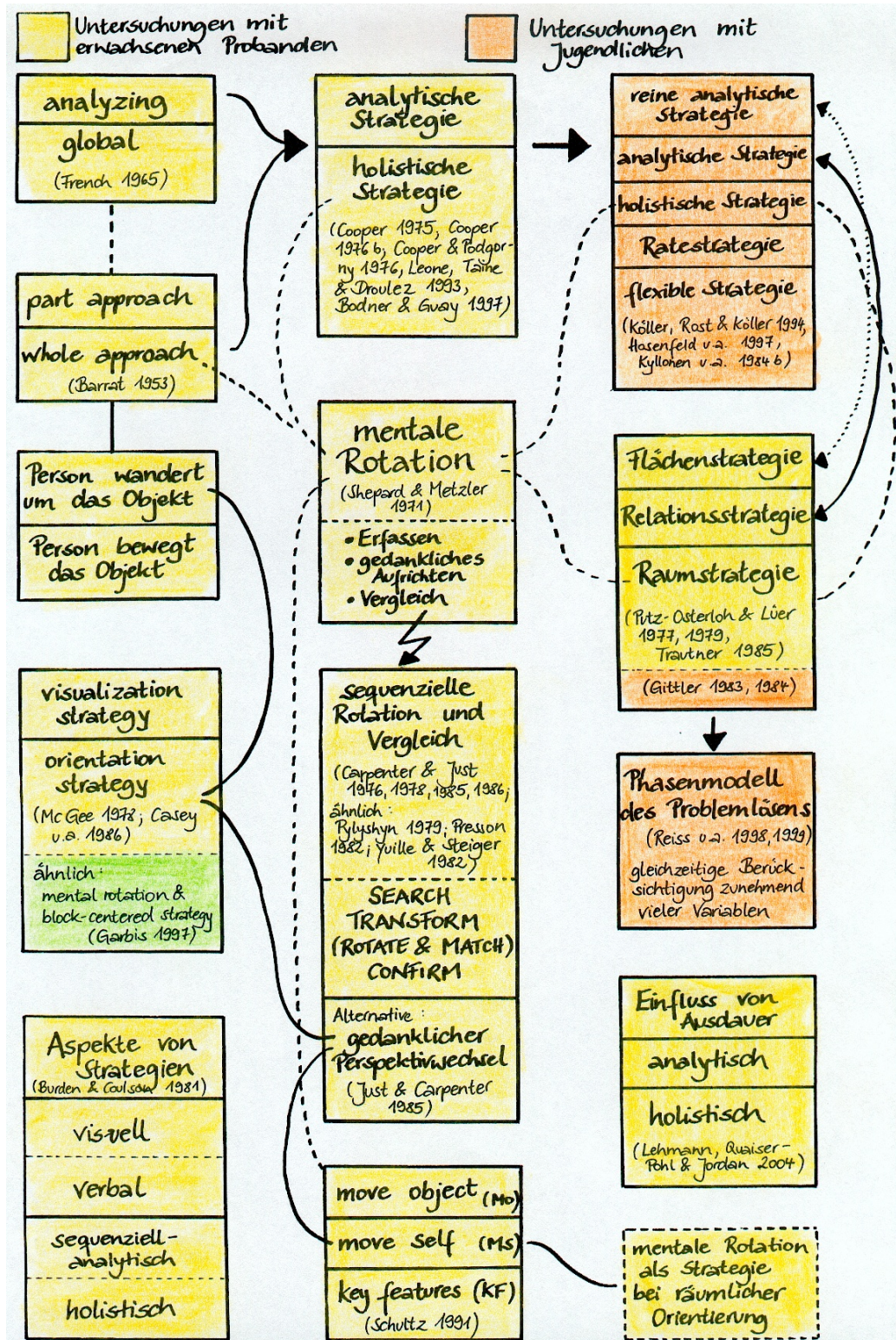
- Externe Stützen in Form von Bewegungen des Kopfes, der Hände oder anderer Gegenstände (Bleistift u.ä.) werden vielfach beobachtet (vgl. Peters u. a. 1995; Corballis u. a. 1976; Freedman und Rovegno 1981; Wexler u. a. 1998; Gutiérrez 1992; Gutiérrez und Jaime 1993; Grüßing 2002). Ungar u.a. (1995, vgl. Kap. 5.2.2, S. 275) belegen den Begriff „external“ hingegen eher im Sinne einer Strategie, die Relationen zwischen den Elementen einer Figur untersucht, sich also eher einer Analyse der gegebenen Stimuli (ohne Einbeziehung externer Stützen) widmet. Somit ist auch der Terminus „extern“ (ähnlich wie der Begriff „analytisch“) mit verschiedenen, sich teilweise widersprechenden Bedeutungen belegt.
- Eine weitere Alternative, mentalen Rotationsaufgaben zu begegnen, besteht zudem offenbar darin, selbst einen gedanklichen Perspektivwech-

sel zu vollziehen (Barrat 1953, Just und Carpenter 1985), wie auch zahlreiche andere Autoren dokumentieren: „orientation strategy“ (McGee 1978, Casey u.a. 1986), „move self“ (Schultz 1991). Umgekehrt kann auch die Operation einer mentalen Rotation eingesetzt werden, um eine Aufgabenstellung aus dem Bereich der räumlichen Orientierung zu bewältigen (Boer 1991, Glück 1999).

- Schließlich erscheint im Hinblick auf die eigene Untersuchung bemerkenswert, dass die referierten analytischen oder holistischen Strategien offenbar selten in reiner Form auftreten, sondern häufig Mischformen anzutreffen sind, die auch in Abhängigkeit von der Schwierigkeit der Aufgaben variieren können. So bemerkt Maier (Maier 1996a, 249), dass häufig verbale Strategien im Sinne logisch-schlussfolgernden Denkens eingesetzt werden, wenn die Anforderungen schwieriger werden: „Offenbar verringern die Testpersonen durch den Einsatz einer weiteren Komponente der Intelligenz die Anforderungen an das räumliche Vorstellungsvermögen in erheblichem Maße.“

Ähnlich äußert auch Souvignier (1997, 385) die Vermutung, dass einfachere Aufgaben mit holistischen Strategien, komplexere Aufgaben hingegen mit analytischen Strategien bearbeitet werden, folglich also Charakteristika der Aufgabe die Strategiewahl determinieren. Allerdings sollte der Einfluss von Übung und Vertrautheit mit den zu rotierenden Stimuli nicht unterschätzt werden (vgl. z.B. Bethell-Fox und Shepard 1988).

Vielfach wird überdies konstatiert, dass holistische Vorgehensweisen erfolgreicher bei der Lösung des mentalen Rotationstests nach Vandenberg und Kuse (1978) sind als Strategien, bei der die Probanden Teile oder markante Punkte der Stimuli vergleichen (vgl. Weatherly u. a. 1997; Linn und Petersen 1985). Andererseits gilt dies jedoch nicht für die Untersuchungen von Barrat (1953, s. S. 253) zum Test „Cubes“. Im Hinblick auf die eigene Analyse soll daher zunächst einmal jede Form der Wertung gemieden und die zu beobachteten Vorgehensweisen lediglich beschrieben werden.



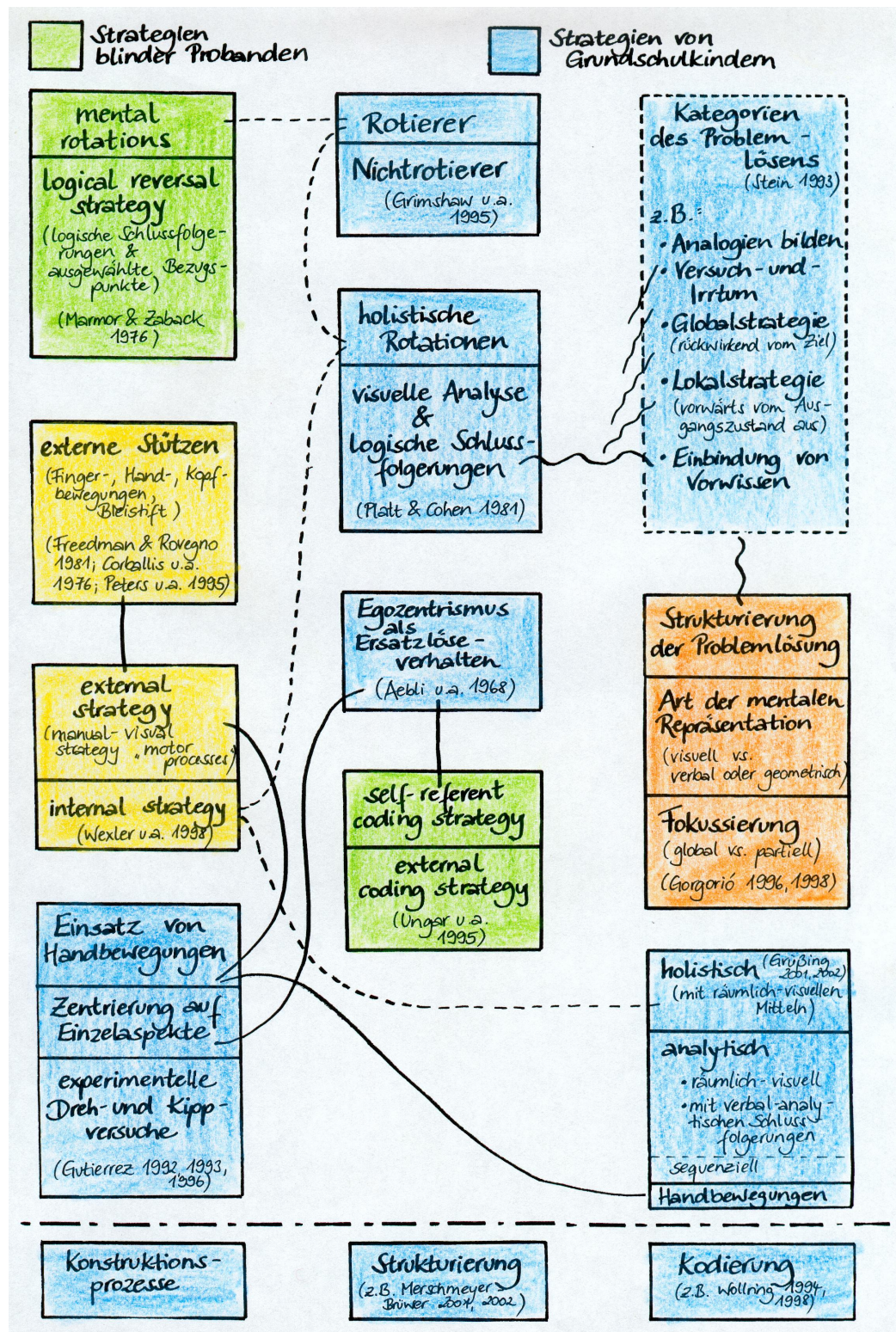


Abbildung 5.17: Übersicht: Theoretische Annäherungen zu Strategien beim Lösen mentaler Rotationsaufgaben

Teil II

Grundschulkinder bearbeiten Aufgaben mit mentaler Rotation

Kapitel 6

Konzeption der Untersuchung

„Diese Methode bezeichnen wir als empirisch.“

„Und das bedeutet?“

„Das bedeutet einfach nur, daß wir unsere Kenntnisse der Dinge aus eigenen Erfahrungen beziehen - und nicht aus verstaubten Buchrollen oder Hirnspinsten.“

Mit diesen Bemerkungen, die wesentliche Züge der grundlegenden methodologischen Haltung der vorliegenden Arbeit widerspiegeln, erläutert die Romanfigur Alberto Knox der kleinen Sofie in „Sofies Welt“, einem Roman über die Geschichte der Philosophie (Gaarder 1993, 241), wesentliche Inhalte aus dem Werk des Empiristen Francis Bacon (vgl. auch Kelle 1994, 19ff). Die in den nachfolgenden Kapiteln dargestellte Studie verfolgt einen auf dieses Gedankengut zurück gehenden rekonstruktiven Forschungsansatz, der in Gestalt empirisch begründeter Theoriebildung auch in der mathematikdidaktischen Forschung Anerkennung findet.

Wie in den Ausführungen zu den leitenden Fragestellungen der eigenen Arbeit in Kapitel 6.1 (S. 304ff) noch einmal ausführlich darlegt wird, geht es in der vorliegenden Studie im Wesentlichen um die Frage, welche Strategien Kinder im Grundschulalter bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben einsetzen. Es geht also darum, nicht direkt beobachtbare kognitive Prozesse aufzuspüren, was aus Überzeugung der Verfasserin nur mittels qualitativer Untersuchungen individueller Schüleraktivitäten sinnvoll geleistet werden kann. Auf fundierte kognitionspsychologische Erkenntnisse aus der Forschung zu Strategien bei mentaler Rotation soll dabei jedoch keineswegs (im Sinne des einleitenden, etwas provokanten Zitats) gänzlich verzichtet werden, zumal ja auch die im ersten Teil der Arbeit referierten Theorien zumeist aus umfangreichen empirischen Daten hergeleitet wurden. Vielmehr bieten die in den vorausgegangenen Kapiteln dargestellten Befunde wertvolle Orientie-

rung für eigene Interpretationen und sind mit diesen zu verknüpfen. Wie in Kapitel 6.2.1 (S. 311ff) genauer dargestellt wird, orientiert sich die vorliegende Arbeit dazu in weiten Teilen am Ansatz der sogenannten „Grounded Theory“ nach Strauss und Corbin (z.B. Corbin und Strauss 1990a, b). Dabei wird vor allem kategorienentwickelnd gearbeitet (vgl. dazu auch Maier 1991a; Beck und Maier 1994b, 47): Das gewonnene Datenmaterial dient der Herleitung von Kategorien, die in einem Wechselspiel zwischen der subjektiven Interpretation verschiedener Fälle und dem Rückgriff auf den im ersten Teil der Arbeit dargestellten theoretischen Bezugsrahmen modifiziert und zunehmend konkretisiert wurden. Bei diesem Vorgehen stehen vergleichende Analysen im Mittelpunkt, aus denen in der vorliegenden Arbeit ein *Modell zu Komponenten mentaler Rotation* entsteht. Dieses wird von der Verfasserin selbst als vorläufig erachtet und ist das Zwischenergebnis eines Forschungsprozesses, der zu weiterer Auseinandersetzung mit der Thematik einladen möge.

Vorab wird in den folgenden Kapitel jedoch zunächst die Konzeption der Studie genauer vorgestellt. Dabei werden die leitenden Fragestellungen der Untersuchung sowie wegweisende explorative Voruntersuchungen und Vorüberlegungen zur Durchführung der Studie betrachtet. Ausführlich soll vor allem auf die Konzeption der in dieser Gestalt neuartigen Aufgabenstellungen und die Gestaltung der Datenerhebung eingegangen werden.

6.1 Leitende Fragestellungen

Der Terminus der „Mentalen Rotation“ entstammt, wie im theoretischen Teil der Arbeit ausführlich erörtert, der experimentell-kognitionspsychologischen Forschung. Die eigene Arbeit ist jedoch vorrangig der mathematikdidaktischen Forschung zuzuordnen. Abweichend von stark ergebnisorientierten Arbeiten der Kognitionspsychologie ist die mathematikdidaktische Perspektive in Bezug auf räumliche Vorstellungskompetenzen (vgl. dazu auch Kap. 4.1, S. 180) von einem starken Interesse an den im Individuum ablaufenden *Prozessen* beim Umgang mit Raumvorstellungsaufgaben geprägt. Entsprechend widmet sich auch die eigene Studie der Ergründung individueller Zugangsweisen bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben und stellt sich die übergeordnete Frage:

- *Welche Strategien setzen Kinder im Grundschulalter bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben ein?*

Grundsätzlich ist dazu anzumerken, dass erst auf der Grundlage fundierter diesbezüglicher Analysen mögliche didaktisch-methodische Konsequenzen für die Gestaltung entsprechender Unterrichtsinhalte erörtert werden können, die beispielsweise auch als Grundlage für die Schulung effizienter Lösungsstrategien bei mentalen Rotationsaufgaben fungieren können¹. In der vorliegenden Arbeit kann dies zunächst nur im Ansatz und im Sinne eines Ausblicks geleistet werden (vgl. Kap. 9, S. 491) und stellt hier zunächst nicht den Kern des primär verfolgten Forschungsinteresses dar. Erst wenn bekannt ist, welches Spektrum von Strategien im Grundschulalter erwartet werden kann, bieten sich sinnvolle Anknüpfungspunkte für nachfolgende didaktisch-orientierte Forschungsarbeiten. So soll es zentrales Anliegen der eigenen Studie sein, ein aus praktischen Erfahrungen erwachsenes theoretisches Modell zu konzipieren, dass sowohl dem mathematikdidaktisch Forschenden als auch der Lehrkraft in der Schule sinnvolle Anhaltspunkte für die eigene (Weiter-)Arbeit bietet.

Zentrale Stütze sind diesbezüglich die Ergebnisse der theoretischen Auseinandersetzung mit empirischen Arbeiten zu mentalen Rotationsstrategien (vgl. dazu v.a. die Zusammenfassung des Kap. 5.2 auf S. 292ff). Keineswegs sollen dabei lediglich Bestätigungen oder illustrierende Beispiele zu den in den vorangegangenen Kapiteln referierten Strategien gesucht werden. Aus den eigenen Daten sollen vielmehr *Komponenten kindlicher Vorgehensweisen* herausgearbeitet werden, die erst in einem zweiten Analyseschritt bekannten Befunden gegenüber gestellt werden. Im Sinne empirisch begründeter Theoriebildung wird dabei eine besondere Offenheit den Daten gegenüber angestrebt und auf die Formulierung von vorzeitigen Hypothesen verzichtet. Vielmehr stellen sich angesichts des vor allem in Kap. 5.2.4 (S. 285) festgestellten Theoriedefizits hinsichtlich mentaler Rotationsstrategien von Kindern folgende Fragen:

- *Welche Komponenten charakterisieren das Vorgehen der Kinder bei der Auseinandersetzung mit den mentalen Rotationsaufgaben der eigenen Studie?*
- *Lassen sich aus dem Datenmaterial also Kategorien erarbeiten, die wiederkehrende Muster in den Strategien der Kinder aufdecken und dazu beitragen, Typen individueller Zugänge zu beschreiben?*

¹vgl. dazu auch noch einmal die didaktischen Überlegungen zum Training räumlicher Kompetenzen in Kap. 4.2.1, S. 193

Die eigene Studie beabsichtigt folglich nicht, Kompetenzen im Bereich der mentalen Rotation zu beurteilen oder gar hierarchisch gegliederte „Stufenmodelle“ hinsichtlich der Entwicklung mentaler Rotationsfähigkeiten zu entwickeln. Das eigene Augenmerk liegt vielmehr vorrangig auf der *qualitativen Beschreibung und Typisierung* der zu beobachtenden Vorgehensweisen. Es wird daher auch nicht überprüft, ob „gute Raumvorsteller“ verschiedener Altersstufen in der Grundschule Strategien beim Lösen von Aufgabenstellungen mit mentaler Rotation einsetzen, die den aus der Forschung bekannten Strategien erwachsener guter Raumvorsteller entsprechen.

Angesichts der im theoretischen Teil der Arbeit vorgestellten Vielfalt verschiedener Typen und Variationen von Aufgabenstellungen lag es im Sinne des dargestellten Forschungsinteresses ursprünglich nahe, verschiedenartige Aufgabenstellungen in die eigene Studie einzubeziehen. Ergründet werden sollte dabei u.a., ob und in welcher Weise die eingesetzten Strategien möglicherweise differieren, wenn (a) massive Modelle in veränderter Lage selbst konstruiert, (b) massive, rotierte Modelle miteinander verglichen werden, (c) Fotos solcher rotierten Modelle miteinander verglichen oder (d) Fotos von Spielzeugfiguren miteinander verglichen werden sollen (vgl. dazu Kap. 6.4.1, S. 327ff). Anzunehmen war, dass Kinder ihre Strategien bei Aufgaben zur mentalen Rotation in dreidimensional angebotenen Aufgabenformaten möglicherweise anders einsetzen als bei Aufgaben, die zweidimensionale Darstellungen vergleichbarer Figuren anbieten. Zudem sollte die Vermutung erhärtet werden, dass Kinder ihre Strategien bei Aufgaben mit mentaler Rotation bekannter oder vertrauter Objekte (in diesem Fall Fotografien von Spielzeugfiguren) in anderer Weise und wahrscheinlich erfolgreicher einsetzen als bei Aufgaben mit mentaler Rotation vergleichsweise abstrakter Würfelgebäude. Es stellte sich jedoch im Zuge der Arbeit heraus, dass aufgrund der Datenfülle, die sich aus diesem Spektrum ergab, eine starke Einschränkung dieser Interessen von Nöten war. Somit wurde der eigene Schwerpunkt auf ein neuartiges Aufgabenformat mit räumlich-konstruktivem Charakter verlagert, das für die hiesige Studie entwickelt wurde und in Kap. 6.4.1 (S. 327ff) noch näher zu charakterisieren sein wird. Die zentralen Fragestellungen der eigenen Studie werden damit präzisiert:

- *Welche Komponenten charakterisieren die mentalen Rotationsstrategien acht- bis zehnjähriger Grundschulkinder bei der Bearbeitung räumlich-konstruktiver Aufgabenstellungen, die die gedankliche Rotation einer massiven Bauvorlage beinhalten und die entsprechende Konstruk-*

tion eines Würfelfünflings aus unverleimten Einzelwürfeln in statisch stabiler Lage fordern?

- *Wie wirken diese Komponenten im Sinne typischer Vorgehensweisen zusammen?*

Im Zentrum des eigenen Interesses stehen damit die mentalen Repräsentationen, derer die Kinder sich bei der Aufgabenbearbeitung bedienen. So stellt sich grundsätzlich die Frage:

- *Welche Arten von Vorstellungen setzen die Kinder bei der Bearbeitung der Aufgaben ein?*

Denkbar wäre beispielsweise, dass vorzugsweise statische Bilder generiert und zur Grundlage der eigenen Bauaktivitäten gemacht werden. So könnte das gedanklich gespeicherte Bild einer Bauvorlage mit einem eigenen Bauwerk abgeglichen werden, indem Kinder ihre Wahrnehmung dieser Eigenkonstruktion etwa durch konkretes Drehen des eigenen Kopfes so beeinflussen, dass ein Abgleich von Abgleich von Vorstellungsbild mit dem konkreten eigenen Bauwerk in annähernd gleicher räumlicher Ausrichtung möglich wäre. Unter „mentaler Rotation“ im engeren Sinne würde man hingegen das gedankliche Operieren mit einer Figur, also die Inanspruchnahme einer beweglichen Vorstellung verstehen (vgl. dazu auch noch einmal die Ausführungen zur Arbeit von Piaget und Inhelder in Kap. 2.1.3, S. 45ff).

Hinsichtlich der Qualität der eingesetzten mentalen Repräsentationen sei auch noch einmal an die Überlegungen in Kap. 2.1.1.1 (S. 22ff) erinnert, in dem u.a. ein Modell von Biederman (1987, 1995) referiert wurde. Im Sinne dieses Modells ist es denkbar, dass ein begrenztes Repertoire von geometrisch klassifizierbaren Elementen (sogenannte „Geonen“) bei der Wahrnehmung von Objekten eine erste Stütze zur Objektidentifizierung bietet. Damit verbunden ist eine Zerlegung der wahrgenommenen Figuren in einfache Elemente oder Segmente. Gedankliche Zerlegungen einer zu rotierenden Figur konnten auch in Analysen mentaler Rotationsstrategien bei der Arbeit mit erwachsenen Probanden festgestellt werden (z.B. Carpenter und Just 1976, 1986; vgl. Kap. 5.4, S. 258). Folglich stellt sich die Frage:

- *Findet innerhalb des Vorgehens von Grundschulkindern bei der mentalen Rotation eines Würfelfünflings für die Bewältigung der eigenen konstruktiven Aufgabenstellung eine Segmentierung der Konfiguration statt?*

- *Welcher Art ist die jeweilige Segmentierung (Umfang des Segments, räumliche Relation der Würfel innerhalb des Segments)?*
- *Wie werden die vom Kind definierten Teilstücke nach erfolgter Rotation wieder zusammen gefügt?*

Verwiesen sei bezüglich dieser Fragestellungen auch noch einmal auf die im theoretischen Teil der Arbeit erarbeitete Übersicht zu Theorien und empirischen Befunden hinsichtlich der Entwicklung räumlicher Kompetenzen (vgl. Kap. 3, S. 111ff²). Mehrfach wurde hier beobachtet, dass jüngere (Grundschul-) Kinder sowohl bei der Erfassung als auch bei der eigenen Produktion ihre Aufmerksamkeit häufig eher auf einen singulären Aspekt eines gegebenen räumlichen Arrangements richten. Erst im Zuge fortschreitender Entwicklung - so wird vielfach ausgeführt - werden sowohl beim Erfassen räumlicher Konfigurationen als auch bei der Anfertigung von Zeichnungen oder Bauwerken sequenzielle Vorgehensweisen beobachtet, die eine Betrachtung mehrerer Bestandteile einer Konfiguration beinhalten. Diese münden erst zu einem späteren Zeitpunkt in der Entwicklung in eine elaboriertere Koordination mentaler Operationen (wie etwa die simultane Berücksichtigung verschiedener Ansichten eines räumlichen Objektes bei der Erfassung von dessen räumlicher Struktur). Prozesse des gedanklichen Zerlegens und Zusammenfügens gehen dabei offenbar jedoch vielfach einher mit einer zunächst eher additiven Verbindung.

Da die Durchsicht entsprechender Literatur (vgl. Kap. 2.3, S. 93ff) keinen konkreten Anlass zur Vermutung geschlechtsspezifischer Differenzen bei mentalen Rotationsstrategien von Grundschulkindern bietet, wird in der eigenen Untersuchung zudem darauf verzichtet, gezielt strategische Unterschiede zwischen Mädchen und Jungen zu ergründen. Hinzu kommt, dass offenbar der Einsatz massiver Modelle grundsätzlich denkbare Strategiedifferenzen zwischen den Geschlechtern relativiert (vgl. dazu Mc Williams, Hamilton und Muncer 1997 in Kap. 2.3.2.2, S. 98).

²s. auch die entsprechende Zusammenfassung auf S. 175ff

6.2 Methodologische Bezugspunkte

Bevor in den folgenden Kapiteln das konkrete methodische Vorgehen in der eigenen Studie ausführlich dargestellt wird, sollen zunächst methodologische Bezugspunkte der Untersuchung aufgezeigt werden. Dazu zählen einerseits eine Verortung innerhalb der empirischen mathematikdidaktischen Forschung sowie andererseits Ausführungen zu wesentlichen Prinzipien empirisch begründeter Theoriebildung, auf deren Methoden in der eigenen Datenanalyse zurückgegriffen wird.

6.2.1 Qualitative Forschung in der Mathematikdidaktik

Die empirische, qualitativ ausgerichtete mathematikdidaktische Forschung bedient sich verschiedener methodischer Mittel, die in der Regel subjektiv geprägte Interpretationen von Schüleraktivitäten oder -äußerungen verschiedener Art beinhalten. Unter den vorliegenden methodischen Vorgehensmodalitäten dienen hermeneutische Verfahren, zu denen sich im weitesten Sinne auch die sogenannte „Grounded Theory“ zählen lässt, vor allem dem Ziel, den Sinn von Handlungen und Äußerungen zu erfassen. Aus der Sicht des Soziologen Flick lässt sich somit festhalten (Flick 2002, 48f):

„Qualitative Forschung zielt darauf ab, das untersuchte Phänomen bzw. Geschehen von innen heraus zu verstehen (...). Verstanden werden soll die Sicht des Subjekts (...). (...) gemeinsames Kennzeichen ist, dass mehr oder minder konsequent am Einzelfall angesetzt wird, bevor zu vergleichenden bzw. allgemeinen Aussagen übergegangen wird. Zunächst wird (...) der einzelne Fall rekonstruiert, bevor andere Fallanalysen und ihre Ergebnisse vergleichend herangezogen werden (...), um daraus eine Typologie (...) zu entwickeln.“

Auch in der eigenen Studie sollen Typen individuellen Vorgehens ergründet werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass aus der Artikulation der Grundschulkinder im sozialen Kontext Aufschluss gewonnen werden kann über deren Strategien beim Lösen mentaler Rotationsaufgaben. Anknüpfend an die diesbezügliche Haltung und Vorgehensweise Piagets und seiner Mitarbeiter (vgl. S. 59 und S. 62) wird angenommen, dass sich in klinischen Interviews mit paarweise zusammen arbeitenden Schülern in einem halbstandardisierten, problemzentrierten Beobachtungszusammenhang Denkmuster von Kindern zeigen, die im Zuge systematischer Analyse typisiert werden können.

Ein direkter empirischer Zugriff auf intern ablaufende kognitive Prozesse ist nicht möglich, woraus sich die von Maier deutlich formulierte Konsequenz

ergibt:

„Der Forscher bleibt darauf verwiesen, solche Prozesse aus wahrnehmbaren Lebensäußerungen deutend zu erschließen. In diese Deutungen bringt er Vorwissen, Vermutungen und Hypothesen über die untersuchte Wirklichkeit ein, und seine Deutungen bzw. Ergebnisse sind von diesen geprägt.“ (Maier 1991b, 102) Für die eigene Studie ist also stets zu berücksichtigen, dass es sich bei den eigenen Analysen stets immer nur um Deutungshypothesen handelt. Ein eindeutiger Nachweis der „Richtigkeit“ nachfolgender Befunde bleibt der eigenen Untersuchung folglich verwehrt, zumal hier lediglich „weiche“ Daten erhoben und keine Vorgehensweisen aus dem Bereich der quantitativen Unterrichtsforschung eingesetzt werden. Umso bedeutsamer wird somit der eigene Anspruch, die eigenen subjektiv geprägten Auslegungen in der gebotenen Ausführlichkeit gut nachvollziehbar zu gestalten. Ein grundsätzlicher Generalisierungsanspruch besteht dabei nicht. Allerdings bemerken Beck und Maier (1994), die qualitativ ausgerichtete mathematikdidaktische Forschung verkenne ihre eigenen Erkenntnismöglichkeiten „(...) wenn sie sich auf die Rekonstruktion der jeweiligen Situation in ihrer Spezifität beschränken würde.“ (Beck und Maier 1994a, 65; zit. nach Jungwirth 2003, 196)

Die skizzierte eigene Perspektive auf qualitativ orientierte Forschung repräsentiert nicht die sogenannte „interpretative mathematikdidaktische Forschung“ im engeren Sinne, wie sie in verschiedenen mathematikdidaktischen Arbeitsgemeinschaften im deutschsprachigen Raum vertreten wird³. Mit anderen mathematikdidaktischen Projekten, die der interpretativen Forschung zuzurechnen sind, gemeinsam ist jedoch das Interesse der eigenen Untersuchung daran, „(...) Schüler- bzw. Lehrerhandeln initiiierende, steuernde und begleitende **interne Prozesse und Antriebe** aufzudecken.“ (Maier 1991b, 98). Zudem werden auch im Ergebnis der eigenen Analysen Deutungshypothesen zu Handlungsabschnitten aus den Interviews präsentiert, für die gilt: „Alle Deutungshypothesen zusammen fassen und strukturieren den Gegenstand auf einer begrifflich-theoretischen Ebene, indem sie Gemeinsamkeiten und Unterschiede im Datenmaterial rekonstruieren.“ (Jungwirth 2003, 192).

³vgl. beispielsweise Jungwirth (2003) für eine Darstellung interpretativen Forschungsvorgehens in der Mathematikdidaktik

6.2.2 Elemente empirisch begründeter Theoriebildung

Ausgehend von einer Kritik an deduktiven Theorieentwicklungen, die bereits vor dem Erwerb empirischer Erfahrungen im Forschungsfeld von festgeschriebenen Hypothesen ausgehen, entwickelten die Soziologen Glaser und Strauss in den 60er Jahren des vergangenen Jahrhunderts Forschungsmethoden, die in der vorliegenden Arbeit im Zuge der Dokumentation und Analyse der erhobenen Daten aufgegriffen werden. Der von Glaser, Strauss (1967) und später auch von Corbin entwickelte bzw. modifizierte qualitative Ansatz der sogenannten „**Grounded Theory**“ verfolgt das Ziel der sukzessiven Elaboration einer für einen beschränkten Gegenstandsbereich geltenden Theorie unter ständigem (Rück-) Bezug auf die erhobenen Daten, wobei ein permanentes Wechselspiel zwischen theoretischen Überlegungen und den zur Verfügung stehenden Daten intendiert ist (vgl. Glaser und Strauss 1967; Corbin und Strauss 1990a, b). Es sollen eben nicht nur vorab formulierte Hypothesen überprüft werden. Vielmehr ist angestrebt, neue Hypothesen zu generieren und somit neue Erkenntnisse zu ermöglichen und miteinander zu vernetzen. Deutsche Übersetzungen des Begriffs „Grounded Theory“ wie „gegenstandsbezogene Theorie“ (vgl. Glaser und Strauss 1993), „auf empirisches Material gestützte“, „in den Daten verankerte Theoriebildung“ (vgl. Glaser und Strauss 1998) oder auch „empirisch begründete Theoriebildung“ (vgl. Kelle 1994; Kelle und Kluge 1999) versuchen, die engen Verflechtungen in diesem nicht-linearen Forschungsprozess zum Ausdruck zu bringen:

„(...) im Ansatz der gegenstandsbegründeten Theoriebildung (wird) den Daten und dem untersuchten Feld Priorität gegenüber theoretischen Annahmen eingeräumt. Diese sollen nicht an den untersuchten Gegenstand herangetragen werden, sondern in der Auseinandersetzung mit dem Feld und darin vorfindlicher Empirie ‚entdeckt‘ und als Ergebnis formuliert werden.“ (Flick 2002, 69)

Strauss und Glaser berufen sich u.a. auf die Position des symbolischen Interaktionismus nach Blumer (vgl. Corbin und Strauss 1990a, 24f). Bemerkt sei dazu, dass zum zentralen Ausgangspunkt der Forschung dabei die unterschiedlichen Weisen werden, in denen Subjekte Gegenständen, Ereignissen oder Erfahrungen Bedeutung beimessen: „Die Rekonstruktion solcher subjektiven Sichtweisen wird zum Instrument der Analyse sozialer Welten.“ (Flick 2002, 35) Der Forschende unternimmt folglich den Versuch, das vorgefundene Phänomen aus der Sicht des Subjekts zu rekonstruieren. In dieser Arbeit geht es also darum, die von den Grundschülern verfolgten Strategien zu ergründen.

Die hier aufgegriffenen Kernideen der Grounded Theory nach Corbin und Strauss (1990a, 1990b) beziehen sich vor allem auf den Bereich der Datenauswertung und die dazu von den Autoren entwickelten methodischen Leitideen. Diese berühren neben Hinweisen zum Umgang mit relevanter theoretischer Literatur die im Folgenden erläuterten Instrumente der (a) Datenkodierung, (b) des kontrastierenden permanenten Vergleichs, (c) der Fallauswahl sowie (d) dem Verfassen von sogenannten Memos.

Zu Beginn der Arbeit soll der Forscher weitgehend unvoreingenommen ins Feld gehen. Idealerweise nähert sich der Forschende dem Untersuchungsgegenstand also ohne vorab formulierte Kategorien oder Hypothesen mit einer Art „(...) Zangengriff, bei dem ausgehend von theoretischem Vorwissen einerseits und empirischem Material andererseits Hypothesen entwickelt werden.“ (Kelle 1994, 308). So weisen Strauss und Corbin (1990a, 56) ausdrücklich darauf hin, dass es wichtig und sinnvoll sei, während des gesamten Forschungsprozesses relevantes theoretisches Material zu sichten. Dies verleihe dem Forschenden ein besonderes Maß an sogenannter „theoretischer Sensitivität“ und befähige dazu, die eigenen Forschungsfragen sowie die eigenen Daten und Analysen stets in neuem Licht betrachten zu können. Andererseits wird von den Autoren darauf hingewiesen, dass es nicht notwendig (und u.U. sogar hinderlich für den eigenen kreativen Forschungsprozess) sei, die gesamte relevante theoretische Literatur bereits im Vorfeld zu studieren: „We do not want to be so steeped in the literature as to be constrained and even stifled in terms of creative efforts by our knowledge of it!“ (Corbin und Strauss 1990a, 50).

(a) Datenkodierung

Wesentliche Kernidee der Theoriebildung im Sinne der Grounded Theory ist die Kodierung des erhobenen Datenmaterials⁴. Diese beinhaltet im Wesentlichen die Zuordnung von Daten zu Kategorien, die im Zuge der theoretischen Analyse entwickelt und beständig verfeinert werden. Böhm bezeichnet die Tätigkeit des Kodierens daher treffend als ein „(...) *Verschlüsseln* oder *Übersetzen* von Daten (...)“ (Böhm 2003, 476). Strauss und Corbin (1990a, 57) definieren den Prozess des Kodierens entsprechend:

„Coding represents the operations by which data are broken down, conceptualized and put back together in new ways. It is the central process by which theories are built from data.“ Dem Datenmaterial werden also Begriffe bzw. Codes zugeordnet, die zunächst recht nahe an den Daten liegen. Ergänzend

⁴Für die vorliegende Studie wird in Kap. 7.4.2 (S. 389ff) sowie in Kap. 8 (S. 403ff) ausführlich das Vorgehen bei der Kodierung der eigenen Daten dargestellt.

bemerkt Flick (2002, 259): „Kategorisierung meint in diesem Vorgehen die Zusammenfassung von solchen Begriffen zu Oberbegriffen und die Herausarbeitung von Beziehungen zwischen Begriffen und Oberbegriffen bzw. Kategorien und Oberkategorien.“.

Hervorzuheben ist, dass unter einer Kategorie somit weniger die Beschreibung einer beobachteten Begebenheit, sondern vielmehr eine dahinter liegende Idee erfasst werden soll. Glaser und Strauss bemerken dazu: „(...) für die Generierung von Theorie stützen wir uns nicht auf die ‚Tatsache‘, sondern auf die *konzeptuelle Kategorie* (oder eine konzeptuelle Eigenschaft der Kategorie), die aus ihr gewonnen wurde.“ (Glaser und Strauss 1998, 33). Kategorien, ihre theoretisch bedeutsamen Merkmale und Hypothesen (im Sinne verallgemeinerter Beziehungen zwischen Kategorien und ihren Merkmalen) konstituieren schließlich formal die zu entwickelnde gegenstandsbezogene Theorie (vgl. Kelle 1994, 290). Kelle erläutert dazu:

„Eine Kategorie (...) wird anhand ihrer Merkmale beschrieben. Die Merkmale dienen dazu, Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen Ereignissen festzustellen, die derselben Kategorie angehören. Die so identifizierten Typen von Ereignissen können systematisch zu den Merkmalsausprägungen anderer Kategorien in Beziehung gebracht werden, um empirisch gehaltvolle Hypothesen zu formulieren.“ (Kelle 1994, 300).

Während die frühen Überlegungen von Glaser und Strauss relativ große Spielräume hinsichtlich des praktischen Vorgehens bei der Datenkodierung lassen, zeigen Strauss und Corbin (1990a, 1990b) ein wesentlich stärker differenziertes Methodenspektrum auf, das die eigenen Analysen maßgeblich anleitet. So unterscheiden Strauss und Corbin (vgl. auch Kelle 1994, 322ff) drei Phasen innerhalb des Voranschreitens der kodierenden Analyse, die als *offenes*, *axiales* und *selektives Kodieren* bezeichnet werden:

Offenes Kodieren

Offenes Kodieren beinhaltet eine erste, relativ spontane Analyse der erhobenen Daten und die Formulierung erster begrifflich fassbarer Kategorien, die sich durch ein „Aufbrechen“ der Daten in Sinneinheiten ergeben. Sorgfältige Analysen der beobachteten Phänomene, Gegenüberstellungen verschiedener Passagen aus dem Material und die Suche nach Ähnlichkeiten und Unterschieden in den Daten kennzeichnen diesen Prozess, der auf ein vorab formuliertes Kodierschema verzichtet:

„Open coding in grounded theory is the analytic process by which concepts are identified and developed in terms of their properties and dimensions. (...) Similar events and incidents are labeled and grouped to form catego-

ries.“ (Corbin und Strauss 1990a, 74). Aufgedeckte Phänomene werden im Zuge subjektiver Interpretation mit begrifflichen „Etiketten“, sogenannten „Kodes“, versehen, die sich auf kleine Details (etwa eine einzelne Zeile im Transkript), auf eine umfangreichere Handlungssequenz oder auch auf ein gesamtes Interviewprotokoll beziehen können (vgl. auch Flick 2002, 263).

Axiales Kodieren

Im Zuge axialer Kodierung werden die bei der offenen Kodierung entwickelten Kategorien verfeinert. Der Forschende begibt sich auf die Suche nach sogenannten Subkategorien, deren Beziehungen zueinander sowie zu den vorab erkannten übergeordneten Kategorien analysiert und beschrieben werden. Es ergibt sich das Bestreben nach einer Stützung der Kategorien mit möglichst zahlreichen, verschiedenartigen oder ähnlichen Textstellen, die die Dimensionen der erkannten Kategorien erkennbar werden lassen: „In *axial coding* categories are related to their subcategories, and these relationships tested against data. Also further development of categories takes place and one continues to look for indications of them.“ (Corbin und Strauss 1990b, 423). Die Rolle des Forschenden während dieses Prozesses charakterisiert Flick (2002, 266) besonders treffend:

„Dabei bewegt sich der Forscher zunehmend zwischen induktivem Denken (Entwicklung von Begriffen, Kategorien und Beziehungen aus dem Text) und deduktivem Denken (Überprüfung gefundener Begriffe, Kategorien und Beziehungen am Text, vornehmlich an anderen Passagen oder denjenigen, aus denen sie entwickelt wurden) hin und her.“

Selektives Kodieren

Beim selektiven Kodieren werden die beim axialen Kodieren verfolgten Schritte auf höherer Ebene fortgesetzt, um die erkannten Zusammenhänge gewissermaßen zu integrieren: Nachdem im Verlauf offener Kodierung Kategorien erkannt, im Rahmen axialer Kodierung weiter differenziert und in ihren wesentlichen Dimensionen beschrieben wurden, geht es nun darum, übergeordnete Zusammenhänge zu klären. Dabei greifen wiederum verschiedene Aktivitäten ineinander: Angestrebt wird eine Rückbesinnung auf die zentrale Fragestellung der Studie (vgl. dazu Kap. 6.1, S. 304ff) und damit die Erarbeitung einer zentralen Kategorie („core category“, Strauss und Corbin 1990a, 121). Sodann sollen im Zuge selektiver Kodierung die Facetten dieser Kernkategorie bestimmt werden, d.h. es wird dargestellt, in welcher Relation die übrigen Kategorien zur Kernkategorie stehen, inwiefern sie also als Unterkategorien der Kernkategorie zu verstehen sind. Dazu zählt auch ein Gruppieren und Sortieren der erkannten Strukturen, das die jeweiligen Merkmalsausprägungen der Kategorien erfasst. Schließlich ist ein Validieren der entwickelten

Theorie im Zuge einer Gegenüberstellung mit den Daten zu leisten: „Validating one’s theory against the data completes it’s grounding.“ (Corbin und Strauss 1990a, 133). Dabei stellt sich zuguterletzt auch die Frage, wie Lücken innerhalb der eigenen Theorie mit Hilfe gezielter Rückgriffe auf das Datenmaterial geschlossen werden können. Denkbare Merkmalsausprägungen der einzelnen Kategorien sollten zumindest theoretisch erwogen werden, auch wenn diese im vorliegenden Material so zunächst nicht empirisch nachweisbar sind⁵.

(b) Kontrastierender, permanenter Vergleich⁶

Der kontrastierende, permanente Vergleich („constant comparative method“), der alle Phasen des Kodierens begleitet, soll die Aufmerksamkeit des Forschers auf Ähnlichkeiten und Unterschiede in den Daten lenken. Wie oben bereits mehrfach anklang, unterstützt dieses methodische Vorgehen den Forscher in seinen Bemühungen, möglichst zahlreiche verschiedene Kategorien zu entwickeln bzw. zu differenzieren, wobei Glaser und Strauss den Hinweis geben:

„Während sie ein Vorkommnis für eine Kategorie kodieren, vergleichen sie es mit vorhergehenden Vorkommnissen in derselben wie auch in anderen Gruppen, die zu der gleichen Kategorie kodiert wurden. (...) Dieses ständige Vergleichen führt sehr bald zur Generierung von theoretischen Eigenschaften der Kategorie.“ (Glaser und Strauss 1998, 112)

(c) Fallauswahl

Entscheidungen über die Auswahl zu analysierender Fälle werden in der Konzeption der Grounded Theory nicht vorab festgelegt, sondern erst im Voranschreiten des Forschungsprozesses getroffen. Ziel einer systematischen Suche nach Vergleichsgruppen ist es, genau solche Ereignisse und Phänomene in die Analyse einzubeziehen, die geeignet erscheinen, Kategorien und ihre Merkmalsausprägungen zu repräsentieren und weiterzuentwickeln. Dies bedingt, dass Datenanalyse und sukzessive Fallauswahl zeitlich verschränkt durchgeführt werden:

„Sampling and analysis must occur in tandem, with analysis guiding the data collection.“ (Corbin und Strauss 1990a, 178). Dabei ist es sowohl gestattet, aus dem bereits gesammelten Material stets neue Datenausschnitte in die Analyse einzubeziehen, als andererseits auch neue Daten zu sammeln (a.a.O., 181). In praktischer Hinsicht bedingt dies eine unmittelbare Analyse

⁵Zur Beschreibung solcher denkbaren Zusammenhänge wird häufig eine tabellenartige Darstellung („conditional matrix“, vgl. Strauss und Corbin 1990a, 158ff) genutzt.

⁶(vgl. dazu aus interpretativ-forschender mathematikdidaktischer Perspektive auch Brandt und Krummheuer 2000)

erster Interviews, die sodann die weitere Fallauswahl anleiten.

Bei diesem sogenannten „theoretical sampling“ soll die Suche nach Vergleichsfällen über den permanenten Vergleich von Ereignissen geleitet sein: In die Untersuchung sollen gezielt solche Daten einbezogen werden, die sich hinsichtlich eines bestimmten Merkmals maximal unterscheiden oder aber größte Ähnlichkeit aufweisen (vgl. Kelle 1994, 297).

Im Zuge axialer Kodierung (s. S. 314) etwa wird man bewusst auf die Suche nach Situationen gehen, die die Bandbreite der erkannten Kategorien erkennen lassen: „(...) **purposefully** choose persons, sites or documents that maximize opportunities to elicit data regarding variations along dimensions of categories (...)“ (Corbin und Strauss 1990a, 186).

Eine gezielte Auswahl von Ereignissen ist schließlich auch für Phasen selektiver Kodierung von großer Bedeutung, das hier noch einmal gezielt Daten zur Stützung und Dimensionalisierung herangezogen werden müssen (s. S. 314). Auf repräsentative Stichproben im Sinne quantitativer Untersuchungen wird somit bewusst verzichtet, zumal keine Repräsentativität von *Personengruppen* angestrebt wird: „In grounded theory, however, it is representativeness of concepts, not of persons, that is important.“ (Corbin und Strauss 1990a, 420). Daher wird das Sampling fortgesetzt, bis sich eine sogenannte theoretische Sättigung einstellt, also durch Analysen neuer Ereignisse keine weiteren Erkenntnisgewinne für die eigene Theorie gewonnen werden können.

(d) Verfassen von Memos

Der Forschungsprozess innerhalb der Entwicklung einer empirisch begründeten Theorie wird vom Beginn bis zum Abschluss der Theorieformulierungen begleitet von einem konsequenten Anlegen sogenannter „Memos“ (vgl. Corbin und Strauss 1990a, 197ff). Diese (knappen oder auch umfangreicheren) schriftlichen Notizen können sich beispielsweise auf Erklärungen zu den gefundenen Kategorien und ihren Relationen beziehen („code notes“) oder auch auf höherer Ebene theoretische Zusammenhänge formulieren und damit erste Bausteine der später auszuformulierenden Theorie darstellen („theoretical notes“). Während des Forschungsprozesses erscheint es zudem besonders hilfreich, Notizen anzulegen, die sich auf die Weiterarbeit, zwischenzeitlich aufgetauchte Fragen, Gedanken zum eigenen Vorgehen oder im weiteren Verlauf zu überprüfende Hypothesen beziehen („operational notes“). Auch wenn während der Kodierung Konflikte oder Widersprüche auftauchen, wird das Verfassen von Memos empfohlen (vgl. Glaser und Strauss 1998, 113).

Festzuhalten bleibt schließlich, dass die dargestellten methodischen Forschungsinstrumente für die eigene Studie und die in Kap. 6.1 (S. 304ff) for-

mulierten Fragestellungen aus verschiedenen Gründen besonders geeignet erscheinen:

- Exemplarisch sei zunächst auf eine Studie von Owens und Clements (1998) hingewiesen, die sich ebenfalls an den Prinzipien der Grounded Theory orientiert. Auch hier wurde mit Grundschulkindern gearbeitet, die zweidimensionale geometrische Problemstellungen (Tangram u.ä.) bearbeiten sollten. Das Entwickeln von Kategorien und Subkategorien aus den erhobenen Daten erwies sich hier als besonders ergiebig und führte zu differenzierten Ergebnissen, auf die an dieser Stelle jedoch nicht näher eingegangen werden soll.
- Die mit dem beschriebenen Vorgehen der Grounded Theory verbundene Zirkularität des Vorgehens bedingt eine permanente Reflexion des eigenen Forschungsvorgehens. Dies erscheint besonders günstig für das eigene Projekt einer im Hinblick auf empirische Forschung noch relativ unerfahrenen Forscherin.
- Erklärtes Ziel der eigenen Studie ist das Aufdecken bislang in der empirischen Forschung noch kaum betrachteter Strategien von Grundschulkindern beim Bewältigen von Aufgabenstellungen mit mentaler Rotation (vgl. Kap. 6.1, S. 304ff). Erforderlich ist dazu eine methodische Vorgehensweise, die den Blick nicht schon vorab stark einschränkt sondern eigene Entdeckungen gestattet. Dieser explorative Charakter kann als besondere Stärke der „Grounded Theory“ angesehen werden: „Entscheidend ist, dass der Forscher eine klare Vorstellung über seine Fragestellung entwickelt und dabei aber noch offen bleibt für neue und im besten Fall überraschende Erkenntnisse.“ (Flick 2002, 77)
- Die eigene Studie stellt nicht nur die Frage nach zu beobachtenden Einzelaspekten innerhalb der kindlichen Strategien bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben, sondern versucht ferner, Typen von Vorgehensweisen zu identifizieren. Die angestrebte Typologie sieht also nicht die Person (das einzelne Kind) als „Fall“, sondern versucht Typen von Strategien als Fälle zu erfassen und zu erklären. Wenngleich Glaser, Strauss und Corbin in ihren Ausführungen auf diesen Aspekt kaum eingehen, verweisen beispielsweise Kelle und Kluge (1999) auf naheliegende Möglichkeiten der Typenbildung, die sich auf der Grundlage der vorab identifizierten Subkategorien im Sinne der Grounded Theory herleiten bzw. charakterisieren lassen. So liegt es in Phasen selektiver Kodierung nahe, die Analyse inhaltlicher Sinnzusammenhänge mit der

Bildung von Typen zu verquicken (vgl. Kelle und Kluge 1999, 79ff). Die zuvor entwickelten Subkategorien sind hier von besonderer Bedeutung, da „(...) mit Hilfe dieser Kategorien nicht nur Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen den einzelnen Fällen, sondern vor allem auch zwischen den zu bildenden Typen erfaßt werden sollen (...)“ (Kelle und Kluge 1999, 37)

6.3 Vorüberlegungen zur Planung der Untersuchung

Empirische Studien im Kontext des Untersuchungsfeldes mentaler Rotation, wie es in den vorausgegangenen Kapiteln des theoretischen Teils ausführlich analysiert wurde, berücksichtigen vor allem eine komparative Komponente: In der Regel sind Zeichnungen, also ebene Darstellungen von Figuren oder ebene Muster mit ähnlichen Darstellungen zu vergleichen (vgl. Kap. 2.1.3, S. 45ff). Insbesondere auch Analysen zu Strategien mentaler Rotation (vgl. Kap. 5.2, S. 252ff) bedienen sich fast ausschließlich solcher ebenen Aufgabenstellungen, in derer Mittelpunkt der Vergleich gegebener Darstellungen steht. Ein konzentrierter Überblick über die Vielfalt möglicher Aufgabentypen und Forschungsdesigns, die eingesetzt werden, um die Fähigkeit zu mentaler Rotation zu untersuchen, soll im nachfolgenden Kapitel 6.3.1 dargestellt werden, um die Konzeption der eigenen Untersuchung besser einordnen zu können. Anknüpfend an diese Vorüberlegungen wurde zur Vorbereitung der eigenen Untersuchung mit Kindern einer vierten Grundschulklasse in Hannover eine Vorstudie mit explorativem Charakter durchgeführt, die in ihren wesentlichen Zügen kurz in Kap. 6.3.2 (S.322ff) vorgestellt wird.

6.3.1 Aufgabentypen und Forschungsdesigns zur Untersuchung von Strategien beim Umgang mit Aufgaben zu mentaler Rotation

Die Forschungsvielfalt im Bereich mentaler Rotation ist kaum zu überschauen und kann in der vorliegenden Arbeit nicht erschöpfend dargestellt werden. Der Facettenreichtum der Studien, die sich diesem Themenfeld nähern, belegt die besondere Relevanz des Feldes für kognitionspsychologische Erkenntnisse, wie zahlreiche Autoren immer wieder betonen. Wohlschläger und Wohlschläger sprechen beispielsweise von einem „milestone for cognitive psychology and mental imagery research.“ (Wohlschläger und Wohlschläger 1998, 397).

So sind zunächst einmal zahlreiche Versuche zu finden, die äußeren Bedingungen bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben zu variieren und den Einfluss auf Reaktionszeiten messen⁷. Cohen u.a. etwa lassen ihre Probanden unter Zeitdruck arbeiten (vgl. Cohen und Kubovy 1993; Cohen und

⁷vgl. dazu auch die ausführlichen Darstellungen in Kapitel 2.3 (S. 93ff)

Blair 1998), andere Forscher untersuchen gar den Einfluss auf mentale Rotationsleistungen in der Raumstation MIR (vgl. Matsakis u. a. 1993).

Verschiedene **Aufgabentypen** ergänzen den Variantenreichtum von Studien im Kontext mentaler Rotation, die in der Mehrzahl zwar auf ebene Darstellungen gedanklich zu rotierender Figuren zurückgreifen, durchaus aber auch Angebote mit dreidimensionalen Objekten bereit halten.

Mc Williams, Hamilton und Muncer (1997, vgl. auch Kap. 2.3.2.2, S. 102) boten ihren Probanden sowohl die „klassischen“ Würfelzehnlänge nach Shepard und Metzler (1971) als auch entsprechende konkrete dreidimensionale Modelle an, die rotiert werden mussten. Hintergrund war hier jedoch ein besonderes Interesse an geschlechtsspezifischen Unterschieden. Auch in einer Studie von Garbis (1997) mit blinden Probanden wurden vergleichbare dreidimensionale Modelle eingesetzt (vgl. Kap. 2.1.3, S. 55).

Für Sehende, erwachsene Probanden entwickelte Pinker Arrangements mit Spielzeugfiguren in einer Box, die abgedeckt und anschließend rotiert wird (Pinker 1980, 361): Die Probanden müssen die Raumlage der Figuren antizipieren und damit eine ähnliche Aufgabe bewältigen wie die blinden und sehbehinderten Kinder in einer Studie von Ungar u. a. (1995, vgl. S. 275), die als eine der wenigen Untersuchungen mit Angeboten dieser Art strategische Differenzen zu ergründen versucht.

Weitere Aufgabentypen, zu denen mentale Rotationsstrategien untersucht wurden, erarbeiteten beispielsweise Bryden, George und Inch (1990). Diese Autoren variierten die Komplexität der angebotenen Würfelmehrlänge auf verschiedene Weise: Neben einer unterschiedlichen Anzahl von Einzelwürfeln (7 oder 10) bzw. unterschiedlich vielen Abknickungen innerhalb der Würfelkette (2 oder 3) boten sie die Konfigurationen einerseits als Skizze sowie andererseits als konkretes dreidimensionales Modell an (vgl. Kap. 2.3.2.2, S. 101). Strategische Differenzen zwischen den erwachsenen männlichen und weiblichen Probanden konnten dabei nicht festgestellt werden (vgl. Bryden u. a. 1990). Für Grundschulkinder wurden vergleichbare Untersuchungen bislang jedoch nicht durchgeführt, so dass für die eigene Studie einerseits der Gedanke einer Reduktion der Einzelwürfel sowie andererseits das Angebot konkreter dreidimensionaler Figuren aufgegriffen wird.

Im Hinblick auf die **Art der Datenerhebung** ist im Forschungskontext zu mentaler Rotation ebenfalls eine bemerkenswerte Bandbreite festzustellen. Neben verbreiteten Messungen von Gehirnstromaktivitäten und Augenbewegungsanalysen wird dabei in jüngster Zeit häufig auch eine Kombination

quantitativer und qualitativer Methoden eingesetzt:

Die von Kosslyn (1994) als 3. Phase der Imagery-Kontroverse titulierte Forschungsrichtung innerhalb der Kognitionpsychologie versucht im Rahmen der technisch unterstützten *Erfassung von Gehirnaktivitäten* (z.B. die Durchblutung bestimmter Gehirnareale) Hinweise für die Existenz von Informationsverarbeitungsprozessen bei mentaler Rotation zu finden, die den Vorgängen bei visueller Wahrnehmung ähnelt - vielfach wurde darauf in der vorliegenden Arbeit bereits verwiesen. Auch auf Experimente mit Menschenaffen wurde dabei zurückgegriffen (vgl. Georgopoulos u. a. 1989; Kosslyn u. a. 1993; Cohen u. a. 1996; Kosslyn u. a. 1998; Wraga u. a. 2003).

Im deutschen Sprachraum fanden in jüngster Zeit Untersuchungen statt, die sich der Methoden der Gehirnaktivitätsmessung bedienen (z.B. Jordan u. a. 2002). Für die eigene Arbeit liefern diese Studien ergänzende Befunde zu bei mentaler Rotation anzunehmenden Informationsverarbeitungsprozessen und Strategiepräferenzen der Probanden (vgl. Kap. 2.3.2.1, S. 97). Für Grundschulkinder liegen nach gegenwärtigem Kenntnisstand der Verfasserin allerdings keine Untersuchungen in dieser Richtung vor. Auch für die eigene Erhebung spielen die angesprochenen, technisch sehr aufwändigen Methoden keine Rolle. So ist, neben fehlenden technischen Möglichkeiten, insbesondere jüngeren Kindern der immense apparative Aufwand solcher Untersuchungsinstrumente kaum zuzumuten.

Augenbewegungsanalysen, wie sie von Just und Carpenter (1985) eingesetzt wurden (vgl. Kap. 5.4, S. 258) sind ohne Zweifel eine auch aus mathematikdidaktischer Perspektive interessante Methode, wie beispielsweise die Arbeiten von Merschmeyer-Brüwer (z.B. 2001a) zeigen. Es muss jedoch berücksichtigt werden, dass mit Analysen dieser Art ein hoher technischer Aufwand verbunden ist. Die erforderlichen Mittel standen der eigenen Untersuchung nicht zur Verfügung. Zudem ist es im Hinblick auf eine sicher wünschenswerte Verzahnung von mathematikdidaktischer Forschung und Unterricht im Alltag bedeutsamer, Methoden und Analyseinstrumente einzusetzen und weiter zu entwickeln, die auch der Kollegin in der Schule zugänglich sind und hier direkt aufgegriffen werden können.

Die *Kombination quantitativer und qualitativer Methoden* ist eine der in jüngerer Zeit am häufigsten angewandten Methoden bei der Erforschung unterschiedlicher Vorgehensweisen bei Aufgaben zu mentaler Rotation. Meist folgt dabei auf einen quantitativ orientierten Testteil ein Interview mit den Probanden. Quaiser-Pohl (1998) etwa entscheidet sich in ihrer Untersuchung

geschlechtsspezifischer Differenzen⁸ für eine Kombination aus Raumvorstellungstests und individuellen Einzeluntersuchungen: Die Ergebnisse der Tests werden mit statistischen Methoden ausgewertet und ergänzt durch eher qualitativ ausgerichtete Elemente wie einen Fragebogen zu Sozialisationseffekten⁹ und Einzelinterviews, in denen die Teilnehmer im Sinne der Methode des „lauten Denkens“ aufgefordert werden, ihre *während* der Aufgabenlösung aktiven Gedankengänge zu verbalisieren¹⁰. Insbesondere die Befragung von Kindern nach ihrem eigenen Vorgehen bei der Aufgabenbearbeitung erscheint auch für die eigene Studie ein gangbarer Weg, unterliegt aber auch Beschränkungen, die in Kap. 6.4.2 (S. 340) erörtert werden.

Rozenccwajg erarbeitet in ihren Studien zudem Strategien zum „block design test“ von Koh (vgl. Kap. 3.16, S. 145), indem sie die 17-jährigen Probanden im Anschluss an die Aufgabenbearbeitung bittet, ihre Problemlösestrategien zu artikulieren. Dies sei eine besonders geeignete Vorgehensweise, bei dem der Problemlöseprozess als solcher nicht gestört wird (vgl. Rozenccwajg 1991, 77). Ähnliche qualitative Interviews, bei denen mentale Rotationsaufgaben im Mittelpunkt stehen, werden sowohl mit erwachsenen Probanden (z.B. Leone u. a. 1993) sowie mit jüngeren Schülern durchgeführt (z.B. Gorgorió 1998, vgl. S. 282)¹¹.

6.3.2 Ausschnitte aus einer Voruntersuchung mit explorativem Charakter

Wie in Kap. 2.1.3 (S. 45ff) und Kap. 2.2.2 (S. 69ff) ausführlich dargestellt wurde, bedienen sich kognitionspsychologische sowie psychometrisch ausgerichtete Untersuchungen vor allem quantitativer Erhebungen, die zumeist Papier-Bleistift-Tests mit mental zu rotierenden Darstellungen beinhalten. Denkbar sind solche auf Papier angebotenen Items auch für Untersuchungen

⁸allerdings v.a. bezogen auf den Test „Schnitte“

⁹u.a. Vorerfahrungen, Freizeitaktivitäten, Motivation, Einstellung zur Mathematik, Selbstbild der Probanden

¹⁰vgl. auch Kap. 6.4.2, S. 340 zur Abgrenzung dieses Verfahrens von dem in der eigenen Studie eingesetzten *nachträglichen* Reflektieren über das eigene Vorgehen im Sinne metakognitiv gesteuerter Introspektion

¹¹Weitere umfangreiche Zusammenstellungen zu Forschungsmethoden, die in der Kognitionspsychologie zur Erforschung räumlicher Vorstellungskompetenzen eingesetzt werden, liefern z.B. die entsprechend ausgerichteten Handbücher von Foreman und Gillet (1997, 1998), auf deren Darstellungen jedoch hier nicht im Detail eingegangen werden kann.

mit Grundschulkindern (z.B. Forisha 1975; Grüßing 2001)¹² bzw. für Aktivitäten zur „Kopfgeometrie“ im Geometrieunterricht der Grundschule (vgl. Kap. 4.2.3, S. 210).

Vielfach umspannen Aktivitäten im Geometrieunterricht der Grundschule jedoch, wie in Kap. 4.2.3 (S. 210ff) überblicksartig gezeigt wurde, ein sehr viel weiteres Feld, das zunächst an kindliche vorschulische Bauerfahrungen anknüpft und Konstruktionen im Dreidimensionalen thematisiert (freies Bauen, Herstellen geometrischer Objekte, Nachbau usw.).

Im eigenen Unterricht der Verfasserin und in der vorliegenden Untersuchung wurde entsprechend besonderer Wert auf aktives Handeln im dreidimensionalen Raum gelegt. Dieses konkrete Handeln kann auch für die Erforschung räumlicher Kompetenzen als wertvolles Instrument dienen. So bemerkt Gardner (1989; vgl. auch Kap. 2.22, S. 68), dass die Beobachtung des konstruktiven Tuns der Kinder erforderlich sei, um deren räumliche Intelligenz angemessen zu erfassen: „The activity requires them (the children, Anm. S.R.) to ‚puzzle out‘ the structure of the object and then to discern or remember the spatial information that will allow reassembly of the pieces.“ (Gardner 1989, 6)

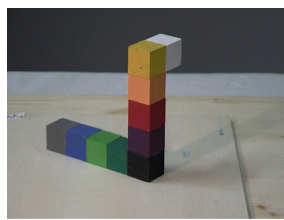
Im Sinne mathematikdidaktischer Forschung und Innovation lag es somit nahe, für die eigenen Fragestellungen Aufgaben zu entwickeln, bei denen einerseits Strategien mentaler Rotation eingesetzt werden müssen, andererseits aber für die Kinder auch die Möglichkeit bestand, ihre Überlegungen konstruktiv auszuführen (vgl. zu Befunden hinsichtlich der konstruktiven Artikulation räumlicher Vorstellungen auch noch einmal Kap. 3.2.3, S. 143ff). Ausgeklammert werden sollten dabei bewusst (mögliche) Erschwernisse, die durch das Zusammenspiel verschiedener Repräsentationsebenen (z.B. Nachbau nach Zeichnung oder Bauplan) entstehen können.

Als relativ simple Möglichkeit, Kindern aktiv-entdeckende Annäherungen an den Gegenstand mentaler Rotation zu ermöglichen und damit einen reichen Fundus für die Erkundung kindlicher Strategien bei mentaler Rotation zu generieren, erwies sich nach ersten Interviews in einer Voruntersuchung, die mit zehn Kindern einer vierten Grundschulklasse in der Stadt Hannover durchgeführt wurde, eine konstruktive Arbeitsumgebung mit einer einfacher Bauaufgabe, die sich die Tücken der Schwerkraft zunutze macht: Präsentiert wurde dazu eine fest verleimte Anordnung aus zunächst 10 Wür-

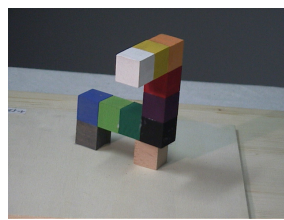
¹²Forisha (1975) setzt beispielsweise den in Kap. 2.26 (S. 73) vorgestellten „Kuhlmann-Finch Scholastic Aptitude Test“ ein, um der Frage nachzuspüren, wie sich Repräsentationen im Kindesalter entwickeln.

fehn, deren einzelne Würfel passgenau Fläche an Fläche aneinander gefügt waren. Teilweise ragten Einzelwürfel oder Würfelgruppen so über andere Würfelgruppen hinaus, dass die Figur aus statischen Gründen ohne Leim nicht stabil gewesen und auseinander gefallen wäre (vgl. Abb. 6.1). Strukturell glichen die angebotenen Figuren damit stark den Würfelanordnungen aus den Studien von Shepard und Metzler (1971) bzw. Vandenberg und Kuse (1978) (vgl. dazu auch Kap. 6.4.1, S. 327). Allerdings waren hier keine weiteren Hinweise wie „Drehe um!“ o.ä. mehr notwendig. Vielmehr ergab sich die Arbeitsanweisung aus der gegebenen Situation heraus.

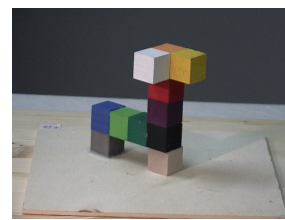
Die Würfelkonfigurationen wurden den Kindern teilweise in einem hölzernen Guckkasten angeboten, der die Blickrichtung der Kinder auf eine festgelegte Perspektive fixieren sollte. Dies erwies sich aber bereits während der ersten Interviews mit den paarweise zusammen arbeitenden Kindern als so schwierig, dass darauf bereits beim dritten Schülerpaar verzichtet wurde. Zudem war die Arbeit als Paar stark beeinträchtigt, da immer nur ein Kind durch den schmalen Schlitz auf das nachzubauende Bauwerk blicken konnte¹³.



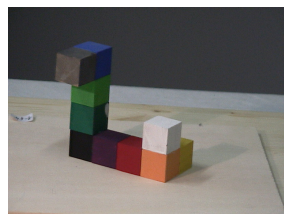
1-f1



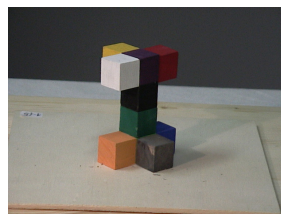
1-f2



1-f3



1-f4



1-f5

Abbildung 6.1: Figuren aus der Vorstudie - hier bereits eingefärbt wie später im Ergänzungsteil der Hauptstudie

¹³Da im Hinblick auf die Konzeption und Durchführung der Hauptstudie noch einmal ausführlich auf die Gestaltung der Interviews eingegangen wird, sei an dieser Stelle zunächst lediglich darauf verwiesen, dass die Kinder in einem separaten Raum mit der Interviewleiterin paarweise die dargestellten Konfigurationen nachbauen sollten. Diese Aktivität wurde auf Video aufgezeichnet, allerdings nicht transkribiert, sondern lediglich anhand des Videomaterials analysiert.

Die Aufforderung an die Kinder bestand also darin, diese Figuren aus einzelnen Würfeln nachzubauen *ohne* Leim zu verwenden. Damit verbunden war der Zwang, mentale Strategien zu entwickeln, die einen Nachbau der Figur in anderer (nämlich statisch stabiler) Lage ermöglichen. Gleichwohl ist eine Annäherung im Zuge konkreten eigenen Tuns möglich, wie die nachfolgend skizzierten, an dieser Stelle bewusst knapp gehaltenen Ausschnitte aus der Vorstudie verdeutlichen.

- Vielfach fanden zunächst *konkrete Annäherungen* statt, das heißt, die Kinder näherten sich der Problemlösung konstruktiv, indem sie zunächst die zu errichtende Figur in ihrer präsentierten Ausrichtung nachzubauen versuchten.
- Die beschriebene Annäherung geschah stets in Verbindung mit einer Strukturierung des vorgegebenen Zehnlings in Subeinheiten von drei bis vier Würfeln. So finden sich in den Interviews Äußerungen wie:
 „Die hier unten und dann drei darauf.“ (Tobias)
 „Ich hab´ jetzt vier aufeinander gestapelt, und jetzt nehm´ ich die nächsten.“ (Elsa)

Als mögliche Ursache für diese bei fast allen Kindern zu beobachtende starke Tendenz zur gedanklichen Zerlegung der vorgegebenen Figur wurde in der ersten Analyse dieser Szenen u.a. auch darauf zurückgeführt, dass die Einzelwürfel durch die farbige Gestaltung besonders stark betont werden und es damit nahe liegt, hier zunächst erst einmal Gruppierungen vorzunehmen, um sich zu orientieren. Für die Hauptstudie wurde daraus die Konsequenz gezogen, die Mehrzahl der zu rotierenden Figuren *nicht* einzufärben, um zu untersuchen, ob sich diese Tendenz zur Bildung von Subeinheiten erhält.

Vorgehensweisen, die einer holistischen Strategie¹⁴ gleichen, also sofort die gedankliche Rotation der Gesamtfigur anstreben und beispielsweise von Grüßing (2002) für zweidimensionale Aufgabenformate identifiziert wurden, konnten bei diesen Konfigurationen in der recht kleinen Schülergruppe von nur zehn Kindern zunächst nicht beobachtet werden.

- Häufig beobachtet werden konnte, dass die Kinder auch jene Figuren, die in verschiedene Dimensionen des Raumes hineinragten, als *flache Eigenbauten* wiedergaben, also alle Würfel in einer Ebene beließen. Vermutet wurde hier in ersten Analysen, dass die Kinder ihre Aufmerksamkeit offenbar nur auf einzelne Elemente der Konfigurationen richteten

¹⁴vgl. Kap. 5.2, bzw. Zusammenfassung ab S. 292ff

und nicht in der Lage waren, die Objekte als Einheit zu erfassen. Offenbar stellten die aus zehn Einzelwürfeln zusammen gesetzten Würfelmehrlinge also so große Ansprüche an das Vorstellungsvermögen der Viertklässler, dass für die Hauptuntersuchung entschieden wurde, den Schwerpunkt auf weniger umfangreiche Konfigurationen (v.a. Fünflinge) zurückzugreifen, die ein Erfassen der Gesamtgestalt erleichtern.

- *Körperbewegungen* erwiesen sich für zahlreiche Kinder als besonders hilfreiche Stütze. Beispielsweise drehte Erol seinen Kopf konsequent so, dass die von ihm erdachte Kipprichtung der Figur der Längsachse seines eigenen Körpers entsprach, er die Figuren also stets von ihm aus gesehen genau nach hinten kippen konnte. Auch Handbewegungen, die die gedachte Kipprichtung anzeigen, konnten häufig beobachtet werden.

Insgesamt stellte die Aufgabenstellung, räumliche Modelle in anderer Lage nachzubauen, offensichtlich eine interessante Problemstellung für alle beteiligten Kinder dar, die mit hoher Motivation zur Mitarbeit einher ging. Die Kinder aus dem vierten Schuljahr waren hier mit einer echten Herausforderung konfrontiert, zumal weniger als die Hälfte der Aufgaben richtig gelöst werden konnten¹⁵. Gleichwohl stellte sich mit der Auswertung der Ergebnisse die Frage, wie wohl jüngere Schüler auf die Art der angebotenen Aufgaben reagieren würden, bzw. wie Schüler gleichen Alters auf Konfigurationen mit weniger Würfeln reagieren würden.

¹⁵Auf eine detaillierte statistische Auswertung der Ergebnisse aus der Vorstudie wurde verzichtet, da das Hauptinteresse hier darin bestand, einen ersten Eindruck vom qualitativen Umgang der Kinder mit dem Material zu gewinnen, bzw. wichtige Anhaltspunkte für die Konzeption der Hauptstudie zu erhalten, die in den nachfolgenden Kapiteln ausführlich dargestellt wird.

6.4 Planung der Hauptuntersuchung

6.4.1 Aufgabenauswahl für die eigene Studie: Konfigurationen und ihre strukturellen Charakteristika

Kindern im Grundschulalter fällt es entwicklungsbedingt häufig noch schwer, via Introspektion eigene Gedankengänge zu reflektieren und verbal zu formulieren. Für die eigene Studie ergab sich folglich der Zwang, ein Versuchsdesign zu entwickeln, das es der späteren Analyse gestattete, Aufschluss über die Denkprozesse der Kinder bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben zu gewinnen, ohne sich vorrangig auf verbale Äußerungen der Kinder stützen zu müssen. Wichtiger Anhaltspunkt war hier die Überlegung, in Anlehnung an die Gestaltung klinischer Interviews durch Piaget und seine Mitarbeiter konkretes Material einzusetzen. Entsprechend bemerkt Hasemann: „Als eine Umgehung oder Ergänzung der verbalen Methoden können non-verbale Analysetechniken betrachtet werden, bei denen die Versuchspersonen angeregt werden, mit konkretem Material zu handeln. Das Material muss dabei so beschaffen sein, daß es die postulierte Struktur des Denkens durch die Struktur der äußeren Repräsentation, wie sie im konkreten Material in Erscheinung tritt, verstärkt - oder gerade behindert.“ (Hasemann 1988, 111)

Liben (1997), die den Versuch unternimmt, einen Überblick zu verschiedenen Forschungsmethoden im Zusammenhang mit räumlichen Kompetenzen zu erarbeiten, spricht hier vom Aufgabentyp der „production methods“ (Liben 1997, 45f). Wenngleich die Autorin sich vornehmlich dem Bereich räumlicher Orientierung widmet, beschreibt diese Klassifikation doch recht treffend auch zentrale Ideen der eigenen Aufgabenkonzeption: „(...) the child has some kind of direct experience in the actual referent place, and is then asked to translate some aspects of that experience to some sort of spatial representation. (...) and that experience might or might not involve physical movement within the space.“ (a.a.O., 46)

Vergleichbare allgemeine Beschreibungen zur Gestaltung eines Versuchsdesigns zur Erforschung räumlicher Vorstellungsfähigkeiten beschreibt auch Newcombe (1985):

„People can be asked to reconstruct spatial information, that is, to place a pair or array of objects where they belong. The framework for this task can be the original space (be it a room or other spatial framework) or another framework, on a same or different scale as the original one.“ (Newcombe 1985, 277).

Vor diesem Hintergrund wurde somit die bereits in Kap. 6.3.2 (S. 322) skizzierte Aufgabenstellung zur Rekonstruktion vorgegebener Würfelmehrlinge auch in der Hauptuntersuchung aufgegriffen: Die zentrale Aufgabe der Kinder bestand darin, eine vorgegebene, verleimte Würfelkonfiguration aus Einzelwürfeln zu rekonstruieren. In den Raum hinein ragende Segmente oder Einzelwürfel der Bauvorlagen erschwerten die Rekonstruktion und zwangen die Kinder dazu, die Figuren in abweichender, statisch stabiler Lage zu rekonstruieren, wobei mentale Rotationen eingesetzt werden mussten (vgl. entsprechende Abbildungen auf S. 331ff)

Unter Rückbesinnung auf den theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit sei noch einmal darauf verwiesen, dass „mentale Rotation“ im ursprünglichen Sinne von den an entsprechenden Untersuchungen beteiligten Probanden folgende Teilleistungen erwartet: (a) die Konstruktion eines mentalen Modells ausgehend von der skizzenartigen Darstellung einer Würfelkonfiguration (s. S. 73 bzw. S. 49) sowie (b) den Vergleich zweier Repräsentationen, die durch gedankliche Drehung in zueinander kongruente Lage gebracht werden können. Dies kann, wie aus Kap. 5.2 (S. 252ff) hervorging, auf sehr unterschiedliche Weise erfolgen.

Die Aufgaben der eigenen Studie berühren demgegenüber eine Verflechtung von Prozessen des Vergleichs im Zuge visueller und taktiler Wahrnehmung einer massiven Würfelfigur, der gedanklichen Antizipation der Raumlageveränderung dieses Objekts sowie schließlich der konkreten Konstruktion einer Würfelfigur. Die Kinder agieren damit in einem Spannungsfeld gedanklicher Herausforderungen, das von einem permanenten Vergleich mit der gleichzeitig noch präsenten Bauvorlage begleitet wird. Grundsätzlich kann damit eine Fülle individuell unterschiedlicher Zugangsweisen erwartet werden, die sich in der Voruntersuchung bereits abzeichneten.

Einen wesentlichen Anknüpfungspunkt für die Auswahl der Konfigurationen in der eigenen Studie stellen die Würfelfiguren dar, wie sie erstmals von Shepard und Metzler (1971, vgl. Abb. 2.15, S. 49) bzw. im Mental-Rotation-Test (MRT) von Vandenberg und Kuse (1978, vgl. Abb. 2.27, S. 73) verwendet wurden. Diese an drei Punkten abgeknickten Würfelstangen zeichnen sich, wie oben bereits beschrieben, dadurch aus, dass die einzelnen Würfel passgenau Fläche an Fläche aneinander gefügt sind. Für die eigene Studie bietet diese Eigenschaft den Vorteil, dass die Bildung von exakt definierten Segmenten innerhalb der Konfiguration möglich wird. Strategien wie Variationen einer gedanklichen Zerlegung der Figur mit einer sequenziellen Rotation ihrer einzelnen Bestandteile (z.B. Carpenter und Just 1976, 1986, vgl. Kap. 5.4, S. 258) sind bei einem derart strukturierten Material leichter

zu identifizieren. Andererseits ist auch kritisch zu hinterfragen, ob nicht *gerade* diese vorgegebene Strukturierung der Würfelfiguren Strategien einer zergliedernden Vorgehensweise nahe legt, die Kinder vielleicht bei weniger geometrisch strukturiertem Material nicht einsetzen würden. Diese Frage muss in der eigenen Studie jedoch zunächst unbeantwortet bleiben.

Neben diesen Überlegungen aus kognitionspsychologischer Perspektive spielten zudem mathematikdidaktische Überlegungen eine gewichtige Rolle bei der Auswahl der Würfelkonfigurationen. Eigene umfangreiche Unterrichtsaktivitäten im Zusammenhang mit Würfelbauwerken sowie die Begegnung mit der Vielfalt methodischer Anregungen, bei denen das gedankliche Operieren mit Würfelmehrlingen im Mittelpunkt steht (vgl. Kap. 4.2.3, S. 210ff) lenkten den Blick auf Würfelanordnungen¹⁶, die aus einer geringeren Anzahl von Einzelwürfeln bestehen (z.B. Drillinge oder Vierlinge im Soma-Würfel oder dem Herzberger Quader). Da für die eigene Studie der Wunsch nach besonderer Nähe zu diesen Unterrichtsinhalten aus dem Geometrieunterricht der Grundschule bestand, fiel die Entscheidung schließlich auf Würfelfünflinge (auch: Pentakuben). Hier konnte davon ausgegangen werden, dass keines der an der Untersuchung beteiligten Kinder (etwa in der unterrichtlichen Begegnung mit den Teilen eines Soma-Würfels) schon einmal konkret oder gedanklich mit diesen Würfelanordnungen hantiert hatte. Zudem bot sich aus fachdidaktischer Sicht die Gelegenheit, ein bislang wenig betrachtetes Feld zu erkunden, nämlich das der methodischen Varianten zum Umgang mit Würfelfünflingen in Fortsetzung und Erweiterung der Arbeit mit Würfelvierlingen. Unter Anleitung der Verfasserin wurden dazu in verschiedenen Fachpraktika mit LehramtsstudentInnen an der Universität Hannover konkrete Unterrichts Anregungen entwickelt.

Wie in Abb. 4.23 (S. 227) bereits dargestellt, lassen sich 29 nicht-kongruente, d.h. durch Drehung im Raum nicht ineinander überführbare Anordnungen aus fünf Würfeln unterscheiden¹⁷. Konfigurationen, die durch Spiegelung an einer Ebene im Raum aufeinander abgebildet werden können, werden hingegen als verschieden angesehen, was beispielsweise auf die Figuren 21 und 22 in der hier nochmals dargestellten Übersicht zu Pentakuben in Abb. 6.2 zutrifft.

¹⁶vgl. dazu auch noch einmal die Definition von Besuden (1968) sowie entsprechende praktische Anregungen in Kap. 4.2.3 (S. 220ff)

¹⁷vgl. dazu auch noch einmal die Überlegungen zum Finden aller Fünflinge in Abb. 4.24 Bauersfeld u. a. (1973)

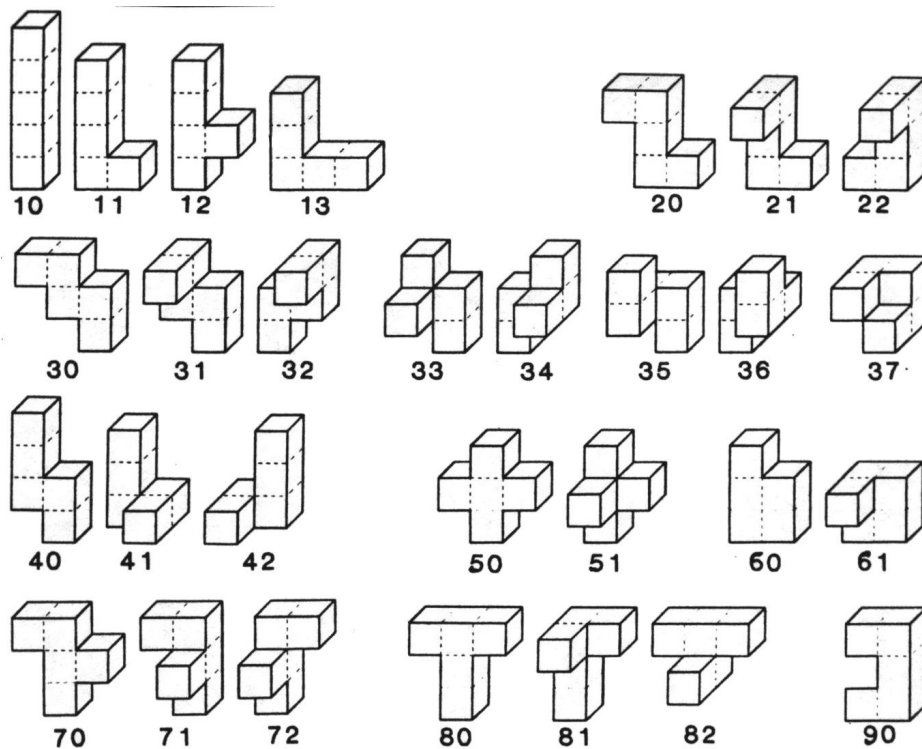


Abbildung 6.2: Würfelfünflinge (Künzell 1995, 5)

Aus dieser Vielfalt von Pentakuben wurden für die eigene Untersuchung lediglich vier verschiedene Figuren ausgewählt, die deutliche Unterschiede in ihrer Struktur aufweisen sollten, wie nachfolgend zu den einzelnen Konfigurationen erläutert wird. Denkbar wäre es an dieser Stelle gewesen, eine noch größere Zahl verschiedener Pentakuben anzubieten, was die zu analysierende Datenmenge aus Sicht der Verfasserin jedoch in nicht mehr zu bewältigendem Maße vergrößert hätte.

Für die eigene Studie fiel die Entscheidung, einfache Holzwürfel zu verwenden. Dieses schlichte und dennoch ansprechende Material verfügt über den Vorteil glatter Seitenflächen, die sich gut miteinander verbinden lassen. Eine Alternative wäre hier der Einsatz von Steckwürfeln gewesen, wie dies etwa im Schulbuch „Nussknacker 3“ (Maier 2005c, 105) angeregt wird (vgl. Abb. 4.21, S. 224). Eigene Unterrichtserfahrungen zeigen jedoch einerseits, dass zum Verbinden der Einzelwürfel teilweise ein nicht unerhebliches Maß an praktischem Geschick und Kraft notwendig ist. Folglich wäre die Konzentration der Kinder vielfach vorrangig auf die Relation von lediglich zwei

Einzelwürfeln fokussiert worden. Andererseits werden bei diesem Material die Einzelwürfel häufig „in der Luft schwebend“ aneinander gefügt. Vielfach wäre es nicht notwendig gewesen, im Sinne der intendierten Aufgabenstellung die vorgegebene Figur mental zu rotieren, da keine statischen Probleme bei der Rekonstruktion aufgetreten wären.

Zum Einstieg in die Interviewsituation wird eine Aufgabenstellung ausgewählt, die die Kinder sachte in die Thematik einführen soll. Ein einfacher Nachbau, den die Kinder vermutlich in ähnlicher Form schon einmal geleistet haben, soll den Kindern Sicherheit geben und ihre Motivation gewährleisten. Ausgewählt wird dazu die Konfiguration „13“ aus Abb. 6.2, die - wie in Abb. 6.3 ersichtlich - als massives Modell aus fünf Holzwürfeln der Kantenlänge 2cm angeboten wird.

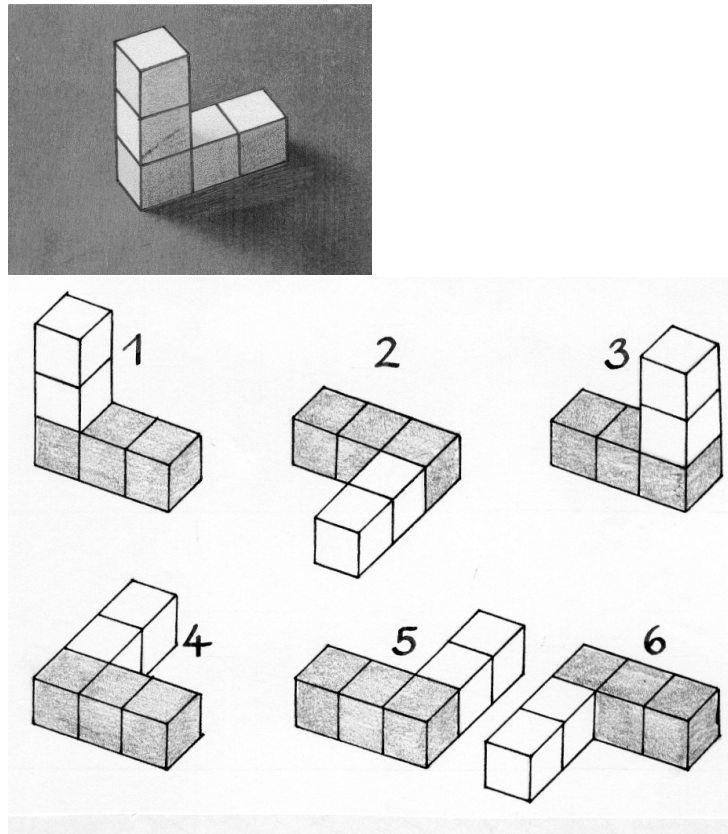


Abbildung 6.3: Bauvorlage 1-h1 mit denkbaren Schülerlösungen

Die Kinder erhalten für die eigene Konstruktion zu den Aufgaben 1-h1 und 1-h2 vier Holzwürfel der Kantenlänge 5cm sowie eine blaue 30 mal 30cm

große Bauplatte, auf der bereits drei Würfel der Kantenlänge 5cm in einer leicht schrägen (von der Ausrichtung der Bauvorlage bewusst leicht abweichenden Anordnung) befestigt sind (in Abb. 6.3 grau eingefärbt). Die holzfarbenen Würfel sind auf blauem (bzw. grünem Untergrund für die Aufgaben 1-h3 bis 1-h5) besonders gut zu erkennen, was sowohl für die Aufgabenbewältigung durch die Kinder von Bedeutung ist als auch die spätere Betrachtung und Analyse der Videos erleichtert.

Zu leisten ist hier also lediglich eine Ergänzung um zwei weitere Würfel gleicher Farbe und Größe. Mentale Rotationen sind zunächst nicht erforderlich, prinzipiell aber durchaus denkbar: Möglich ist es etwa, die eigene Figur wie in Lösung 2, 4, 5 oder 6 flach hinzulegen. Die besonders einfache Struktur dieser ersten Konfiguration mit nur einer Abknickung genau auf Mitte der Würfelreihe gestattet es zudem, den zu ergänzenden Zweierturm nicht links (wie in der Vorlage), sondern rechts auf der vorgegebenen Dreierreihe zu errichten. Die unterschiedlichen Würfelgrößen in der Vorlage und im eigenen Bauwerk sollen bereits an dieser Stelle implizit verdeutlichen, dass das eigene Bauwerk der Vorlage nur strukturell gleichen soll und keine exakte Kopie in gleicher Ausrichtung darstellen muss, zumal die fest vorgegebenen drei Würfel bereits eine leicht veränderte Lage des Nachbaus mit sich bringen.

Die Figur 1-h2 (vgl. Abb. 6.4) gleicht strukturell der Figur „90“ aus Abb. 6.2. Anders als die Konfiguration 1-h1 ist dieser Würfelfünfling nun durch zwei Abknickungen innerhalb der Würfelschlange gekennzeichnet. Dennoch liegen alle Einzelwürfel in einer Ebene, so dass man diese Figur ebenso wie Figur 1-h1 als „zweidimensional“ beschreiben könnte (vgl. S. 106). Ein Nachbau in exakt gleicher Ausrichtung wie bei der fest verleimten Vorlage ist aus Einzelwürfeln ohne Leim jedoch nun nicht mehr möglich, da in einer exakten Kopie der links oben angefügte Würfel herunter fallen würde.

Es ist daher erstmals notwendig, die nachzubauende Figur gedanklich in statisch stabile Lage zu bringen. Die fest verleimte Dreierreihe auf der nach wie vor zur Verfügung stehenden blauen Bauplatte soll hier als wichtige Orientierung dienen und die Kinder im Sinne einer Hinführung zu mentalen Rotationen zu einem gedanklichen „Hinlegen“ der eigenen Konstruktion anregen. Diese Kippvorgänge können auf unterschiedliche Weise erfolgen, wie in Abb. 6.4 angedeutet ist¹⁸: Rotiert man beispielsweise die vorgegebene Figur um 90 Grad im Uhrzeigersinn an der eingezeichneten Rotationsachse a, kippt sie also nach schräg rechts vorn, gelangt man zur denkbaren Rekon-

¹⁸Die eingezeichneten Rotationsachsen dienen der Orientierung des Lesers und werden den Kindern in der Untersuchung nicht vorgegeben.

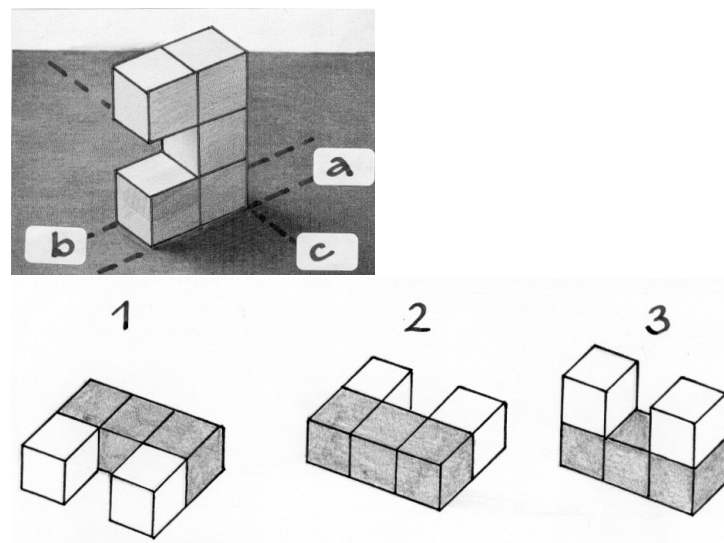


Abbildung 6.4: Bauvorlage 1-h2 mit möglichen Rotationsachsen und denkbaren Schülerlösungen

struktion 1. Denkbar ist ebenso, die Bauvorlage nach schräg rechts hinten zu kippen, also um 90 Grad an der Rotationsachse b zu drehen, was ebenfalls zur denkbaren Schülerkonstruktion 1 führt. Eine Rotation um die Achse c führt näherungsweise zum möglichen Bauwerk 3, wobei sich eine weitere Drehung um 90 Grad im Uhrzeigersinn anschließen muss, um zur exakten (durch die aufgeklebten Würfel vorgegebenen) Ausrichtung zu gelangen. Ähnlich verhält es sich mit dem möglichen Schülerbauwerk 2, dass ebenfalls nur durch eine Verknüpfung von „Kippen“ und Drehen in der Ebene der Bauplatte erzielt werden kann.

Unter Rückgriff auf die in Kap. 2.1.3 (S. 45) vorgenommene Unterscheidung von rigiden, semirigiden und nonrigiden Transformationen (vgl. Shepard und Cooper 1982, 244), sind die in der eigenen Studie ab dieser Teilaufgabe zu leistenden gedanklichen Operationen aus kognitionspsychologischer Sicht also vor allem dem Bereich der rigiden Transformationen zuzuordnen. Inwiefern dazu gedanklich auch andersartige Transformationen wie etwa gedankliche Zerlegungen vorgenommen werden, wird Gegenstand der späteren Analyse sein.

Bauer und Jolicoeur (1996, vgl. S. 106) schließen aus den Ergebnissen ihrer erwachsenen Probanden, dass die Rotation „zweidimensionaler“ Figuren vermutlich anderen gedanklichen Prozessen unterworfen ist als die Rotation „dreidimensionaler“ Figuren. Daher soll als dritte nachzubauende Figur 1-h3

eine Konfiguration angeboten werden, die der Figur 1-h2 einerseits strukturell ähnelt, andererseits aber einen über die Ebene der übrigen Würfel hinausragenden Einzelwürfel aufweist, also „dreidimensional“ ist (vgl. Abb. 6.5). Es handelt sich dabei um die Figur „21“ aus Abb. 6.2.

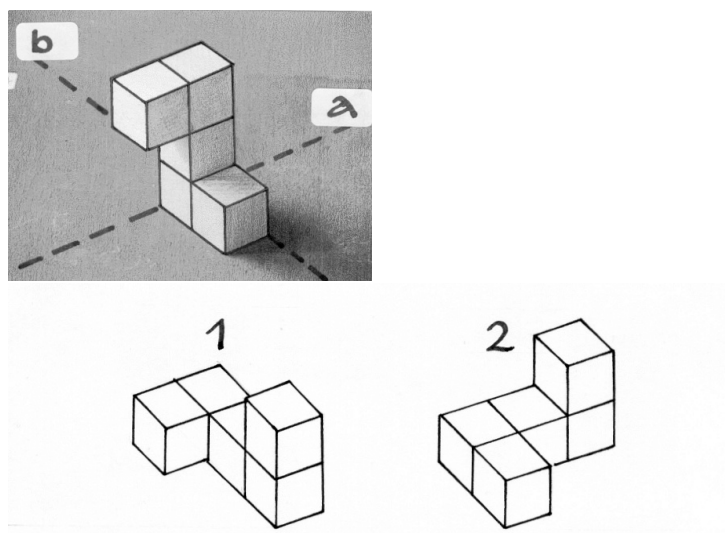


Abbildung 6.5: Bauvorlage 1-h3 mit möglichen Rotationsachsen und denkbaren Schülerlösungen

Anders als in den Aufgaben 1-h1 und 1-h2 soll den Kindern zudem nun eine grüne Bauplatte (ohne bereits vorgegebene Würfel) für ihre eigenen Konstruktionen zur Verfügung gestellt werden, zumal nun davon ausgegangen werden kann, dass die Kinder inzwischen die Notwendigkeit gedanklicher und konkreter Drehungen erfasst haben.

Die Auswahl möglicher Liegeflächen ist einen statisch stabilen Nachbau der Konfiguration gegenüber den Figuren 1-h1 und 1-h2 durch die beschriebene „Dreidimensionalität“ nunmehr stärker eingeschränkt. Es ist hier lediglich möglich, die Bauvorlage um 90 Grad nach schräg links hinten zu kippen (Rotation an der Achse a mit dem Konstruktionsergebnis 1) oder aber die Bauvorlage gedanklich an der Achse b zu drehen, sie also anders ausgedrückt nach schräg rechts hinten zu kippen (Bauergebnis 2). Da für die eigene Konstruktion keine weiteren Vorgaben gemacht werden, sind leicht abweichende, in der Ebene der Bauplatte gedrehte Ergebnisse denkbar, zumal ja auch die Bauergebnisse 1 und 2 durch Drehung in der Bauebene in exakt gleiche Lage gebracht werden können.

Als vierte Bauvorlage 1-h4 wird noch einmal Figur „21“ aus der Übersicht in Abb. 6.2 angeboten - hier nun allerdings in anderer Raumlage, wie Abb. 6.6 verdeutlicht.

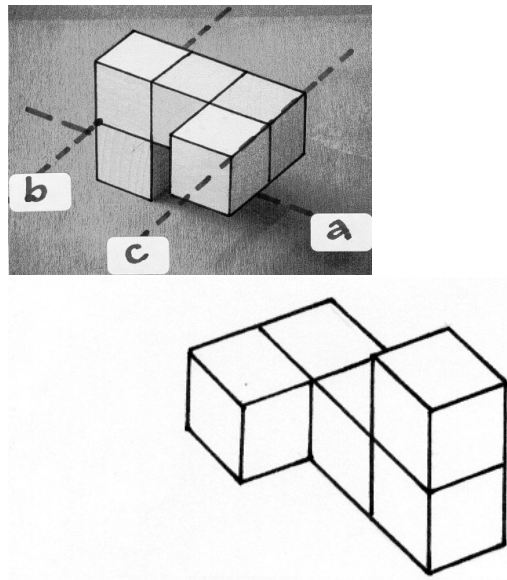


Abbildung 6.6: Bauvorlage 1-h4 mit möglichen Rotationsachsen und denkbarer Schülerlösung

Die deutlich veränderte Ausgangslage von Figur 1-h4 gegenüber 1-h3 bringt es mit sich, dass hier *drei* Einzelwürfel bei einer exakten Rekonstruktion ohne Leim herunter fallen würden und nun nur noch *ein* einfacher Kippvorgang (nach schräg rechts hinten) möglich ist (also eine Rotation um die in Abb. 6.6 eingezeichnete Achse a). Die denkbare, in der Konkretisierung ggf. leicht in der Ebene der Bauplate gedrehte Schülerlösung entspricht naturgemäß der für Figur 1-h3 möglichen Lösung, kann jedoch möglicherweise auch auf komplizierterem Wege erzielt werden:

Denkbar wäre es, dass Kinder sich weniger an den durch die Würfelkanten der Konfiguration vorgegebenen möglichen Rotationsachsen in der Ebene der Bauplate orientieren, sondern sich diese Achsen in Ebenen denken, die etwa wie die Achsen b und c parallel zur Bauebene liegen. Rotiert man Figur 1-h4 beispielsweise um 180 Grad an Achse b, liegt die Figur wieder in der oben bereits dargestellten stabilen Lage. Dreht man 1-h4 um 180 Grad im Uhrzeigersinn um die Achse c, so hat man auch hier eine im Prinzip stabile Ausrichtung erzielt, muss dann jedoch die Figur noch mittels Translation auf die Ebene der Bauplate zurück führen (sie „fallen lassen“). Entsprechend

sind weitere Rotationsachsen sowie Verknüpfungen verschiedener geometrischer Operationen denkbar, die hier jedoch aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht weiter ausgeführt werden können und ggf. Gegenstand der späteren Analyse sind.

Mit Figur 1-h5 (vgl. Abb. 6.7) wird ein Würfelfünfling (Figur „81“ aus Abb. 6.2) angeboten, der die strukturelle Besonderheit von *drei* zu einem Einzelwürfel benachbarten Einzelwürfeln aufweist. Einfache „Abknickungen“ wie bei den übrigen hier ausgewählten Fünflingen gibt es hier nicht, gleichwohl aber zwei Einzelwürfel, die bei einer Rekonstruktion ohne Leim herunter fallen würden, also auch hier die Suche nach einer statisch stabilen Lage unausweichlich machen.

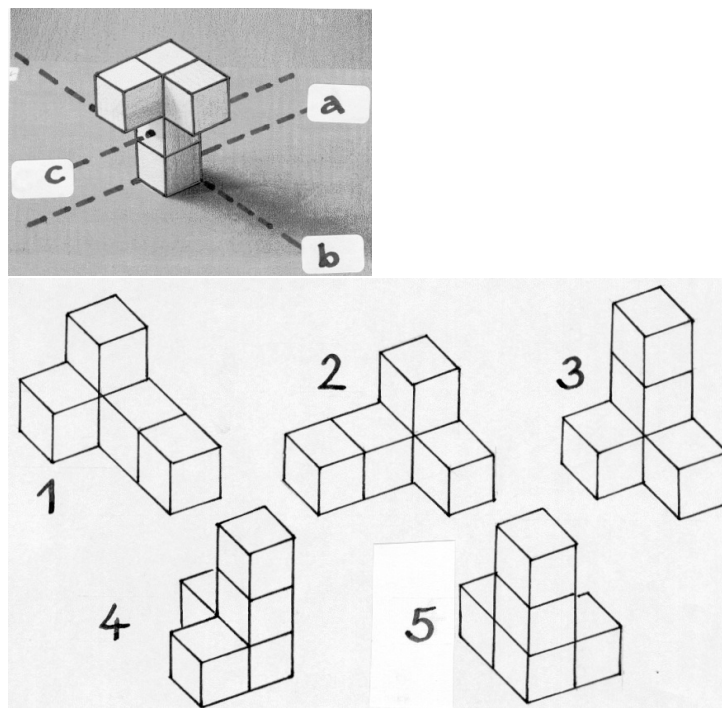


Abbildung 6.7: Bauvorlage 1-h5 mit möglichen Rotationsachsen und denkbaren Schülerlösungen

Nahe liegend ist hier wieder ein Kippen nach schräg links bzw. schräg rechts hinten (mit anderen Worten: Rotationen um 90 Grad an den Achsen a und b), die zu den denkbaren Bauergebnissen 1 und 2 führen. Wie bereits für die vorangegangenen Figuren angedeutet, ist es ebenfalls möglich,

sich Rotationsachsen zu denken, die *nicht* in der Ebene der Bauplatte liegen, sondern etwa wie Achse *c* *durch* die Figur verlaufen (hier: durch die Mittelpunkte zweier gegenüber liegender Seiten des Einzelwürfels in der Mitte des „Dreierturms“). So gelangt man beispielsweise zur möglichen Baulösung 4, die durch Verknüpfung mit einer Drehung in der Ebene der Bauplatte auch zu den Lösungen 3 oder 5 führen kann. Diese Bauergebnisse sind gleichfalls zu erzielen, wenn die Lage der Rotationsachse durch den in der Mitte des „Dreierturms“ liegenden Einzelwürfel anders gewählt wird als hier eingezeichnet (etwa durch die Mittelpunkte der sich gegenüber liegenden, im Bild sichtbaren Kanten dieses Einzelwürfels, um zur Figur 5 zu gelangen).

Ob nun die Reduktion auf Würfelfünflinge¹⁹ tatsächlich eine Verminderung der Aufgabenschwierigkeit mit sich bringt, kann nicht vorausgesetzt werden. So konnte in Kap. 2.3.2.2 (S. 101ff) bereits gezeigt werden, dass diese Frage selbst für erwachsene Probanden bislang als weitgehend unbeantwortet angesehen werden muss. In der eigenen Untersuchung wird dieser Frage daher zunächst nicht weiter nachgegangen.

Allerdings sollen den Kindern im weiteren Verlauf des Interviews im Anschluss an die Würfelfünflinge noch einmal die farbigen Würfelzehnlänge aus der Vorstudie zum Nachbau angeboten werden (vgl. Abb. 6.1, S. 324). Dies geschieht, um zumindest ausschnittsweise erkunden zu können, ob bei diesen umfangreicheren und zudem farbigen Figuren die zuvor erkennbaren Strategien wiederholt eingesetzt oder aber durch gänzlich andere Vorgehensweisen abgelöst werden.

Aus dem gleichen Grund sollen bei der Datenerhebung auch Aufgaben eingesetzt werden, die *keine* Eigenkonstruktionen beinhalten, sondern lediglich komparativen Charakter aufweisen. Angeboten werden dazu einerseits fünf Paare massiver Modelle aus jeweils zehn Einzelwürfeln, die auf Kongruenz untersucht werden sollen (vgl. Beispiel in Abb. 6.8).

Exakt die gleichen Paare von Würfelzehnlängen²⁰ sollen sodann auch noch einmal als Fotografien angeboten werden, womit dann prinzipiell fast die gleichen Bedingungen gegeben sind wie unter den klassischen Testkonditionen des Mental Rotation Tests nach Vandenberg und Kuse (1978).

¹⁹Konfigurationen aus fünf Würfeln anstatt zehn Einzelwürfel in den Konfigurationen der Vorstudie bzw. in den ursprünglichen Untersuchungen von Shepard und Metzler (1971) bzw. Vandenberg und Kuse (1978)

²⁰Zur vollständigen Übersicht über alle Paare von Würfelzehnlängen sei auf den Anhang der vorliegenden Arbeit verwiesen.

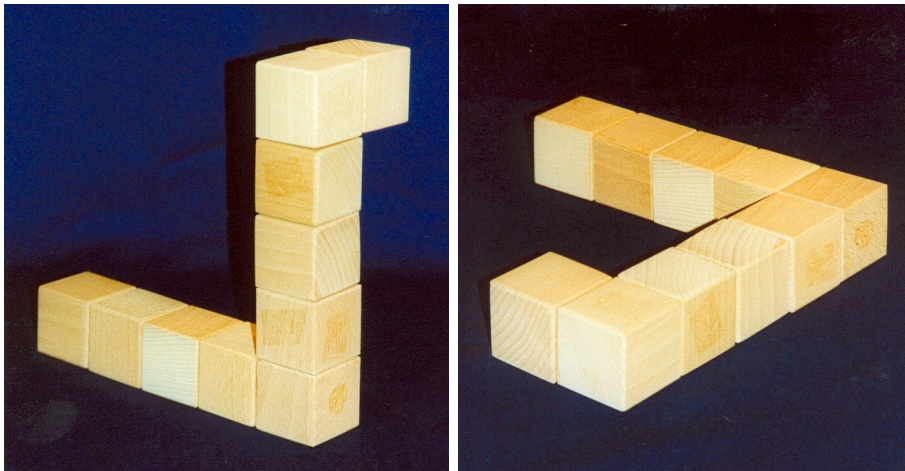


Abbildung 6.8: Beispiel für ein Paar massiver Modelle zu Würfelzehnlängen aus Einzelwürfeln der Kantenlänge 2cm

Intention der letzten im Interview angebotenen Aufgabe ist es schließlich, noch einmal auf die Alltagswelt der Kinder einzugehen und allen Kindern ein besonderes Erfolgserlebnis zu gewähren. So ist auf der Grundlage der in Kap. 3.3.2 (v.a. S. 169ff) davon auszugehen, dass Kinder bereits bei Eintritt ins Schulalter mentale Rotationen ebener Figuren leisten können, wenn die angebotenen Abbildungen ihrer Erfahrungswelt entstammen oder z.B. Spielzeug darstellen (z.B. Bären in den Untersuchungen von Marmor 1975, 1977). Zwei Serien mit Fotografien rotierter Playmobil-Männchen, die mittels mentaler Rotation miteinander hinsichtlich ihrer Kongruenz im Raum überprüft werden sollen (s. Anhang), werden daher am Ende des Interviews eingesetzt, um diese Ergebnisse nochmals bestätigt zu wissen. Da besonders die älteren Schüler diese Aufgabe vermutlich sehr schnell lösen, dürfte es im Sinne der eigenen hauptsächlichen Forschungsfragen hier schwierig werden, einzelne (Teil-) Strategien im Vorgehen der Kinder identifizieren zu können. Wichtiger erscheint es demgegenüber, mit dieser Aufgabe noch einmal die Gelegenheit zu nutzen, besonders auffällige Stärken oder Schwächen einzelner Kinder aufdecken zu können (z.B. Schwierigkeiten bei der Benennung von rechts-links-Unterscheidungen).

Betont sei an dieser Stelle nochmals, dass eine Analyse sämtlicher Szenen zum Nachbau der farbigen Würfelzehnlänge, zum Vergleich der massiven bzw. fotografierten Würfelzehnlänge sowie zur Aufgabe mit den Playmobil-Männchen in der vorliegenden Arbeit aus Kapazitätsgründen nicht leistbar ist. Betrachtet werden ggf. lediglich Ausschnitte aus diesen Aktivitäten der

Kinder, um individuelle Kompetenzen der einzelnen Schüler bei Bedarf noch ausführlicher beschreiben zu können.

6.4.2 Planung des halbstandardisierten Interviewablaufs

Bei der Datenerhebung der Hauptstudie greift die vorliegende Arbeit auf die im Wesentlichen von Piaget begründete Methode des klinischen Interviews zurück, welche beispielsweise von Selter und Spiegel (Selter und Spiegel 1997, 100ff) oder Beck und Maier (Beck und Maier 1993, 147ff) ausführlich beschrieben wird. Dieses in seinem Ursprung psychoanalytische Verfahren (vgl. Hopf 2003, 352) entwickelte sich aus dem Bemühen um eine adäquate Umgebung für die Erkundung kindlicher Gedankengänge. Piagets Unzufriedenheit mit standardisierten Tests bzw. allzu offenen Befragungssituationen (vgl. Scherer 1999) mündete in eine Interviewgestaltung, die in der mathematikdidaktischen Forschung vielfach aufgegriffen wird, wenn das vorrangige Ziel entsprechender Untersuchungen darin besteht, die Gedankenwelt kindlicher Probanden zu ergründen: „So begann ich mit meinen Versuchspersonen Gespräche in der Art klinischer Befragungen durchzuführen mit dem Ziel, etwas über die Denkprozesse zu erfahren, die hinter ihren richtigen Antworten lagen, und mit besonderer Aufmerksamkeit auf diejenigen, die sich hinter den falschen Antworten verbargen.“ (Piaget 1966, 25f zitiert nach Scherer 1995, 117).

Verbale Artikulationen zu Denkvorgängen, die insbesondere bei Kindern häufig eher dürftig ausfallen (s. unten), werden von Piaget im Zuge einer „revidierten klinischen Methode“ (vgl. Ginsburg und Oppen 1998, 149f) durch Angebote handelnden Umgangs mit Material ergänzt. Dieses Vorgehen wird auch in der hier vorgestellten Studie aufgegriffen²¹: Im Sinne einer z.B. von Wittmann (Wittmann 1982, 37) oder Oppen (Oppen 1977, 94) als „halbstandardisiert“ bezeichneten Interviewgestaltung werden Art der Aufgabenstellungen (vgl. Kap. 6.4.1, S. 327) und einleitende Instruktionen (s. Anhang) zuvor festgelegt, damit die Interviews mit verschiedenen Schülern wiederholt und im Rahmen der späteren Analyse miteinander verglichen werden können. Der weitere Verlauf des Interviews orientiert sich an der Abfolge der Aufgaben, der Dialog zwischen der Interviewerin und den beteiligten Kindern gestaltet sich jedoch offen, „wobei der Interviewer ganz auf das Kind einzugehen hat.“ (Wittmann 1982, 37)²².

²¹Im Folgenden wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit daher nur noch von der „klinischen Methode“ gesprochen, die im hiesigen Projekt stets den Umgang mit konkretem Material einschließt.

²²zur Gestaltung des Interviews in der Durchführung vgl. auch Kapitel 7.3, S. 374ff

Für die in Kapitel 6.1 (S.304) formulierten Fragestellungen der Studie offeriert die klinische Methode somit einen qualitativen Zugang, der besonders zur Entdeckung kognitiver Aktivitäten geeignet erscheint (vgl. Hasemann 1986, 24). Ursprünglich wurde diese Form des Interviews als hypothesentestendes Instrumentarium generiert (Oppen 1977, 92), nach heutigen Erfahrungen ist es jedoch auch für explorative Fragestellungen als geeignet anzusehen und verfügt zweifelsohne über die grundsätzliche „ability to uncover patterns of thought“ (Oppen 1977, 104). Die heuristische Ansprüche verfolgende Untersuchung bedient sich somit einer Methodik, die vielfach auch als „soft“ bezeichnet wird (z.B. Ginsburg 1981, 5) und etwa den Ansprüchen standardisierter quantitativer Methoden im Hinblick auf ihre Validität und Reliabilität nicht im klassischen Sinne gerecht werden kann (vgl. Swanson u. a. 1981, 31). Dabei wird bewusst auf den Einsatz leicht replizierbarer Vorgehensweisen verzichtet, da diese nicht über die hier erforderliche Offenheit gegenüber den individuellen Ausprägungen von Schülerartikulationen verfügen. Die hier dargestellte Studie intendiert jedoch eben jene explorative Auseinandersetzung mit dem räumlichen Vorstellungsvermögen von Grundschulkindern und muss somit eine offene und flexible Grundhaltung einnehmen, bei der „(...) die Kommunikation des Forschers mit dem jeweiligen Feld und den Beteiligten zum expliziten Bestandteil (qualitativer Forschung, Anm. S.R.) (wird)“ (Flick 2002, 19). Die in dieser Kommunikation gewonnenen Daten dienen im Sinne der „Grounded Theory“ (vgl. Kap. 6.2.1, S. 311ff) in der späteren Analyse und Deutung dem „Auffinden und Herausarbeiten des Typischen“ (Beck und Maier 1993, 153) bezogen auf Aspekte mentaler visueller Operation und können sodann auf unterrichtspraktische Überlegungen zum Geometrieunterricht bezogen werden. Vergleichbares wäre mit quantitativen Methoden nur mittelbar - wenn überhaupt - möglich: „(...) data collected using conventional approaches is of limited use to teachers because important information about students thought processes needed to plan effective teaching strategies is masked, suppressed or ignored.“ (Huntig 1997, 145).

In Variation klinischer Einzelinterviews, wie sie aus der Arbeit Piagets u.a. hinlänglich bekannt sind, wird bei der Datenerhebung im hier vorgestellten Projekt mit Schülerpaaren gearbeitet. Der Einsatz dieser Sozialform erscheint aus verschiedenen Gründen sinnvoll: In einer „Test“-situation mit einer (weitgehend) unbekannten Lehrerin oder Forscherin fühlen sich vor allem jüngere Schüler wohler in Begleitung eines Vertrauten. So ist damit zu rechnen, dass die Kinder sich in der Zusammenarbeit mit einem gleichaltrigen Mitschüler unbefangener zeigen und spontaner äußern als sie dies gegenüber einer fremden Person außerhalb der vertrauten Klassenatmosphäre tun würden. So verweist Schoenfeld in einer Darstellung von Varia-

blen, die die Entstehung verbaler Daten beeinflussen können, darauf, dass Problemlöseprozesse häufig im Verborgenen bleiben, wenn lediglich eine Versuchsperson im Interview befragt wird. Verhaltensweisen, die die Bewältigung von Problemen kennzeichnen, sind aus seiner Sicht einfacher bei der Arbeit mit Gruppen zu beobachten: „When students work together as a team, discussions between them often bring those decisions and the reasons for them out in the open.“ (Schoenfeld 1985, 178). Interviews mit zwei Personen bieten dieser Darstellung zufolge das reichhaltigste Datenmaterial (vgl. Schoenfeld 1985, 177f): Im paarweisen Interview ergibt sich auf natürliche Weise stets ein „Explikationszwang“ gegenüber dem Partner (vgl. auch Wildt 1994; Beck und Maier 1993, 151f), was der Interviewerin die gebotene Zurückhaltung gestattet (vgl. Kap. 7.3). Auf *ebenbürtigem* Niveau können die Schüler dabei dem Partnerkind ihre individuelle Sicht, ihre Zugangsweisen und Vermutungen einander mitteilen (vgl. Krauthausen 1994, 45). Zudem verringert sich die Gefahr, dass individuelle Ansätze im Tumult einer größeren Gruppendiskussion allzu leicht verloren gehen.

Ebenso verweist Wollring (Wollring 1998b, 129) darauf, dass es im Geometrieunterricht „neben den Gegenständen auch darum (geht), für die Kinder reichhaltige *Artikulationsmöglichkeiten* zu schaffen, sowohl in den materiellen als auch in den sozialen Arbeitsumgebungen, die erst den Nährboden für einen daraus geschöpften Reichtum der geometrischen Sprache bilden.“ Diese Bemühungen um die Argumentations- und Verbalisierungsfähigkeit legen auch für das klinische Interview im Zusammenhang mit den geometriedidaktisch geprägten Forschungsfragestellungen der hier beschriebenen Studie eine Zusammenarbeit von Schülern im Interview nahe. Allerdings gehen mit der paarweisen Bearbeitung auch Probleme im Hinblick auf die Analyse der Daten einher, auf die in Kap. 7.4.2.2 (S. 395ff) noch einmal genauer eingegangen wird.

Wie bereits mehrfach angemerkt, bleiben kognitive Prozesse dem außen stehenden Beobachter unzugänglich, so dass bei der späteren Analyse stets lediglich auf die Beobachtung handelnder oder verbaler Artikulation zurückgegriffen werden kann. Grundsätzlich muss dazu bemerkt werden, dass Grundschulkinder noch nicht in der Lage sind, ihr gesamtes Wissen über eine Materie verbal zu artikulieren²³. Auch bezüglich der Fähigkeit, sich zuvor über eigene kognitive Prozesse bewusst zu werden, sind große interindividuelle Unterschiede zu erwarten (vgl. Grüßing 2002, 39). So bemerken Lorenz und Radatz bezüglich der Forderung, Schüler bei der Bearbeitung einer Aufgabe

²³Analoges gilt für die Anforderungen des in Kap. 6.4.3 (S. 344ff) noch zu charakterisierenden Re-Interviews.

„laut denken“ zu lassen, dass die Fähigkeit der Introspektion bei Schülern dieser Altersgruppe noch nicht ausreichend entwickelt sei, bzw. die kindliche Sprachgewandtheit für die Verbalisierung eigener Gedankengänge noch nicht ausreiche (vgl. Lorenz und Radatz 1993, 60f)²⁴. Hinzu kommt, dass Rückfragen der Interviewerin u.U. einen signifikanten Einfluss auf das weitere Vorgehen des Schülers haben können. Dies gilt es bei Rückfragen der Interviewerin auch im Rahmen des klinischen Interviews zu berücksichtigen (vgl. Kap. 7.3, S. 374ff).

Erschwerend kommt bei räumlich-geometrischen Aufgaben hinzu, „(...) dass es sich um eine implizit nichtsprachliche Materie handelt, deren verbale Beschreibung auch für Erwachsene manchmal schwierig ist.“ (Glück 2001, 299) Beispielsweise müssen visuelle Wahrnehmungen von Lagebeziehungen oder auch Ergebnisse mentaler Lageveränderungen auf eine sprachliche Ebene transferiert werden. Es kann somit im Sinne einer begrenzten Kapazität nicht alles ausgesprochen werden, was tatsächlich gedacht wird (vgl. Weidle und Wagner 1994).

Lorenz bemerkt jedoch ermutigend im Hinblick auf die eigene Studie: „Es zeigte sich, daß Schüler durchaus Aufschluß über ihre Denkvorgänge geben können, mehr als üblicherweise ein Erwachsener, da bei ihnen eine Vielzahl der Algorithmen und Lösungsprozeduren noch nicht verfestigt und automatisiert sind. Diese können noch nicht schlicht erinnerungsmäßig abgerufen werden (...). Prinzipiell vermögen auch Erwachsene über ihr Denken leichter zu berichten, wenn sie etwas *Neues* lernen; dies gilt natürlich ebenfalls für Kinder (...).“ (Lorenz 1992, 65).

Allerdings muss auch die Beeinflussung von Denkprozessen in Wechselwirkung mit ihrer Artikulation berücksichtigt werden. So bemerken Knoblich und Rhenius (1995), dass lautes Denken negative Effekte (wie z.B. eine Verlangsamung der Bearbeitungsgeschwindigkeit) mit sich bringen kann, wenn „(...) zur Aufgabenlösung ein zumeist nicht verbalisierbarer Wechsel der Problemrepräsentation notwendig wird.“ (Knoblich und Rhenius 1995, 452). Zudem wird aus verschiedenen Zusammenhängen von Grundschulkindern berichtet, dass ihre Verbalisierungen von Strategien nur bedingt aufschlussreich sind, zumal Kinder unter dem Eindruck ihrer Endergebnisse erste Denkansätze häufig nicht mehr erinnern oder beim nachträglichen Erklärungs-

²⁴Das Laute Denken unterscheidet sich vom klinischen Interview im Wesentlichen dadurch, dass die Interviewerin sich vollständig zurückhält und die Versuchsperson im Rahmen der Eingangsinstruktion angehalten wird, die Vielfalt ihrer Gedanken, Wahrnehmungen oder Empfindungen *im Moment* der Bearbeitung einer Aufgabenstellung gänzlich zu äußern (s. auch Grüßing 2002; zur weiteren Charakterisierung dieser von Bühler und Claparède begründeten Methode vgl. z.B. Weidle und Wagner 1994)

versuchen andere Vorgehensweisen verwenden. Entsprechend können sich beim Erklären auch neue Fehllösungen (vgl. Scherer 1999, 55) oder Diskrepanzen zwischen den zu beobachtenden Handlungen und den Argumentationen der Kinder ergeben (vgl. Merschmeyer-Brüwer 2001b, 240).

6.4.3 Re-Interviews: Zur Methode des nachträglichen lauten Denkens bei Kindern im Grundschulalter

Im Mittelpunkt der empirischen Untersuchung steht die Beobachtung von Problemlöseprozessen bei der Bearbeitung der oben beschriebenen Raumvorstellungsaufgaben durch paarweise zusammen arbeitende Schüler im klinischen Interview. Eine weitere Ergänzung erfährt das Design der Studie durch Re-Interviews im zeitlichen Anschluss an die videodokumentierte Partnerarbeit. Hier wird im Wesentlichen die Methode des nachträglichen lauten Denkens aufgegriffen (vgl. Wagner u. a. 1977; Weidle und Wagner 1994), die im Hinblick auf das Alter der Probanden jedoch im Sinne von Sorger und Wildt (1994, 1996) wie nachfolgend dargestellt modifiziert wird.

Werden - wie in der vorliegenden Studie angestrebt - Deutungen zu wahrnehmbaren verbalen Äußerungen oder Handlungen vollzogen, stellt sich unmittelbar die Frage nach der Gültigkeit derartiger Interpretationen. Maier weist diesbezüglich auf die Möglichkeit einer „kommunikativen Validierung“ im Rahmen eines Dialoges zwischen dem Interpreten und dem Interpretierten hin, „(...) in welchem sich beide über Interpretationen verständigen und sich auf eine, dann gültige einigen. Die Möglichkeit der Rückfrage an den Interpretierten sollte die Subjektivität des Interpreten relativieren und korrigieren helfen.“ (Maier 1991a, 145). Insbesondere für die Arbeit mit jüngeren Schülern sind hier jedoch auch Grenzen festzustellen (s. auch Kap. 6.4.2). So bemerkt Hasemann (1988, 146), dass verbale Berichte jüngerer Lerner sich häufig als unzuverlässig erweisen. Unter Rückgriff auf Brown (1984, 82) verweist er darauf, dass „(...) insbesondere jüngere Kinder überhaupt nicht vorzuplanen scheinen, und daß Kinder Schwierigkeiten haben, Inkonsistenzen in Äußerungen oder Ergebnissen zu entdecken.“ (Hasemann 1988, 147). Brown (1984, 76) erklärt diesbezüglich, dass bei Kindern das gespeicherte Wissen noch so eng mit ihrem Weg zu diesen Erkenntnissen verbunden ist, dass sie kaum in der Lage sind, Auskunft über ihre Zugänge zu geben. Auch Maier bemerkt zu den Grenzen „kommunikativer Validierung“: „Leider mußte ich bald einsehen, daß es kaum möglich und sinnvoll sein kann, mit Schülern, vor allem mit jüngeren Schülern, die auf ihre Beiträge zum Un-

terrichtsgepräch bezogenen Deutungen ihres Verstehens zu erörtern.“ (Maier 1991a, 101).

So erkennen auch Sorger und Wildt (1994, 1996) bei ihren praktizierten Re-Interviews mit Grundschulkindern, dass zumindest einzelne Kinder mit der verbalen Rekonstruktion ihrer Problemlöseprozesse überfordert sind. Vom methodischen Ansatz her wird hier auf die Methode des nachträglichen lauten Denkens zurückgegriffen, die ihrerseits als Modifikation der Methode des Lauten Denkens zu verstehen ist und auch als „stimulated recall“ oder „ungelenkte und gelenkte Introspektion“ bezeichnet wird (vgl. Weidle und Wagner 1994, 82): Dabei werden die bei der Beobachtung von Unterricht oder individuellen Aufgabenbearbeitungen angefertigten Videoaufzeichnungen den beteiligten Schülern oder Lehrern in der Regel am selben Tag noch einmal im Einzelgespräch vorgeführt. Das Video wird an verschiedenen Stellen angehalten und die in der Szene Agierenden werden aufgefordert, noch einmal zu berichten, was ihnen in der entsprechenden Situation durch den Kopf gegangen ist. „Ziel des ‚nachträglichen lauten Denkens‘ ist es, Pläne und Entscheidungsprozesse festzuhalten.“ (Wagner u. a. 1977, 248), wobei die Erfahrungen der Begründerinnen der Methode belegen, dass hier „(...) sehr viele Gedanken und Überlegungen re-produziert werden können, wenn auch keineswegs vollständig oder unverfälscht.“ (a.a.O.).

Im oben bereits angesprochenen Forschungsdesign von Sorger und Wildt (1994, 1996) sind deutliche Parallelen zu der von Wagner u.a. begründeten Methode erkennbar. So unterscheiden die Autoren in ihrer Arbeit mit Grundschulkindern zwischen der Arbeitsumgebung „Beobachtung“ und einem zweiten Schritt der Datenerhebung, den sie als „Re-Interview“ bezeichnen. Die „Beobachtung“ paarweise zusammen arbeitender Schüler wird (anders als beim klinischen Interview) von Wildt und Sorger als weitgehend vom Interviewer unbeeinflusste Situation gestaltet, auf Rückfragen wird verzichtet. Erst im zeitlich unmittelbar anschließenden Re-Interview, das mit den einzelnen Schülern ähnlich wie bei Wagner u.a. geführt wird, rekonstruiert der Interviewleiter gemeinsam mit den beteiligten Kindern deren Lösungswege bei der Bearbeitung im ersten Teil der Datenerhebung.

Die Konzeption der Re-Interviews im hier vorgestellten Forschungsprojekt folgt der Anregung, in einem zweiten Teil der Datenerhebung die Kinder noch einmal ohne Einflussnahme des Arbeitspartners zu ihren Vorgehensweisen zu befragen. Allerdings vollzieht sich die Bearbeitung des Materials im ersten Teil der Erhebung wie oben bereits dargelegt unter den Bedingungen eines klinischen Interviews, weicht also insofern von den beschriebenen Vorgehens-

weisen ab.

Auch angesichts der formulierten Einschränkungen ist davon auszugehen, dass die Methode des Re-Interviews in der hier praktizierten Ausprägung zumindest im Ansatz eine Möglichkeit bietet, die vom Versuchsleiter konstruierten Interpretationen im Gespräch mit den Kindern zu verifizieren und damit im Sinne einer Validierung auf ein stabileres Fundament zu stellen. Dieser Aspekt findet Berücksichtigung in dem Bewusstsein, dass „(...) Wirklichkeit, die in qualitativer Forschung untersucht wird, nicht vorgegeben... sondern... von unterschiedlichen Instanzen konstruiert (ist).“ (Flick 2002, 49).

Die betroffenen Kinder an dieser Konstruktion zu beteiligen erscheint zudem im Sinne einer Erweiterung der Forschungsfragen von besonderem Interesse: Die durchgeführten Interviews liefern neuerliche Daten, die zusätzliche Anhaltspunkte und Informationen beinhalten können - etwa bezogen auf das Vermögen des einzelnen Schülers, Rekonstruktionen des Interviewers nachzuvollziehen und diese mit der erlebten und videographierten Situation abzugleichen. Dies kann jedoch in der vorliegenden Studie nur am Rande betrachtet werden.

Abschließend bleibt festzuhalten, dass trotz aller Schwierigkeiten, die sich mit den hier favorisierten Interviewmethoden ergeben können, der Rückgriff auf Befragungen der beteiligten Schüler neben einer Beobachtung der von ihnen vollzogenen Handlungen als eine bezüglich der Forschungsfragen Aufschluss bietende Methode angesehen wird. Merschmeyer-Brüwer (2001a, 116) bemerkt dazu: „Die Konzentration auf mentale Repräsentationen, die aus der Interpretation von verbalisierten und handlungsgebundenen Aktionen gewonnen werden, ist ein in der Mathematikdidaktik anerkannter Forschungsweg.“ Dies gilt schließlich insbesondere, wenn man die methodische Vorgehensweise von inhaltlich eng mit der vorliegenden Studie verbundenen Arbeiten von Barrat (1953) oder Gorgorió (1998) betrachtet: Sowohl Barrat und Gorgorió als auch andere Autoren, die an einer Ergründung von Strategien im Zusammenhang mit räumlichen Kompetenzen interessiert sind (vgl. Kap. 5.2), bedienen sich der Methode der „verbal reports“ (vgl. Barrat 1953; Gorgorió 1998). Selbst die eher quantitative Verfahren favorisierenden Untersuchungen von Shepard und Metzler (1971), Bethell-Fox und Shepard (1988) oder anderen Vertretern, die sich in besonderer Weise der Fähigkeit mentaler Rotation widmen, veranlassen ihre Versuchspersonen zur Introspektion nach Erhebung

ihrer quantitativen Daten.

Die von den genannten Autoren erzielten Ergebnisse weisen einen beachtlichen Facettenreichtum auf und offerieren für die dort untersuchten Stichproben erkenntnisreiche Einblicke in die Qualität mentaler Aktivitäten. Die ersten Eindrücke aus der explorativen Phase im Vorfeld der Hauptuntersuchung dieser Arbeit legen die Annahme nahe, dass vergleichbar aufschlussreiche Ergebnisse mit der Methode des klinischen Interviews paarweise zusammenarbeitender Schüler auch bei der Arbeit mit Grundschulkindern erzielt werden können.

Kapitel 7

Durchführung der Studie

7.1 Ablauf und organisatorische Bedingungen der Untersuchung

Die Organisation der Datenerhebung für die eigenen Forschungsfragen gliederte sich in drei Phasen, die in Abb. 7.1 überblicksartig dargestellt sind und nachfolgend skizziert werden.

Nach Abschluss und Auswertung einer explorativen Vorstudie im Herbst 2002 (vgl. Kap. 6.3.2, S. 322) wurde im Rahmen der Hauptstudie mit drei Klassen einer Hamelner Grundschule sowie drei weiteren Klassen einer Grundschule im Stadtbereich Hannovers gearbeitet¹.

Zunächst wurden die Kinder aller sechs beteiligten Klassen vor den Sommerferien 2003 mit einer schriftlichen Aufgabenbearbeitung konfrontiert, auf deren Inhalt und Intentionen in Kapitel 7.2.1 (S. 352ff) noch genauer eingegangen wird. Von jeder Schule nahm jeweils eine Klasse der Jahrgänge 1, 2 und 3 an dieser Bearbeitung teil.

Im Mittelpunkt des zweiten Teils der Datenerhebung schließlich, deren Darstellung und Auswertung den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit bilden, standen Interviews mit konstruktiv zu lösenden mentalen Rotationsaufgaben (vgl. Kap. 6.4.1 und 6.4.2), die von September bis Oktober 2003 mit 24 ausgewählten Schülern der Hamelner Grundschule stattfanden. Die Kinder waren zu diesem Zeitpunkt in die Jahrgänge 2, 3 bzw. 4 aufgerückt.

¹Die Untersuchung wurde gemäß Erlass des MK v. 23.03.1993/ 21.11.1994 bei der Bezirksregierung Hannover beantragt und mit Schreiben v. 27.06.2003 unter dem AZ 409.9.1-81402(21/03) genehmigt. Die schriftliche Einverständniserklärung der Erziehungsberechtigten aller an der Studie beteiligten Kinder liegt vor.

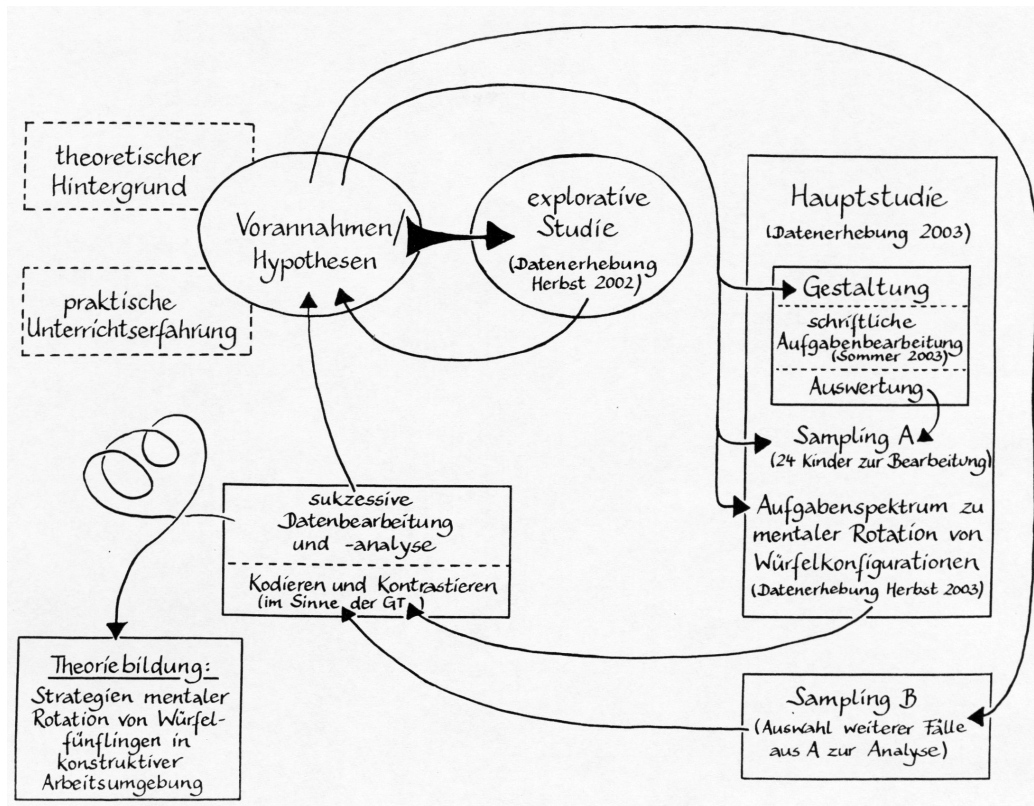


Abbildung 7.1: Veranschaulichung des eigenen Forschungsvorgehens (nach einer Anregung von Flick 2002, 73)

Die originäre Auswahl der Schüler für diese Interviews erfolgte mit dem Ziel einer möglichst heterogenen Zusammenstellung der Stichprobe (vgl. Kap. 7.2.2, S. 363ff). Neben der Variable Alter wurde dabei auch der Versuch unternommen, Unterschiede hinsichtlich arithmetischer und geometrischer Kompetenzen zu berücksichtigen. Dabei beruhte die Einschätzung der Leistungsfähigkeit zum einen auf den individuellen Ergebnissen der schriftlichen Aufgabenbearbeitung. Ergänzend wurden mit den jeweiligen Klassen- und Mathematiklehrerinnen informative Gespräche geführt, in denen gemeinsam erste Eindrücke aus den schriftlichen Dokumenten diskutiert sowie darüber hinaus weitere Informationen zum Vorwissen oder zur Persönlichkeit der Kinder gewonnen werden konnten.

Die an der Studie insgesamt beteiligten Kinder entstammen Familien mit heterogenem sozialen Status. Auf die systematische Erfassung weiter Sozialdaten wurde jedoch sowohl für die Gesamtgruppe als auch für die kleinere Stichprobe der „Interviewkinder“ aus Hameln verzichtet. Zu bemerken ist

allerdings, dass das Einzugsgebiet der einzügigen Hamelner Schule vor allem im ländlichen Bereich liegt. Die Kinder haben vielfältige Gelegenheiten, in ihren Dörfern, der umliegenden Feldmark oder im Wald zu spielen. Auch Aktivitäten der relativ kleinen Schulgemeinschaft (zum Zeitpunkt der Erhebung ca. 90 Schüler) werden gelegentlich in den nahe gelegenen Wald verlagert². Zahlreiche Schüler nehmen zudem nachmittags am umfangreichen Freizeitangebot der ortsansässigen Vereine teil. Es gibt nur wenige ausländische Schüler und fast alle Kinder entstammen Elternhäusern, die überwiegend der Mittelschicht zuzuordnen sind. Das Einzugsgebiet der Schule ist somit sicherlich kein ausgewiesenes „schwieriges“ Wohngebiet bezogen auf das soziokulturelle Umfeld der Schüler, sondern dürfte eher als privilegiert angesehen werden. Dieser Tatbestand fließt in die hier dargestellte Studie jedoch nur am Rande ein und soll nicht Gegenstand eigener Forschungsfragen sein.

Die Interviews fanden teilweise in einem leeren Klassenraum, teilweise aber auch in der kleinen Schülerbibliothek der Hamelner Schule statt. Zuvor hatte sich die Interviewerin im Rahmen der vor den Sommerferien angeleiteten schriftlichen Aufgabenbearbeitung sowie unmittelbar vor Beginn der ersten Interviews noch einmal der ganzen Klasse vorgestellt und das weitere Vorhaben in Kürze erläutert. In der Regel wurden die Kinder parallel zum regulären Schulunterricht an verschiedenen Wochentagen in der zweiten Schulstunde zum Interview gebeten, zumal erfahrungsgemäß damit gerechnet werden konnte, dass die Schüler in dieser Schulstunde einerseits schon rege, andererseits aber auch noch nicht zu ermüdet vom Schulvormittag waren. Die sich anschließenden Re-Interviews mit einzelnen Kindern wurden jeweils am gleichen Tag und am gleichen Ort, meist im zeitlichen Abstand von etwa einer Zeitstunde durchgeführt.

7.2 Schriftliche Aufgabenbearbeitung im Vorfeld

Vor Beginn der Erhebung qualitativ auszuwertender Daten, die bei der Videobeobachtung paarweise zusammen arbeitender Schüler sowie bei den anschließend per Tonband festgehaltenen Re-Interviews entstanden, wurde mit den Schülern aller beteiligten Klassen noch vor den Sommerferien 2003 eine

²Fester Bestandteil der vorweihnachtlichen Aktivitäten der Schulgemeinschaft ist beispielsweise der gemeinsame Waldausflug zum gemeinschaftlichen Fällen und Abtransportieren des Weihnachtsbaumes für die Aula.

schriftliche Aufgabenbearbeitung durchgeführt³. Die Kinder bearbeiteten die Aufgabensammlungen in Einzelarbeit während einer Schulstunde. Schüler, deren Eltern nicht zur Zusammenarbeit im Rahmen der Studie bereit waren, erhielten von den jeweiligen Kolleginnen andere Aufgaben mathematischen Inhalts.

7.2.1 Intentionen und Darstellung der Aufgaben

Die vorwiegend quantitative Auswertung einer testähnlichen Aufgabenbearbeitung sollte im Rahmen der Untersuchung als ergänzende Grundlage für die Auswahl der später an der qualitativen Studie zu beteiligenden Schüler dienen (vgl. Kap. 7.2.2, S. 363ff). Wie nachfolgend überblicksartig dargestellt, sind die Aufgaben dieses Arbeitsbogens folglich so konzipiert, dass sie erste informelle Hinweise auf besondere Fähigkeiten oder Schwierigkeiten im Umgang mit Arithmetik-, Geometrie- und Sachaufgaben ermöglichen. Bei der Bearbeitung im Klassenverband herrschte eine relativ entspannte Atmosphäre, zumal den Kindern zuvor ausführliche Informationen zu den Hintergründen des „Tests“ gegeben worden waren.

Es erschien im Sinne eines breit gefächerten Kompetenzspektrums für die spätere Videobeobachtung interessant, sowohl Kinder auszuwählen, die besonders hervorzuhebende arithmetische Leistungen zeigen, als auch leistungsschwächere Schüler zu beteiligen. So dokumentieren zahlreiche Studien (vgl. Kap. 4.2.2, v.a. S. 204ff), dass Schüler mit Schwierigkeiten beim Erlernen der Grundrechenarten häufig über weniger gut ausgeprägte räumlich-visuelle Fähigkeiten verfügen.

Im Zusammenhang der hier dargestellten Untersuchung lag folglich die Annahme nahe, dass Kinder mit erkennbaren Schwierigkeiten im arithmetischen Bereich möglicherweise auch die angebotenen Aufgabenstellungen aus dem Bereich der mentalen Rotation weniger erfolgreich lösen. Wenngleich dieser Zusammenhang in der eigenen Studie *nicht* systematisch erhoben werden soll, so war doch zu erwarten, dass leistungsschwächere Kinder vermutlich andere Strategien nutzen als leistungstärkere Kinder. Im Sinne der Entwicklung einer empirisch begründeten Theorie zu Strategien mentaler Rotation bei Kindern im Grundschulalter (vgl. Kap. 6.2.1, S. 311ff) wurde somit erwartet, dass das Spektrum der zu beobachtenden Strategietypen auf diesem Wege einen deutlichen Zugewinn erfahren würde.

Von besonderem Interesse war zudem, welche Teilstrategien diesen Schülern

³Im Zusammenhang mit der Aufgabenbearbeitung im Vorfeld der Untersuchung werden die Klassen 1, 2 und 3 angesprochen. Schüler dieser Klassen gehören in der qualitativen Untersuchung nach den Sommerferien den Klassen 2, 3 und 4 an.

gegebenenfalls bereits zur Verfügung stehen bzw. wie sie zu erwartende Hinweise stärkerer Schüler in die Entwicklung eigener Vorstellungen einbeziehen können.

Vergleichbares gilt für die Beobachtung von Kindern, die besonders erfolgreich oder aber mit großen Schwierigkeiten die geometrischen Aufgaben lösen. Da die angebotenen Geometrieaufgaben bewusst keinen ausdrücklichen Bezug zu geometrischen Begriffen herstellen, sondern vielmehr die Fähigkeit ansprechen, gedanklich Bewegungen im Raum vorzunehmen, besteht hier (v.a. mit Aufgabe 2) ein besonders enger Bezug zu den Aufgabenstellungen im Hauptteil der Studie. Besonders gelungene Bearbeitungen (ggf. auch besondere schriftliche Erläuterungen der Schüler) in diesem Bereich lassen erste Hinweise auf eine besondere Kompetenz zu, während weniger erfolgreiche Lösungen die Aufmerksamkeit auf Kinder mit besonderen Schwächen in diesem Bereich richten könnten. In diesem Zusammenhang versprach auch hier die Vielfalt zwischen besonders ausgeprägten Schwächen oder Stärken der Kinder für die spätere Videostudie ein Höchstmaß an unterscheidbaren Zugängen, wie sie im Zuge der Untersuchung differenziert werden sollen. Sollte sich in der schriftlichen Aufgabenbearbeitung bei einzelnen Schülern eine besondere Diskrepanz zwischen Leistungen im arithmetischen oder geometrischen Bereich zeigen, erschien auch eine intensivere Studie der Leistungen dieser Schüler im Rahmen der mentalen Rotation besonders interessant.

Die bei der schriftlichen Ausarbeitung erbrachten Leistungen wurden vorwiegend quantitativ ausgewertet, um wie oben beschrieben *erste Hinweise* auf besondere Stärken und Schwächen der beteiligten Schüler zu erhalten. In den nachfolgenden Videostudien stand sodann der Umgang der Schüler mit den Aufgaben zu mentaler Rotation im Vordergrund, so dass auf die Aufgabenbearbeitung der einzelnen Schüler lediglich im Einzelfall noch einmal zurückgegriffen wurde⁴. Qualitative Untersuchungen zur Art des Umgangs mit den angebotenen Aufgabenstellungen wurden nicht durchgeführt.

Die in der testähnlichen Aufgabensammlung angebotenen Aufgabenstellungen waren in allen beteiligten Jahrgängen ähnlich aufgebaut und beinhalteten Aufgaben aus den Bereichen Arithmetik und Geometrie, sowie für die Klassen 2 und 3 jeweils eine Sachaufgabe (s. Anhang). Die Reihenfolge der

⁴Auf eine ausführliche Darstellung und Diskussion der diesbezüglichen Ergebnisse wird an dieser Stelle verzichtet, um dem Schwerpunkt der eigenen Fragestellungen auch hinsichtlich der Dokumentation der Ergebnisse gerecht zu werden.

Bearbeitung war den Schülern freigestellt.

Aufgabe 1 stellte in allen Jahrgangsstufen Additions- und Subtraktionsaufgaben, die den Schülern in einer ihnen vertrauten Weise angeboten wurden. Es waren jeweils 9 Einzelaufgaben zu lösen, wobei sich eine Differenzierung nach Schwierigkeitsgrad der einzelnen Aufgaben durch die Auswahl des Zahlenmaterials ergab. Der jeweils erste Block beinhaltete größtenteils Aufgaben, die für die Schüler erwartungsgemäß leichter zu bearbeiten waren, während der jeweils dritte Block vergleichsweise schwierige Aufgaben enthielt. Diese Aufgaben reichten teilweise auch über das zu erwartende Niveau der jeweiligen Klassenstufe hinaus und wurden in der nächst höheren Jahrgangsstufe im ersten Block wieder aufgenommen, wo sie dann in der Regel wieder eher unterdurchschnittlichen Anforderungen entsprachen (vgl. Abb. 7.2).

1. Rechne aus.

$4 + 2 = \underline{6}$	$5 - 2 = \underline{3}$	$40 + 20 = \underline{60}$
$7 + 5 = \underline{10}$	$13 - 5 = \underline{8}$	$55 + 12 = \underline{\quad}$
$2 + 14 = \underline{16}$	$19 - 17 = \underline{2}$	$30 - 15 = \underline{\quad}$

Abbildung 7.2: Beispiel für Aufgabe 1 im ersten Schuljahr und Bearbeitung durch einen Schüler der Grundschule in Hannover

Die Auswahl der Aufgaben erfolgte nach persönlicher Einschätzung und Erfahrung mit anderen Schülern dieser Altersstufen, wobei sich die Annahmen über die durchschnittliche Schwierigkeit der Aufgaben im Rahmen der Auswertung grundsätzlich bestätigten und nur teilweise als zu leicht angesehen werden mussten. Denkbar und interessant wäre selbstverständlich auch die Thematisierung noch weiterer Typen von Additions- und Subtraktionsaufgaben, eine Einbeziehung von Aufgaben mit Platzhalter oder auch von weiteren Analogieaufgaben gewesen. Auf diese Vielfalt wurde jedoch verzichtet, um die Bearbeitungszeit für die schriftliche Erhebung im Rahmen einer Schulstunde halten zu können.

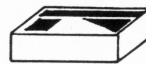
Aufgabe 2 beinhaltete in allen drei Jahrgangsstufen die gleiche Geometrieaufgabe, die bereits zuvor in Tests zum Ermitteln räumlicher Kompetenzen von Grundschulkindern, bzw. zum Ergründen kindlicher Strategien bei

Grüßing (Grüßing 2002, vgl. Abb. 5.16, S. 290) eingesetzt wurde (vgl. auch Meißner 2006). Zentrale Anforderung dieser Aufgabe war zunächst die Vorstellung der mit einem geometrischen Muster versehenen Schachtel, die auf dem Arbeitsblatt in Kavalierperspektive abgebildet ist. Die Schüler sollten sodann entscheiden, welche von drei weiteren abgebildeten, gedrehten oder gekippten Schachteln der abgebildeten Vorlage entspricht (vgl. Abb. 7.3). Dabei wurde bei den Schülern die Fähigkeit zu mentaler Rotation im Sinne von Linn und Petersen (1985, vgl. Kap. 2.2.2, S. 86) angesprochen. Selbstverständlich konnte dabei, wie auch Grüßing (Grüßing 2002, 41) bemerkt, „(...) sowohl die angebotene als auch die Vergleichsschachtel mental rotiert werden“.

2. Ist oben dieselbe Schachtel wie unten abgebildet?



Ja ☒ Nein ☐



Ja ☐ Nein ☒



Ja ☒ Nein ☐

Schreibe auf der Rückseite auf, wie du die Aufgabe gelöst hast.

1. Die schachtel muss man nach
rechte kippen

Abbildung 7.3: Beispiel für Aufgabe 2 mit Bearbeitung von einer Schülerin des dritten Schuljahres der Grundschule in Hannover und ihren Kommentar auf der Rückseite des Arbeitsblattes

Besonderes Augenmerk lag bei dieser Aufgabe auf der Rotation der gestalteten Fläche, welche jedoch nicht nur in der Ebene der Zeichnung erfolgte. So ist aus den Vergleichsfiguren zu entnehmen, dass die Fläche auch in diese Ebene quasi hinein fällt, wobei sich die Ansicht der gestalteten Fläche in der Darstellung verzerrt. Entgegen den Analysen von Grüßing war damit hier

„eine Mentale Rotation im zweidimensionalen Bereich“ (Grüßing 2002, 41) *nicht* möglich. Vielmehr musste die Darstellung im dreidimensionalen Sinne interpretiert und die gestaltete Fläche in die Zeichenebene hinein gedreht werden. Dies fiel den Kindern auch am Ende des dritten Schuljahres teilweise noch schwer, wie der Kommentar einer Drittklässlerin aus der Grundschule in Hannover verdeutlicht (vgl. Abb. 7.3): Es reichte eben nicht aus, die Schachtel in der Zeichenebene (also „zweidimensional“) nur nach rechts zu drehen, so dass die Schülerin hier bei nur einer der drei abgebildeten Vergleichsschachteln zur richtigen Lösung gelangte. Allerdings bleibt offen, ob die notierte Beschreibung tatsächlich ihre einzige Überlegung zur Vorgehensweise bei der Bewältigung dieser Aufgabe war.

Trotz der offensichtlichen Parallelen zur eigenen Datenerhebung in der Hauptstudie unterschied sich Aufgabe 2 zur mentalen Rotation insofern gravierend von den später im klinischen Interview bearbeiteten Aufgaben, als dass diese Aufgabe in einem zweidimensionalen, komparativen Aufgabenformat angeboten wurde. Aufgaben dieser Art waren den Schülern der beteiligten Klassen bislang wenig vertraut. Grüßing (2002) ließ die entsprechende Aufgabe von Dritt- und Viertklässlern bearbeiten, gibt jedoch keine Angaben über Erfolgsquoten der beteiligten Kinder sondern wertet den Umgang mit der Aufgabe qualitativ aus (vgl. auch noch einmal Kap. 5.2.4, S. 290): Interessant erscheint dort der Hinweis, dass einige Schüler in der Untersuchung von Grüßing die ganze Schachtel in ihrer Vorstellung rotieren, dies ggf. auch durch ihre Hände unterstützen, während andere einzelne Teile des Musters betrachten und ihre Beziehungen zueinander berücksichtigen. Weitere Unterschiede wurden dahingehend beobachtet, dass einzelne Kinder die oben angeordnete Schachtel drehen, während andere versuchen, die Vergleichsschachteln in ihrer Vorstellung rotieren zu lassen, um sie damit besser mit der Vorlage vergleichen zu können (Grüßing 2002, 43). Ähnliche Leistungen und Vorgehensweisen waren auch von den Schülern in der hier beschriebenen Studie zu erwarten. Die Aufforderung an die Schüler in Klasse 2 und 3, ihr Vorgehen schriftlich zu dokumentieren, konnte hierbei erste Hinweise auf präferierte Zugangsweisen im Zusammenhang mit Aufgabenstellungen zur Mentalen Rotation ermöglichen.

Aufgabe 3 sowie auch Aufgabe 5 der testähnlichen Aufgabenbearbeitung standen in dem Bemühen um Hinweise auf die Fähigkeit der Schüler zur Orientierung in verschiedenen Zahlenräumen bzw. auf ihren Umgang mit

Veranschaulichungen von Zahlen⁵. Verwiesen sei diesbezüglich noch einmal auf die bereits in Kap. 4.2 (S. 207) erarbeiteten bedeutsamen Erkenntnisse zur Entwicklung von Vorstellungsbildern im Arithmetikunterricht.

In Klasse 1 fiel bei Aufgabe 3 die Wahl auf Aufgabenstellungen, in denen die Schüler ermitteln sollten, in welchem Größer-kleiner-Verhältnis zwei gegebene Zahlen stehen, was von den Schülern durch das Eintragen der entsprechenden Zeichen zu kennzeichnen war.

In Klasse 2 und 3 wurde in Aufgabe 3 auf die Hundertertafel, bzw. Hundertertafeln zu Hundertern aus dem Zahlenraum bis 1000 und damit auf Veranschaulichungsmittel eingegangen, mit denen die Kinder aller beteiligten Klassen sich im ausklingenden Schuljahr auseinander gesetzt hatten. Die Aufgabe greift ein beispielhaftes Aufgabenformat aus der Internationalen Grundschul-Lese-Untersuchung auf, wird hier jedoch ebenso wie die übrigen Aufgabenstellungen nicht als Multiple-Choice-Aufgabe angeboten (vgl. Abb. 7.4).

3. Dies ist ein Ausschnitt aus einer Hundertertafel, in der die Zahlen von 1 bis 100 stehen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24						

Dies ist ein anderer Ausschnitt aus derselben Hundertertafel. Welche Zahl gehört in das leere Kästchen?

43
53
64

Abbildung 7.4: Beispiel für Aufgabe 3 im zweiten Schuljahr mit Bearbeitung einer Schülerin der Grundschule in Hannover (vgl. Beispielaufgaben für Kinder Ende Klasse 4 in: IGLU 2003)

Wesentliche Anforderung dieser Aufgabe ist die ergänzende Visualisierung eines angedeuteten Hunderterfeldes bzw. die Vorstellung eines entsprechenden Hunderterfeldes verbunden mit der Bestimmung einer fehlenden Zahlenangabe in einem Ausschnitt eines solchen Feldes. Selbstverständlich ist

⁵Die Darstellung der Inhalte und Anforderungen von Aufgabe 5 folgt im Anschluss an die Ausführungen zu Aufgabe 4.

es nicht zwingend notwendig, diese Hunderterfelder vollständig zu visualisieren. Logische Schlussfolgerungen können ebenso zu einer erfolgreichen Lösung führen.

Aufgabe 4 wechselte in allen drei beteiligten Klassenstufen wieder zu einer in diesem Fall für alle Klassen identisch formulierten Geometriaufgabe, die für alle Schüler sicher auch wieder eher unvertraut war.

Erprobt wurde die Aufgabe bereits in einer Untersuchung von Grassmann (2000) mit Schülern zu Beginn des dritten Schuljahres. Für die hier beschriebene Erhebung kam eine leicht veränderte Variante zum Einsatz, die auf eine Benennung der einzelnen Figuren durch Buchstaben und eine Zuordnung von Buchstaben zu Buchstaben verzichtet. Diese Vereinfachung und die Reduktion auf die Aufforderung „Verbinde.“ verfolgt vor allem in der Absicht, die Testschwierigkeit der Aufgabe, die sich durch zusätzliche Formalisierung ergibt, zu minimieren und den Kern der Aufgabenstellung in den Mittelpunkt zu rücken.

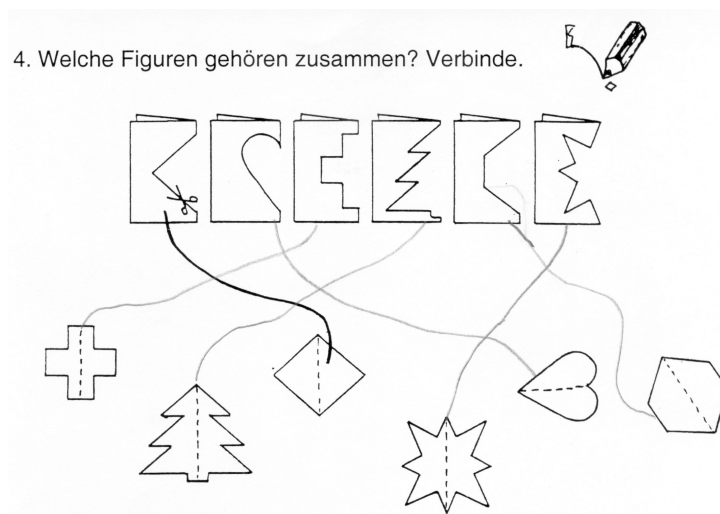


Abbildung 7.5: Beispiel für Aufgabe 4 mit Bearbeitung von einer Schülerin des zweiten Schuljahres der Grundschule in Hannover

Angesprochen wird die Fähigkeit der Schüler zur Veranschaulichung im Sinne Thurstones (vgl. Kap. 2.2.2, S. 75ff), die hier auf eine an Bastelerfahrungen der Kinder anknüpfende Handlung zurückgeführt werden kann: Die Schüler sollten sich vorstellen, welche ausgeschnittenen geometrischen und

gegenständlichen Figuren aus einem zusammengefalteten, eingeschnittenen Papierstück herausgeschnitten worden sind.

Dabei ist es einerseits möglich, das in der Zeichnung noch gefaltete Ausgangspapier gedanklich aufzufalten und es mit der Form der übrigen Figuren zu vergleichen, also gewissermaßen eine mentale Translation durchzuführen. Andererseits kann auch eine Vorgehensweise zum Erfolg führen, bei der die ausgeschnittenen Figuren wieder gedanklich zusammengefoldet und per mentaler Translation mit den gezeichneten Ausgangspapieren verglichen werden. Erschwerend kommt bei den rechts im Bild befindlichen Figuren (Herz und Sechseck) hinzu, dass in den dortigen Abbildungen der Falz und damit die Symmetrieachse der Figuren um 90 Grad bzw. ca. -45 Grad gedreht sind. Bei diesen Figuren ist folglich zusätzlich eine mentale Rotation der Figur in der Zeichenebene erforderlich.

In der oben erwähnten Untersuchung von Grassmann (Grassmann 2000, 20ff) wurden die beschriebenen Anforderungen (trotz der erschwerten Formulierungen der Aufgabe) zu Beginn des dritten Schuljahres von etwa 70 Prozent der Schüler erfolgreich gelöst, so dass Ende der Klasse 3 eine erfolgreiche Bearbeitung dieser Vorstellungsaufgabe durch den überwiegenden Teil der Schüler zu erwarten war. Vergleichbar hohe Erfolge wie in den Untersuchungen von Grassmann waren auch bei den Schülern Ende des zweiten Schuljahres zu vermuten.

Aufgabe 5 war, ebenso wie bereits oben angesprochen, wiederum in einem Bereich angesiedelt, der deutlich Bezüge zwischen arithmetischen Kompetenzen und der Visualisierungsfähigkeit von Schülern herstellt.

Angeregt durch ähnliche Aufgaben in einer Untersuchung von Grassmann, in der Vorwissen über zweistellige Zahlen zu Beginn des zweiten Schuljahres ermittelt wurde (vgl. Grassmann 2000, 12ff), wurden den Schülern in Klasse 1 verschiedene Darstellungen von Zahlen angeboten, die ihnen teilweise vertraut waren (Teilaufgabe a: 18 Punkte im Zwanzigerfeld), teilweise jedoch wiederum Bereiche ansprachen, die über die Inhalte des 1. Schuljahres hinausreichen (vgl. Abb. 7.6⁶)

⁶In der Darstellung für die Schüler lagen alle Teilaufgaben a, b, c und d genau untereinander auf einem Din-A4 großen Arbeitsblatt.

5. Wie heißen diese Zahlen? Schreibe sie dahinter.

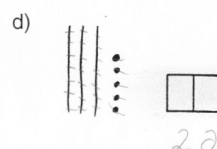
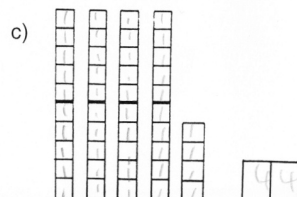
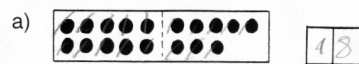


Abbildung 7.6: Beispiel für Aufgabe 5 mit Bearbeitung von einem Schüler des zweiten Schuljahres der Grundschule in Hannover

Angenommen wurde, dass es etwas stärkeren Schülern keine Probleme bereiten würde, einen leicht strukturierten Auszug aus einem Hunderterfeld mit 34 Punkten richtig zu interpretieren und die Erfahrungen aus dem Zwanzigerfeld zu übertragen. Fraglich blieb jedoch, inwieweit die Kinder bereits zu diesem Zeitpunkt in der Lage waren, zu den gegebenen Veranschaulichungen auch die richtige Notation in Ziffernschreibweise zu verwirklichen, zumal als Hilfestellung lediglich ein geteilter Kasten - und nicht etwa eine Stellenwerttafel zum Eintragen der Stellen angeboten wurde.

Ähnliche Schwierigkeiten waren auch in Teilaufgabe c) und d) zu erwarten, bei denen die Zehner (anders als in den gewohnten Zwanzigerfeld-Darstellungen der verwendeten Schulbüchern) in senkrecht verlaufenden Streifen dargestellt waren. In d) wurde schließlich vollständig auf eine Strukturierung der Zehnerstreifen verzichtet.

In die Aufgabensammlung für die Klassen 2 und 3 wurde eine ähnlich anspruchsvolle, jedoch offen formulierte Aufgabenstellung aufgenommen, deren individuelle Bearbeitung durch die Schüler besondere Einblicke in die Vorstellungswelt der Schüler erhoffen ließ.

Die Schüler waren hier aufgefordert, sich eine per Zahlwort benannte Zahl aus einem Zahlenraum vorzustellen, der ihnen zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht im Unterricht nahe gebracht worden war („dreihundertvierund-

zwanzig“ im zweiten Schuljahr bzw. „siebentausenvierhundertzwanzig“ in der Aufgabe für das dritte Schuljahr). Da den Schülern in dieser für sie ungewohnten Aufgabenstellung freigestellt war, ob sie lieber zeichnen, was ihnen in der Vorstellung in den Sinn kommt, oder diese Gedanken in einem kurzen Text festhalten mögen, war eine große Vielfalt von Antworten denkbar. Dieses Spektrum konnte reichen von Darstellungen, wie sie in Aufgabe 5 für das erste Schuljahr angeboten werden, konnte ebenso aber auch Zeichnungen eines Zahlenstrahls oder kleine Texte mit Angaben zu benachbarten Zahlen, benachbarten Zehnern oder Hundertern hervorbringen. Eben diese zu erwarteten starken Differenzen rücken gegebenenfalls ganz besondere Fähigkeiten oder Vorstellungen ans Licht, die auch im Hinblick auf die in der Hauptstudie zu untersuchenden Vorstellungskompetenzen eine Rolle spielen.

Aufgabe 6 bildete in den Aufgabensammlungen für die Klassen 2 und 3 die Abschlussaufgabe⁷ und bezog den Bereich der Sachaufgaben in die Erhebung ein.

Bei der hier gegebenen und ebenfalls bereits von Grassmann (2000, 21) zu Beginn des dritten Schuljahres gestellten Aufgabe handelte es sich um eine im Hinblick auf die Gestaltung des Lösungsweges und das Ergebnis der Bearbeitung offene Aufgabe. Konfrontiert wurden die Schüler mit der Situation eines Großvaters, der 40 Kaninchen in Einer- und Zweierställen hält. Erfragt wurde sodann die Anzahl der Einer- und Zweierställe des Großvaters, die (für uns, aber sicher nicht für alle Kinder) selbstverständlich aus den gegebenen Angaben nicht eindeutig zu ermitteln war. Denkbar wäre beispielsweise, dass der Großvater eine viel größere Anzahl von (leeren?) Käfigen besitzt, als dies für seinen Bestand notwendig wäre. Zudem bleibt offen, ob nicht evtl. einige oder gar alle Zweierställe doch nur von einem Kaninchen bewohnt werden. Zudem legt die Aufgabenstellung nicht eindeutig eine Rechnung nahe, vielfach konnten daher grafische Annäherungsversuche erwartet werden, die wiederum besondere Anforderungen an die Fähigkeit der Kinder darstellen, sich verbal beschriebene Situationen bildlich zu veranschaulichen, also ein mentales Modell der Situation zu konstruieren (vgl. Kap. 2.1.2.2, S. 34ff).

⁷Die Aufgabensammlung für Klasse 1 beinhaltet hingegen lediglich 5 Aufgaben.

6. Der Opa von Uli züchtet Kaninchen.
 Er hat 40 Kaninchen.
 Die Kaninchen sind in Einer- und Zweierställen untergebracht. Insgesamt hat er 25 Ställe.
 Wie viele Einer- und wie viele Zweierställe hat der Opa?

(Du darfst rechnen, schreiben und zeichnen.)

Abbildung 7.7: Beispiel für Aufgabe 6 mit Bearbeitung von einer Schülerin des dritten Schuljahres der Grundschule in Hannover

Aus didaktischer Sicht verhilft das besondere Maß an Offenheit der Aufgabe zu einer besonderen Note, die aber zugleich die niedrigen Erfolgsaussichten (ca. 11 Prozent in der Studie von Grassmann 2000, 27) erklärt. Zu erwarten waren Ende des zweiten Schuljahres vergleichbare Erfolgsquoten wie bei Grassmann, wobei angenommen wurde, dass hier wie auch im dritten Schuljahr die Anzahl der zeichnerisch angebotenen Lösungen überwiegen würde. Schüler, die hier zu einer Lösung gelangen, zählen eher zu den Leistungsstärkeren in ihrer Klasse. Lösungen mit verschiedenen Lösungsangeboten (etwa im Sinne von Fallunterscheidungen) dürften - so wurde angenommen - die absolute Ausnahme darstellen.

Insgesamt stand die Gestaltung der Aufgabensammlung in dem Bemühen, gleichermaßen sowohl vertraute oder eindeutig lösbare Aufgabenformate als auch vertraute oder offene Aufgabenstellungen einzubeziehen. Eine qualitative Differenzierung ergab sich wie oben beschrieben in nahezu jeder Aufgabe. Jeder beteiligte Schüler sollte zumindest in der Lage sein, einzelne Aufgaben zu lösen, so dass Misserfolgserlebnissen zumindest teilweise vorgebeugt werden konnte, die auch die Haltung der Schüler in den späteren Videostudien

hätte beeinträchtigen können. Eine quantitative Differenzierung der Aufgaben (etwa die Auszeichnung einer Zusatzaufgabe) fand bewusst nicht statt, zumal den Schülern zu Beginn der Durchführung noch einmal verdeutlicht wurde, dass nicht zwingend notwendig sämtliche Aufgaben bearbeitet sein mussten. Leistungsdruck sollte damit vermieden werden.

7.2.2 Zusammenstellung der beteiligten Schülerpaare

Hinsichtlich der videodokumentierten klinischen Interviews stellte sich im Vorfeld der Hauptuntersuchung die Frage, welche Kinder an diesen Interviews beteiligt werden sollten. Die Voruntersuchungen hatten bereits gezeigt, dass sich bei Kindern im vierten Schuljahr deutlich zu differenzierende Zugangsweisen zu den beschriebenen Raumvorstellungsweisen abzeichneten (vgl. Kap. 6.3.2, S. 322). Damit lag die Vermutung nahe, dass eine Erweiterung des Samplings auf Schüler der Jahrgänge 2 und 3 dieses Spektrum noch anreichern könnte, zumal Flick (2003, 297) dazu bemerkt, es sei im Sinne des angestrebten Vergleichens und Kontrastierens bei der Entwicklung einer empirisch begründeten Theorie (vgl. Kap. 6.2.1, S. 311) „(...) aussichtsreich (...) völlig verschiedene Gruppen, die den gleichen Prozess durchlaufen, in die Untersuchung einzubeziehen (...)“

Zudem bemerkt Rost grundsätzlich an, dass die „Halbzeit in der Entwicklung der Raumvorstellung“ - gemessen an den Leistungen Erwachsener - etwa im Alter von 9 Jahren (also im dritten Schuljahr) erreicht sei (Rost 1977, 121). Da für den Bereich der mentalen Rotation diesbezüglich keine exakten Anhaltspunkte vorliegen (vgl. Kap. 3.3.1, S. 153ff bzw. Kap. 3.3.2, S. 165ff), lag es nahe, Kinder des dritten, aber auch des zweiten und vierten Schuljahres in die eigene Stichprobe aufzunehmen. Hier konnte davon ausgegangen werden, dass die Fähigkeit zu mentaler Rotation teilweise schon entwickelt sein würde. Andererseits waren aber auch in der Gesamtgruppe noch Kinder mit Schwierigkeiten in diesem Bereich zu erwarten, was eine besondere Bandbreite hinsichtlich der zu untersuchenden Strategien versprach.

Wie sollten nun die einzelnen Kinder gefunden und wie sollten Gruppierungen für die Partnerarbeit in den klinischen Interviews gefunden werden? Sicher wäre es im Zusammenhang mit dem explorativen Anspruch der Studie legitim gewesen, die Kinder per Zufall auszuwählen. Die Entscheidung fiel jedoch auf ein Samplingverfahren, das den Versuch unternahm, die Auswahl auf der Grundlage der Ergebnisse der oben bereits dargestellten schriftlichen Aufgabenbearbeitung sowie auf informelle Gespräche mit den jeweiligen Klassen- und Fachlehrerinnen zu stützen. Dabei sollte in Absprache

mit den beteiligten Lehrkräften auch erwogen werden, welche verbale Performanz von den entsprechenden Kindern erwartet werden konnte. Hier zählten nicht nur Überlegungen zu Umfang und Qualität verbaler Äußerungen sondern auch die Frage, ob die einzelnen Kinder über die notwendige *Bereitschaft* verfügten, sich anderen (unbekannten) Personen gegenüber zu äußern. Zudem musste im Vorfeld ergründet werden, wie die ausgewählten Kinder gewöhnlich in einer Konstellation mit einem Kind des anderen Geschlechts oder mit einem Partner sozial interagieren, um extrem problematische Konstellationen zugunsten der zentralen Forschungsfragen vermeiden zu können. Insgesamt nahmen schließlich 9 Mädchen und 15 Jungen an der Erhebung teil, die sich für die paarweisen Interviews auf folgende Gruppierungen verteilten⁸:

Klasse	Namen	Alter	Geschlecht
Klasse 2	Finn	7,1 J.	m
	Ron	7,8 J.	m
	Sven	8,1 J.	m
	Sören	7,3 J.	m
	Jana	8, 2 J.	w
	Birte	7,6 J.	w
	Hanno	7,3 J.	m
	Felix	7,2 J.	m

Klasse	Namen	Alter	Geschlecht
Klasse 3	Helge	8,2 J.	m
	Malte	8,7 J.	m
	Kim	9,1 J.	m
	Alina	8,6 J.	w
	Piet	9,9 J.	m
	Leon	8,6 J.	m
	Timo	9,1 J.	m
	Silja	8,11 J.	w

⁸Das Komma in den Altersangaben trennt vollendete Lebensjahre und vollendete Lebensmonate der Kinder.

Klasse	Namen	Alter	Geschlecht
Klasse 4	Jule	9,3 J.	w
	Lea	10,2 J.	w
	Louis	9,7 J.	m
	Katy	10,2 J.	w
	Valerie	9,5 J.	w
	Sina	9,11 J.	w
	Florian	9,6 J.	m
	Lennart	9,2 J.	m

Somit ergaben sich 3 Mädchenpaare, 6 Jungenpaare sowie drei geschlechtsgemischte Paare mit teilweise vergleichbarem, teilweise aber auch stark differierendem Leistungsvermögen bezogen auf die Ergebnisse der schriftlichen Aufgabenbearbeitung und die Einschätzungen der betreuenden Lehrkräfte⁹. Alle an den Interviews teilnehmenden Kinder sprachen Deutsch als Muttersprache, so dass keine Verständigungsprobleme bezüglich vorhandener Fremdsprachen zu erwarten waren. Dies erschien besonders wichtig, da die Konzeption der Datenerhebung bereits ein hohes Maß an „Übersetzungsfähigkeiten“ zwischen anschaulich-geometrischen Aspekten und einer sprachlichen Vermittlung der eigenen Gedankengänge erfordert (vgl. Kap. 6.4.2 und 6.4.3). Somit wären sowohl die Dialoge unter den Schülern als auch die Introspektion einzelner Kinder unter verstärktem Einbezug von Schülern nicht-deutscher Herkunft von einer noch einmal über die bestehenden Fragestellungen hinaus reichenden Komponente beeinflusst gewesen, auf die in dieser Untersuchung aufgrund begrenzter Kapazität jedoch nicht näher eingegangen werden soll.

Die an den Interviews teilnehmenden Kinder aus **Klasse 2** bildeten ein Mädchenpaar und drei Jungenpaare, die sich wie nachfolgend erläutert zusammensetzten.

- **Finn und Ron:**

Finn wurde vorzeitig eingeschult und war mit 7,1 Jahren das jüngste Kind in der Studie. Kurze Zeit nach der Datenerhebung fiel die Entscheidung, ihn eine Klasse überspringen zu lassen. Er galt als einer der

⁹Die Überzahl der männlichen Schüler in Klasse 2 und 3 hat praktische Gründe, die sich einerseits auf die Zurückhaltung zahlreicher Erziehungsberechtigter bezüglich des Einverständnisses zur Teilnahme an der Studie und andererseits auf den enormen Überhang von Jungen in allen beteiligten Klassen zurückführen lassen. In einer Klasse wurden 3 Mädchen und 18 Jungen gemeinsam unterrichtet.

stärksten Rechner seiner Klasse und erzielte auch bei den arithmetischen Teilaufgaben in der vorausgegangenen schriftlichen Aufgabenbearbeitung fehlerfreie Lösungen. Die Zuordnung der Figuren in Aufgabe 4 gelang ihm (wie interessanter Weise auch fast allen anderen Kindern der Klasse) ebenfalls ohne Probleme¹⁰. Bemerkenswert an seiner Lösung war allerdings, dass er die Verbindungen so vornahm, dass seine Linien sich nicht kreuzten. Auch seine Lösung zu Aufgabe 5d), in der drei Linien als „Zehner“ und fünf Einzelpunkte als „Einer“ interpretiert werden sollten (Lösung: „35“), war recht eigenwillig („08“), insgesamt so oder ähnlich jedoch häufiger zu finden. In Aufgabe 2 unterlief ihm ebenso wie fast allen Kindern seiner Klasse, die hier im Durchschnitt einen Fehler bei Schachtel b oder c machten, ein Irrtum bei Schachtel c, die er als rotiertes Abbild der Vorlageschachtel identifizierte¹¹.

Als einziges Kind der Klasse löste Ron beide Geometrieaufgaben in der Aufgabenbearbeitung vollständig richtig. Auch er wurde von der betreuenden Mathematiklehrkraft als leistungsstarkes Kind beschrieben, was sich auch in seinem sicheren Umgang mit den arithmetischen Aufgabenstellungen 1 und 3 sowie in seiner extrem zügigen Bearbeitung der Aufgabensammlung (5 min) zeigte. Interessant war zudem, dass sich in seiner Bearbeitung der Aufgabe 5 keine (für die meisten Kinder der Klasse typischen „Zählspuren“ (kleine, teilweise kaum noch sichtbare Bleistiftstriche vom Abzählen der Einzelelemente) fanden. Dies deutet darauf hin, dass er ebenso wie sein etwa gleich leistungsstarker Partner Finn prinzipiell bereits zu diesem Zeitpunkt schon in der Lage war, auch ihm unvertraute Veranschaulichungen visuell zu strukturieren und inhaltlich sinnvoll zu deuten¹².

- **Sven und Sören:**

Sven und Sören konnten im Vorfeld als leistungsmäßig eher ungleiches Paar angesehen werden und wurden aus diesem Grund auch zur Zusammenarbeit gebeten.

¹⁰Da fast alle Kinder der Studie hier eine richtige Lösung erzielten, wird auf die Ergebnisse der Kinder bei dieser Aufgabe nachfolgend nur noch in besonderen Ausnahmefällen eingegangen.

¹¹Alle schriftlichen Aufgabenbearbeitungen der „Interviewkinder“ sind im Anhang der vorliegenden Arbeit zusammen getragen, so dass auf eine detaillierte Darstellung der einzelnen Teilergebnisse hier verzichtet wird.

¹²Im Hinblick auf die Auswertung der Bearbeitungen sei darauf hingewiesen, dass sämtliche der erbrachten Leistungen vorwiegend in Relation zu den Leistungen der jeweiligen Mitschüler betrachtet wurden. Bezüge zu anderen Klassen der gleichen Jahrgangsstufe in Hannover oder zu außergewöhnlichen Leistungen einzelner Schüler in anderen Klassenstufen waren dabei möglich, wurden jedoch lediglich vereinzelt hergestellt.

Sven galt als leistungsstarker Schüler in Mathematik und löste neben Finn als einziges Kind der Klasse alle Arithmetikaufgaben in den Aufgaben 1 und 3 korrekt. Typischerweise unterlief auch ihm in Aufgabe 2 der Fehler, Schachtel c als rotiertes Abbild der Vorlageschachtel zu erkennen. In Aufgabe 5 deutete er zudem (ähnlich wie bereits bei Finn beschrieben) die letzte Veranschaulichung als „8“.

Sören wurde als sogenanntes Kann-Kind (also schon vor der Vervollendung seines sechsten Lebensjahres) eingeschult und arbeitete meist bedeutend langsamer als seine Mitschüler. Mit insgesamt 18 Minuten Bearbeitungszeit für die schriftliche Aufgabenbearbeitung war er auch hier bedeutend langsamer als die übrigen Kinder der Klasse und ließ bei den arithmetischen Aufgaben zahlreiche Aufgaben aus. Auch er erkannte Schachtel c in Aufgabe 2 fälschlicherweise als lediglich rotierte Vorlageschachtel an. Von den Darstellungen in Aufgabe 5 war er offenbar teilweise überfordert, zumal er trotz erkennbarer „Zählspuren“ keine Notation zu den angebotenen Darstellungen vornahm.

- **Jana und Birte:**

Jana zählte in ihrer Klasse zu den schwächsten Kindern in Mathematik und zeigte auch bei den arithmetischen Aufgaben in der Aufgabenbearbeitung große Probleme („ $19-17=12$ “ bzw. Auslassen von Aufgaben wie „ $40+20$ “). In Aufgabe 2 überraschte sie ein wenig mit einer Lösung, die fälschlicher Weise Schachtel b *nicht*, gleichwohl aber ebenso fehlerhaft Schachtel c als rotiertes Abbild der Vorlage interpretierte. Die räumliche Tiefe der Schachtelgestaltung konnte sie hier offenbar nur schwer deuten. Allerdings war sie wohl auch unsicher bei der einfachen Rotation in der Zeichenebene, die für Schachtel a zu leisten war, wie an einem ausradierten Kreuz für die Antwort „Nein“ erkennbar ist. Nach Aussage der betreuenden Lehrkräfte konnte sich Jana oft nur schwer auf neue Inhalte einlassen und war im Unterrichtsgespräch meist sehr zurückhaltend. Sie wurde am Ende des zweiten Schuljahres (im Sommer 2004) zurückversetzt.

Birte zeigte im Mathematikunterricht insgesamt durchschnittliche Leistungen, die sich auch bei den arithmetischen Teilaufgaben 1 und 3 der Aufgabenbearbeitung bestätigt fanden. Nach Aussage der Kolleginnen nahm sie rege an Unterrichtsgesprächen teil, so dass es sinnvoll erschien, sie mit der eher schüchternen Jana zusammen arbeiten zu lassen, um diese ein wenig zum Sprechen zu ermuntern. Auch Birte hatte größere Schwierigkeiten, Aufgabe 2 richtig zu lösen. So erkannte sie fälschlicher Weise Schachtel c als rotierte Vorlageschachtel an, bemerkte jedoch nicht, dass Schachtel c *tatsächlich* der Vorlage entsprach.

Insgesamt musste also damit gerechnet werden, dass das Schülerinnenpaar Jana und Birte auch im Interview u.U. größere Schwierigkeiten mit der Bewältigung der mentalen Rotationsaufgaben haben würde, was gleichermaßen aber auch den Einsatz besonderer Strategien mit sich bringen konnte.

- **Hanno und Felix:**

Obwohl Hanno von der Mathematiklehrerin als recht leistungsstarker Schüler beschrieben wurde, unterliefen ihm bei der schriftlichen Aufgabenbearbeitung in Aufgabe 1 relativ viele Fehler (z.B. „ $13-5=12$ “, „ $19-17=8$ “). Die Größer-kleiner-Vergleiche in Aufgabe 3 sowie die Interpretation der Darstellungen in Aufgabe 5 gelangen ihm hingegen recht gut. In Aufgabe 2 erkannte er irrtümlich alle rotierten Vergleichschachteln als gleich zur Vorlage an, was möglicherweise aber auch damit zusammen hängen könnte, dass er ebenso wie andere Kinder, die überall ein „Ja“ ankreuzten, die ja nur leicht unterschiedliche Gestaltung schlichtweg übersah.

Felix erzielte im arithmetischen Teil der vorausgegangenen Aufgabenbearbeitung durchschnittliche Leistungen, was weitgehend dem Eindruck der Fachlehrerin von seinen mathematischen Fähigkeiten entsprach. Seine Bearbeitung der Aufgabe 2 überraschte insofern, als dass er die Schachtel a *nicht* als rotiertes Pendant zur Vorlageschachtel erkannte, sehr wohl aber bei den schwieriger zu erkennenden, zusätzlich nach hinten abgekippten Schachteln b und c richtige Einschätzungen abgab.

Insgesamt wurde das Schülerpaar Hanno und Felix im Vorfeld des Interviews somit als etwa leistungshomogenes Paar durchschnittlich leistungsstarker Schüler eingestuft.

In **Klasse 3** wurde mit zwei Jungenpaaren und zwei geschlechtsgemischten Paaren gearbeitet¹³:

- **Helge und Malte:**

Während Helge bei den arithmetischen Aufgabenstellungen in Aufgabe 1 und 3 als einer der wenigen Schüler seiner Klasse alle Aufgaben richtig bearbeitete, lag er bei seinen Einschätzungen zur rotierten Schachtel in Aufgabe 2 merkwürdigerweise jeweils genau falsch. Seinen Lösungsversuch zu Aufgabe 6 brach er nach einigen mit Bleistift notierten und

¹³Die Aufgaben 3 und 4 wurden von allen Kindern der Klassen 3 und 4 ohne Fehler bearbeitet. Kommentare zur eigenen Vorgehensweise in Aufgabe 2 blieben bei allen Kindern der Klasse 3 aus, so dass auf beide Aspekte nachfolgend nicht näher eingegangen wird.

wieder ausradierten Versuchen ab, hatte hier also offenbar Schwierigkeiten, sich die gegebene Situation zu veranschaulichen. Auch seine Vorstellung der Zahl „324“ blieb eher vage formuliert („Sie hat viele Zehner und wenige Einer.“) Von der betreuenden Lehrerin wurde Helge als durchschnittlich leistungsstarkes Kind im Mathematikunterricht beschrieben, das sich aber für neue Inhalte sehr begeistern könne. Insbesondere diese Neugier auf neuartige Aufgabenstellungen wurde für die eigenen Interviews als vorteilhaft angesehen.

Malte löste sowohl die arithmetischen als auch die geometrischen Aufgabenstellungen im Vorfeld vollständig korrekt. Er zählte zu den leistungsstärkeren Kindern seiner Klasse und bot für die Sachaufgabe eine (insgesamt nur sehr selten beobachtete) anschaulich dargestellte, richtige Lösung an, die sogar Details wie eine Darstellung der Kaninchenohren in die Lösungszeichnung einbezog.

Helge und Malte waren nach Aussage der betreuenden Lehrkräfte recht eng miteinander befreundet, so dass hier auch angesichts des offensichtlichen Leistungsgefälles zwischen den Kindern mit einer guten Zusammenarbeit gerechnet werden konnte. Auf dieser Grundlage waren aussagekräftige Verbalisierungen der Kinder zu ihren mentalen Rotationsstrategien zu erwarten.

- **Timo und Silja:**

Timo und Silja wurden von der beteiligten Fachkollegin als beide als durchschnittlich leistungsstark in Mathematik angesehen. Sie galten als ausgesprochen kooperationsfähige Schüler und bildeten daher eines der beiden geschlechtsgemischten Paare in dieser Jahrgangsstufe¹⁴.

Sowohl Timo als auch Silja unterlief jeweils nur ein Fehler in Aufgabe 1. Auffällig in Timos Bearbeitung der Aufgabe 2 war jedoch, dass er hier bei Schachtel b und bei Schachtel c das Antwortkreuz (ebenso wie Helge) jeweils falsch setzte. Silja kreuzte hier demgegenüber nur Schachtel a an. Zu vermuten ist, dass sie die Aufgabe mit der Abgabe *eines* Kreuzes als gelöst ansah und die beiden weiteren Vergleichsschachteln nicht weiter betrachtete.

Während Timo bereits recht gut interpretieren konnte, was die Zahl „324“ bedeutet („3* die 100, die 10 2 mal, die 2 2 mal“), war Siljas Vorstellung am Ende des zweiten Schuljahres hier noch eher vage („Die hat ganz viele Nullen!“). Ähnlich war jedoch bei beiden wieder die Bearbeitung der Aufgabe 6, der sich Timo und Silja mit anschaulichen

¹⁴Insgesamt wurden in dieser Klasse nur drei Mädchen unterrichtet. Da von einem dieser Mädchen keine Einverständniserklärung zur Teilnahme an der Studie vorlag, wurde auf die Bildung eines Mädchenpaares zugunsten von zwei geschlechtsgemischten Paaren verzichtet.

Zeichnungen näherten, was bei Silja zu einem etwas ungewöhnlichen Ergebnis führte (Zwei Ställe bleiben bei ihr leer.).

- **Piet und Leon:**

Piet hatte bereits vor der Datenerhebung eine Klasse wiederholt und war damit der älteste Schüler seiner Klasse. Er wurde von der Fachlehrerin als durchschnittlich leistungsstark und eher zurückhaltend im Unterricht beschrieben. Tatsächlich erzielte er im arithmetischen Teil mit zwei Fehlern durchschnittliche Leistungen. Allerdings unterliefen ihm die Fehler in Aufgabe 1 eher bei den vermeintlich leichteren Aufgaben, während er die für viele seiner Mitschüler noch schwierigeren Aufgaben erfolgreich löste. Neben Malte war Piet zudem das einzige Kind, das Aufgabe 2 vollständig richtig löste. Nach einer zeichnerischen Annäherung (25 „Ställe“ mit jeweils 2 Punkten, weitere Elemente der Zeichnung wurden mit einem Tintenkiller wieder entfernt) kam er bei Aufgabe 6 jedoch zu keinem korrekten Ergebnis. Auch der Zahl „324“ näherte sich Piet noch eher diffus, wobei Ansätze zu einem Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems erkennbar waren („300 Z, 24 Ei“).

Leon galt im Gegensatz zu Piet als sehr aufgeweckter Schüler, der häufig überdurchschnittliche Leistungen in Mathematik erbrachte und sich gern neuen Herausforderungen stellte. Es erschien somit interessant, ihn im Sinne einer leistungsheterogenen Gruppierung mit dem eher zurückhaltenden Piet zusammen arbeiten zu lassen. Während Leon auch in der schriftlichen Aufgabenbearbeitung bei allen arithmetischen Aufgaben und der Sachaufgabe zu sicheren Ergebnissen gelangte, unterlief ihm in Aufgabe 2 ein kleiner Fehler beim Vergleich der Schachtel b, die er nicht als rotierte Vergleichsfigur zur Vorlage ansah.

- **Kim und Alina:**

Kim und Alina galten beide als ausgesprochen lebhaft Kinder, die gute bis sehr gute Leistungen im Mathematikunterricht zeigten. Insbesondere die von den Kolleginnen beschriebene muntere Art beider Schüler versprach vielfältige Anknüpfungspunkte für die Analyse ihrer Vorgehensweisen im späteren klinischen Interview.

Während Alina alle Aufgaben in den arithmetischen Teilbereichen korrekt löste und eine fehlerfreie, über eine anschauliche Zeichnung erzielte Lösung zu Aufgabe 6 anbot, unterlief Kim ein kleiner Fehler im arithmetischen Teil. Auch ihm gelang in Aufgabe 6 eine Zeichnung, die eine mögliche Verteilung der Kaninchen auf 25 Ställe richtig darstellte. Beide erkannten bei den zu rotierenden Schachtel in Aufgabe 2 die Vergleichsschachtel b allerdings *nicht* als Pendant zur Ausgangsschachtel.

Insgesamt konnte die Zusammenstellung von Kim und Alina jedoch als recht leistungshomogenes Paar mit deutlichen mathematischen Stärken angesehen werden.

Die Interviews in **Klasse 4** fanden mit zwei Mädchenpaaren, einem geschlechtsgemischtem Paar sowie einem Jungenpaar statt. Diese Paare setzten sich aus folgenden Kindern zusammen:

- **Jule und Lea:**

Jule wurde von der betreuenden Mathematikfachlehrerin als durchschnittlich leistungsstark beschrieben. Bei Aufgabe 1 erzielte sie allerdings nur in 5 von 9 Teilaufgaben richtige Ergebnisse, während der Durchschnitt der Klasse hier bei 82,2 Prozent richtiger Lösungen lag. Ihre „Rechnung“ und das richtige Ergebnis in Aufgabe 6 erreichte sie über eine anschauliche Zeichnung, in der Punkte auf gezeichnete Kästen verteilt wurden. Es gelang ihr in Aufgabe 2 mit der Überlegung „Ich habe das Blatt umgedreht.“ alle rotierten Schachteln richtig auf Kongruenz zur Vorlageschachtel zu überprüfen, was insgesamt etwa nur die Hälfte aller Kinder der Klasse schaffte.

Während Jules Stärken also offenbar mehr im geometrischen Bereich lagen, unterliefen ihrer Partnerin Lea bei Aufgabe 2 zwei Fehler bei der Beurteilung der Schachteln b und c. Auch sie gab an „Ich habe das Blatt hin und her gedreht.“, hatte dann aber offensichtlich Schwierigkeiten, die Details der zusätzlich in den Raum hinein gekippten Schachteln exakt miteinander zu vergleichen. Bei den Rechenaufgaben in Aufgabe 1 erzielte Lea mit nur einem Fehler leicht überdurchschnittliche Leistungen, kam jedoch in Aufgabe 6 trotz zeichnerischer Annäherung zu keinem korrekten Ergebnis („Er hat 5 2 u 35 1“, was wohl so viel bedeuten sollte wie „Er hat 5 Zweierkäfige und 35 Einerkäfige.“).

Diese zu allen Teilaufgaben recht stark voneinander abweichenden Lösungserfolge veranlassten dazu, diese Mädchen im späteren Interview zusammen arbeiten zu lassen, zumal beiden Kindern von den betreuenden Lehrkräften eine gute Fähigkeit zur Kooperation bescheinigt worden war.

- **Florian und Lennart:**

Die Zusammenstellung des Schülerpaares Florian und Lennart war ähnlich motiviert, zumal Florian von der Fachlehrerin als durchschnittlich leistungsstarkes Kind, Lennart hingegen als ausgesprochen leistungsstarkes Kind in Mathematik beschrieben wurde. Die Ergebnisse der schriftlichen Aufgabenbearbeitungen wichen davon jedoch teilweise ab.

So unterliefen Florian in Aufgabe 1 fünf Fehler, womit er das schlechteste Ergebnis der Klasse erzielte. Seine Antworten zu Aufgabe 2 waren eher durchschnittlich, zumal er nicht erkannte, dass Schachtel c nicht der Vorlageschachtel entsprach. Bei den Aufgaben 5 und 6 schien es, als habe er nur vage Vorstellungen der Zahl „7420“ („So wie dieser Berk ist auch die Zahl groß.“ - mit einfacher Bleistiftskizze zu einem „Berg“) sowie Schwierigkeiten, die in Aufgabe 6 erforderliche Veranschaulichung der Sachsituation zu leisten (notierter Antwortsatz (sämtliche Zeichnungen ausradiert): „Er Braurt 25 Kästchin.“).

Lennart löste sämtliche Aufgaben in Aufgabe 1 hingegen fehlerfrei, kam aber in Aufgabe 6 mit einer nur angedeuteten Verteilung der Kaninchen auf gezeichnete Ställe ebenfalls zu einem falschen Ergebnis. Seine Gedanken zur Vorstellung der Zahl „7420“ überraschten besonders („Ich denke: 7420 Schwäne tanzen um ein Feuer und singen 4 mal 7, 3 mal 4, 2 mal 2 und 1 mal 0“). Zudem war Lennart neben Jule das einzige Kind in Klasse 4, das in Aufgabe 2 sowohl bei Schachtel b als auch bei Schachtel c Schwierigkeiten hatte, die Details der in die Zeichenebene hinein gedrehten Seitenflächen mit der Vorlageschachtel zu vergleichen.

- **Valerie und Sina:**

Valerie löste alle Teilaufgaben in den Aufgaben 1, 2, 3 und 4 fehlerfrei, äußerte sich ausführlich zu ihren Vorstellungen in Aufgabe 5 und gelangte auch bei der Bearbeitung von Aufgabe 6 zu einem annähernd richtigen Ergebnis, nachdem sie sich hier mit einer kleinen Zeichnung der Lösung genähert hatte. Diese Leistungen spiegelten ihr von der Fachlehrerin ebenfalls hervor gehobenes Leistungsvermögen in Mathematik wider. Zudem galt sie als sehr offen für die Arbeit mit einem Partner oder einer Partnerin und verfügte über gute Fähigkeiten, sich verbal auszudrücken. Dies wurde für die im Interview angestrebte Verbalisierung der individuell von den Kindern eingesetzten Strategien als besonders hilfreich angesehen.

Auch Sina galt in Mathematik als eher leistungsstark, so dass sich hier die Zusammenarbeit eines etwa leistungshomogenen, eher leistungsstarken Mädchenpaares ergab. Sina löste alle Teilaufgaben in Aufgabe 1, 3 und 4 korrekt, erkannte in Aufgabe 2 die Schachtel b allerdings nicht als kongruent zur Vorlageschachtel an. Sie ließ sich sehr viel Zeit bei der Bearbeitung der Arbeitsbögen (35 Minuten bei einer durchschnittlichen Bearbeitungszeit von 26 Minuten), gelangte jedoch in Aufgabe 6 zu keiner Dokumentation ihrer Überlegungen. Zudem äußerte sie sich überraschender Weise zu ihrer Vorstellung der Zahl „7420“ mit der Bemerkung „Wellig, leuchtend, lang und schön, bund!“. Dies entsprach

durchaus einer Aussage der Klassenlehrerin, die sie gelegentlich als etwas verträumt wahrnahm.

- **Louis und Katy:**

Louis zählte in seiner Klasse in allen Fächern nach Aussage seiner Lehrerinnen zur absoluten Leistungsspitze, was sich auch in seiner schriftlichen Aufgabenbearbeitung widerspiegelte. Nach nur 13 Minuten gab er mit dem selbstbewussten Kommentar „Ich bin halt immer so schnell.“ seine inhaltlich vollständig korrekt gelösten Arbeitsbögen ab. Die Bearbeitung in Aufgabe 2 kommentierte er mit der Bemerkung „Erklärung: Ich habe immer wieder gedreht bis ich es raus hatte.“

Katy hingegen hatte große Probleme in Mathematik. So unterliefen ihr in Aufgabe 1 drei Fehler, in Aufgabe 2 lag sie sowohl bei Schachtel b als auch bei Schachtel c falsch in ihrer Einschätzung. Zu Aufgabe 6 konnte sie keinen Lösungsansatz finden. Allerdings gelang es ihr, die in Aufgabenstellung 5 als Zahlwort notierte Zahl „7420“ richtig in Ziffernschreibweise zu notieren und mit farbigen Buntstiften zu gestalten. So ergab sich mit Louis und Katy schließlich ein geschlechtsgemischtes Schülerpaar mit leistungsheterogenem Hintergrund, was für die nachfolgenden Interviews ein Aufeinandertreffen stark voneinander abweichender Vorgehensweisen und damit ein Höchstmaß an Kontrastierungsmöglichkeiten im direkten Vergleich der Vorgehensweisen bei den Aufgabenstellungen zu mentaler Rotation versprach (vgl. Kap. 6.2.2, S. 315).

7.3 Durchführung der Interviews

Vorüberlegungen zur Planung des klinischen, halbstandardisierten Interviews (vgl. Kap. 6.4.2, S. 340ff)) sowie Reflexionen zum eigenen Selbstverständnis im Interview, wie sie nachfolgend näher ausgeführt werden, führten bezüglich der Interviewdurchführung zum Bemühen um eine kindgemäße, gelockerte Interviewsituation. Besondere Merkmale dieser Durchführung werden im Folgenden kurz dargestellt und in Kapitel 9.3 (S. 496) kritisch evaluiert.

Die Datenerhebung vollzog sich wie oben bereits angesprochen im Rahmen eines zweistufigen Ablaufplanes, der einerseits das klinische Interview mit paarweise zusammen arbeitenden Schülern sowie in einem zweiten Schritt Re-Interviews mit einzelnen Kindern umfasste (vgl. Abb. 7.1, S. 350).

Beim Aufbau der Versuchsumgebung für die paarweisen Interviews wurde versucht, einen Kompromiss zwischen technischen Möglichkeiten und Notwendigkeiten zu finden: Einerseits sollten beide Kinder, ihre Gesten und Bauaktivitäten sorgfältig erfasst werden, um ausreichend Anhaltspunkte für die spätere Analyse zu gewinnen. Nahe liegend wäre es daher gewesen, neben einer auf die Kinder selbst gerichteten Kamera eine zweite Kamera zu installieren, die das Greiffeld der Kinder (von oben oder aus einer der Schülersicht angepassten Perspektive) aufgezeichnet hätte. Im Sinne der unten noch näher erläuterten eigenen Forschungshaltung sollte die Erhebungssituation jedoch so natürlich wie möglich gehalten und jeglicher Eindruck einer „high-tech“ Laborumgebung vermieden werden. Die Interviews wurden daher wie in der nachstehenden Abbildung 7.8 arrangiert und mit einem kleinen Camcorder des Typs Canon MV 3 aufgezeichnet.

Die Kamera wurde im Beisein der Kinder zu Beginn der Bearbeitung von der Interviewerin in Betrieb genommen. Im Verlauf des Interviews lief die Kamera ohne weitere Beachtung, während sich die Interviewerin zu den Kindern an den Arbeitstisch gesellte. Auf diese Weise widmeten die Kinder der technischen Ausstattung schon bald nach den ersten Momenten der Zusammenarbeit in der Regel keine explizite Aufmerksamkeit mehr.

In der Regel bearbeiten die Kinder die in Kap. 6.4.1 (S. 327ff) vorgestellte Aufgabensequenz im ersten Teil der Datenerhebung in der Reihenfolge 1-4, begannen also mit der Rekonstruktion der Würfelfünflinge. In einzelnen Fällen wurde diese Reihenfolge jedoch auch versuchsweise umgekehrt, um Anhaltspunkte für den Einfluss der steigenden (bzw. abnehmenden) Aufga-

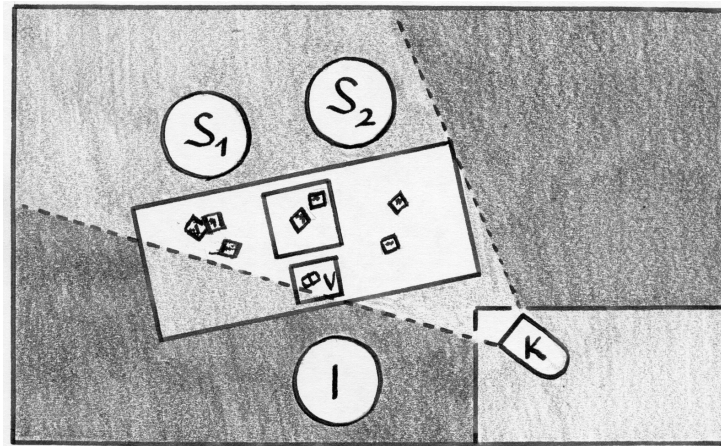


Abbildung 7.8: Versuchsumgebung im klinischen Interview - Ansicht von oben auf den Arbeitstisch (S_1 : Schüler 1, S_2 : Schüler 2, K: Kamera, I: Interviewerin, V: Vorlage für den eigenen Nachbau)

benschwierigkeit zu gewinnen¹⁵. Etwa eine Zeitstunde nach Abschluss des paarweisen Interviews wurden die Kinder einzeln zum Re-Interview gebeten, das wie in der Konzeption (Kap. 6.4.3, S. 344ff) vorgestellt ablief.

Bezüglich der Gestaltung beider Interviews entwickelte sich im Rahmen der Vorarbeiten sowie der Datenerhebung zur Hauptstudie in der hier dokumentierten Arbeit ein forschendes Selbstverständnis, bei dem das Interesse am Kind und an seiner Entwicklung im Mittelpunkt steht. Bedingt durch die berufliche Sozialisation der Verfasserin bedeutet dies, dass sie nicht nur den „Stand zur Sache“ ergründen, sondern dem einzelnen Kind im persönlichen Kontakt auch Impulse für die Entwicklung seiner Fähigkeiten geben (also auch Lehr-Impulse setzen) möchte. Die von den Kindern und ihren Artikulationen lernende Forscherin hingegeben ist von dem Bestreben getragen, ihren eigenen Einfluss auf die Aktivitäten der Kinder möglichst gering zu halten, um die Ergebnisse der Untersuchung nicht zu verfälschen. So bemerken Krauthausen und Scherer zur Methode des klinischen Interviews im Rahmen diagnostischer Gespräche, dass „(...) die Lehrerin durch ihre Denkanstöße und Fragen den Schüler in eine Richtung verleitet bzw. zu einer Erklärung bringt, die er von sich aus nicht gegeben hätte.“ (Krauthausen und Scherer

¹⁵Die Schülerpaare Timo und Silja sowie Louis und Katy bearbeiteten die angebotenen Aufgabenstellungen in der Reihenfolge 4, 3, 2, 1. Piet und Leon wurden die Aufgaben in der Reihenfolge 1, 3, 2, 4 angeboten, während Kim und Alina sich in der Reihenfolge 1, 4, 3, 2 mit den Aufgaben auseinander setzten.

2003, 184). Wittmann (1982, 37) warnt diesbezüglich davor, dass „Antwort-zentrierte Kinder (...) sich schon durch Stirnrunzeln oder den Tonfall beeinflussen (lassen).“ Es ergibt sich ein forschungspraktisches Dilemma, so dass in der Situation der Datenerhebung im explorativen Teil (vgl. Kap. 6.3.2, S. 322ff) eingangs das Bemühen um absolute Zurückhaltung der Interviewerin dominierte.

Zur Wahrung eigener Authentizität mussten jedoch für die Durchführung der Hauptuntersuchung aus Sicht der Verfasserin Möglichkeiten gefunden werden, die in kindgemäßen Situationen einen flexiblen Umgang mit Interviewleitlinien zulassen. Eine persönliche Prägung klinischer Interviews in der Tradition Piagets öffnete hier für einen umfassenden Teil der Hauptuntersuchung einen gangbaren Weg, der auch die Integration kindlicher Bauaktivitäten gestattet, bzw. gewissermaßen fordert. In der Situation des Interviews, das aus Gründen besserer Vergleichbarkeit stets von der Verfasserin der Arbeit selbst geführt wurde, war es eben „(...) (nicht) das Ziel (...) das Interviewverhalten mit aller Gewalt zu minimalisieren.“ (Krauthausen 1994, 45). Zudem bot bereits die hier favorisierte Partnerarbeit vielfältige Lehr-Lern-Impulse: In der Kooperation mit dem Partner, also beispielsweise beim Kommentieren eigener Bauaktivitäten für das Partnerkind, ergaben sich (durchaus wünschenswerte) Denkanstöße und individuelle Fortschritte des einzelnen Schülers, deren Ursprung nicht jedoch immer diagnostiziert werden konnte (vgl. Kap. 7.4.2.2, S. 395).

Zu Beginn der **paarweisen klinischen Interviews** sollte den Kindern in einem lockeren Gespräch zunächst ihre Scheu genommen werden - z.B. durch Fragen zu Geschwisterkindern, die der Interviewerin teilweise persönlich bekannt waren. Kurz wurden die Kinder über den Hintergrund des Interviews informiert¹⁶. Dabei wurde neben dem Hinweis auf das besondere Interesse an möglichst „allen Gedanken, die euch so in den Kopf kommen“ auch bemerkt, dass teilweise sehr schwierige Aufgabenstellungen auf die Kinder warten und Fehler aus Sicht der Interviewerin für die spätere Analyse eher aufschlussreich, also „nicht schlimm“ sind. Selbstverständlich wurde noch einmal das Einverständnis der Kinder zur Anfertigung der Videoaufzeichnungen eingeholt und in entspannter Atmosphäre der Versuch unternommen, dem „Recorder-Unwohlsein“ (Hermanns 2003, 362) der Kinder entgegenzuwirken. Trotz aller Bemühungen ließ sich natürlich eine „power imbalance“ nicht gänzlich überwinden: „(...) the interviewer seems to hold all the cards.“

¹⁶sinngemäß: „Es dreht sich heute fast alles um Würfel und um besondere Bauwerke. Ich möchte herausfinden, wie Kinder solche Aufgaben lösen, damit man zum Beispiel später Kindern, die das noch nicht so gut können, besser helfen kann.“

(Huntig 1997, 150).

Die einleitenden Instruktionen für die einzelnen Aufgabenstellungen waren in einem Katalog zusammengestellt (s. Anhang), in der konkreten Situation wurde jedoch häufig geringfügig vom exakten Wortlaut abgewichen. Bei Nicht-Lösung oder Stocken im Bearbeitungsprozess bot die Interviewerin gelegentlich zusätzliche Hilfen oder Denkanstöße, die teilweise ebenfalls als Katalog (s. Anhang) zusammengestellt waren (vgl. Beck und Maier 1993, 154) und im Wesentlichen auf Anregungen Huntigs (Huntig 1997, 153f) zurückzuführen sind. Auf eine in allen Details vorbereitete Lenkung des Interviews wurde jedoch verzichtet, zumal dies die Gefahr mit sich bringt, dass die Kinder durch einen allzu schematischen Ablauf in der Darstellung ihrer subjektiven Perspektive so stark eingeengt werden, dass Einblicke in diese kindlichen Gedankengänge verbaut werden (vgl. Beck und Maier 1993, 164). So ergaben sich zahlreiche nicht-standardisierte Situationen in den individuellen Gesprächsverläufen, die von der Interviewerin ein Höchstmaß an mentaler Aktivität verlangten. Im Idealfall beeinflusste dabei ein fortwährendes Formulieren angemessener Hypothesen durch die Interviewerin die Formulierung nachfolgender Interventionen. Hasemann (Hasemann 1986, 25) spricht hier von einer „Kontingenz der Fragen“ (vgl. auch Oppen 1977; Swanson u. a. 1981). Den dabei voranschreitenden Prozess beschreibt Huntig anschaulich: „(...) after the first response of the student, an interview is likely to take any of an infinite number of paths.“ (Huntig 1997, 149).

Negative Rückmeldungen („Das war falsch!“) wurden im Verlauf der Aufgabenbearbeitung nach Piagetscher Manier weitgehend vermieden. Gleiches galt für positive Bestärkungen. Allerdings wurde in der hier dokumentierten Studie in Anlehnung an Selter und Spiegel Lob nicht grundsätzlich ausgeschlossen (vgl. Selter und Spiegel 1997), zumal zahlreiche Schülerleistungen oder individuelle Fortschritte während des Interviews sich als wirklich herausragend darstellten und aus Sicht der Verfasserin gebührend zu würdigen waren. Darüberhinaus wurde gelegentlich auf Fehler hingewiesen, wenn zu befürchten stand, dass beide Partner einen Irrweg beschritten hatten, der weitere Missverständnisse hätte nach sich ziehen können¹⁷. In der konkreten Situation bemühte die Interviewerin sich damit insgesamt um ein möglichst ungekünsteltes Verhalten, um insbesondere die jüngeren Schüler nicht zu verunsichern. Dieses Verhalten „(...) schließt ein, dass sie sparsam, aber ge-

¹⁷Beispiel: Zwei Schüler im 4. Schuljahr haben erfolgreich Fünflinge rotiert, gehen dann jedoch sehr freizügig mit der Ausrichtung einzelner Segmente einer 10er-Konstellation um. Es folgt die Frage der Interviewerin: „Ist das wirklich noch die gleiche Figur?“

zielt interveniert, indem sie durch situationsadäquate Fragen oder Impulse ihr offenkundiges Interesse an den Denk- und Handlungsweisen deutlich zum Ausdruck bringt.“ (Selter und Spiegel 1997, 101). Dabei bleibt zu bedenken, dass insbesondere die Interventionen der Interviewerin wie „Eben habt ihr ja auch gekippt...“ oder „Wie würdet ihr das jetzt kontrollieren?“ einen unter Umständen entscheidenden Einfluss auf die Vorgehensweisen der Kinder im weiteren Verlauf des Interviews ausüben. Dieses Faktum gilt es im Rahmen der Analyse der erhobenen Daten besonders zu berücksichtigen (vgl. Kap. 7.4.2.3, S. 398).

Dennoch stellten Rückfragen im Interview wie „Wie habt ihr das denn jetzt gemacht?“ oder „Ich glaube, du musst Silja nochmal erklären, wie du auf diese Idee gekommen bist.“ einen Versuch dar, den Umfang und die Qualität schülereigener Verbalisierungen zu steigern. „Inquisitionen“ (Selter und Spiegel 1997, 102) wurden jedoch vermieden, womit auch eine „Bezähmung der eigenen Mitteilbarkeit“ (Selter und Spiegel 1997, 104) und der Versuch, den Kindern keine Antworten zu suggerieren (vgl. Hasemann 1986, 25) einher gehen. Schließlich wurde in allen Phasen des Interviews auf eine kindgemäße Sprache geachtet: Das Bemühen um ruhiges und deutliches Sprechen sowie ein dem Alter der Schüler angemessenes Vokabular bestimmten die verbalen Interventionen der Forscherin (vgl. Wittmann 1982, 37).

Grundsätzlich galt es zu bedenken, „(...) dass das Interviewgeschehen an die Kinder eine doppelte Herausforderung stellt: Sie müssen in der Regel nicht nur eine - gemessen an den sonstigen Anforderungen - anspruchsvolle mathematische Aufgaben lösen, sondern sollten sich darüber hinaus auch noch äußern.“ (Selter und Spiegel 1997, 102) So wurde bei der Durchführung in der hier beschriebenen Studie darauf geachtet, dass der zeitliche Rahmen der Erhebung die Dauer von 30 Minuten nie wesentlich überschritt, um insbesondere die jüngeren Kinder nicht übermäßig zu fordern (vgl. Erfahrungen zur Belastbarkeit von Grundschulkindern bei Huntig 1997, 151).

Vor dem Hintergrund der eingeschränkten Verbalisierungsfähigkeit der untersuchten Grundschul Kinder gestalteten sich die **Re-Interviews** vor allem im Sinne einer ersten Vergewisserung des Beobachters in Bezug auf die Untersuchungsinteressen. Im Hinblick auf die oben bereits formulierten Bedenken bezüglich einer „kommunikativen Validierung“ mit Schülern dieser Altersstufe versuchte die Interviewerin einzelne im Video erkennbare Vorgehensweisen zu rekonstruieren, zumal die Kinder mit der eigenständigen Formulierung dieser Selbstreflexion überfordert gewesen wären (Sorger und Wildt 1996, 272). Die durchgeführten Interviews (s. auch Beispiel 7.9 unten)

wurden audiographiert mit dem Ziel, eine nicht mehr vom Partner beeinflusste Deutung der videographierten Lösungsprozesse zu gewinnen¹⁸

Video (Transkript Äußerung 61-88)

- I:** Hast du das erst so gemacht, dass du dir die Figur angeguckt hast (...)
S: Ja.
I: ... und das sozusagen so'n bisschen auseinander geschnitten hast in so (..) Teile?
S: Ja, die drei im Liegen und dann hier noch einen und den hinten (*zeigt auf dem Bildschirm*).
I: Aha, und das war wirklich so, dass du dir das sozusagen (..) aufgeteilt hast in so kleine Bröckchen?
S: Ja, immer so'n Stück.
I: Ach so, ich spule jetzt mal ein bisschen vor (..) zu den farbigen Figuren (*spult Band vor*).

Video (Transkript Äußerung 43-48)

- I:** Was du da jetzt eben gezählt hast, so „1, 2, 3“ ...
H: Hmh (*verstehend*).
I: ... hast du da so diesen gesamten Turm so angeguckt und überlegt: Wo kriege ich diesen Turm jetzt hingelegt?
H: Hmh (*bestätigend*).
I: Aha, das war sozusagen dein Trick, ne?
H: Hmh (*bestätigend*).
I: Erstmal zu gucken, das ist so'n großes Teil, das zusammen klebt und das muss ich jetzt umkippen. War das so?
H: Hmh (*bestätigend*).
I: Ah ja.

Abbildung 7.9: Beispielhafte Auszüge aus den Re-Interviews mit Sina (Valerie und Sina (S), 4. Klasse) und Helge (Helge (H) und Malte, 3. Klasse)

Der Versuch, zu einer Rekonstruktion der Strategien beim Lösen der räumlichen Aufgabenstellungen zu gelangen, ist insbesondere bei der Zusammenarbeit mit jüngeren Kindern jedoch durchaus auch kritisch zu betrachten. So unterliegt ein solches Vorgehen dem Dilemma der stark subjektiven Deutung des Interviewers und damit der Gefahr, dass einzelne Aspekte der Rekonstruktion dem interviewten Kind quasi „untergeschmuggelt“ werden. Es blieb also auch in der eigenen Studie fraglich, ob die interviewten Schüler in der gegebenen Situation in der Lage waren, solche Nuancen in allen Fällen zu differenzieren und gegebenenfalls zu korrigieren. So galt es, folgenden (ursprünglich zu klinischen Interviews formulierten) Hinweis von Selter und Spiegel auch in diesem Kontext zu beherzigen: „Wenn das Kind zustimmt, bedeutet das jedoch keinesfalls notwendigerweise, dass die von der Inter-

¹⁸Nachfolgend werden sämtliche Ausschnitte aus den Videotranskripten gekennzeichnet, indem an die jeweiligen Anfangsbuchstaben der Kindernamen die Nummerierung der ausgewählten Äußerungen angehängt wird (z.B. VS 33, Interviewausschnitt aus dem Interview mit Valerie und Sina, Äußerung Nr. 33).

viewerin formulierten Gedanken mit den seinen übereinstimmen. Man kann nie ausschließen, dass das Kind seine Ruhe vor weiteren Nachfragen haben möchte oder meint, der Interviewerin einen Gefallen zu tun, wenn es zustimmt.“ (Selter und Spiegel 1997, 105)

7.4 Dokumentation und Analyse

7.4.1 Dokumentation der Interviews

Die Partnerarbeit bei der Bearbeitung der in Kap. 6.4.1 (S. 327ff) beschriebenen Aufgabensequenz wurde auf Video aufgezeichnet. Die Kamera nahm die paarweise zusammen arbeitenden Schüler aus einer annähernd frontalen Perspektive auf, die jeweils sowohl Mimik und Gestik der beteiligten Kinder als auch die Arbeitsfläche erfasste, auf der die Bauwerke zu erstellen waren (vgl. Skizze in Abb. 7.8, S. 375). Im Anschluss daran fanden wie in den vorausgegangenen Ausführungen ausführlich beschrieben auf Tonband aufgezeichnete Re-Interviews mit einzelnen Kindern statt. Gegenstand der nachfolgenden, systematischen Analyse waren sodann vor allem sogenannte Transkripte, detaillierte Niederschriften zum Ablauf der Interviews. Im Folgenden soll daher kurz auf grundsätzliche Überlegungen zum Einsatz der Videotechnik bzw. des daran anschließenden Transkribierverfahrens eingegangen sowie die Gestaltung der eigenen Transkripte exemplarisch dargelegt werden.

7.4.1.1 Video- und Tonbanddokumentation

Der Einsatz von Videotechnik in den klinischen Interviews verschärft einerseits die Künstlichkeit der Erhebungssituation, ermöglicht andererseits aber auch eine umfassende Dokumentation der Handlungsprozesse. Da die Forscherin im klinischen Interview stark in die Interaktion mit den beteiligten Kindern involviert ist, ist es kaum möglich, als Interviewerin selbst im Verlauf der Erhebung schriftliche Protokolle zum Vorgehen der Kinder anzulegen. Auch Mitschriften eines externen Beobachters der Situation dürften kaum in der Lage sein, die komplexen Situationen zu erfassen, in denen zwei Kinder und ggf. auch die Interviewleiterin aktiv sind.

Detailreiche Informationen waren jedoch notwendig, um die explorativ ausgerichteten Fragestellungen der Studie hinreichend bearbeiten zu können. Somit erschien es in dieser Phase des Forschungsprozesses auch unmöglich, die Situation etwa mit Notizen in einem Kriterienkatalog erfassen zu wollen, für den mögliche Verhaltensweisen bereits im Vorfeld hypothetisch hätten antizipiert werden müssen. Vor dem Hintergrund empirisch begründeter Forschungsmethodologie (vgl. Kap. 6.2.1, S. 311ff) hätte bei einem solchen Vorgehen zudem die Gefahr bestanden, dass die eigene Sicht auf den Forschungsgegenstand bereits zu früh zu stark eingeengt worden wäre.

Beim Ergründen kognitiver Kompetenzen spielt die Videotechnik eine stark unterstützende Rolle und hat inzwischen auch in der mathematikdidaktischen Lehr-Lern-Forschung breite Anerkennung gefunden. Umfangreiche methodologische Überlegungen dokumentieren die Vorzüge aber auch Herausforderungen dieser Technik (vgl. z.B. Petko u. a. 2003; von Aufschnaiter und Welzel 2001). Weitreichender Konsens besteht in der Annahme, dass die Analyse via Videotechnik auch Details kindlicher Denkprozesse offen zu legen vermag: „Videotaping, followed by careful analysis, allows us to see subtleties in student thought processes.“ (Davis u. a. 1992, 189). Davis und seine Kolleginnen sprechen in diesem Zusammenhang auch davon, dass Videoaufzeichnungen als Mikroskop im übertragenen Sinne fungieren können: „Videotape may do for mathematics education what the microscope did for biology - it may allow us to see many things that would otherwise remain invisible.“ (Davis u. a. 1992, 177).

Die Videotechnik verfügt also gegenüber dem Tonband den Vorzug, dass hier Handlungen und insbesondere die Bauaktivitäten der Kinder zunächst auch ohne (vorab) strukturierte Beschreibung (z.B. bei Koops und Sorger 1980) leicht beobachtbar sind. Das Video gestattet zudem den auch für Außenstehende leicht nachvollziehbaren unmittelbaren Vergleich zweier Szenen, die sich zeitlich versetzt zugetragen haben. So ermöglicht die wiederholte Betrachtung der videografierten Sequenzen eine Analyse aus immer wieder neuen Blickrichtungen. Schließlich tragen die im wissenschaftlichen Kontext entstandenen Videos in hohem Maße dazu bei, die eigene Forschung jenseits von oft mühsam zu lesenden Transkripten zu illustrieren und für Nicht-Beteiligte transparent zu machen. Neben einer Verwendung im Rahmen der geometriedidaktischen Aus- und Weiterbildung von Lehrkräften ist darüberhinaus sogar grundsätzlich eine leichte Zugänglichkeit der Daten für Forschungsfragen anderer Forscherteams gegeben (vgl. Petko u. a. 2003, 279).

Berücksichtigt werden muss bezüglich der Qualität des Datenmaterials jedoch immer, dass auch Videos nur als Ausschnitt von Wirklichkeit zu betrachten sind: „Selectivity is an inevitable characteristic of any tool, representational system, or program of research. It is not possible to record all aspects of reality with any given system or tool or in any single research project.“ (Evertson u. Green 1986, zit. nach Petko u. a. 2003, 271).

Die Vielfalt interaktionistischer Prozesse vollständig zu dokumentieren ist also nicht möglich. Für die Dokumentation der Re-Interviews aus dem zweiten Teil der Datenerhebung wurde allzu facettenreiches Material darüberhinaus sogar als belastend angesehen: Der besondere Anspruch bestand hier darin, auf der Grundlage der zu betrachtenden Videoszenen rein verbal noch einmal das eigene Vorgehen zu reflektieren. Dabei entstand naturgemäß vor-

wiegend verbales Datenmaterial, so dass auf den nochmaligen Einsatz der Videokamera verzichtet wurde. Tonbandaufnahmen zur Dokumentation der Gespräche, die ggf. auch durch Notizen während der Gespräche angereichert werden konnten, wurden hier als ausreichend erachtet.

7.4.1.2 Transkription mit Beispielen

Für die vorliegende Arbeit wurden sowohl Transkripten zu den erstellten Videodokumenten als auch Transkripte zu den in den Re-Interviews entstandenen Tonbandaufnahmen erstellt. Die zugrunde liegenden Daten wurden (vgl. Kap. 7.3, S. 374ff) zu verschiedenen Zeitpunkten erhoben, sind jedoch inhaltlich miteinander verwoben und wurden daher auch in aufeinander bezogener Darstellung dokumentiert, wie unten noch näher ausgeführt wird.

Zunächst ist grundsätzlich anzumerken, dass auch für Transkripte der Videoszenen und Tonbandaufnahmen gilt, dass sie als schriftlich festgehaltene Ausschnitte der Wirklichkeit stets subjektive Elemente und Interpretation enthalten und ihre Herstellung damit als „theoriegeladene, konstruktive Prozesse“ (Kowal und O’Connell 2003, 440) angesehen werden können. Dabei wollen wir in Anlehnung an Kowal und O’Connell unter Transkription „die graphische Darstellung ausgewählter Verhaltensaspekte von Personen, die an einem Gespräch (...) teilnehmen.“ (Kowal und O’Connell 2003, 438) verstehen. Diese schriftlichen Dokumentationen sind notwendig, um flüchtige Momente im Interviewgeschehen für die Analyse dauerhaft verfügbar zu machen: Petko (Petko u. a. 2003, 272) verweist hier auf die „(...) Möglichkeit für eine analytische Verlangsamung des Geschehens bei gleichzeitiger Beibehaltung der Linearität der Ereignisse“.

Die Auswahl besonders interessanter Szenen erfolgte im Wesentlichen durch die Verfasserin der Arbeit selbst: Einerseits stand diese Auswahl in dem Bemühen, typische Momente mit augenscheinlich häufig wiederkehrenden Handlungs- oder Denkmustern in die Transkripte aufzunehmen. Andererseits sollten aber auch besonders bemerkenswerte Besonderheiten oder überraschende Momente unter die lokale Lupe genommen werden. Um bezogen auf die Rotation von Würfelfünflingen, auf die ein besonderes Augenmerk gerichtet werden sollte, direkte Vergleiche bezogen auf die Breite der Stichprobe zu ermöglichen, wurde die Bearbeitung der Aufgaben 1-h1 bis 1-h5 für alle Paare vollständig transkribiert¹⁹. Damit folgte das eigene Vorgehen einer Empfehlung von Corbin und Strauss (1990a, 30), die vorschlagen, aus

¹⁹Lediglich für das Schülerinnenpaar Jule und Lea setzt das Transkript aufgrund technischer Schwierigkeiten bei der Aufnahme erst mit der Bearbeitung der Aufgabe 1-h3 ein.

den erhobenen Daten stets nur so viel zu transkribieren, wie für die Analysen notwendig erscheint:

„The very first interviews or fieldnotes should be entirely transcribed and analyzed before going on to the next field observations and/ or interviews (...)“

Konkret bedeutete dies, dass zunächst die Interviews der Schülerpaare Finn und Ron (2. Klasse) sowie Helge und Malte (3. Klasse) komplett transkribiert und gemäß der in Kap. 7.4.2 (S. 389ff) noch näher erläuterten Vorgehensweise analysiert wurden. Eine sich anschließende Gegenüberstellung dieser Ergebnisse mit dem annähernd vollständigen Transkript des Schülerinnenpaares Jule und Lea (4. Klasse) ergab sodann die dringende Notwendigkeit einer engeren Fokussierung der eigenen Forschungsfragen (vgl. Kap. 6.1, S. 304ff). Dies führte dazu, dass das Interview mit Piet und Leon (3. Klasse) nur noch zu den Rekonstruktionsaufgaben mit Fünflingen und farbigen Zehnlingen sowie schließlich alle übrigen Interviews nur noch zu den Bauaufgaben 1-h1 bis 1-h5 mit Würfelfünflingen transkribiert wurden.

Für die Anfertigung einzelner Transkriptdokumente wurde versuchsweise die Software „Videograph“ von Rimmele (2003) eingesetzt, wobei in der Regel zwei sich gegenseitig kontrollierende studentische Hilfskräfte zusammen arbeiteten. Die endgültigen Überarbeitungen aller Transkripte lagen in der Hand der Verfasserin der vorliegenden Arbeit.

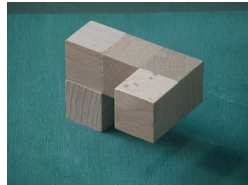
Die **Transkripte zu den Tonbandaufnahmen** der Re-Interviews konnten aufgrund ihrer geringeren Komplexität und des damit verbundenen deutlich geringeren Arbeitsaufwands ohne weitere Auswahl komplett transkribiert werden. Die verschriftlichten Äußerungen der Kinder wurden in einem nachfolgenden Schritt sodann den kommentierten Szenen - soweit diese in transkribierter Form vorlagen - im Sinne einer Anreicherung der Videotranskripte zugeordnet (s. Beispiel 7.11, S. 387).

Im Hinblick auf die **Transkription sprachlicher Äußerungen** wurde im Wesentlichen den Empfehlungen von Kowal und O’Connell (2003) sowie Ehlich und Rehbein (1976) entsprochen²⁰. Sowohl die Anfertigung der Videotranskripte als auch das Erstellen der Tonbandtranskripte stand demzufolge in dem Bemühen, die Dokumente nicht zu überfrachten und nur für die Klärung der Forschungsfragen Relevantes zu verschriftlichen, um für die spätere Analyse eine leichte Verwendbarkeit der Wortprotokolle zu gewährleisten: In die zur Analyse angefertigten ausführlichen Transkripte wurden zunächst vor allem wörtliche Wiedergaben der verbalen Äußerungen aller

²⁰Zur detaillierten Übersicht über die verwendeten Transkriptionsregeln sei auf die entsprechende Darstellung im Anhang verwiesen.

am Interview beteiligten Personen sowie eine Kennzeichnung der jeweiligen Sprecher aufgenommen. Im Rahmen der beschriebenen pragmatischen Orientierung wurde dabei darauf verzichtet, das Gesprochene phonologisch detailliert aufgeschlüsselt wiederzugeben oder sekundengenaue Angaben zu Zeitpunkt und Dauer der Äußerungen festzuhalten. Vielmehr wurden gesprochenes Wort und Intonation den konventionellen orthographischen Regeln entsprechend verschriftlicht, so dass auch der Einsatz von Interpunktionszeichen im Wesentlichen orthographischen Gewohnheiten folgte. Der nachfolgende Auszug aus dem Interview mit Piet und Leon verdeutlicht diese Vorgehensweise:

54 I Hmh (*bestätigend*). Gut, sieht gut aus (*nimmt Vorlage weg*). (...) Die nächste Figur, ist *diese* (*präsentiert neue Aufgabe 1-h4*).



55 Leon Muss man wieder kippen? (*überlegt*) Dann muss man das so machen (...) (*legt zwei Würfel hintereinander*)
 56 I Welche habt ihr, womit fangt ihr jetzt gerade an?
 57 Leon Hiermit (*zeigt auf Würfel A und E der Vorlage*)
 58 I Mit dem Zweier hier sozusagen (*zeigt auf Würfel A und E der Vorlage*)

Abbildung 7.10: Auszug aus dem Interview mit Piet und Leon (Äußerung 54 bis 58, I: Interviewerin)

Wie aus Auszug 7.10 ersichtlich wird, stellte die **Transkription von Handlungen und Handlungsergebnissen** ein weiteres wesentliches Element der hier erstellten Transkripte dar, zumal auch Formen der non-verbalen Artikulation der späteren Deutung zugänglich waren und damit weiteren Aufschluss im Sinne der Forschungsfragen boten. Szenen, die lediglich in Gestalt von Videoclips zugänglich sind, haftet diesbezüglich bekanntermaßen das Problem an, dass die im Lösungsprozess teilweise blitzschnell ablaufenden Prozesse vom Betrachter angesichts der Dichte von Informationen kaum detailliert erfasst werden können. Zwar gestatten Software-Angebote, wie auch das oben bereits erwähnte Programm „Videograph“ von Rimmele (2003) im Betrachtermodus beispielsweise ein komfortables Anhalten und Wiederholen des Videoclips. Für die Variation der eigenen Aufmerksamkeit und die Reflexion des Betrachteten durch die Interpretationsakteure der vorliegen-

den Studie kristallisierte sich die Arbeit mit schriftlichen Dokumentationen (subjektiv) ausgewählter Gesten²¹, Körperbewegungen und Handlungen im Umgang mit den eingesetzten Materialien jedoch als tragfähige Grundlage heraus.

Soweit also tatsächlich non-verbale Aktivitäten der Kinder rekonstruierbar waren²², wurden diese umschreibend verschriftlicht und als Ausgangspunkte der späteren Analyse akzeptiert. Gleichwohl können diese verbalen Beschreibungen der non-verbalen Artikulationen im Hinblick auf die spätere Auswertung keineswegs als vollständiger Ersatz für die elektronischen Aufnahmen verstanden werden. Für die spätere Interpretation der Schüleraktivitäten bedeutete diese Haltung, dass eine Rückkehr zur Betrachtung der Videosequenzen jederzeit möglich war und vielfach auch als notwendig empfunden wurde, um gewonnene Eindrücke und Hypothesen insbesondere bei komplexen Bauaktivitäten der Kinder zu intensivieren.

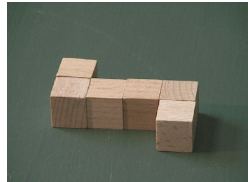
Um die Aussagekraft der Beschreibungen non-verbaler Aktivitäten zu stützen, wurden die Wortprotokolle zu den konstruktiven Aktivitäten der Kinder in Aufgabe 1 nicht nur mit Fotos der Bauvorlagen (vgl. Auszug in 7.10) sondern auch mit fotografischen Darstellungen der von den Kindern erstellten Bauwerke angereichert, zumal eine rein verbale Beschreibung er kindlichen Bauaktivitäten das eigene Vorstellungsvermögen in der Analyse schnell überstiegen hätte. Der nachfolgende, sich an den obigen Auszug 7.10 anschließende Auszug 7.11 verdeutlicht diese Form der Zusammenstellung und bietet zudem einen Eindruck davon, wie Auszüge aus den Transkripten der Re-Interviews den entsprechenden Passagen aus dem klinischen Interview gegenüber gestellt wurden.

²¹ z.B. Gesten, die eine gedachte Kipprichtung nachzeichnen

²² Bezogen auf den Komplex der Körperbewegungen gelten natürlich einerseits die in den Videos sichtbaren motorischen Aktivitäten der Kinder als rekonstruierbar. Anhand von Interviewnotizen, Erinnerungsprotokollen sowie aus der relativen Sprecherlautstärke in den Re-Interviews konnte zudem auch bei der Transkription der auf Tonband festgehaltenen Re-Interviews häufig der Hinweis auf motorische Aktivitäten der Kinder in das Transkript aufgenommen werden.

- I: Jetzt hast du da diesen Zweier schon mal gleich so nebeneinander gelegt. Das war ja nicht so wie es hier ist. Hattest du vorher das Ganze schon gedreht auf eine Liegefläche?
- L: Ja.
- I: Aha, also sozusagen gedreht in Gedanken, im Foto ein Kopf äh, im Kopf ein Foto festgehalten und dann versucht, nach diesem Foto nachzubauen?
- L: Hmh (*bestätigend*).
- I: War das ungefähr so? Ah ja, und dann hinterher wieder kontrolliert, ne?
- L: Hmh (*bestätigend*).
- I: Ah, hmh (*bestätigend*).

- 59 Leon Hmh (*zustimmend*), das muss dann so (...) (*schiebt bereits liegende Würfel 1 und 2 sorgfältig aneinander*) und so (...) (*legt Würfel 3 an vorn liegenden Würfel 2, beugt sich herunter, um auf Höhe der Bauplatte auf die Vorlage blicken zu können*)
- Drei (...) (*legt Würfel 4 rechts an Würfel 3*)
- So (*legt Würfel 5 ebenfalls rechts an Würfel 4*) und diesen hier dran
- (...)
- 60 Piet (*legt Würfel 6 vor Würfel 5*)



- 61 Piet und Leon (*überlegen ca. 14 Sek. Und betrachten die Vorlage sowie ihr Bauwerk*)

Abbildung 7.11: Anreicherung eines Interviewauszugs (Piet und Leon, Äußerung 59 bis 61) mit Fotografien und Passagen aus dem Re-Interview

Zur fotografischen Dokumentation der Bauergebnisse wurden im Transkribierprozess zeitgleich zur schriftlichen Erfassung des Geschehens ggf. handschriftliche Skizzen zu den von den Schülern angefertigten Bauwerken erstellt. In einem daran zeitlich eng anschließenden Vorgang wurden die Transkripte im Beisein aller beteiligten Mitarbeiterinnen sowie der Verfasserin selbst noch einmal kritisch überprüft.

Wesentlicher Bestandteil dieser Validierung war für die Teilaufgaben der Aufgabe 1 der Nachbau der von den Schülern erstellten (Zwischen-) Bauwerke anhand der an dieser Stelle nochmals betrachteten Videoszenen sowie der zuvor handschriftlich erstellten Skizzen. Von diesen Nachbauten wurden digitale Fotografien mit der bereits in den Interviews verwendeten Digitalkamera erstellt, die anschließend in die Transkripte eingearbeitet wurden. Alternativ wäre hier auch die Integration digitaler Standbilder aus dem bereits erstellten Video denkbar gewesen. Die hier beschriebene Vorgehensweise gewährleistete jedoch einen unverstellten Gesamteindruck der von den Schülern erstellten Bauwerke und ermöglichte ein leichteres Hineinversetzen in die (ungefähre) Blickrichtung der Kinder auf ihre Bauwerke. Die Analyse gestaltete sich somit bedeutend leichter.

Dieses Vorgehen erforderte einen hohen Zeitaufwand, bot aber auch eine Fülle von Vorteilen für den Forschungsprozess: Einerseits konnten hier die angefertigten Transkripte von inhaltlich in die Studie eingeweihten Personen noch einmal korrigiert werden, so dass besonders für die Darstellung der Bauergebnisse eine besonders präzise Dokumentation erzielt wurde. Zudem wurden die beteiligten Mitarbeiterinnen in dieser Auseinandersetzung intensiv mit der Materie konfrontiert und entwickelten sich zunehmend zu kompetenten Diskussionspartnerinnen im Sinne der Forschungsfragen. Besonders im Sinne der angestrebten empirisch begründeten Theoriebildung war es vorteilhaft, bereits in Phasen der Dokumentation diese Form kooperativer hypothesenbildender Analyse zu pflegen, um u.a. auch Anhaltspunkte für das sukzessive Sampling zu gewinnen (vgl. Abb. 7.1, S. 350). So sei diesbezüglich überleitend zum nachfolgenden Kapitel auf einen von Strauss und Corbin formulierten Grundsatz für im Sinne der Grounded Theory Forschende hingewiesen: „*A grounded theorist need not work alone. An important part of the process for many using this approach is testing concepts and their relationships with colleagues who have an interest and/ or experience in the same substantive area.*“ (Corbin und Strauss 1990b, 422)

7.4.2 Vorgehen bei der Analyse

Gemäß der u.a. bereits in Kap. 6.2.1 (S. 311ff) dargestellten Konzeption der eigenen Studie, wurden in der Durchführung der Untersuchung Datensammlung, Datenanalyse und Theorieformulierung ineinander verschränkt. Diese Verzahnung verlief, wie oben bereits angedeutet, so, dass nach einer ersten Phase der Datenerhebung (Voruntersuchung im Herbst 2002, vgl. Kap. 6.3.2, S. 322ff) erste Beobachtungen zum Vorgehen der Kinder dokumentiert wurden, die die Überlegungen zur nachfolgenden Stichprobenauswahl für die Hauptuntersuchung bestimmten²³.

In Untersuchungen, die den methodischen Leitideen der Grounded Theory folgen, schließen sich an die Auswertung ähnlich gestaffelter Datenerhebungen häufig eine Vielzahl, durch die sukzessive Analyse motivierte Phasen der Datenerhebung an, bis aus neuen Interviews keine weiteren Informationen mehr gewonnen werden können („theoretische Sättigung“). In der eigenen Studie wurde aus forschungspraktischen Gründen auf die *mehrfach* wiederholte Erhebung weiterer Daten jedoch verzichtet: Es wurden keine neuen Daten nach den Interviews der Hauptuntersuchung im Herbst 2003 erhoben, sondern demgegenüber im Zuge der späteren vergleichenden und kontrastierenden Analyse sukzessive gezielt weitere Beispiele aus dem vorhandenen Datenmaterial ausgewählt, die die eigene Theoriebildung fundieren konnten (Sampling B, vgl. Abb. 7.1, S. 350).

Die Theoriebildung stützte sich, wie in den nachfolgenden Kapiteln exemplarisch dargestellt, vor allem auf Kodierungen der Daten. Diese Konzeptzuweisungen oder Kodierungen (vgl. Kap. 6.2.1, S. 311) führten zu einem zyklischen Prozess zunehmender Differenzierung der erarbeiteten Codes, so dass hier von einem kategorienentwickelnden Vorgehen gesprochen werden kann. Parallel dazu wurden sukzessive Erkenntnisse aus dem theoretischen Teil der vorliegenden Studie (v.a. Kap. 5.2, S. 252ff) in die Er- und Überarbeitung einbezogen.

Konkret gestaltete sich der angesprochene zyklische Prozess so, dass nach der eingehenden Sichtung des Materials erste Eindrücke festgehalten wurden (vgl. Kap. 8.1, S. 404ff) und vorläufige Kodezuschreibungen in den Transkripten erfolgten. Aus dieser anfänglich eher lockeren Sammlung entstand ein System, das sich im weiteren Verlauf zunehmend verfeinerte (vgl. Kap. 8.1.4, S. 430ff). Stets stellte sich dabei auch die Frage, ob tatsächlich zentrale Aspekte erfasst oder ob eher vereinzelte Randerscheinungen beschrieben

²³Sampling A, vgl. Abb. 7.1, S. 350 sowie Kap. 7.2.2, S. 363 zur Zusammenstellung der Schülerpaare

wurden. Um dieser Frage nachzugehen, wurden erste Sammlungen von Kodierungen auf weitere Szenen im gleichen Interview oder auch Interviews mit anderen Schülern angewandt um hier weitere Modifizierung zu erfahren. Dieser Zyklus wurde mehrfach auch im Rahmen der bereits erwähnten Interpretengruppe aus studentischen Mitarbeiterinnen und Verfasserin der Arbeit durchlaufen, um die Validität der Studie zu erhöhen. Allerdings sei bereits an dieser Stelle angemerkt, dass auf diese Weise zwar Kodierungen zur qualitativen Beschreibung einzelner Prozesse entstanden, auf eine quantitative Validierung etwa im Rahmen einer großen, repräsentativen Stichprobe jedoch verzichtet wurde (vgl. Petko u. a. 2003, 274).

7.4.2.1 Betrachtung individueller Performanzen

Im Zentrum der eigenen Fragestellungen stand die Analyse individueller Vorgehensweisen bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben in einer konstruktiven Arbeitsumgebung (vgl. Kap. 6.1, S. 304ff). Dabei ging es vor allem um eine Charakterisierung der von den Kindern eingesetzten mentalen Operationen, also internen kognitiven Prozessen, zu denen Maier treffend bemerkt:

„Das Interesse an internen Prozessen setzt eine Anerkennung von deren Existenz voraus. Damit tritt die mit ihnen befasste Forschung deutlich in Gegensatz zu einer behaviouristischen Auffassung, die solche Prozesse als unwesentlich, zumindest aber als der empirischen Forschung nicht zugänglich erachtet.“ (Maier in: Maier und Voigt 1991, 144)

Forschung mit dem Ziel der Ergründung individueller gedanklicher Prozesse unterliegt also, wie bereits mehrfach anklang, dem Dilemma, dass der Gegenstand der Untersuchung in seiner Komplexität stets nur mittelbar zu beobachten ist. Einer Beobachtung (und damit auch einer Interpretation) zugänglich sind vor allem verbale Äußerungen der beteiligten Versuchspersonen, Gesten oder im Interview vollzogene Handlungen. In anderen Erhebungen des bearbeiteten Forschungsfeldes werden weitere Beobachtungsmomente wie Augenbewegungsanalysen oder Hirnstrommessungen (vgl. z.B. Kap. 6.3.1, S. 319ff) hinzugezogen. Festzuhalten bleibt jedoch, dass - ungeachtet der Vielzahl und Variation von Beobachtungsindizien - Aussagen über kognitive Prozesse stets hypothetischen Charakter behalten. Wenngleich die Möglichkeiten des Erkenntnisgewinns im Hinblick auf die Ergründung kognitiver Prozesse also eingeschränkt sind, wird hier davon ausgegangen, dass die Analyse der kindlichen Artikulation im sozialen Kontext (d.h. das klinische Interview mit paarweise zusammenarbeitenden Schülern

in einer halbstandardisierten, problemzentrierten Beobachtungssituation) im Rahmen von Deutungshypothesen Aufschluss über vorhandene Zugangsweisen und Denkmuster der Kinder bieten kann.

Erschwerend kam bei den eigenen Analysen hinzu, dass in den dargestellten Interviewsituationen immer *zwei* Kinder zusammen arbeiteten. So ergaben sich durch die anschließende Transkription Dokumente, die sich grundsätzlich auf die Aktivitäten *beider* Kinder bezogen.

Da im Transkript stets kenntlich gemacht wurde, welcher der beiden beteiligten Schüler einen Gedanken äußerte oder eine Veränderung des gemeinsamen Bauwerkes vornahm, konnte in der späteren Analyse jedoch zurück verfolgt werden, wer welchen Beitrag zur Bearbeitung der Aufgabenstellung geleistet hatte. Aus den Transkripten konnten somit prinzipiell Einzelfallbetrachtungen herausgearbeitet werden, die individuelle Überlegungen und Gedankengänge der einzelnen Kinder deutlich werden ließen. Wie im nachfolgenden Kapitel 7.4.2.2 noch weiter ausgeführt wird, wurde dabei aus verschiedenen, unten weiter erläuterten Gründen, in Kauf genommen, dass die Kinder sich in ihren Vorgehensweisen sowohl von Äußerungen oder Handlungen des Partnerkindes als auch von Bemerkungen der Interviewerin selbstverständlich beeinflussen ließen. Den in der eigenen Studie erarbeiteten Erkenntnissen zu Strategien von Kindern beim Bewältigen mentaler Rotationsaufgaben haftet somit der hier unvermeidbare Makel an, die Gedankengänge der Kinder vielfach nicht in „reiner Form“ erfassen zu können.

Allerdings zeigte sich in der Analyse sehr häufig, dass bei den meisten Paaren eines der Kinder bedeutend aktiver war als das Partnerkind. Teilweise war dies durch die gezielte Zusammenstellung der Schülerpaare im Zuge der Planung der Hauptuntersuchung (vgl. Kap. 7.2.2, S. 363ff) bewusst intendiert, teilweise ergaben sich entsprechende Szenen auch nur zufällig. Passagen, in denen nur einer der beiden Schüler aktiv war, während der andere das Geschehen eher passiv beobachtete und auch nicht kommentierte, fanden sich schließlich in jedem der hier analysierten Interviews. Trotz der paarweisen Zusammenarbeit ergaben sich also in jedem Interview Szenen, die annähernd einer Einzelinterviewsituation glichen. Art und Qualität der individuell erzielten Lösung konnten so auf das Individuum bezogen analysiert werden, wobei sich hier der Vorteil ergab, dass das einzelne Kind stets einen echten Adressaten für die Artikulation seiner Gedanken fand (vgl. Kap. 6.4.2, S. 340ff).

Exemplarisch sei zur Verdeutlichung der beschriebenen Möglichkeit zur Einzelfallbeobachtung innerhalb einer paarweisen Interviewsituation auf das Interview mit Piet und Leon (3. Klasse) verwiesen. Der eher zurückhaltende Piet (vgl. auch Kap. 7.2.2, S. 370) überließ dem aufgeweckten Leon in weiten Teilen des Interviews das Aktionsfeld und hielt sich sowohl mit Kommentaren als auch mit konkreten Aktivitäten sehr zurück²⁴:

Leon baut zunächst Figur 1-h1 allein nach. Piet wird von der Interviewerin gefragt, ob er mit diesem Bauwerk einverstanden sei, was ihn möglicherweise dazu anregt, sich bei den anschließenden Konstruktionen zu 1-h2 und 1-h3 stärker zu beteiligen. Dennoch ist auch hier Leon der dominante Part, der verschiedene Rekonstruktionsmöglichkeiten entwickelt. Piet hingegen kommentiert zahlreiche Aktivitäten mit einem bestätigenden „Hmh“, von dem sich nur schwer sagen lässt, ob es tatsächlich mit Verständnis der Überlegungen Leons oder nur aus Verlegenheit geäußert wird. Ab der Präsentation der Bauvorlage 1-h4 entwickelt sich das Interview gewissermaßen zu einem Einzelinterview mit Leon:

²⁴Zur vollständigen Dokumentation des Interviews sei auf den Anhang verwiesen.



- 54 I Hmh (*bestätigend*). Gut, sieht gut aus (*nimmt Vorlage weg*). (...) Die nächste Figur, ist diese (*präsentiert neue Aufgabe 1-h4*). **IAA**
- 
- 55 Leon Muss man wieder kippen? (*überlegt*) Dann muss man das so machen (...) (*legt zwei Würfel hintereinander*) **VerbDrehVor**
BauSeg
Groß-klein (gesamte Aufgabe 1-h4)
- 56 I Welche habt ihr, womit fangt ihr jetzt gerade an? **IFragevorgehen**
- 57 Leon Hiermit (*zeigt auf Würfel A und E der Vorlage*) **VerbSegVor, HandSegVor**
- 58 I Mit dem Zweier hier sozusagen (*zeigt auf Würfel A und E der Vorlage*). **IHinVorgehen**
- I: Jetzt hast du da diesen Zweier schon mal gleich so nebeneinander gelegt. Das war ja nicht so wie es hier ist. Hattest du vorher das Ganze schon gedreht auf eine Liegefläche?
L: Ja.
I: Aha, also sozusagen gedreht in Gedanken, im Foto ein Kopf äh, im Kopf ein Foto festgehalten und dann versucht, nach diesem Foto nachzubauen?
L: Hmh (*bestätigend*).
I: War das ungefähr so? Ah ja, und dann hinterher wieder kontrolliert, ne?
L: Hmh (*bestätigend*).
I: Ah, hmh (*bestätigend*). **IFrageVorgehen**
VerbDrehVor
- 59 Leon Hmh (*zustimmend*), das muss dann so (...) (*schiebt bereits liegende Würfel 1 und 2 sorgfältig aneinander*) und so (...) (*legt Würfel 3 an vorn liegenden Würfel 2, beugt sich herunter, um auf Höhe der Bauplatte auf die Vorlage blicken zu können*) **BauplusEin**
Kopf
Drei (...) (*legt Würfel 4 rechts an Würfel 3*) **VerbZahl, BauplusEin (BauSeg)**
So (*legt Würfel 5 ebenfalls rechts an Würfel 4*) und diesen hier dran **BauplusEin, VerbEinzuSegBau**
(...)
- 60 Piet (*legt Würfel 6 vor Würfel 5*) **BauplusEin**
BauKoop
- 
- 61 Piet und Leon (*überlegen ca. 14 Sek. Und betrachten die Vorlage sowie ihr Bauwerk*) **VergleichBauVor**
- I: Wenn du jetzt so kontrolliert hast und verglichen hast (...) hast du da Würfel für Würfel verglichen, so der, ahem, das ist der von da unten und der ist da und der ist da? Oder hast du geguckt, ach, hier sind so zwei und da sind so drei. Hast du also eher so Gruppen gemacht oder hast du dir eher so die Einzelnen angeguckt? (...) Weißt du das noch?
L: Hmh (*nachdenklich*).
I: Weißt du nicht mehr, ne?
L: Hmh (*verneinend*).
I: Ist auch schwierig im Nachhinein. **IFrageVorgehen**

Abbildung 7.12: Passage zur Bearbeitung von 1-h4 aus dem Interview mit Piet und Leon (3. Klasse)

Piets einzige Aktivität in dieser Passage besteht in der Anfügung eines sechsten Würfels an das gemeinsame Bauwerk in Äußerung 60, wobei er hier lediglich eine Überlegung von Leon („(...) und diesen hier dran (...)“) ausführt. Pits weitere Äußerungen bei der Bearbeitung der Aufgabe 1-h4 beschränken sich auf Kommentare wie „Hmh (nachdenklich)“ (63) oder ein ebenfalls eher nachdenklich klingende „Ja.“ (65, 72, 75), wie sich im weiteren Verlauf der Szene zeigt:

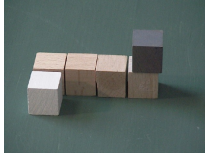
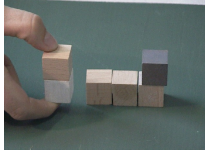
- 62 Leon (murmelt) Stimmt nicht ganz. (...) Das wär dann so (...) (hält Würfel 1 und 2 fest) (5 Sek.) Uuh, der muss hier oben drauf (stellt Würfel 6 auf Würfel 5).
- I: Ich glaub', da hast du jetzt gerade diese beiden hier zusammen genommen, ne?
 I: Hmh (bestätigend).
 I: Das wär dann so, hmh (bestätigend).
 I: Hmh (bestätigend).
- 63 Piet Hmh (nachdenklich).
- 64 Leon Oder?
- 65 Piet (überlegt) Ja.
- 66 Leon (zeigt auf Würfel C und D der Vorlage) So`ne Zacke (...) Falschrum. So? (schiebt Würfel sorgfältig aneinander) Und so (...) (legt Würfel 1 vor Würfel 2)
- HandSegBau
 BauÄnd
 (BFAnzahlplus, BFSpiegel)
 IHinVorgehen
- 
- 67 I Wohin hast du jetzt gekippt? Ähm(...)
- I: Da hast du jetzt gerade den Weißen hier noch mal von da nach da hingeschoben. Weißt du noch, warum du das gemacht hast? Was ihr da für `ne Idee gekriegt habt? Das war ja richtig, dass du das gemacht hast.
 I: Hmh (nachdenklich), weil ich's dann noch mal in Gedanken so gedreht hab' und ich dann `n bisschen da äh (...) dass ich's falsch gedreht hab'.
 I: Hmh (bestätigend), genau, der Vorige war seitenverkehrt, ne, den ihr da gebaut hattet.
 I: Hmh (bestätigend).
 I: Ich glaube, eben hast du noch mal die vorgegebene Figur nach hinten geklappt und hast dann gemerkt, oh hoppla, der jetzt hier als Fuß ist, der wandert nach vorne eigentlich dann. Das war ja genau richtig.
- IFrageVorgehen
- 68 Leon So rum (...) (hält Würfel B der Vorlage fest)
- 69 I Nach hinten?
- 70 Leon Hmh (zustimmend).
- 71 I Hmh (...) (nachdenklich) (...) Bist du einverstanden damit?
- 72 Piet (betrachtet das Bauwerk) Ja.
- 73 I Wenn ihr jetzt kontrollieren müsstet, wie würdet ihr kontrollieren, ob das stimmt.
- IFrageVorgehen
- 74 Leon Man könnte es ja einfach hier vorstellen (stellt Würfel 1 und Würfel 2 kurz übereinander)
- BauDrehSeg
- 
- 75 Piet Ja.
- 76 I Dass die zwei (...)
- 77 Leon Oben sind, und die (...) (fasst Würfel 3 und Würfel 4 an)
- 78 I Da würdet ihr diese, aus der Reihe nehmen?
- 79 Piet So (nimmt Würfelbauwerk in die Hand und hält es zum Vergleich vor die Vorlage).
- HandSegBau
 IFrageVorgehen
 HandBewBaukonkret
- 80 I Hmh (bestätigend). Ah ja. [Da wär es dann wie diese Figur] (...)

Abbildung 7.13: Fortsetzung der Szene aus dem Interview mit Piet und Leon

Fast alle in dieser Passage vorgenommenen Kodierungen beziehen sich also vorwiegend auf Aktivitäten und Überlegungen von Leon und wurden später auch im Hinblick auf die individuelle Vorgehensweise von Leon analysiert. Entsprechend dieser Fokussierung auf die Vorgehensweise von Leon in diesem Interviewabschnitt, konzentrieren sich hier auch die Rückfragen im

Re-Interview ausschließlich auf Leon und seine Strategie. Piet wird zu dieser Szene nicht befragt, während Leon sich ausschließlich zu *seinen* Gedanken (und nicht etwa zu *euren* Gedanken) bei der Bewältigung der Aufgabe äußern soll (z.B. „(...) Hattest du vorher das Ganze schon gedreht auf eine Liegefläche?“ (58ff) oder „Wenn du jetzt so kontrolliert hast und verglichen hast (...)“ (61ff)).

Die Analyse von Leons Vorgehensweise stützte sich, wie in den dargestellten Transkriptauszügen deutlich wird, zunächst auf eher einfache Kodierungen zu Leons verbalen Äußerungen sowie seinen Bauaktivitäten. Petko u.a. sprechen diesbezüglich von „niedrig-inferenten Kodierungen“, die sich „(...) auf die Erfassung von direkt beobachtbaren Aspekten (beziehen).“ und deren Häufigkeit prinzipiell ausgezählt werden kann (Petko u. a. 2003, 275). So verweisen beispielsweise eigene Kodierungen aus dieser Phase der offenen Kodierung (vgl. S. 313), die die Bezeichnungen „VerbDreh“ enthalten, darauf, dass die Kinder verbal die Notwendigkeit einer Drehung für die eigene Rekonstruktion ansprechen (Äußerung 55). Andere Kodierungen wie „Bau-Seg“ (55) werden verwendet, um zu kennzeichnen, wenn ein Kind erkennbar zunächst mit der Konstruktion eines Segmentes beginnt (und nicht etwa nur Einzelwürfel für Einzelwürfel legt)²⁵.

Gegenüber diesen zunächst recht einfachen Kodezuweisungen wurden im Verlauf der sich anschließenden Analyse Interpretationen angestrebt, die diese Kodierungen anreicherten und zusammen fassten (vgl. Ausführungen zum axialen und selektiven Kodieren in Kap. 6.2.1, v.a. S. 314, bzw. Darstellung der Ergebnisse in Kap. 8).

7.4.2.2 Analyse unter kooperativen Gesichtspunkten

Bereits in Kap. 6.4.2 (S. 340) wurde kurz auf besondere Chancen aber auch auf Schwierigkeiten einer paarweisen Zusammenarbeit in den klinischen Interviews hingewiesen, die im Folgenden vor allem noch einmal im Hinblick auf die Analyse der Daten betrachtet werden sollen.

Hinsichtlich der Chancen kooperativer Zusammenarbeit bemerkt Wollring (Wollring 1998b, 139), dass in einer von Partnerarbeit bestimmten Arbeitsumgebung Rückkopplungen der kindlichen Arbeitspartner eine besondere Rolle für die Entwicklung kindlicher Kompetenz spielen. Eigene Unter-

²⁵Auf weitere detaillierte inhaltliche Beschreibungen der im Transkript erkennbaren Codes sowie auf den erkennbaren Baufehler der Kinder wird in Kap. 8 (S. 403ff) im Zusammenhang mit der Darstellung der Ergebnisse der Studie näher eingegangen.

richtserfahrungen sowie Ausführungen von Krauthausen und Scherer stützen diese Beobachtung: „Anderen die eigenen Gedankengänge zu erläutern und durch die Lösungsvorschläge der anderen selbst wiederum angeregt zu werden, setzt den geforderten Dialog in Gang, durch den neues Wissen entstehen kann.“ (Krauthausen und Scherer 2003, 155).

Diese Interaktion ist aus fachdidaktischer Perspektive also einerseits wünschenswert, beinhaltet jedoch für die Beobachtung aus der Forscherperspektive sowie für die nachfolgende Analyse im Sinne der eigenen Forschungsfragen auch Probleme. So muss damit gerechnet werden, dass individuelle mentale Prozesse nicht immer deutlich rekonstruiert werden können, Einzelleistungen in gewisser Weise also durch die Kooperation „verwässert“ werden. Ebenso wie sich durch eine Zusammenarbeit häufig ein individueller Lernzuwachs ergibt, ist mit Partnerarbeit auch die Anforderung verbunden, die gelegentlich abweichende Meinung des Partners oder dessen andersartige Ansätze zur Problemlösung auszuhalten: Gegebenenfalls muss von den Kindern hingenommen werden, dass eigene Erfolg versprechende Ansätze in den Hintergrund gedrängt werden, was auch entmutigende Wirkung haben kann (vgl. Davis u. a. 1992, 184). In diesem Sinne ist es durchaus denkbar, dass sich leistungsstärkere Schüler im Kooperationsprozess (vielleicht aus Rücksichtnahme) so stark zurückhalten, dass grundsätzlich verfügbare Strategien nicht mehr artikuliert und damit quasi „ausgebremst“ werden. Etwas ernüchternd stellen Davis u. a. zudem fest, dass der Einfluss eines einzelnen Schülerbeitrags in der Kooperation besonders junger Grundschüler (hier: Klasse 2) zumindest oberflächlich betrachtet außerordentlich gering ist (vgl. Davis u. a. 1992, 184).

Weitere kritische Aufmerksamkeit gebührt dem Hinweis von Hollenstein, der bemerkt, „(...) dass Lernende sich zwecks Aufwandminimierung dem kooperativen Prozess oft dadurch entziehen, dass sie vorschnell eine Arbeitseinteilung vornehmen und nachträglich in additiver Weise die isoliert geschaffenen Ebenen zusammenkleistern.“ (Hollenstein 1997, 243)

Soziales Lernen stellt sich damit offensichtlich auch als Lernstoff dar und ist nicht nur Anhängsel einer „Kuschelpädagogik“. Vielmehr erweist sich soziale Kompetenz als gesellschaftlich dringend notwendig. Sie ist als integraler Bestandteil des Lernens kognitiver Inhalte zu verstehen und trägt nicht zuletzt maßgeblich zur Stärkung des kindlichen Selbstbewusstseins bei (vgl. Krauthausen und Scherer 2003, 153f). Der Geometrieunterricht scheint geradezu prädestiniert - etwa im Zusammenhang mit Bauaktivitäten der hiesigen Studie - Lernumgebungen zu schaffen, die gemeinsames Lernen zulassen und fordern. Dies unterstreicht die Forderung einer Integration kooperativ geprägter Settings in das Design fachdidaktischer Forschung: Es erscheint nicht nur loh-

nenswert zu beobachten und zu verstehen, wie sich einzelne Schüler mit der hier angebotenen Thematik auseinander setzen. Vielmehr ist es notwendig „(...) die Mechanismen der sozialen Interaktion in Kleingruppen zu studieren“ (vgl. Selter 1990, 263), um die Kinder im künftigen, von Kooperation geprägten Geometrieunterricht angemessen anregen zu können.

Neben dem angestrebten Erkenntniszuwachs bezogen auf individuelle Vorgehensweisen beim Lösen von Aufgabenstellungen mit mentaler Rotation wurde das Spektrum der in der Studie verfolgten Forschungsfragen daher am Rande um die genannte Komponente erweitert und in einer Examensarbeit von Runnebom (2004) ausführlich und an zahlreichen Beispielen erörtert. So bemerkt bereits Kietz (1950), dass Schulkinder und Jugendliche gerade im Bereich des Bauens mit Holzbausteinen o.ä. verstärkt zum gemeinschaftlichen Bauen tendieren:

„Da ist es höchst interessant und aufschlußreich zu beobachten, wie entweder wechselseitig einer den anderen durch seine Einfälle befruchtet und weiterführt und sie so sich gegenseitig steigernd und fortreißend in wirklich gemeinsamer Schöpfung ihr Werk gestalten, oder aber wie einer der Partner die Führung übernimmt und dem anderen seine Gestaltidee aufzwingt, ihn lediglich als Gehilfen behandelnd, ja, wie der eine sich vielleicht freiwillig in diese Rolle begibt.“ (Kietz 1950, 41f)

Wenngleich in dieser Fragestellung nicht der Kern des eigenen Forschungsinteresses lag, wurden doch bei der Kodierung der Daten solche Passagen gekennzeichnet, in denen die Kinder *gemeinsam* eine Teillösung oder ein Bauergebnis erzielten, um im Hinblick auf die Analyse der *individuellen* Vorgehensweisen ggf. gegenseitige Beeinflussungen ausmachen zu können. So wurde der Kode „BauKoop“ vergeben, wenn wie im nachstehenden Beispiel gezielt Absprachen, abgestimmte arbeitsteilige Konstruktionen oder auch gegenseitige Hinweise das Geschehen bestimmten.

In den - dem nachfolgenden Ausschnitt vorausgegangenen - Szenen des Interviews von Loius und Katy (4. Klasse) zeigte sich an zahlreichen Stellen die leistungsmäßige Überlegenheit von Louis, von der bereits im Vorfeld ausgegangen worden war (vgl. Kap. 7.2.2, S. 373). Bemerkenswert war, wie Louis dieses Ungleichgewicht in der Partnerarbeit wahr nahm und Katy zunehmend in die gemeinsame Arbeit einbezog, ihr seine Überlegungen erklärte und sie in ihren zaghaften eigenen Versuchen bestätigte bzw. vorsichtig korrigierte. Immer häufiger zog er sich v.a. zu Beginn einer neuen Aufgabe zurück und ließ Katy eigene Erfahrungen machen, wie auch zu Beginn der Bearbei-

tung von Aufgabe 1-h5. Eine Abgrenzung der individuellen Strategien beider Kinder war hier nur noch schwer möglich:

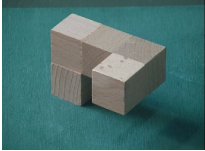


57	I	(präsentiert neue Vorlage 1-h4)	IAA
			
58	Louis	Fang du mal an (...)	BauKoop
59	Katy	Also erst mal die drei (...) (stellt Würfel 1, 2 und 3 auf die grüne Platte)	VerbSegVor oder VerbSegBau BauSeg
			
60	Louis	Ja, genau das hätt' ich auch gemacht.	
61	Katy	[Das sind diese drei] (zeigt auf Würfel A, B, C) da müssten da noch zwei liegen (...) (zeigt auf Würfel C und D)	VerbSegVor, HandSegVor VerbSegVor, HandSegVor
62	Katy	Also einen würd' ich ja noch da hin packen (...) (zeigt an die Vorderseite von Würfel 3)	VerbEinzSegBau, HandPosEin
63	Louis	Hier würd' ich noch einen hinpacken (...) (stellt Würfel 4 auf Würfel 3)	VerbEinzSegBau, BauplusEin
64	Katy	Da drauf (...)	
65	Louis	Wo würdest du den andern hinpacken?	BauKoop
66	Katy	Hier (zeigt an die Vorderseite von Würfel 1).	HandPosEin
67	Louis	Mach doch noch.	BauKoop
68	Katy	(stellt Würfel 5 vor Würfel 1)	BauplusEin
			
69	I	Hmh (nachdenklich).	
70	Louis	Ja, so hätt' ich's auch gemacht (...)	

Abbildung 7.14: Kooperative Elemente in der Zusammenarbeit von Louis und Katy

7.4.2.3 Analyse unter dem Eindruck von Interventionen

Oben wurde bereits darauf hingewiesen, dass die Interviewerin im Verlauf des Interviews bewusst nicht darauf verzichtete, im Verlauf der Arbeit beispielsweise Rückfragen zum Vorgehen der Kinder zu stellen oder anderweitig zu intervenieren (vgl. Kap. 7.3, S. 374ff). Auch dieser Faktor beeinflusste den Einsatz der kindlichen Strategien möglicherweise maßgeblich, wie die folgenden Auszüge aus dem Interview mit Florian und Lennart (4. Klasse) zeigen.

Florian und Lennart bearbeiten die vorausgegangenen Aufgaben sehr zügig und kommen zu richtigen Bauergebnissen. Nachdem die Interviewerin die Bauvorlage 1-h3 präsentiert hat, ergreift Florian umgehend die Initiative und unterbreitet seinem Partner einen Vorschlag für die Rekonstruktion:

18	Florian	(flüstert) Lennart, ähm, woll'n wir das so machen, dass (...)	
19	I	Sprich mal <u>laut</u> .	IHinVerb
20	Florian	Ja, ich würde das so machen, dass wir das einfach <u>so</u> (deutet mit dem Finger in der Luft neben der Vorlage eine von oben nach unten verlaufenden Linie an) wie's da steht <u>hinlegen</u> . Oder? (deutet mit dem Finger eine in der Ebene der Bauplatte verlaufende Linie von links nach rechts an)	VerbDrehVor HandSegVor HandPosSeg
21	Lennart	(zieht die Augenbrauen hoch)	
22	Florian	Also jetzt den so dahin (...) (stellt Würfel 1 auf die grüne Platte)	VerbEinBau, BauEin

Abbildung 7.15: Auszug aus dem Interview mit Florian und Lennart zu Aufgabe 1-h3

Deutlich wird hier, dass Florian die Bauvorlage im Vorfeld eigener Aktivitäten gedanklich in eine andere Lage versetzt (20, Kode „VerbDrehVor“). Als Lennart seine Idee nicht sofort erfasst, wiederholt er diesen Plan in Äußerung 22 und 24 und unterstreicht dies durch entsprechende Handbewegungen, die sich auf eine gedankliche Rotation der Vorlage beziehen („HandBewVor“).

*Nachdem die Kinder die eigene Konstruktion wenige Momente später erfolgreich abgeschlossen haben, erkundigt sich die Interviewerin danach, wie man dieses Bauergebnis kontrollieren könnte und regt die Kinder somit an, die Lage des **eigenen** Bauwerkes gedanklich („VerbDrehBau“) und schließlich auch noch einmal konkret („HandBewBaukonkret (Bau1:1)“) zu verändern:*

38	I	Ihr habt jetzt eben am Ende dann doch noch mal kontrolliert, ne?	IHinVorgehen
39	Florian	Ja.	
40	I	Könnt ihr mir sagen, wie ihr bei der Kontrolle vorgeht? Wie ihr das macht in Gedanken?	IFrageVorgehen
41	Florian	Also, wir haben das jetzt so gemacht (...) wir haben uns vorgestellt, wie das aussieht ähm, wenn man das da jetzt so hin (deutet Kippbewegung der Vorlage nach rechts hinten an), wir hätten's jetzt zur Kontrolle jetzt einfach mal gucken, jetzt so aufgestellt (...) (kippt das eigene Würfelgebäude nach links vorn, so	VerbDrehVor HandBewVor VerbDrehBau HandBewBaukonkret (Bau1:1)

Abbildung 7.16: Fortsetzung des Interviewausschnitts (Florian und Lennart)

*In der nachfolgenden Bearbeitung der Aufgabe 1-h4 wird dann genau dieses gedankliche Operieren mit dem **eigenen** Bauwerk von den Kindern auf-*

gegriffen (Äußerungen 53 und 54, „VerbDrehBau“), was möglicherweise vor allem aufgrund der vorausgegangenen Nachfrage der Interviewerin zu Kontrollmöglichkeiten geschah.

Florian und Lennart haben bis zur Äußerung 52 ein Zwischenbauwerk errichtet, das gegenüber der Bauvorlage noch spiegelverkehrt ist, und führen ihre Überlegungen über eine gedankliche und konkrete Drehung des **eigenen** Bauwerkes zu einer Korrektur:

- | | | | |
|--|---------|---|---|
| 52 | Florian | Nee, nee da so einer hin (<i>schiebt Würfel 4 hinter Würfel 1</i>).
Und der, da so hin (...) (<i>nimmt Würfel 5 und stellt ihn auf Würfel 3</i>) | BauÄnd
(BFSpiegel) |
|  | | | |
| 53 | Lennart | Wenn man das jetzt umdrehen würde, ja das würde gehen. | VerbDrehBau |
| 54 | Florian | Komm wir drehen das jetzt einfach mal um (<i>hält eigenes Würfelgebäude fest, überlegt</i>).
Nee nach da muss das (<i>stellt Würfel 4 vor Würfel 1</i>). | VerbDrehBau, HandGBau

VerbEinBau, BauÄnd |
|  | | | |
| <p>Guck mal, das müssen wir doch so spiegelverkehrt bauen.
Ja so. Guck mal, wenn wir das jetzt so umdrehen (...) (<i>nimmt das gesamte Würfelgebäude in seine Hände und dreht es in der Luft im Uhrzeigersinn um ca. 180° so, dass der von den Kindern selbst gelegte Würfel 5 in vergleichbarer Ausrichtung wie Würfel E der Vorlage ist</i>)</p> | | | VerbDrehBau, HandBewBaukonkret |
| 55 | Lennart | Ja stimmt. | |
| 56 | I | Hmh (<i>bestätigend</i>). | |

Abbildung 7.17: Fortsetzung des Interviewausschnitts (Florian und Lennart) zu Aufgabe 1-h4

Mit der Erkenntnis, dass eigene Interventionen das Vorgehen der Kinder möglicherweise sehr stark beeinflussen, wurden im Zuge der offenen Kodierung allen Passagen, die eine Äußerung oder Rückfrage unterschiedlicher Art der Interviewerin beinhalteten, eigene Codes zugewiesen (z.B. „IFrageVorgehen“ zu einer Frage der Interviewerin zum Vorgehen der Kinder im un-

mittelbar vorausgegangenen Handlungsschritt). Diese Kodierung sollte die eigene Aufmerksamkeit auf möglicherweise beeinflussende Momente lenken, was u.a. nötig erschien, um die Vergleichbarkeit der Bearbeitungen zu einer Aufgabe gewährleisten zu können.

Prinzipiell eröffnete sich mit der Ausrichtung der eigenen Aufmerksamkeit auf eine Beeinflussung durch Rückfragen und Hinweise ein eigenes Feld von Forschungsfragen. Insbesondere aus fachdidaktischer Perspektive ergibt sich nämlich die Frage, *was* sich eigentlich genau nach Hinweisen oder Rückfragen der Interviewerin im Vorgehen der Kinder ändert. Zweifelsohne werden durch Hinweise der Interviewerin an zahlreichen Stellen Lernprozesse in Gang gesetzt. Welche konkreten Impulse hier tatsächlich einen Lernzuwachs erzielen könnten, wäre im Sinne einer Erweiterung der eigenen Forschungsfragen eine interessante Fragestellung gewesen, der hier jedoch zunächst nicht weiter nachgegangen werden konnte.

Kapitel 8

Ergebnisse

Im nachfolgenden Kapitel werden die Ergebnisse der eigenen Studie dargestellt. Zunächst geht es dabei in den Kapiteln 8.1 (S. 404ff) und 8.2 (S. 437ff) um eine Dokumentation der im Zuge der eigenen Analyse vorgenommenen offenen und axialen Kodierung im Sinne der Grounded Theory (vgl. Kap. 6.2.1, S. 311). Dargestellt wird hier die Entwicklung und die Ausarbeitung der zur Erfassung der Schüleraktivitäten verwendeten Kodierungen. Dazu werden zunächst Kodierungen zu ersten Beobachtungen und Auffälligkeiten wie Baufehlern, begleitenden motorische Aktivitäten der Schüler sowie verbalen Assoziationen zu den Würfelgebäuden dokumentiert, die sich durch gezielte Vergleiche entsprechender Auszüge aus den Interviews ergeben. Gegenüberstellungen von Analysen der Interviewszenen zu den Aufgabenstellungen 1-h2, 1-h3, 1-h4 sowie 1-h5 vervollständigen diese Zusammenstellung. Prozesse selektiver Kodierung führten in der eigenen Untersuchung sodann zur Entwicklung von übergeordneten Kategorien, die hier als „Komponenten mentaler Rotation“ bezeichnet werden. In Kap. 8.3 (S. 473ff) werden entsprechend die Ergebnisse dieser selektiven Kodierung, d.h. vor allem die Bezüge der zuvor vorgenommenen Kodierungen zu den übergeordneten Kategorien dargestellt. Schließlich dokumentieren die Kap. 8.3.2.1 (S. 484ff) und 8.3.2.2 (S. 487ff) exemplarisch ein erneutes Herantragen der gewonnenen Kategorien an die Daten und zeigen auf, wie mit den dargestellten Modellkomponenten verschiedene Typen von Vorgehensweisen der Kinder bei der Bearbeitung der mentalen Rotationsaufgaben beschrieben werden können.

8.1 Erste Analysen und Auffälligkeiten weisen den Weg...

Auf dem Weg zu einem Kodierschema, das sich einerseits aus den eigenen Analysen entwickelte und andererseits von einem wiederholten Rückgriff auf Erkenntnisse des theoretischen Teils der Arbeit profitierte, wurden zunächst recht spontan offene Kodierungen besonderer Auffälligkeiten vorgenommen. Dies geschah teilweise bereits in Gestalt kurzer Memos (vgl. Kap. 6.2.1, S. 311ff), die zwischen den paarweisen Interviews und den individuellen Re-Interviews festgehalten und im anschließenden Gespräch mit den einzelnen Kindern angesprochen werden konnten. Die in den nachfolgenden Kapiteln 8.1.1, 8.1.2 und 8.1.3 dargestellten Analysen zu verschiedenen Baufehlern der Kinder (S. 404ff), besonders auffälligen Hand- und Kopfbewegungen (S. 411ff) sowie verbal geäußerten Assoziationen zu den angebotenen Würfelfünflingen (S. 422ff) bieten die Möglichkeit, die Entwicklung der eigenen Kodierungen an den genannten Beispielen nachvollziehbar zu dokumentieren. Dem folgt eine Darstellung der Erweiterung des in der eigenen Studie erarbeiteten Kodierschemas in Kap. 8.1.4 (S. 430ff). Hier wird noch einmal genauer eingegangen auf die Qualität von konkreten Konstruktionen (v.a. Zwischenbau-schritten), von verbalen Äußerungen der Kinder während der Konstruktion sowie auf Facetten des Verhaltens der Interviewerin (vgl. Kap. 7.4.2.3, S. 398).

8.1.1 Analyse von Fehlertypen

Beobachtet man die Kinder bei ihren konstruktiven Aktivitäten, fallen zunächst schülereigene Bauwerke auf, die in ihrer Struktur nicht den angebotenen Bauvorlagen entsprechen und hier als „Baufehler“ bezeichnet werden. In der Analyse der eigenen Daten werden dabei auch fehlerhafte Zwischenbauwerke als „Baufehler“ erfasst, die später von den Kindern noch einmal verändert werden. Wie bereits im Zusammenhang mit der Dokumentation der Interviews dargestellt wurde (vgl. Kap. 7.4.1, S. 381ff), werden somit nicht nur Endergebnisse der kindlichen Bauaktivitäten sondern auch vorläufige Produkte auf dem Weg zur endgültigen, von den Kindern anerkannten Aufgabenlösung dokumentiert. Konkret erstellten fehlerhaften Bauwerken der Kinder kommt häufig eine besondere Bedeutung für den Erkenntnisprozess der Kinder zu. So ist eine Dokumentation der verschiedenen Fehlertypen sinnvoll, um die *Prozesse*, die die Kinder insgesamt zu einer Lösung führen, angemessen erfassen zu können. Die folgende Darstellung gibt einen Überblick über die qualitativ unterschiedlichen Typen von Baufehlern, die bei

den hier untersuchten Schülern aufgespürt werden konnten. Dabei sind u.a. Ähnlichkeiten zu Fehlertypen festzustellen, die bereits von Piaget bei kindlichen Rekonstruktionsversuchen von Würfelbauwerken beschrieben werden (vgl. Kap. 3.2.3, S. 149).

Figuren, die in ihrer Struktur den Bauvorlagen zwar in gewisser Weise ähneln, aber strukturell nicht gleichen, weil sie nur durch Spiegelung an einer Ebene im Raum in die Vorlagefigur überführt werden könnten, werden als „**BF Spiegel**“¹ kodiert. Bei den in der eigenen Studie angebotenen Würfelfünflingen kann dieser Fehler (aufgrund der besonderen Symmetrie der übrigen Figuren) lediglich bei der Rekonstruktion der Figuren 1-h3 und 1-h4 auftreten. Eine Spiegelung dieser beiden (strukturellen) Figuren² an einer Ebene im Raum führt jeweils zu Figur „22“ aus Abb. 6.2 (vgl. S. 330), wie die nachfolgende Abbildung 8.1 zeigt.

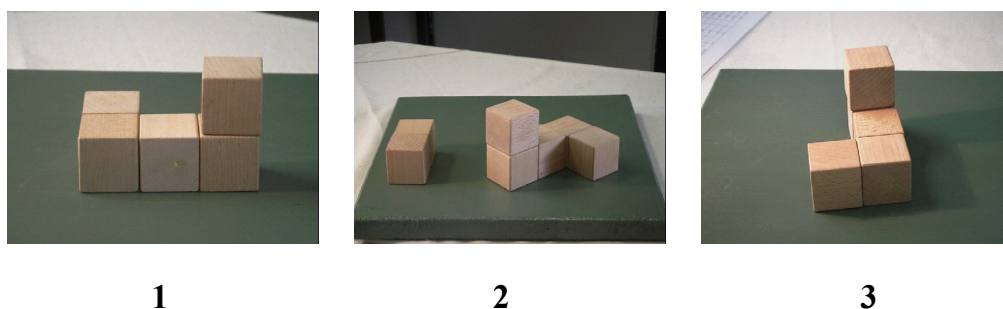


Abbildung 8.1: Baufehler mit Spiegelung der Gesamtfigur an einer Ebene im Raum (BF Spiegel)

Beispiel 1 des Typs „BF Spiegel“ ist in den Interviews mit Finn und Ron (FR 65)³ sowie Florian und Lennart (FL 53) bei der Rekonstruktion der Bauvorlage 1-h4 zu beobachten. Die beiden übrigen Fehlerbeispiele sind strukturell gleich zu Beispiel 1. Sowohl Beispiel 2, das beispielsweise im Interview mit Sven und Sören (SS 108, ebenso: TS 74, JL 2, VS 94) beobachtet werden kann, als auch Beispiel 3 (KA 46) weisen jedoch eine deutlich von

¹ähnlich den Fehlertypen „Globalform“, „Lage“ bzw. „Richtung“ (Piaget und Inhelder 1979, 312)

²vgl. Abb. 6.5 (S. 334) und Abb. 6.6 (S. 335)

³Die Kürzel zur Bezeichnung von Textausschnitten aus den Interviews beziehen sich jeweils auf die Anfangsbuchstaben der Namen der beteiligten Schüler sowie auf die Zahl die der entsprechenden Äußerung im Interviewtranskript zugewiesen wurde.

Beispiel 1 zu unterscheidende Lage auf der Bauplatte auf. Die einzige Szene, in der der beschriebene Baufehler auch bei der Bearbeitung von Aufgabe 1-h3 beobachtet werden kann, findet sich im Interview mit Jana und Birte (JB 79, entsprechend Fehlerbeispiel 3). Obwohl die Bauvorlagen 1-h3 und 1-h4 strukturgleich sind, ist also eine fehlerhafte, spiegelverkehrte Rekonstruktion fast nur bei der Bearbeitung von Aufgabe 1-h4 zu beobachten. Dies bestätigt die Annahme, dass aufgrund der besonderen Lage möglicher Rotationsachsen der Figur 1-h4 hier teilweise vermutlich andere Strategien eingesetzt werden als bei Aufgabe 1-h3 (vgl. S. 335) und die Aufgabe scheinbar schwieriger zu lösen ist.

In einzelnen Fällen kommt es vor, dass Kinder zwar in gewisser Weise die Struktur der Bauvorlagen 1-h3 und 1-h4 in ihren eigenen Bauwerken verwirklichen, d.h. insbesondere die Orientierung der Windungen der Würfelreihe korrekt umsetzen, dabei aber eine falsche Anzahl von Einzelwürfeln in die eigene Konstruktion einbringen⁴. Abb. 8.2 zeigt, wie etwa Hanno und Felix (HF 93, Fehlerbeispiel 1 zu 1-h3) oder Piet und Leon (PL 66, Fehlerbeispiel 2 zu 1-h4) mehr Würfel verbauen als in der Vorlage vorgegeben („**BF Anzahlplus**“)⁵.

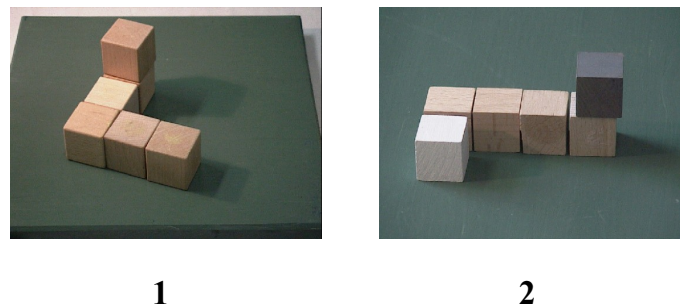


Abbildung 8.2: Baufehler mit mehr Einzelwürfeln als in der Bauvorlage (BF Anzahlplus)

⁴vgl. Fehlertyp „Anzahl“ (Piaget und Inhelder 1979, 312)

⁵An anderer Stelle (PL 62) kann zudem beobachtet werden, dass dieser Fehlertyp zum Beispiel mit dem Fehlertyp „BF Spiegel“ kombiniert auftritt, das eigene Bauwerk also einerseits zu viele Einzelwürfel sowie andererseits eine falsche Orientierung aufweist.

Der konträre Fehlertyp „**BF Anzahlminus**“ kann in der eigenen Studie im Interview mit Sven und Sören (SS 76) erkannt werden (vgl. Abb. 8.3).

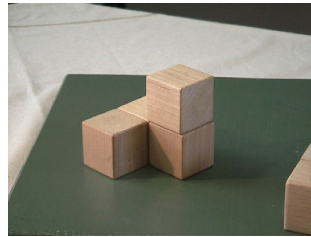


Abbildung 8.3: Baufehler mit weniger Einzelwürfeln als in der Bauvorlage (BF Anzahlminus)

In Kap. 6.4.1 (v.a. S. 334) wurde bereits dargestellt, dass bei der Konzeption der Aufgaben für die eigene Studie neben „zweidimensionalen“ Würfelfünflingen, bei denen alle Einzelwürfel in einer Ebene liegen, auch Figuren angeboten werden, deren Abknickungen zu „dreidimensionalen“ Figuren führen. Diese „Dreidimensionalität“ der Bauvorlagen 1-h3, 1-h4 und 1-h5 wird bei der Rekonstruktion von den Kindern häufig außer Acht gelassen. Hier kann von einer fehlerhaften Verflachung des eigenen Bauwerkes gesprochen werden, die ein wesentliches Strukturmerkmal der Bauvorlage vernachlässigt und in der Analyse mit der Kodierung „**BF Verflachung**“ gekennzeichnet wird.

Abb. 8.4 zeigt zunächst typische Beispiele für die beschriebene fehlerhafte zweidimensionale *Rekonstruktion zu Bauvorlage 1-h3*. Die „verflachten“ eigenen Bauwerke zu Bauvorlage 1-h3 entsprechen dabei den Figuren „90“ (Beispiel 1), „20“ (Beispiel 2, 3 und 5) bzw. „11“ (Beispiel 4) aus Abb. 6.2 (S. 330), wobei Beispiel 1 (JB 60 oder KA 43) der vorangegangenen Bauvorlage 1-h2 gleicht. Auch die Fehlerbeispiele 2, 3 und 5 sind strukturgleich, können jedoch - wie hier exemplarisch belegt (z.B. JB 79, TS 54 und LK 46) - in deutlich unterscheidbarer Lage aufgebaut werden.

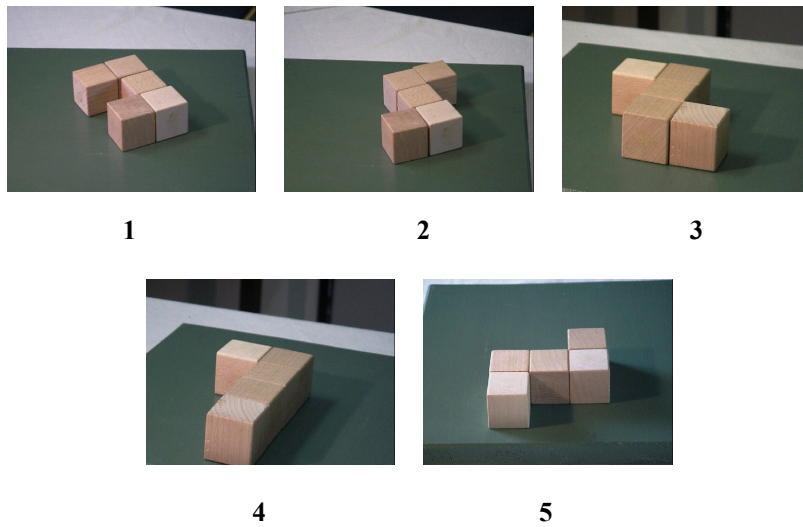


Abbildung 8.4: Baufehler bei der Rekonstruktion von 1-h3 mit allen Einzelwürfeln in einer Bauebene (BF Verflachung)

Entsprechend verhält es sich mit den Varianten 1 (JB 104) und 2 (KA 88) des Fehlertyps „BFVerflachung“, der bei der *Rekonstruktion zu Bauvorlage 1-h4* beobachtet werden kann (vgl. Abb. 8.5):

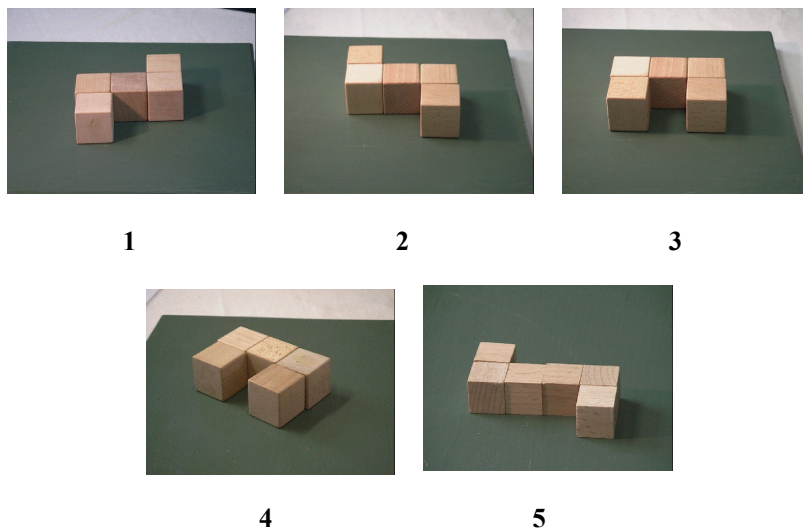


Abbildung 8.5: Baufehler bei der Rekonstruktion von 1-h4 mit allen Einzelwürfeln in einer Bauebene (BFVerflachung)

Auch die bereits für den Nachbau zu 1-h3 dokumentierten Fehlerbeispiele 3 (KA 87) und 4 (HF 127) in Abb. 8.5 sind strukturgleich, stehen jedoch wiederum stellvertretend für Fehlerbeispiele, die die gleiche Figur in unterschiedlicher Lage auf der Bauplatte verwirklichen. Beispiel 5 aus Abb. 8.5 zeigt schließlich, wie verschiedene Typen von Baufehlern in Verbindung miteinander auftreten können. In diesem Fall unterläuft dem Schülerpaar Piet und Leon (PL 60) sowohl ein Fehler hinsichtlich der zu verwendenden Anzahl von Einzelwürfeln („BF Anzahlplus“, s. oben) als auch im Hinblick auf die umzusetzende Dreidimensionalität der Bauvorlage („BF Verflachung“).

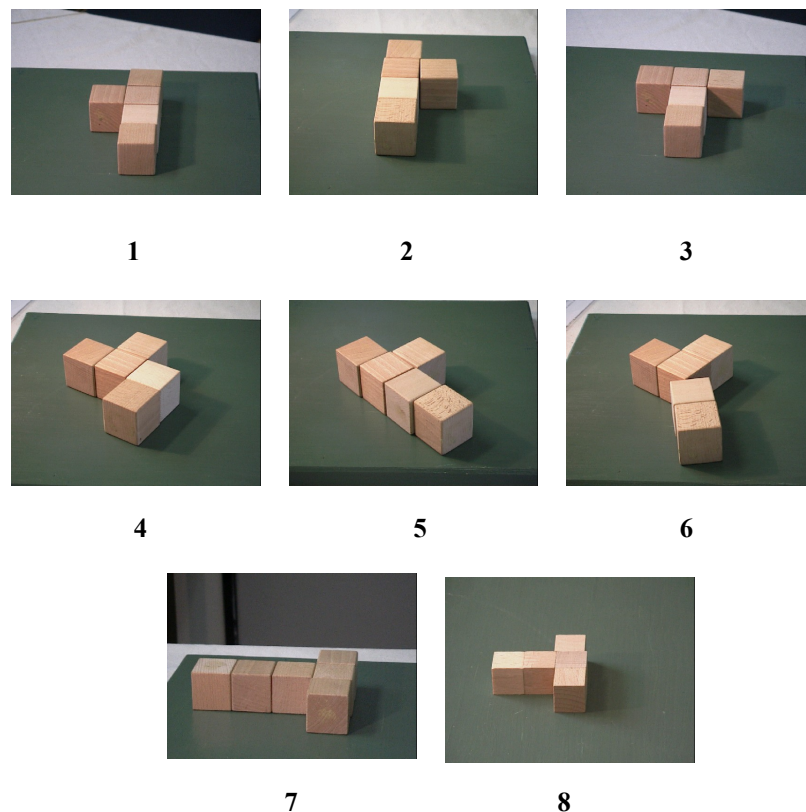


Abbildung 8.6: Baufehler bei der Rekonstruktion von 1-h5 mit allen Einzelwürfeln in einer Bauebene (BFVerflachung)

Abb. 8.6 (oben) zeigt schließlich, welche verschiedenen Varianten des Typs „BF Verflachung“ bei der *Rekonstruktion zu 1-h5* auftreten. Unterschieden werden können hier im Wesentlichen drei verschiedene Varianten von einfachen Verflachungsbaufehlern sowie im weiteren zwei Kombinationen des Typs

„BF Verflachung“ mit dem Baufehler „BF Anzahlplus“ (Beispiel 7, HM 92) bzw. mit dem Baufehler „BF Flächenkontakt“ (Beispiel 6, KA 124), auf den unten noch genauer eingegangen wird.

Die Fehlerbeispiele 1 (z.B. JB 117), 2 (KA 114) und 5 (KA 120) sind wiederum strukturgleich, könnten also durch einfache Drehung im Raum ineinander überführt werden. Alle drei Schülerbauwerke entsprechen damit der Figur „12“ aus Abb. 6.2 (S. 330), werden jedoch wiederum (s. oben) in deutlich voneinander unterscheidbarer Lage auf der Bauplatte realisiert und von den betroffenen Kindern offensichtlich als unterschiedliche Bauwerke angesehen. Eine entsprechende Beziehung ergibt sich zwischen den fehlerhaften Rekonstruktionen in den Beispielen 3 (JB 130) und 8 (PL 95). Auch Fehlerbeispiel 4 (KA 124) setzt die erforderliche Dreidimensionalität der Bauvorlage 1-h5 nicht erfolgreich um, sondern führt die Kinder zu einem eigenen Bauwerk, das in der Übersicht auf S. 330 als Figur „70“ aufgegriffen wird.

Der in der Analyse schließlich herausgearbeitete Baufehlertyp „**BF Flächenkontakt**“ bezieht sich auf Beispiele, in denen der für die Rekonstruktion einer Würfelanordnung erforderliche Kontakt der Flächen zweier benachbarter Würfel verloren geht. In der eigenen Studie konnte dieser Fehler lediglich bei Schülerkonstruktionen zu Vorlage 1-h5 aufgespürt werden, die in Abb. 8.7 zusammengestellt sind (Beispiel 1: JB 121, Beispiel 2: PL 97, Beispiel 3: KA 124). Fehler dieses Typs sprechen im Hinblick auf die Suche nach Strategien der Kinder bei der Bearbeitung der angebotenen Rotationsaufgaben besonders deutlich dafür, dass hier offenbar eine gedankliche Zerlegung der Konfiguration stattgefunden hat, bei der der Gesamtzusammenhang verloren zu gehen droht.

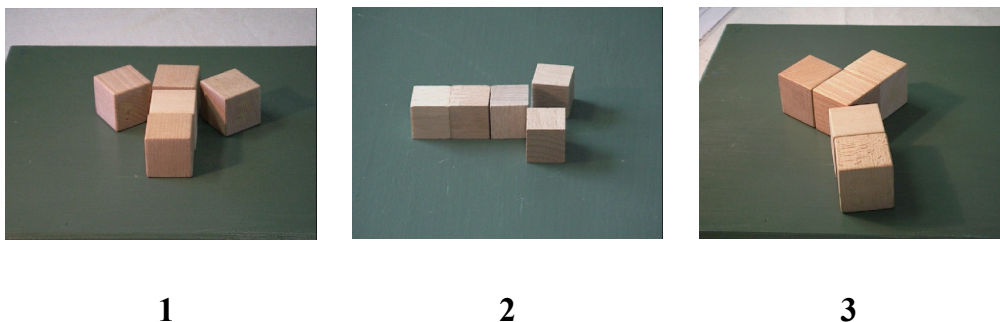


Abbildung 8.7: Baufehler mit Verlust des Flächenkontaktes benachbarter Würfel (BF Flächenkontakt)

8.1.2 Begleitende motorische Aktivitäten

Die motorischen Aktivitäten der Kinder in den eigenen Interviews beziehen sich einerseits natürlich auf die aktive Konstruktion der eigenen Würfelbauwerke, worauf später noch im Detail eingegangen wird. Andererseits werden aber vielfach auch (ähnlich wie bereits für die Vorstudie beschrieben, vgl. S. 326) verschiedene Gesten der Hände und Bewegungen des Kopfes eingesetzt, die das aktive Handeln und das Gespräch mit dem Partnerkind begleiten und weniger das Konstruieren im engeren Sinne berühren.

Neben begleitenden Gesten, auf die weiter unten noch genauer eingegangen wird (S. 414ff), sind recht häufig auffällige **Kopfbewegungen** zu beobachten, die im Zuge der Analyse mit der Kodierung „Kopf“ versehen werden. Ein näherer Blick auf diese Form des Körpereinsatzes im Zuge des Vergleichs ähnlicher Szenen verdeutlicht jedoch anhand der nachfolgenden Beispiele auch qualitative Unterschiede dieser Aktivitäten.

Zunächst einmal sind Bewegungen des Kopfes vielfach einfach nötig, um die massiven Vorlagen wirklich in allen Details *visuell zu erfassen*. Dabei müssen möglicherweise auch teilweise verdeckte Würfel in ihrer räumlichen Relation zu benachbarten Würfeln erkannt werden, was sich beispielsweise aus dem Re-Interview mit Leon (PL 48ff) ergibt (vgl. Auszug 8.8).

- I: Da hattest du eben den Kopf mal so'n bisschen schief gelegt. Weißt du noch, warum du das gemacht hast? Das habt ihr ja manchmal gemacht, so.
 L: Hmh (*nachdenklich*), ich glaub, ich wollte da so'n bisschen gucken.
 I: Hmh (*bestätigend*) und wo wolltest du hingucken? In welche Richtung oder (...)
 L: Da so drauf, ob dahinter noch'n Stein ist.
 I: Ah, okay, hmh (*bestätigend*).

Abbildung 8.8: Auszug aus dem Re-Interview mit Leon (3. Klasse) zu seinen Kopfbewegungen

Demgegenüber hält Leon wenige Momente später im klinischen Interview seinen Kopf wiederum schräg und blickt auf das von den Kindern erstellte Bauwerk zu Aufgabe 1-h3. Er kann nun von rechts auf Höhe der Bauebene auf das eigene Bauwerk schauen (vgl. Auszug 8.9).

Auf diese Weise erzielt Leon offenbar eine *Kontrolle* des eigenen Bauwerks, zumal seine Ansicht des eigenen Bauwerks nun ungefähr der Ausrichtung der Konfiguration in der Vorlage entspricht. Seine Äußerung „Wenn

das so stehen würde, ja.“ (PL 53) und seine damit wahrscheinlich verbundene Vorstellung einer Aufstellbewegung der Eigenkonstruktion wird auf diese Weise gestützt.

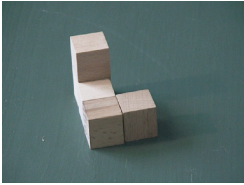
49	Leon	Ja? (<i>hält Würfel 5 über Würfel 4</i>)	HandEinBau
50	Piet	Ja, glaub ich.	
51	Leon	Ja stimmt (<i>stellt Würfel 5 auf Würfel 4</i>).	BauplusEin
			
52	I	Hmh (<i>bestätigend</i>).	
53	Leon	Wenn das so stehen würde, ja (<i>hält so Kopf schräg, dass er von rechts auf Höhe der Bauebene auf das Bauwerk schauen kann</i>).	VerbDrehBau
			Kopf
	I:	Aber, das war jetzt nicht, um zu gucken, ob dahinter noch ein Stein liegt, ne?	Kopf
	L:	Hmhm (<i>verneinend</i>).	
	I:	Wie hast du dich da hingedreht? Oder was wolltest du da erreichen?	
	L:	Äh, so gucken, ob (...) ob's richtig ist.	
	I:	Ahem, also hast du dich <u>so</u> hingedreht, dass du ungefähr <u>so</u> auf dieses Selbstgebaute schauen kannst wie von da oben auf das Vorgebene, ne?	
	L:	Hmh (<i>bestätigend</i>).	
	I:	War das so?	
	L:	Hmh (<i>bestätigend</i>).	
	I:	Also, so hindrehen, dass man da so quasi 'n Foto im Kopf machen kann, im Kopf abspeichern kann und dann vergleichen mit dem, was vorgegeben ist? War das ungefähr so?	
	L:	Hmh (<i>bestätigend</i>), ja.	
	I:	Gut, das fand ich nämlich (...) das hast du öfter gemacht, das fand ich ganz gut, weil das 'n ganz guter Trick ist.	

Abbildung 8.9: Ausschnitt aus dem Interview mit Piet und Leon und entsprechende Passage aus dem Re-Interview mit Leon

Ähnliche Formen der Kontrolle über Kopfbewegungen, die mit einer Veränderung des eigenen Blickwinkels einher gehen und damit die Wahrnehmung der eigenen Konstruktion so beeinflussen, dass hier eine ähnliche Ausrichtung wie im vorgegebenen Bauwerk erzielt wird, finden sich auch in zahlreichen anderen Interviews (z.B. Helge (HM 26) oder Sven und Sören (SS 112)). Der Vergleich verschiedener Szenen, die mit der Kodierung „Kopf“ gekennzeichnet werden, zeigt aber auch, dass entsprechende Ausrichtungen des Blickes teilweise auch schon *während* der Aufgabenbearbeitung eingesetzt werden. Dies geschieht, wie Ausschnitt 8.10 zeigt, vermutlich zur Kontrolle von Zwischenergebnissen, kann aber auch die gedankliche Veränderung des Bauwerks (hier: Wie wird das Gesamtbauwerk nach Anfügung des fünften Würfels aus einem anderen Blickwinkel aussehen?) stützen.

Finn und Ron haben einen Teil des eigenen Bauwerks zu Vorlage 1-h3 bereits fast fertig gestellt. Ron möchte das Bauwerk korrekt vollenden (FR 46), was von Finn jedoch verhindert wird. Finn benötigt zunächst noch einmal einen Blick von rechts auf das Teilbauwerk ohne den von Ron angefügten letzten Würfel, um schließlich die eigene Konstruktion abzuschließen (FR 49):

46	Ron	Dann hier einer drauf (<i>nimmt Würfel 5 und möchte ihn auf Würfel 4 stellen</i>).	VerbEinzuEin oder VerbEinzuSeg HandEinBau
			
47	Finn	(<i>nimmt Ron Würfel 5 aus der Hand, stellt diesen kurz auf Würfel 4, nimmt ihn jedoch gleich wieder herunter</i>) Nee (...)	BauplusEin BauminusEin
			
		(<i>hält die flache Hand über dem Selbstgebauten, dreht seinen Kopf und blickt von seitlich rechts auf das Bauwerk</i>)	HandGBau oder HandSegBau Kopf
48	Ron	Wir können den hier auch wegnehmen und dahin machen (<i>deutet mit dem Finger an, Würfel 5 neben Würfel 1 zu stellen</i>).	VerbEinBau HandPosEin
49	Finn	(<i>legt 5. Würfel wieder an die von Ron vorgeschlagene Position und lacht die Interviewerin an</i>) So.	BauplusEin
			

Abbildung 8.10: Auszug aus dem Interview mit Finn und Ron - Kopfbewegungen zur Kontrolle von Teilergebnissen

Schließlich können bei einigen Kindern auch Kopfbewegungen *vor* dem Beginn eigener Bauaktivitäten beobachtet werden:

Helge (HM 71) beispielsweise stellt vor Beginn der eigenen Konstruktion seinen Kopf in einer langsamen Bewegung seinen Kopf schräg nach rechts. Dabei wird der Eindruck erweckt, dass er eine gedachte Kipprichtung der Vorlage mit dieser Kopfbewegung nachzuzeichnen versucht.

Bewegungen der Hände sind ebenfalls in zahlreichen Facetten zu beobachten. Im Zuge vergleichender Analyse kann dabei zunächst eine Differenzierung herausgearbeitet werden, die zwischen einfachem (eher statischem) *Zeigen* (Kodierung: „Hand(...)“) und *dynamischen Handbewegungen* (Kodierung: „HandBew(...)“) unterscheidet. Eine weitere Differenzierung ergibt sich sowohl für eher statische als auch für eher dynamische Handbewegungen, indem auf die Vorlage bezogene Gesten („Hand(...) Vor“ bzw. „HandBew Vor“) unterschieden werden können von Gesten, die sich auf das Schülerbauwerk beziehen („Hand(...)Bau“ bzw. „HandBewBau“).

Betrachtet werden sollen in der Dokumentation der diesbezüglichen Analyse zunächst die auf dynamische Vorstellungen bezogenen Handbewegungen. Hier ist eine besondere Parallele zu Ergebnissen aus Untersuchungen mit Grundschulkindern von Gutiérrez (1992, 1993, 1996) sowie von Grübing (2001, 2002) zu erkennen, in denen zahlreiche Kinder ihre Hände einsetzen, um sich die gedanklich zu leistenden Rotationen gezeichneter Objekte zu veranschaulichen (vgl. Kap. 5.2.4, S. 285ff). Angesichts der vielfältigen Beobachtungen in der eigenen Studie erscheint es jedoch sinnvoll, die Qualität der eingesetzten Handbewegungen - wie in der nachfolgenden Übersicht dargestellt - noch genauer aufzuschlüsseln.

Kodierung	Beschreibung
HandBewVor	Andeuten einer Bewegung der Vorlage
HandBewBau	Andeuten einer Bewegung des eigenen Bauwerks
HandBewVorkonkret	Handbewegung, die mit einem konkreten Drehen der Bauvorlage einher geht
HandBewBaukonkret	Konkrete Bewegung des gesamten eigenen Bauwerks (ggf. mit vereinten Kräften)

Wie bereits in den Kommentaren zu den Interviewausschnitten 7.15 und 7.16 (S. 399f) angesprochen wurde, werden Handbewegungen, die eine Bewegung der Vorlage andeuten, mit der Kodierung „HandBewVor“ belegt. Szenen, in denen Kinder mit ihren Händen eine Bewegung des eigenen Bauwerks verdeutlichen, erhalten hingegen die Kodierung „HandBewBau“. Beide

Aktivitäten werden von den Kindern häufig eingesetzt, um die eigenen Überlegungen gegenüber der Interviewerin oder auch gegenüber dem Partnerkind zu veranschaulichen.

Malte (HM 27ff) etwa erläutert seinem Partner auf Bitte der Interviewerin hin, wie er auf die Baulösung zu Aufgabe 1-h2 gelangt ist, indem er seine verbale Erläuterung durch das Andeuten einer denkbare Kippbewegung der Vorlage stützt („HandBewVor“, HM 34). Helge greift dies auf und bringt im Gegenzug dazu die fest verleimte Vorlage zur Kontrolle in eine Ausrichtung, die der Lage des Schülerbauwerks entspricht („HandBewVorkonkret“, HM 35):

27	I	Aber das hier ist anders als das, was da liegt. Ich glaube, das musst du Helge noch einmal erklären.	IFrageVorgehen
28	Malte	<i>(greift an das rechte und linke Ende der liegenden Dreierreihe)</i> Wenn man das hier so legt und das steht oben (...)	HandSegBau
29	Helge	Ja und im Stehen kann man das nicht machen.	
30	Malte	Hmh <i>(bestätigend)</i> .	
31	Helge	Nur mit Kleber.	
32	Malte	Ja so.	
33	I	Aha, und was habt ihr jetzt gemacht?	IFrageVorgehen
34	Malte	Also, wir ham das so umge so umgeklappt so <i>(macht flüchtige Handbewegung in Kipprichtung)</i> .	VerbDrehVor, HandBewVor
35	Helge	Damit das hier, so werden würde. <i>(nimmt Vorlage in die Hand und dreht das Brett mit der aufgeklebten Vorlage entlang seiner Körperachse um 90° von sich weg, so dass die Vorlage mit gleicher Ausrichtung der Würfel 4 und 5 annähernd parallel zur Bauebene im Raum liegt)</i>	HandBewVorkonkret

Abbildung 8.11: Unterstützende Handbewegung zur Veranschaulichung der gedachten Kipprichtung der Vorlage in Verbindung mit konkreter Bewegung der Bauvorlage im Interview mit Helge und Malte (3. Klasse)

Neben konkreten Lageveränderungen der Vorlage („HandBewVorkonkret“) werden die mit den Händen angedeuteten Bewegungen der Vorlage wie auch im obigen Beispiel von Malte (HM 28) mit einem *Zeigen* auf Segmente oder Einzelwürfel der Vorlage verbunden (hier: „HandSegBau“, also ein Zeigen auf ein Segment des eigenen Bauwerks). Ergänzend werden auch mit der Hand angedeutete Bewegungen der Vorlage in Verbindung mit einem Zeigen auf Einzelwürfel oder Segmente der Vorlage (oder des eigenen Bauwerks) beobachtet, wie das nachfolgende Beispiel von Sinas Annäherung an die Lösung der Aufgabe 1-h3 zeigt:

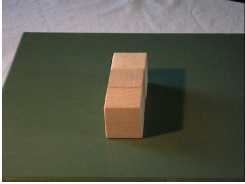
61	Sina	Wir müssen irgendwie auch etwas drehen (...) hmh (<i>nachdenklich</i>). Aha! (...) Ich glaub ich hab's.	VerbDrehVor oder VerbDrehBau
61b	Valerie	(<i>betrachtet die Vorlage und dreht ihren Kopf nach rechts</i>)	Kopf
62	Sina	Wenn wir dann jetzt , das so umschmeißen würden (...) (<i>deutet Kippbewegung der Vorlage nach hinten links an</i>)	VerbDrehVor oder VerbDrehBau HandBewVor
63	Valerie	Dann wär's doch genauso, weil unten doch auch zwei sind. (<i>deutet auf die Vorlage</i>)	VerbSegzuGVor, HandGVor
64	Sina	So hin. (<i>legt Würfel 1, 2 und 3 hintereinander</i>)	BauÄnd (BauSeg)
			
		Dann sind das die drei. (<i>deutet auf die Vorlage</i>)	VerbSegBau, VerbSegVor HandSegVor
65	I	Welche drei sind das jetzt, die du gebaut hast?	IFrageVorgehen
66	Sina	Der, der und der. (<i>zeigt auf Würfel C, B und A</i>)	VerbSegVor, HandSegVor
67	I	Aha, hmh (<i>zustimmend</i>).	

Abbildung 8.12: Handbewegung zur Veranschaulichung der gedachten Kipprichtung der Vorlage in Verbindung mit einem Zeigen auf ein Segment der Vorlage im Interview mit Valerie und Sina (4. Klasse)

In den Interviews der eigenen Studie finden sich neben angedeuteten Bewegungen des eigenen Bauwerks („HandBewBau“, z.B. auch PL 96) auch Aktivitäten, die bereits den Bereich der konkreten Konstruktionen berühren und mit der Kodierung „HandBewBaukonkret“ erfasst werden. Während auf die Vielfalt konkreter Bauaktivitäten in Kap. 8.2 (S. 437ff) noch genauer eingegangen wird, sei aufgrund der besonderen Nähe zu den *angedeuteten* Bewegungen des eigenen Bauwerks bereits an dieser Stelle auch auf dementsprechende *konkrete* Annäherungen hingewiesen.

Beispielsweise hebt Finn (2. Klasse, FR 71) das von ihm und seinem Partner erstellte Bauwerk zu 1-h4 leicht an und deutet eine Kippbewegung der Konfiguration von sich weg an. Er kommentiert dies mit der Äußerung „Kann ich mal prüfen?“ und stellt fest, dass das erstellte Bauwerk wohl eine richtige Lösung darstellt. Zu Kontrollzwecken hält auch Piet (3. Klasse, PL 79) sein Bauwerk zu Vorlage 1-h4 in einer der Vorlage entsprechenden Raumlage, die den direkten Vergleich von Vorlage und eigenem Bauwerk ermöglicht.

Da - wie erwähnt - besondere Nähe der Kodierung „HandBewBaukonkret“ zu konkreten Konstruktionen der Kinder besteht, verwundert es nicht, dass Szenen, die diesem Kode zugerechnet werden, häufig im Zusammenhang

mit einer Bauaktivität stehen, die als „Bau1:1“ kodiert wird. Diese Art der Konstruktion beschreibt einen näherungsweise identischen Nachbau der Bauvorlage, bei dem aufgrund der statischen Gegebenheiten einzelne Würfel von den Kindern noch festgehalten werden müssen.

So baut Leon (3. Klasse, PL 104) Figur 1-h5 zunächst annähernd so nach, wie die Bauvorlage es vorgibt. Dabei muss er zwei der Würfel festhalten. Schließlich dreht er das gesamte Bauwerk zur Seite und gelangt über eine konkrete Lageveränderung des gesamten Bauwerks („HandBewBaukonkret“) zu einem korrekten Bauergebnis:

104 Leon	Ich würde das so, so, so, so, so, (stellt nacheinander das Bauwerk entsprechend der Ausrichtung in der Vorlage auf und hält dabei die Würfel 4 und 5 an Würfel 3) und jetzt hin kippen, so, so (legt das Bauwerk nach rechts zur Seite).	BauG (Bau1:1) HandEinBau : VerbDrehBau, HandBewBaukonkret
----------	--	--

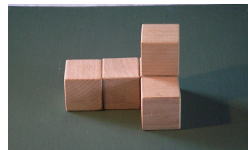
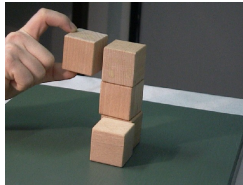


Abbildung 8.13: Verbindung von annähernd identischem Nachbau („Bau1:1“) und anschließender konkreter Lageveränderung des eigenen Bauwerks (Leon, 3. Klasse)

Ähnlich zusammenhängende Aktivitäten, bei denen eine näherungsweise Konstruktion mit der konkreten Bewegung des gesamten Bauwerkes verbunden wird, finden sich auch in den Interviews mit Finn und Ron (zu Aufgabe 1-h4: FR 75, 78, 89, 92), Jana und Birte oder Helge und Malte. Schwierigkeiten eines solchen Vorgehens dokumentiert beispielsweise der folgende Auszug⁶:

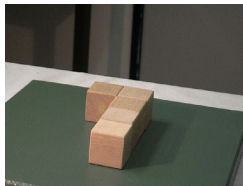
⁶Ein ähnliches Vorgehen wiederholt sich bei den beiden Schülern bereits wenige Momente später (HM 63 zu 1-h3) sowie auch bei der Bearbeitung der Aufgaben 1-h4 und 1-h5 (vgl. HM 89ff und HM 99ff). In Kap. 8.2 wird auf diesen Aspekt im Vorgehen zahlreicher Kinder noch einmal genauer eingegangen.

- 50 Helge Wenn das hier stehen würde, wird das so sein (...) und das da unten (...)
(*versucht Figur zu bauen und hält Würfel 5 oben an Würfel 3*)
- 51 Malte Ja, so (*hält den zuvor beiseite geschobenen Würfel 4 unten an Würfel 1*).



- I: Ihr habt gesagt, ihr wollt das hier hinstellen. Kannst du das noch mal erklären?
H: Also, hinstellen (...)
I: Ihr habt das oft so hingestellt, wie es in der Vorlage war ...
H: Und dann einfach hingelegt.
I: Aber das war ja ganz schön schwierig, manchmal ging das nicht alles, ne?
H: Nee, da haben wir einfach mit den Händen dann immer so festgehalten.
I: Hmh, genau, das habt ihr immer probiert. Und wenn das nicht so gut ging, habt ihr das, glaube ich, sogar im Kopf gemacht, ne? So dass ihr es fast im Kopf aufgebaut habt? Und dann gekippt?
H: Hmh (*zögernd*).

- 52 < Helge Und jetzt im Liegen (...) (*kippt Würfelgebäude um*)



- 53 < Malte Ja, so.
54 Helge Ja, so?

Abbildung 8.14: Fehlerhaftes Zwischenergebnis als Folge der Konstruktionsidee „Bau1:1“ mit anschließender „HandBewBaukonkret“ (Helge und Malte, 3. Klasse)

Bei den oben bereits erwähnten *zeigenden Gesten*, die diesen konkreten Aktivitäten und dynamischen Handbewegungen gegenüber gestellt werden, muss sowohl bei den auf die Vorlage bezogenen Gesten als auch bei Handbewegungen, die etwas am Schülerbauwerk zeigen, unterschieden werden zwischen (a) Gesten, die sich auf das Gesamtbauwerk („HandGVor“ bzw. „HandGBau“), (b) Teilsegmente der Figur („HandSegVor“ bzw. „HandSegBau“) oder (c) auf Einzelwürfel („HandEinBau“ bzw. „HandEinVor“) beziehen. In der Übersicht stellt sich diese Differenzierung folgendermaßen dar:

Kodierung	Beschreibung
HandGVor	Zeigen auf Gesamtfigur der Vorlage oder „Nachzeichnen“ der Vorlagekonturen in der Luft
HandSegVor	Zeigen auf ein Segment der Vorlage
HandEinVor	Zeigen auf Einzelwürfel der Vorlage

Bau1:1

VerbSegBau, VerbEinzuSegB:

HandEinBau

HandEinBau, BauplusEin

(Bau1:1)

IFrageVorgehen

Bau1:1, HandBewBaukonkret

HandBewBaukonkret

(BFVerflachung)

Kodierung	Beschreibung
HandGBau	Zeigen auf gesamtes eigenes Bauwerk oder Festhalten des gesamten Bauwerks
HandSegBau	Zeigen auf Segment am eigenen Bauwerk oder Dranhaltend eines Segments an das eigene Bauwerk
HandEinBau	Zeigen auf Einzelwürfel am eigenen Bauwerk oder Dranhaltend eines Einzelwürfels an das eigene Bauwerk (ohne Ansetzen)

Auch bei einigen dieser Kodierungen, die teilweise in den vorausgegangenen Auszügen bereits exemplarisch belegt sind⁷, ist ein deutlicher Zusammenhang zu den konkreten Konstruktionen zu erkennen. So etwa kann das Dranhaltend eines Einzelwürfels an das eigene Teilbauwerk in Form einer Näherung an die Konstruktion häufig die Planung der Weiterarbeit oder einen angestrebten Zielzustand konkret veranschaulichen (z.B. Helge in HM 50, vgl. Ausschnitt 8.14, S. 418).

Handbewegungen, bei denen auf die Gesamtfigur der Vorlage gedeutet wird („HandGVor“), stehen zudem häufig in einer Verbindung mit einem Zeigen auf das gesamte eigene Bauwerk („HandGBau“) und begleiten dabei verbale Kontrollargumentationen:

So bemerkt Valerie (VS 39) zu ihrem Bauwerk 1-h2: „Wieso? Das ist doch das Gleiche wie hier.“ Dabei zeigt sie erst auf ihr eigenes Würfelgebäude und dann auf die Vorlage. Birte (JB 73) fährt bei der Bearbeitung der Aufgabe 1-h3 mit ihrem Finger das gesamte eigene Bauwerk nach (HandGBau), nachdem sie zuvor auf die Gesamtfigur der Vorlage gedeutet und dazu die verbale Assoziation⁸ geäußert hat, dies gleiche einem „Z“.

Bei einigen Kindern wird zudem ein unbewegtes Anfassen des gesamten eigenen Bauwerks, das diesen Kindern offenbar dazu dient, sich trotz unbewegter Hände eine konkrete Rotation besser vorstellen zu können, mit dem Kürzel „HandGBau“ kodiert (Kim und Alina zu 1-h4 (KA94) oder auch Florian (FL 54) zur gleichen Aufgabe).

Die beschriebenen Kodezuweisungen zu zeigenden Gesten können zudem noch einmal von Handbewegungen abgegrenzt werden, die nicht auf bereits konkret verbaute oder in der Hand gehaltene Würfel Bezug nehmen, sondern

⁷vgl. zu den Kodierungen „HandSegVor“ und „HandEinVor“ S. 416 (z.B. VS 64), zu den Kodierungen „HandSegBau“ und „HandEinBau“ S. 415 (z.B. HM 28)

⁸vgl. dazu auch Kap. 8.1.3, S. 424

lediglich eine denkbare *Position* am unvollendeten eigenen Bauwerk anzeigen, die ein Einzelwürfel oder ein Teilsegment einnehmen müsste:

Kodierung	Beschreibung
HandPosEin	Zeigen der Lage, die ein Einzelwürfel am eigenen Bauwerk einnehmen müsste
HandPosSeg	Zeigen der Lage, die ein Segment am eigenen Bauwerk einnehmen müsste

Sina beispielsweise zeigt die Position eines noch zu errichtenden Segmentes in Aufgabe 1-h1 ihrer Partnerin Valerie wie im folgenden Interviewauszug 8.15 dargestellt an („HandPosSeg“). Vergleichbare Positionsanzeigen im Hinblick auf die Lage eines Einzelwürfels am eigenen Bauwerk, auf die häufig ein konkretes Dranhalten eines Einzelwürfels („HandEinBau“) folgt, finden sich in zahlreichen weiteren Szenen (z.B. im Interview mit Louis und Katy (LK 41, 45, 80, 101)).

- | | |
|--|---|
| <p>11 Sina Ich würd' sagen, wir nehmen jetzt noch hiervon drei und stellen die hier drauf (<i>deutet auf die Würfel, die am Rand liegen und auf den auf der Bauplatte fixierten Würfel 1</i>).</p> <p>12 Valerie Zwei.</p> <p>13 Sina Drei äh, zwei ja.</p> <p>14 Valerie Okay (<i>stellt Würfel 4 auf Würfel 1</i>).</p> <p>15 Sina (<i>stellt Würfel 5 auf Würfel 4</i>)</p> | <p>VerbSegBau</p> <p>VerbSegzuSegBau</p> <p>HandPosSeg</p> <p>VerbZahl (VerbSegBau)</p> <p>VerbZahl (VerbSegBau)</p> <p>BauplusEin</p> <p>BauplusEin (BauKoop)</p> |
|--|---|

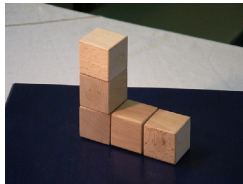


Abbildung 8.15: Andeuten der Position, die ein Segment des eigenen Bauwerks einnehmen müsste (VS 11)

Insgesamt kann immer wieder festgestellt werden, dass die Kinder Handbewegungen aller Facetten häufig einsetzen, um die eigenen Gedanken dem Partner oder der Interviewerin besser mitteilen zu können. Es liegt im wahren Sinne des Wortes auf der Hand, dass es um ein vielfaches einfacher ist, eine gedachte Kipprichtung mit der Hand anzudeuten als diese Bewegung verbal zu umschreiben. Im Einzelfall muss daher stets erwogen werden, ob

die beobachtete Handbewegung tatsächlich ein bedeutsamer Teil der eigenen Strategie des jeweiligen Kindes oder lediglich ein Medium zur Mitteilung eigener Gedanken ist.

Externe Stützen wie Finger-, Hand- oder Kopfbewegungen werden auch von Freedman und Rovengno (1981), Corballis u.a. (1976), Peters u.a. (1995) oder Wexler u.a. (1998) bei der Auseinandersetzung erwachsener Probanden mit mentalen Rotationsaufgaben beobachtet, wie im theoretischen Teil der Arbeit bereits ausgeführt wurde (vgl. Kap. 5.2.1, S. 268). Deutet man diese Aktivitäten tatsächlich als wichtigen Bestandteil der kindlichen Strategien, liegen die Erklärungsversuche von Wexler u.a. (1998) nahe, die sehr deutlich herausarbeiten, dass motorische Aktivitäten als bedeutsame Stütze mentaler Operationen angesehen werden müssen und neuropsychologisch eng verbunden sind (vgl. auch Kap. 2.1.3, S. 47).

8.1.3 Assoziationen

Bereits Wilman (1966, 6) verweist in Bezug auf Phänomene der visuellen Wahrnehmung darauf, dass wir dazu neigen, Dinge zu sehen, die uns vertraut sind oder uns sinnvoll erscheinen („seeing what makes sense“). Wie bereits in Kap. 2.1.1 (S. 13ff) ausgeführt, werden Wahrnehmungserfahrungen und verbale Bezeichnungen zu visuell wahrgenommenen Objekten gespeichert. Eine Verknüpfung mentaler Repräsentationen unterschiedlicher Qualität (verbal bzw. visuell) kann als Assoziation bezeichnet werden (vgl. Gibson 1973, 331 bzw. 341). Unter einer Assoziation im umgangssprachlichen Sinne versteht man ferner das Phänomen, dass wir häufig geneigt sind, Beziehungen herzustellen zwischen Objekten, die sich in ihrer Gestalt *ähneln* und somit eine Verbindung zu ein und derselben verbalen Bezeichnung nahe legen.

Erklärungen für das Phänomen der Assoziationen in diesem Sinne bietet etwa die bereits im theoretischen Teil der Arbeit referierte Annahme der zwei funktional unabhängigen Repräsentationssysteme in der Theorie von Paivio (verbales und non-verbales, d.h. vor allem bildhaftes System, vgl. Kap. 2.1.2.2, S. 36). Zwischen diesen Systemen werden - so Paivio - assoziativ Verknüpfungen hergestellt. Auch zu den unbekannten visuellen Stimuli der eigenen Studie (den Würfelfünflingen) liegt es im Rahmen einer Unterstützung der zu leistenden Prozesse nahe, dass hier Verbindungen zwischen dem visuell wahrgenommenen Objekt und dem verbalen System hergestellt werden. Dabei wird der Versuch unternommen, zu Verknüpfungen mit abgespeicherten und damit verfügbaren sprachlichen Repräsentationen zu gelangen. Da diese den Kindern für die ihnen unbekannten Figuren nicht zur Verfügung stehen, weichen sie auf andere Repräsentationen (z.B. Tiere) aus. Diese stehen ihrerseits wieder in Verbindung zu den bildhaften mentalen Repräsentationen und weisen gestalthafte Ähnlichkeit zu den hiesigen Figuren auf.

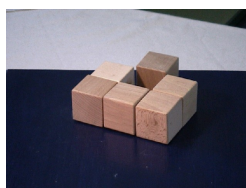
Auch Hasemann (Hasemann 1985, 129) beobachtet im Zusammenhang mit der Suche von Würfelnetzen, dass Grundschulkinder für bestimmte Typen von Netzen, die sich aus einer Längsreihe von Quadraten und durch Verschiebung zweier seitlich angefügter Quadrate ergeben, die Bezeichnung einer „Leiter“ verwenden. Diese Assoziation bezieht sich damit einerseits auf die Gestalt des Würfelnetztes, bezeichnet andererseits aber auch eine Lösungs-idee (Die seitlichen Quadrate können rechts und links „hinaufklettern“ und somit neue Würfelnetze hervor bringen.) Hasemann erklärt dieses Phänomen damit „(...) daß eine Idee zunächst durch einen Namen gekennzeichnet werden muss, bevor sie zu einer Problemlösung wirksam werden kann.“ (Hasemann 1985, 129)

Assoziationen zu den Würfelfünflingen der eigenen Studie waren auch häufig bei den hier interviewten Grundschulkindern zu beobachten und wurden in die Datenanalyse einbezogen. Die Analyse wurde dabei weitgehend auf strukturelle Gesichtspunkte beschränkt, d.h. Assoziationen wurden lediglich dahingehend untersucht, ob sie sich in einem Bezug zur Gesamtfigur betrachten ließen oder auf Teile der Würfelfiguren bezogen. Die nachfolgenden Beispiele zeigen entsprechende Analyseansätze auf und differenzieren zwischen Assoziationen, die sich (a) auf die zu rotierende Gesamtfigur (AssG), (b) auf Teile der Figur (AssSeg) oder auf Bewegungsvorgänge (AssBew) beziehen.

Assoziationen zu ihrem fertig gestellten **Gesamtbauwerk** („AssG“) in Aufgabe 1-h2 äußern beispielsweise Jana und Birte (JB 44f).

Die beiden Mädchen haben die vorgegebenen drei Würfel um zwei schräg dahinter liegende Einzelwürfel an richtiger Position ergänzt (Baulösung 2, vgl. Abb. 6.4, S. 333). Auf die Frage der Interviewerin, wie die beiden zu dieser Lösung gelangt seien, äußert Jana spontan die Assoziation „Brücke“, was auch von Birte aufgegriffen wird:

43	Birte	Ähm (...)	
44	Jana	Brücke.	AssG
45	Birte	Ja so `ne Art Brücke, ja [`n bisschen stabiler].	AssG
46	Jana	Hier so rüber (<i>zeigt auf die festgeklebten Würfel</i>).	VerbSegBau, HandSegBau
47	I	Hmh (<i>bestätigend</i>), genau. Wenn man dieses, was ihr jetzt gebaut habt, noch mal aufstellt, dann ist das so ähnlich wie eine Brücke.	IHinDreh, AssG
48	Jana	Und wenn man (...) (<i>nimmt einen Würfel und stellt ihn zwischen Würfel 4 und 5</i>)	BauplusEin



und wenn man, und wenn man das jetzt hier dies, zum Beispiel das offene nach oben kommt (*zeigt auf die Vorlage und macht mit der rechten Hand eine Kippbewegung nach rechts*), und dann dahinter was hin stellt, könnte man sagen das ist ein Sofa (*nimmt den sechsten Würfel wieder weg*).

VerbDrehVor
HandGVor, HandBewVor
VerbEinzugBau, AssG
BauminusEin

Abbildung 8.16: Assoziationen zu Figur 1-h2 (Jana und Birte, 2. Klasse)

Besonders interessant ist in dieser Passage einerseits, dass eine Verknüpfung zum Begriff „Brücke“ erfolgt, ohne dass die liegende Figur tatsächlich in der Ausrichtung einer Brücke liegt und mehr einer „eingestürzten Brücke“ gleicht. Andererseits überraschen Janas Ergänzung des liegenden Bauwerks (JB 48, s. Ausschnitt 8.16) um einen weiteren Würfel und ihre Überlegung, dieses ergänzte Bauwerk gleiche nun einem Sofa (AssG).

Möglicherweise angeregt durch diese Überlegungen zur Baulösung in 1-h2 äußert Birte zu ihrem verflacht rekonstruiertem Bauwerk in Aufgabe 1-h3 die Assoziation, dies sehe nun aus wie ein „Z“ (JB 73, s. Ausschnitt 8.17 unten).

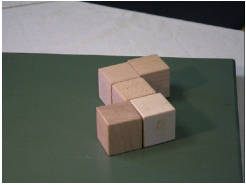
64	Birte	Die Richtung (<i>nimmt Würfel 5 und stellt ihn rechts neben Würfel 4</i>).	VerbEinzSegBau, BauÄnd (BFVerflachung)
			
(...)			
73	Birte	Also wenn, äh, wir könn`s jetzt nicht also (<i>zeigt auf die Vorlage</i>), wenn wir jetzt hier so wie ein Z gemacht haben (...) (<i>fährt mit den Fingern der rechten Hand das eigene Gebäude nach</i>) können wir das jetzt nicht <u>das</u> Teil nach unten (<i>zeigt auf Würfel 5 des Gebäudes</i>) also zu der Platte machen. Runter unter den Tisch, können wir`s nicht machen, weil es da so geformt ist (<i>deutet mit der rechten Hand in Richtung der Vorlage</i>), wenn man das hinlegen würde.	HandGVor VerbGBau, AssG HandGBau VerbEinzSeg
74	I	Ach du wolltest sagen, dass man <u>eigentlich</u> diesen hier (<i>zeigt auf Würfel 5 des Gebäudes, deutet an, dass dieser unter Würfel 4 liegen müsste</i>) da noch unten drunter bauen muss.	VerbGVor, HandGVor VerbDrehVor
75	Birte	(<i>nickt</i>) Ja im Stehen.	IFrageVorgehen
76	I	Hmh (<i>nachdenklich</i>), also ist es noch nicht so <u>ganz</u> richtig, meinst du. (...) Also, hab ich dich jetzt richtig verstanden, dass du eigentlich am <u>liebsten</u> den Stein (<i>zeigt auf Würfel 5 des Gebäudes, deutet an, dass dieser unter Würfel 4 liegen müsste</i>), noch mit hier drunter legen willst?	IVerabredung IFrageVorgehen
77	Birte	Ja, aber das geht ja nicht, weil die Platte im Weg ist.	

Abbildung 8.17: Assoziationen als Bestandteil der Argumentation

Diese erneute Assoziation zur Gesamtfigur wird hier zum wichtigen Bestandteil ihrer eigenen Argumentation *gegen* das eigene Bauwerk. Sie erkennt, dass der eigene Bau nur „zweidimensional“ ist, also einer der Würfel „in die Tischfläche hinein“ gebaut werden müsste, und zeigt damit, dass sie prinzi-

piell in der Lage ist, gedanklich mit der Gesamtfigur zu operieren. Allerdings gelingt es ihr noch nicht, diese Komponente ihrer Strategie in eine erfolgreiche Lösung der Aufgabe münden zu lassen⁹.

Auch zu den Würfelzehnlingen, die zur Rekonstruktion bzw. zum Vergleich angeboten werden, äußern zahlreiche Kinder interessante Assoziationen. So erkennen Valerie und Sina (4. Klasse) in der zweiten zu rekonstruierenden, farbigen Figur 1-f2 (vgl. S. 324) eine „Giraffe“. Felix (2. Klasse) meint, in der dritten Figur der massiven zu vergleichenden Würfelzehnlinge (vgl. S. 338) einen „Regenwurm auf dem Weg zur Arbeit“ zu erkennen. Weitere Figuren dieser Aufgabensequenz (2-4 und 2-5, s. Anhang) vergleicht er mit einer „Schlange, die gerade Hunde füttert“ oder einem „kleinen Sofa“. Auch Alina (3. Klasse) äußert zu den farbigen Bauvorlagen Assoziationen wie „Giraffe“ oder „Schlange“. Im Re-Interview stellt sich bei ihr interessanterweise heraus, dass sie außerhalb des Unterrichts häufig Tiere auf Karopapier zeichnet, die in ihrer Gestalt ähnlich „eckig“ wie die Bauvorlagen sind und wohl maßgeblichen Einfluss auf diese Assoziationen zur Gesamtgestalt der Würfelkonfigurationen ausüben. Eine solche Figur (einen „Fisch“) zeichnet sie auch im folgenden Re-Interview-Ausschnitt:

- I:** Du hattest ja gleich am Anfang schon gesagt, ähm, das sind so Tiere, die wir nachbauen müssen.
A: Hmh (*bestätigend*).
I: Und das kam ja hinterher auch ganz oft, ne, dass du da eine Giraffe gesehen hast oder (..) eine Schlange oder (..) ach, ich weiß gar nicht, was ihr da alles gesagt habt. Habt ihr so was schon mal gemacht? (..) Oder wie bist du darauf gekommen?
A: Äh, ich, ich hab` ich immer solche Blätter genommen und dann hab` ich selber solche Tiere aufgemalt.
I: So auf Karopapier?
A: Hmh (*bestätigend*).
I: Aha.
A: Hab` ich immer die Linien nachgezeichnet.
I: Aha, ach so (..) und wie sah`n sie dann aus, kannst du das mal aufmalen? (..) Ich kann mir das irgendwie nicht so gut vorstellen. (*schiebt Alina einen Block mit karierten Seiten zu*)
A: (3 sec) (*zeichnet begleitend*) Na, ich meinte so (..) dann so, das war zum Beispiel `ne Flosse von `nem Fisch (6 sec) und dann hab` ich hier manchmal so und wenn ich hier (..) so (..) (4 sec)
I: Aha, habt ihr so was schon mal gemacht?
A: Hmhm (*verneinend*), hab` ich mir selbst ausgedacht.

Abbildung 8.18: Auszug aus dem Re-Interview mit Alina

⁹Alina (3. Klasse) vergleicht ein entsprechendes Bauwerk mit einem „S“ (KA45) und wird dadurch zu ähnlichen Argumentationen angeregt wie Birte.

Ein vergleichbarer Zusammenhang zwischen außerschulischen Erfahrungen und Assoziationen im Zusammenhang mit den Würfelfünflingen zeigt sich auch im Interview mit Sven und Sören (2. Klasse). Sören äußert zu seiner Konstruktion in Aufgabe 1-h2 (Baulösung 3, vgl. Abb. 6.4 S. 333), dies sei „ein Käfer, der umfällt und mit den Beinen zappelt“ (SS 51). Interessant ist auch hier der Kommentar im Re-Interview, der einen deutlichen Bezug dieser Assoziation zu seiner außerschulischen Erlebniswelt aufzeigt:

- I: Da hast du jetzt gesagt, wie so ein Käfer, der umfällt. Das war ja `ne ganz gute Idee. Wie (..) das hast du bei anderen Figuren auch ganz oft gemacht. Da hast du gesagt, das sieht aus wie eine Giraffe oder aus wie ein Hals. Hilft dir das, wenn du dir das so vorstellst wie ein Tier?
- Sö: Ja, weil so manchmal werf ich Kellerasseln und geh` die suchen auch im Regen.
- I: Du wirfst Kellerasseln (*ungläubig*)?
- Sö: Ja, also ich dreh` die immer um und dann schnapp` ich mir die und dreh` die wieder auf die richtige Seite.
- I: Ach so, also machst du das manchmal so, wenn du spielst, gehst du bei euch in den Keller, oder wo gehst du hin, und holst dir Kellerasseln und (...)
- Sö: Nee, da geh` ich in den Garten, wir ham kein Keller.
- I: Ach so, dann gehst du in den Garten, suchst dir `n paar Kellerasseln und wirfst die auf n Rücken.
- Sö: Ja.
- I: Aber du hilfst denen dann auch wieder, dass sie sich richtig hindrehen können, ne?
- Sö: Ja.
- I: Das wär` ja sonst gemein. (...) Aha, daher kam also deine Idee, das sieht aus wie ein Käfer oder eine Kellerassel.
- Sö: Ja.
- I: Hmh (*bestätigend*).

Abbildung 8.19: Auszug aus dem Re-Interview mit Sören

Die „liegende“ Figur 1-h2 erinnert Sören also offenbar einerseits in ihrer *Gesamtgestalt* an eine auf dem Rücken liegende Kellerassel. Andererseits nimmt er Bezug auf die beiden auf der vorgegebenen Dreierreihe ergänzten *Einzelwürfeln*, die er mit „zappelnden Beinen“ des „Käfers“ in Verbindung bringt. In diesem zweiten Teil seiner Äußerung wird damit eine **Assoziation zu strukturbestimmenden Einzelwürfeln bzw. Segmenten** der Konfiguration hergestellt, die ebenso wie nachfolgende Beispiele aus dem Datenmaterial mit der Kodierung „AssSeg“ gekennzeichnet wurde.

Zahlreiche Kinder erkennen die in allen angebotenen Konfigurationen enthaltene Dreierreihe von Einzelwürfeln als auffälliges Strukturmerkmal und benennen dieses Segment mit Begriffen wie „Turm“ (PL 46ff) oder „dieser Starke“ (PL 86, vgl. Auszug 8.20), finden Benennungen wie „Strich“ (TS53ff)

oder sprechen vielfach auch von einem „Rücken“ der Figur (VS 50).

85	I	Womit fangt ihr jetzt an?	IFrageVorgehen
86	Leon	Mit diesem Starken (<i>zeigt auf Würfel A, B und C der Vorlage</i>)	Verb SegVor, AssSeg
			HandSegVor
87	I	Mit den Starken, den <u>drei</u> Würfeln, hmh (<i>bestätigend</i>).	
	I:	Da hatte ich so das Gefühl, dass du bei dieser Figur von diesem Dreier ausgegangen bist.	
	L:	Hmh (<i>bestätigend</i>).	
	I:	Stimmt das? Dass du dir den, diesen Dreierblock hier (<i>zeigt auf Bildschirm</i>) so genommen hast und den erst mal gekippt hast und dann geguckt hast, wie man diese Einzelnen da noch (...) anfügt?	
	L:	Hmh (<i>bestätigend</i>).	IFrageVorgehen

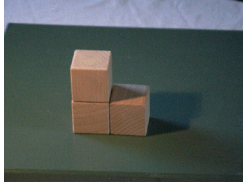
Abbildung 8.20: Auszug aus dem Re-Interview mit Leon (3. Klasse) zur Bearbeitung von Aufgabe 1-h5

Passagen, die mit der Kodierung „AssSeg“ belegt werden, verweisen damit auf Benennungen eines Segments, das vermutlich meist schon vor der verbalen Artikulation der Assoziation im Zuge visueller Strukturierung des Bauwerkes ausgegliedert wurde. Die assoziativen Äußerungen werden hier daher überwiegend als *Ausdruck* und weniger als *Auslöser* der erkennbaren Strukturierung angesehen. Zu bedenken ist diesbezüglich ferner, dass im Rahmen des Versuchsablaufs zu Beginn (d.h. für die Aufgaben 1-h1 und 1-h2) eine Bauplatte angeboten wird, auf der bereits drei Würfel fest verleimt sind (vgl. Kap. 6.4.1, S. 327ff). Dies könnte die Aufmerksamkeit einzelner Kinder auch für die späteren Aufgaben so stark lenken, dass auch hier immer wieder eine Dreierstruktur gesucht wird, die im Hinblick auf die eigene Strategie der Kinder zu einer (Über-) Betonung gedanklicher Operationen mit diesem Segment führen kann.

Allerdings finden sich demgegenüber auch Passagen in den Interviews, die Assoziationen zu anderen Segmenten innerhalb der Würfelfünflinge beinhalten: Leon (PL 66) spricht beispielsweise von einer „Zacke“ und benennt damit eine Abknickung innerhalb der Bauvorlage 1-h3. Auch Valerie (59ff) benennt im Re-Interview mit der Assoziation „L“ ein Teilsegment ihrer bis zu diesem Zeitpunkt im Interview errichteten eigenen Figur (vgl. Auszug 8.21).

59 Valerie So (...) (hält Würfel 3 an die Oberfläche von Würfel 2)
da. (stellt Würfel 3 auf Würfel 1)

HandPosEin
BauplusEin



[Und da] (stellt Würfel 4 auf Würfel 3)

BauplusEin (Bau1:1)

I: Was ihr da jetzt gebaut habt, sieht ja eigentlich eher so aus wie das, was vorgegeben ist.

V: Ja, wir wollten's erst so hinstellen, aber dann haben wir gemerkt, als wir das L, ähm, das Untere gebaut haben, dass das nicht geht, gehen kann.

I: Also, ihr musstet es erst mal ausprobieren, um festzustellen, oh hoppla, da fällt der runter, ne?

V: Ja.

I: Und dann habt ihr das so gemacht wie du's eben beschrieben hast.

V: Genau.

I: Dass ihr so gekippt habt in Gedanken und dann wurde das nachgebaut, ne?

V: Hmh (bestätigend).

IHinVorgehen
AssSeg, VerbBau1:1
VerbDrehVor

Abbildung 8.21: Auszug aus dem Interview und dem Re-Interview mit Valerie (4. Klasse)

Schließlich sei auch auf Assoziationen hingewiesen, die als **Ausdruck einer gedanklich vorgenommenen Bewegung** interpretiert werden können und hier mit dem Code „AssBew“ gekennzeichnet werden. Diese im eigenen Datenmaterial nur selten aufzuspürenden Äußerungen werden mit Benennungen von Segmenten („AssSeg“, s. oben) verbunden. So bemerkt Sören (2. Klasse) zur Erläuterung seiner Vorgehensweise bei der Rekonstruktion von 1-h4 (SS 114) er habe die Figur „einmal umgedreht und wieder auf den Rücken“ gelegt. Sina (4. Klasse) kommentiert die Prozesse, der zu ihren Lösungen der Aufgaben 1-h2 und 1-h5 führen mit der Bemerkung, diese Figuren seien nun „auf den Kopf“ gestellt. Nahe liegend ist, dass sie sich hier tatsächlich einen Teil der Figur als „Kopf“ denkt (AssSeg) und sich anschließend die Bewegung vorstellt, die diese Figur zu einem „Kopfstand“ führt (VS 46, 121).

Wie in den obigen Ausführungen erkennbar wird, bestehen also Zusammenhänge zwischen den von den Kindern eingesetzten Strategien und der Qualität der geäußerten Assoziationen. Festgehalten werden muss demgegenüber jedoch, dass *kein* unmittelbar erkennbarer Zusammenhang zwischen der Häufigkeit benannter Assoziationen und dem Lösungserfolg bei den hier angebotenen konstruktiven Rotationsaufgaben besteht. Vielmehr repräsentieren Assoziationen offenbar eine persönliche Präferenz einzelner Kinder, sich dem Gegenstand zu nähern, oder sind als Ausdruck individueller Fantasie zu deuten.

Aus didaktischer Sicht ergibt sich daraus die Konsequenz, einerseits im Umgang mit Würfelmehrlingen mögliche Assoziationen zu thematisieren und zur Benennung bestimmter Konfigurationen anzubieten (vgl. Heißmeyer 2000b), da dies einigen Kindern offenbar einen hilfreichen Zugang bieten *kann*. Ähnlich wie im Arithmetikunterricht jedoch nicht jedes Veranschaulichungsmittel für jedes Kind gleichermaßen geeignet ist, mentale Operationen visuell zu unterstützen, kann allerdings nicht davon ausgegangen werden, dass dies *allen* Kindern bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben hilft. So ist für einige Kinder möglicherweise kaum plausibel, dass ein als „Sofa“ titulierter Würfelfünfling in anderer Lage noch die gleiche Figur repräsentieren soll (Warum sollte man ein Sofa umkippen?). Deutlich zeigt sich ein solches Problem beispielsweise bei Alina (3. Klasse):

Alina kommen offenbar zu zahlreichen Konfigurationen Assoziationen verschiedener Art in den Sinn. So geht aus dem Re-Interview (KA 12ff) hervor, dass sie gleich zu Beginn in der Bauvorlage 1-h2 den Buchstaben „E“ erkennt (AssG). Dies führt dazu, dass sie den spontan richtigen Lösungsansatz ihres Partners Kim, der die Würfel zu einem „U“ legt, zunächst nicht als Lösung erkennt.

Aus den genannten Beobachtungen zum Phänomen der Assoziationen ergeben sich somit die folgenden Kodierungen:

Kodierung	Beschreibung
AssG	Assoziation zur Gesamtgestalt der Figur
AssSeg	Assoziation zu (strukturbestimmenden) Teilen der Figur, also ggf. auch zu (exponierten) Einzelwürfeln
AssBew	Assoziationen zu Bewegungsvorgängen

8.1.4 Erweiterung des Kodierschemas

Ebenso wie in den vorausgegangenen Kapiteln 8.1.1, 8.1.2 und 8.1.3 beschrieben, wurden in der eigenen Studie weitere Kodierungen im Zuge der vergleichenden Analyse erarbeitet, die sich auf die konkreten Konstruktionen der Kinder, auf verbale Äußerungen der Kinder während der Konstruktion sowie auf das Verhalten bzw. auf Äußerungen der Interviewerin beziehen. Die damit einher gehende Erweiterung des Kodierschemas wird nachfolgend überblicksartig dargestellt und mit abgekürzten Hinweisen auf entsprechende Ausschnitte in den Interviews exemplarisch belegt.

Im Zuge der **konstruktiven Schüleraktivitäten** können immer wieder kleine Baupausen verzeichnet werden, die Anlass zur Beschreibung und Interpretation geben. Vor allem der Umfang dessen, was gebaut, an bestehende Teilbauwerke ergänzt oder von bestehenden Bauten weggenommen wird, ist teilweise deutlich zu unterscheiden:

Kodierung	Beschreibung und exemplarische Referenz
BauEin	Einzelwürfel wird gesetzt (z.B. TS 72, 83)
BauplusEin	Einzelwürfel wird zu Bestehendem ergänzt (z.B. HM 42, 42, 44, 44, 51, 60)
BauSeg	abschnittweise Konstruktion eines Teilsegments (z.B. LK 4, 15, 35, 45)
BauplusSeg	Segment wird zu bereits Gebautem ergänzt (z.B. KA 2, 8)
BauSegplusSeg	Zusammenfügung vorgefertigter Segmente (z.B. KA 120, 124)
BauG	zügiger Aufbau des gesamten Bauwerks ohne erkennbare Zwischenschritte (z.B. TS 105, JL 10)
BauÄnd	Veränderungen innerhalb des Bauwerks ohne Hinzufügung von neuen Würfeln (z.B. FL 16, 32, 45, 52, 54)
BauminusEin	Einzelwürfel wird vom bestehenden Bauwerk entfernt (z.B. TS 9, 36, 85, 87)
BauminusSeg	Segment wird vom bestehenden Bauwerk entfernt (z.B. TS 35, 53)
Baudoppelt	zwei parallele Bauwerke entstehen (z. B. FR 29, HM 96)

Weitere Kodierungen, die die eigenen Konstruktionen der Kinder berühren, sind teilweise zunächst nicht so deutlich zu erkennen oder kennzeichnen für sich genommen bereits stark die von den Kindern verfolgte Strategie, auf die in den nachfolgenden Kapiteln noch deutlicher eingegangen wird¹⁰.

Kodierung	Beschreibung und exemplarische Referenz
Bau1:1	näherungsweise Konstruktion wie in ungefährer Ausrichtung der Vorlage (z.B. HM 43, 50, 51)
BauAusSeg	besondere (auffällige) Ausrichtung eines Segments (z.B. VS 117, TS 88, 89)
BauDrehSeg	Drehung eines bereits gebauten Segments (z.B. HM 48, 76, 95)
BauKoop	besonders auffällige, intensive Arbeitsteilung, Absprachen o.ä. (z.B. VS 15, 44)
VergleichBauVor	auffälliges Innehalten zum Vergleich von eigenem Bau und Bauvorlage (z.B. LK 36, 78)

Auch die **verbalen Äußerungen** der Kinder während der Interviews liefern wertvolle Anhaltspunkte für die Interpretation ihrer Vorgehensweisen. Zunächst sei dabei auf Äußerungen verwiesen, die sich direkt auf die soeben oben aufgeführten Kodierungen beziehen:

Kodierung	Beschreibung und exemplarische Referenz
VerbBau1:1	Beschreibung des Nachbaus in näherungsweise gleicher Ausrichtung (z.B. HM 47ff, LK 34ff)
VerbBauKoop	verbale Äußerung, die ein Bemühen um Kooperation zum Ausdruck bringt (z.B. FR 10, 12, JB 65)
VerbVergleichBauVor	verbal erläuteter Vergleich von Vorlage und eigener Konstruktion (z.B. SS 83)

Zahlreiche der übrigen verbalen Äußerungen der Kinder können dahingehend differenziert werden, ob sie sich eher auf isolierte Strukturelemente der

¹⁰vgl. zu Kode „Bau1:1“ auch vorangegangene Ausführungen auf S. 417 und 418

Figuren (Vorlage oder eigener Bau) beziehen oder aber räumliche Relationen (der Vorlage oder des eigenen Bauwerks) ansprechen. Zudem sind verbale Hinweise auf gedankliche Bewegungen festzuhalten. So lässt sich zunächst unter den *auf isolierte Strukturelemente bezogenen Äußerungen* unterscheiden zwischen:

Kodierung	Beschreibung und exemplarische Referenz
VerbEinBau	Benennung eines Einzelwürfels im eigenen Bauwerk (z.B. LK 45, VS 94)
VerbEinVor	Benennung eines Einzelwürfels in der Vorlage (z.B. LK 48, 94)
VerbZahl	Zählen von Einzelwürfeln (z.B. VS 12, 13, 23, 94)
VerbSegBau	verbaler Hinweis auf ein Segment im eigenen Bauwerk (z.B. VS 91, 106)
VerbSegVor	verbaler Hinweis auf ein Segment in der Vorlage (z.B. VS 64, 66, 91)
VerbGBau	verbaler Hinweis auf das eigene Bauwerk als Gesamtkonfiguration (Zusatzkodierung zu AssG , s. S. 423ff)
VerbGVor	verbaler Hinweis auf die Gesamtkonfiguration der Vorlage (Zusatzkodierung zu AssG , s. S. 423ff)

Wie oben bereits angemerkt, können neben diesen verbalen Äußerungen, die auf isolierte strukturelle Aspekte hinweisen, auch *relational orientierte verbale Äußerungen* der Kinder konstatiert werden. Dabei werden verstärkt räumliche Bezüge zwischen einzelnen Elementen der Figuren analysiert und mündlich mitgeteilt.

Hervorgehoben sei diesbezüglich, dass hier bei sämtlichen Schüleräußerungen der Eindruck entsteht, dass die verbal artikulierten Analysen stets eng an eine räumlich-visuelle Analyse gebunden sind. Im Zuge einer Dekodierung der Bauvorlagen können sie sich auf die Vorlage beziehen. Ebenso ist es möglich, dass relational orientierte verbale Äußerungen auf das eigene Bauwerk bezogen sind.

Kodierung	Beschreibung und exemplarische Referenz
VerbEinzuGVor	räumliche Relation eines Einzelwürfels in Bezug zur Gesamtfigur der Vorlage wird benannt (z.B. VS 53f, 79)
VerbSegzuGVor	räumliche Relation eines Segmentes in Bezug zur Gesamtfigur der Vorlage wird benannt (z.B. VS 63)

Denkbar wären zudem Äußerungen gewesen, die die Relation zwischen einzelnen Würfeln der Vorlage (VerbEinzuEinVor), zwischen zwei Segmenten der Vorlage (VerbSegzuSegVor) oder zwischen einem Einzelwürfel und einem Segment der Vorlage hervorheben (VerbEinzuSegVor oder VerbSegzuEinVor). In der eigenen Stichprobe konnte dies jedoch nicht empirisch belegt werden.

Auch im Hinblick auf Äußerungen zu räumlichen Relationen des *eigenen Bauwerks*, die in der nachfolgenden Übersicht zusammengestellt sind, gibt es gewissermaßen empirische Lücken, zumal keine Schüleräußerungen festgehalten werden können, die die Relation eines Segmentes zum Gesamtbauwerk (VerbSegzuGBau) oder die Relation eines Segmentes zu einem Einzelwürfel (VerbSegzuEinBau) verbal analysieren. Zudem ist gelegentlich nicht klar zu entscheiden, ob sich eine Schüleräußerung auf die Vorlage oder auf das eigene Bauwerk bezieht.

Kodierung	Beschreibung und exemplarische Referenz
VerbEinzuGBau	räumliche Relation eines Einzelwürfels in Bezug zur eigenen Gesamtfigur wird benannt (s. Ausschnitt 8.22, S. 434)
VerbEinzuSegBau	räumliche Relation eines Einzelwürfels in Bezug zu einem Segment des eigenen Bauwerks wird benannt (s. Ausschnitt 8.22)
VerbEinzuEinBau	räumliche Relation eines Einzelwürfels in Bezug zu einem anderen Einzelwürfel des eigenen Bauwerks wird verbal geäußert (z.B. HM 42, KA 90)
VerbSegzuSegBau	räumliche Relation eines Segments in Bezug zu einem anderen Segment des eigenen Bauwerks (z.B. VS 11, 118)

Aus dieser Zusammenstellung verbaler Äußerungen, die sich auf räumliche Relationen des eigenen Bauwerks beziehen, ist u.a. auch ersichtlich, dass gelegentlich unklar bleibt, ob bei der Herstellung eines räumlichen Bezugs das

Augenmerk auf ein Segment oder auf das Gesamtbauwerk gerichtet wurde (VerbEinzugBau oder VerbEinzusSegBau):

So bemerkt Sven (SS 77) bei seiner Rekonstruktion zu Vorlage 1-h3 „Da muss noch was zwischen (...)“, nachdem er mit seinem Partner bereits einen liegenden und einen stehenden Zweierturm erbaut hat (vgl. Ausschnitt 8.22).

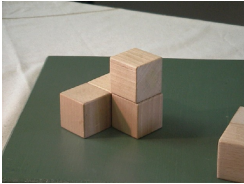
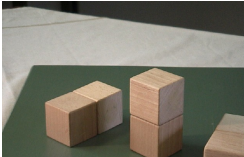
76	Sören	Ich finde das aber fertig (<i>dreht sein Bauwerk eine Vierteldrehung nach rechts</i>).	BFAanzahlminus
			
77	Sven	<i>(schaut auf Sörens Bauwerk)</i> Nee, da fehlt doch (...) <i>(zieht zwei Würfel zu sich hin, weg von Würfel 1)</i> Da muss noch was zwischen (...)	BauÄnd (BauSegplusSeg) VerbEinzugBau bzw. VerbEinzusSegBau
			

Abbildung 8.22: Auszug aus dem Interview mit Sven und Sören

Dabei wird einerseits ein Bezug zwischen dem noch fehlenden Einzelwürfel zu den beiden benachbarten Segmenten hergestellt (VerbEinzusSegBau). Andererseits ließe sich die Schüleräußerung auch so deuten, dass Sven die Relation des fehlenden Einzelwürfels bezogen auf das gesamte Bauwerk berücksichtigt und verbal artikuliert (VerbEinzugBau).

Als besonders wertvoll für die Charakterisierung der von den Kindern eingesetzten Strategien sind schließlich jene verbalen Äußerungen anzusehen, die *Hinweise auf gedankliche Transformationen* bieten. Dazu zählen einerseits gedankliche Prozesse, in denen die Vorlage oder Teile der Vorlage gedreht werden.

Zudem finden sich andererseits verbale Äußerungen, die explizit auf Prozesse des gedanklichen Zerlegens oder Zusammenfügens hindeuten. Es ist anzunehmen, dass ein solches gedankliches Zerlegen und Zusammenfügen auch jenen Strukturierungsprozessen zugrunde liegt, die darin münden, dass Kinder verbal Einzelwürfel oder Segmente innerhalb der Figuren benennen.

Sehr deutlich äußert jedoch beispielsweise Louis zur Rekonstruktion der Fi-

gur 1-h3 (LK 35): „Hey, wir müssen zusammen setzen. Das sind genau sechs, zusammen setzen. Ich setze die ersten (*stellt Würfel 1 und 2 nebeneinander auf die Platte, stellt Würfel 3 auf Würfel 1*)“. Dabei hat er die Figur 1-h3 gedanklich offenbar in zwei strukturgleiche „Dreiecke“ (aus insgesamt fälschlicherweise sechs Einzelwürfeln) zerlegt und gedanklich wieder zusammengefügt.

Für den Bereich der verbalen Äußerungen, die deutliche Hinweise auf gedankliche Transformationen bieten, ergibt sich schließlich die nachfolgende Übersicht:

Kodierung	Beschreibung und exemplarische Referenz
VerbDrehVor	gedankliches Drehen der gesamten Vorlage wird verbal artikuliert (z.B. SS 46, 49, 90, 114)
VerbDrehBau	gedankliches Drehen des gesamten eigenen Baus wird verbal artikuliert (z.B. LK 19, 74, 106)
VerbDrehSegVor	gedankliche Lageveränderung eines Segments der Vorlage wird artikuliert (z.B. LK 77, VS 91)
VerbDrehSegBau	gedankliche Lageveränderung eines Segments des eigenen Baus wird artikuliert (z.B. HM 47, PL 99)
VerbZusammen	Hinweis auf gedankliches Zusammenfügen von Teilsegmenten (z.B. LK 35)
VerbZerlegung	Hinweis auf gedankliches Zerlegen (z.B. VS 88ff, 89ff)

Wenngleich in den eigenen Analysen lediglich am Rande auf den Einfluss der Interviewerin auf die Aktivitäten eingegangen werden kann (vgl. Kap. 7.4.2.3, S. 398ff), werden in der folgenden Übersicht schließlich auch noch einmal alle Kodierungen aufgeführt, die im Zusammenhang mit Interventionen der Interviewerin stehen.

Kodierung	Beschreibung und exemplarische Referenz
IZiel	eigene Zielperspektive der Interviewerin (z.B. mathematikdidaktische Interessen) (JB 1, VS 1)
IAA	Formulieren des Arbeitsauftrages (z.B. SS 1, 4, 13)
IHinDreh	Erinnerung an bereits vollzogene Drehungen Hinweis auf Möglichkeit des Drehens (z.B. FR 28, 72, 77, 88)
IHinDrehHand	Hinweis auf eine Drehung wird verbunden mit einer entsprechenden Geste, die ein Umkippen der Vorlage andeutet (z.B. HF 37, 65, 65)
IHinKoop	Ermunterung zur Zusammenarbeit (z.B. TS 58, 101)
IHinVerb	Ermunterung (dem Partner) etwas über die eigenen Gedanken mitzuteilen (z.B. HM 1, 24)
IHinVorgehen	Hinweis auf vermutetes Vorgehen, das zuvor beobachtet werden konnte (z. B. LK 79, 80)
IVerabredung	Absprache: Wann ist eine Aufgabe richtig gelöst? (z.B. KA 26, 28, 71, 141)
IFrageVorgehen	Rückfrage zum Vorgehen, ggf. zu Kontrollmöglichkeiten (z.B. FL 11, 40)

8.2 Vergleichende Analysen: Strategieelemente in Bearbeitungen der Aufgaben 1-h2 bis 1-h5

Die in Kapitel 8.1 dargestellten, im Zuge permanenten Vergleichs erarbeiteten Kodierungen stellen in Bezug auf die eigenen Forschungsfragen erste Bausteine der Analyse dar, mit denen eher einfache Beobachtungen begrifflich erfasst werden können. Daran anknüpfend wurden in der eigenen Studie Teilprozesse, d.h. Strategieelemente innerhalb der beobachteten Vorgehensweisen gesucht, mit denen auf höherem Niveau Teilaspekte des Problemlöseprozesses erfasst werden. Diese Strategieelemente ergeben sich aus der Untersuchung von Zusammenhängen zwischen den dargestellten eher einfachen Kodierungen.

Dabei wurden einerseits individuelle Vorgehensweisen einzelner Schüler bei verschiedenen Aufgaben betrachtet und miteinander verglichen. Andererseits wurden „quer“ durch die Datensätze Vorgehensweisen zu den einzelnen Aufgaben 1-h2 bis 1-h5 einander gegenüber gestellt. Größtmögliche Kontrastierung bzw. weitgehende Ähnlichkeit der Szenen galten auch hier als wichtiges Auswahlkriterium für die nachfolgenden Beispiele entsprechender Interpretationen. Auf Ausführungen zum Grad der Kooperation der jeweiligen Partner wurde dabei - wie oben bereits mehrfach anklang - verzichtet, zumal vorrangig solche Szenen ausgewählt wurden, in denen eines der Kinder annähernd in „Einzelarbeit“ arbeitete (vgl. Kap. 7.4.2.2, S. 395ff). Zudem sei nochmals darauf hingewiesen, dass in der Analyse prinzipiell stets berücksichtigt werden muss, dass sowohl das Partnerkind als auch (vorangegangene, in den ausgewählten Szenen evtl. nicht mehr erkennbare) Instruktionen der Interviewleiterin die Strategieauswahl beeinflussen können. Es wurden daher vor allem Szenen ausgewählt, in denen der Interviewleiterin ein Höchstmaß an Zurückhaltung gelang (vgl. Kap. 7.4.2.3, S. 398ff).

8.2.1 Ergebnisse zu Aufgabe 1-h2

Die Aufgabe 1-h2 ist für die eigenen Forschungsfragen insofern von besonderem Interesse, als dass mit dieser Bauvorgabe von den Kindern erstmals ein Nachbau in anderer Lage erfragt ist. Dies wird den Kindern jedoch nicht per Instruktion mitgeteilt, sondern muss von ihnen „entdeckt“ werden (vgl. Abb. und Ausführungen in Kap. 6.4.1, S. 333f).

8.2.1.1 Florian zu 1-h2

In der Partnerarbeit von Florian und Lennart (4. Klasse) ist Florian bei zahlreichen Aufgaben der dominante Part. So löst er auch Aufgabe 1-h2 im Prinzip allein:



7 Florian *(nimmt den aus den Würfeln 4 und 5 bestehenden Würfelturm des vorherigen Bauwerks in die Hand, hält ihn über Würfel 1 und betrachtet die Vorlage, hält ihn über Würfel 3 und betrachtet die Vorlage, hält ihn in die Luft und runzelt die Stirn) Warte (...)*

8 Lennart Ah, ich weiß.

9 Florian So hin Lennart, ne? *(stellt Würfel 4 auf Würfel 1 und Würfel 5 auf Würfel 3)*



10 Lennart Ja.

HandEinBau
VergleichBauVor

HandEinVor, VergleichBauVor

BauplusEin :||

Abbildung 8.23: Nachbau von Florian zu 1-h2

Lennart sieht währenddessen zu und gibt auf die anschließende Rückfrage der Interviewerin zum Vorgehen der Kinder die Auskunft: „Das muss man jetzt nur so umdrehen.“ Damit ist von Lennart offenbar eine gedankliche Aufstellbewegung des eigenen Bauwerks gemeint, denn gleichzeitig deutet er mit der Hand eine solche Aufstellbewegung an. Florian bestätigt die Ausführungen seines Partners anschließend verbal, so dass angenommen werden darf, dass er unbeeinflusst von Lennart tatsächlich das eigene Bauwerk gedanklich aufgerichtet hat. Zudem entsteht bei Florians Aktivitäten zu Äußerung 7 der Eindruck, dass das schwebende Dranhalten des in der Hand gehaltenen Zweierturms ihm dazu verhilft, *vor* dem gedanklichen Aufrichten des eigenen Bauwerks bereits gedanklich die beiden fehlenden Einzelwürfel an das liegende Segment anzufügen.

Florians mentale Veränderungen am eigenen Bauwerk umfassen damit einerseits das gedankliche Anfügen von Einzelwürfeln sowie andererseits eine Drehung der Gesamtfigur.

8.2.1.2 Hanno zu 1-h2

Das Vorgehen von Hanno (2. Klasse) bei der Bearbeitung von Aufgabe 1-h2 unterscheidet sich in verschiedener Hinsicht deutlich von Florians Strategie. Zunächst einmal erkennt er ebenso wenig wie sein Partner Felix die Notwendigkeit, die vorgegebene Figur in anderer, statisch stabiler Lage zu rekonstruieren:

17	Hanno	<i>(nimmt einen Würfel und stellt ihn auf Würfel 1 der festgeklebten Würfel (...) nimmt zweiten Würfel und stellt ihn auf den soeben gelegten Würfel, so dass Würfelfigur wie zu 1-h1 entsteht)</i>	BauplusEin :
			
18	Hanno und Felix	<i>(schweigen 23 Sek., blicken auf die Figuren, schauen im Raum umher, schauen zur Interviewerin)</i>	
19	I	Was überlegt ihr jetzt?	IFrageVorgehen
20	Hanno	<i>Was wir jetzt so machen sollen (zeigt auf seine zwei gebauten Würfel, fährt mit dem Finger weiter über Würfel 1, 2, 3 der festgeklebten Würfel).</i>	HandSegBau HandSegBau
21	I	Wenn man da noch einen dran kleben könnte, ne?	IFrageVorgehen
22	Hanno	<i>Hmh (bestätigend).</i>	
23	I	Bei der ersten Figur habt ihr ja auch schon so ein ganz bisschen gedreht. Vielleicht kann man hier auch so was machen. So (...)	IHinDreh

Abbildung 8.24: Erster Rekonstruktionsversuch von Hanno zu 1-h2

Dabei entsteht der Eindruck, dass Hanno die Figur 1-h2 in gleicher Ausrichtung wie die Bauvorlage nachbauen möchte, zumal er auf Rückfrage der Interviewerin bestätigt, dass er gern „(...) da noch einen drankleben“ würde (HF 22). Auch der erste zaghafte Hinweis der Interviewerin auf die Notwendigkeit zu gedanklichen und konkreten Drehungen (HF 23) zeigt zunächst keine Wirkung. Die Aufgabenbearbeitung gerät ins Stocken und beide Kinder verharren zehn Sekunden in Schweigen (HF 26), bis Hanno (HF 28) noch einmal deutlich seinen Wunsch äußert, die Figur in gleicher Ausrichtung wie die Vorlage nachzubauen.

Die Bearbeitung gerät daraufhin wieder ins Stocken, so dass es der Interviewerin angebracht erscheint, noch deutlichere verbale und mit Handbewegungen gestützte Hinweise auf die Notwendigkeit zu mentaler Rotation der Vorlage

zu geben (HF 35, 37, 42):

- | | | | |
|----|---------|--|------------------------|
| 35 | I | Ich geb` euch mal einen Tipp, vielleicht hilft der euch.
Wenn man sich vorstellt, dass diese Figur, die ich hier aufgeklebt habe (...) (<i>zeigt auf die Vorlage</i>) | |
| 36 | < Hanno | (<i>blickt im Raum umher</i>) | |
| 37 | < I | Dass man die in Gedanken umkippt (<i>deutet mit dem Finger eine Kipprichtung der Vorlage nach schräg rechts hinten an</i>), könnte man es dann vielleicht bauen? | IHinDreh, IHinDrehHand |
| 38 | Hanno | (<i>tippt die Vorlage an, so als wollte er sie nach schräg links hinten umkippen</i>) | HandBewVor |
| 39 | Felix | (<i>zeigt auf, wackelt an den festgeklebten Würfeln</i>) | HandSegBau |
| 40 | Hanno | (<i>tippt gegen den oberen Würfel des Bauwerks, so dass dieser nach hinten fällt</i>) Umkippen. | BauÄnd, VerbDrehBau |
| 41 | Felix | (<i>nimmt den herunter gefallenen Würfel und hält ihn kurz links an Würfel 1 und stellt ihn dann wieder auf Würfel 1</i>) | HandEinBau, BauplusEin |
| 42 | < I | Die vorgegebene Figur in Gedanken umkippen. (...) Dieses musst du dir angucken und versuchen, das in Gedanken umzukippen (<i>zeigt auf die Vorlage</i>). | IHinDreh |
| 43 | < Felix | (<i>dreht den Kopf nach rechts</i>) | Kopf |
| 44 | Hanno | (<i>schweigen 14 Sek., Hanno experimentiert - von seinen Händen und Felix verdeckt - mit farbigen kleinen Würfeln</i>) | |
| 45 | Felix | Fällt uns nichts ein. | |
| 46 | Hanno | Doch mir. | |
| 47 | Felix | Dann mach`s doch. | |
| 48 | Hanno | (<i>baut Gebäude mit den kleinen bunten Würfeln</i>) | Groß-klein
BauG |

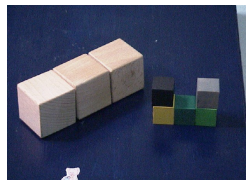


Abbildung 8.25: Hinweis der Interviewerin und zweiter Rekonstruktionsversuch von Hanno

Gestützt auf imitierte Handbewegungen, die ein Kippen der Vorlage andeuten (HF 38), sowie angeregt durch das konkrete Hinfallen des obersten Würfels im eigenen Bauwerk (HF 40) gelingt es Hanno nach den vorausgegangenen konkreten Näherungen schließlich, die Figur 1-h2 mit den in dieser Szene ebenfalls auf dem Arbeitstisch befindlichen kleinen bunten Holzwürfeln in statisch stabiler Lage zu rekonstruieren¹¹. Dieser Rekonstruktion ist offenbar eine mentale Rotation der Vorlage vorausgegangen, was sich auch aus

¹¹In einigen Szenen der aufgezeichneten Interviews sind die für den Nachbau der Bauvorlagen 1-f1 bis 1-f5 notwendigen kleinen, bunt gefärbten Würfel sichtbar und prinzipiell

Hannos Aussagen im Re-Interview erschließen lässt. Hier bestätigt er deutlich die entsprechende Vermutung der Interviewerin (HF 54ff)¹².

Hannos mentale Operationen beziehen sich damit vor allem auf mentale Veränderungen an der Vorlage, die eine Drehung der Gesamtfigur der Vorlage beinhalten. Diese mentale Rotation der Vorlage erfolgt nach Versuchen der konkreten, dem Bauvorbild in der Ausrichtung gleichender Näherung.

8.2.1.3 Finn und Ron zu 1-h2

Hannos zweitem Rekonstruktionsversuch geht -wie oben bereits dargestellt- der Versuch voraus, sich der eigenen Rekonstruktion zu nähern, indem zunächst eine der Bauvorlage entsprechende Ausrichtung des eigenen Bauwerks angestrebt wird. Auch Finn und Ron (2. Klasse) nähern sich der Rekonstruktion in Aufgabe 1-h2, indem sie zunächst das gesamte Bauwerk in seiner der Vorlage entsprechenden Ausrichtung zu kopieren versuchen (vgl. Ausschnitt 8.26). Deutlich wird dabei auch der gegenseitige Einfluss der Kinder auf die Vorgehensweise des Partners:

Nachdem Finn hier einen einzelnen Würfel an das noch bestehende Bauwerk zu Aufgabe 1-h1 angefügt hat (FR 18), indem er einen Einzelwürfel an das bestehende Gebäude hält, imitiert Ron dies in gewisser Weise (FR 21). Allerdings ergänzt er *zwei* Einzelwürfel, indem er diese an das bereits Gebaute hält. In ihrer Struktur und Ausrichtung ähneln diese Zwischenbauwerke somit stark der Bauvorlage, wenn man einmal davon absieht, dass die von den Kindern gebauten Figuren ein bzw. zwei Würfel zuviel aufweisen. Interessanterweise setzt sich diese Form der Näherung anschließend fort, indem nun Ron (Finn kopierend) nochmals einen Einzelwürfel anhält (FR 25) und Finn daraufhin (Ron kopierend) *zwei* Einzelwürfel mit den Händen haltend anfügen versucht (FR 26). Erst als die Interviewerin einen Hinweis auf die Möglichkeit zum Drehen gibt¹³, gelingt es Ron, die Vorlage gedanklich zu drehen (VerbDrehVor) und zu einer korrekten Rekonstruktion zu gelangen. Finn errichtet sodann ein identisches Bauwerk neben dem von Ron errichteten Würfelgebäude. Dabei ist nur schwer zu entscheiden, ob Finn auch hier

zugänglich. Einige Kinder entdecken das Material bereits früher und greifen hier bereits früher als geplant zu.

¹² „War das so, dass du dir die vorgegebene Figur so nach hinten gekippt hast (...) und sozusagen die zweite Figur, die eigene mein´ ich, so wie die gekippte Figur gebaut hast?“

¹³ „Bei der ersten Figur (..) habt ihr ja auch so ein bisschen gedreht. (..) Da kann man ja noch mehr sowas machen.“ (FR 28)

das Gebäude seines Partners kopiert oder eigene Gedanken verwirklicht.

16 Finn Das könn` wir aber mit dem nicht machen (*zeigt auf vorheriges Gebäude*).

17 I Probier mal.

18 Finn (*hält Würfel 6 an*)

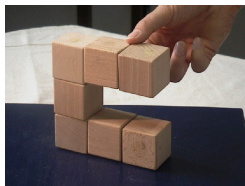


(*..*) So dran (*...*)

19 Ron Nein, das fällt runter.

20 Finn Ja, ich weiß.

21 Ron Ich hab `ne Idee (*...*) (*hält Würfel 6 und 7 an*)



Vielleicht geht das so. Mit dem [kleben], nee (*...*)

22 Finn Ach so. Jetzt versteh` ich`s, das sind aber nur (*...*)

(*zeigt auf die Vorlage*)

23 Ron Zusammengeklebt. (*..*) Oder elektrisch aufgeladen.

24 Finn und (*lachen*)

Ron

HandEinBau

Bau1:1

HandSegBau

HandGVor oder HandSegVor

Abbildung 8.26: Rekonstruktionsversuche von Finn und Ron über 1:1 Näherung

Ähnlich wie Hanno gelingt sowohl Finn als auch Ron eine Rekonstruktion nach mentaler Rotation der Vorlage in Aufgabe 1-h2 erst nach einer konkreten Annäherung.

Das beschriebene, hier als „1:1 Näherung“ bezeichnete Strategieelement scheitert also daran, dass die Bauvorlage ohne Leim statisch nicht stabil ist bzw. drei auf der Bauplatte fest verleimte Würfel vorgegeben sind. In Kap. 8.3.1.5 (S. 479) werden ausführlich weitere, in der eigenen Studie beobachtete Facetten mentaler Operationen im Zusammenhang mit dieser Annäherung dokumentiert, die für einige Kinder auch bei den übrigen Aufgaben oftmals ein wichtiger Baustein auf dem Weg zu einer erfolgreichen Aufgabenbewälti-

gung zu sein scheint. Im Zusammenhang mit der Bearbeitung von Aufgabe 1-h2 taucht dieses Strategieelement besonders häufig auf. Dies verwundert nicht und liegt gewissermaßen sogar nahe, wenn man bedenkt, dass die Kinder die Anforderung mental zu rotieren ja erst mit dieser Aufgabe entdecken. Vielfach taucht die Problematik der Aufgabe also erst mit dem Versuch auf, das vorgegebene Würfelbauwerk (wie bislang gewohnt) ebenso wie in der Vorlage vorgegeben nachzubauen.

8.2.1.4 Zusammenfassung zu 1-h2

Die mit der Analyse der ausgewählten Szenen zur Bearbeitung der Aufgabe 1-h2 erarbeiteten Strategieelemente lassen sich grafisch mit in Abb. 8.27 veranschaulichen:

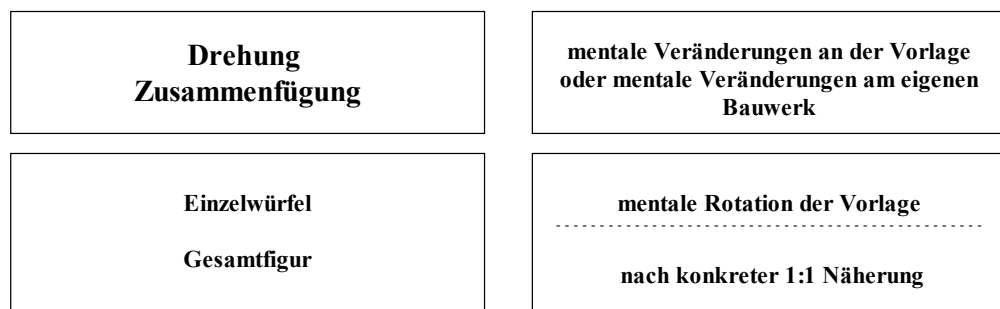


Abbildung 8.27: Strategieelemente in Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h2

So sei nochmals erwähnt, dass Florian bei der Bearbeitung der Aufgabe 1-h2 gedankliche Veränderungen am eigenen Bauwerk vornimmt (vgl. Kap. 8.2.1.1, S. 438), während sich die gedanklichen Operationen bei Hanno - angeregt durch entsprechende Impulse der Interviewerin - vor allem auf die Vorlage beziehen (vgl. Kap. 8.2.1.2, S. 439). Anders als Hanno operiert Florian gedanklich auch mit Einzelwürfeln und nimmt sowohl gedankliche Zusammenfügungen als auch gedankliche Drehungen vor. Beiden Vorgehensweisen gemeinsam ist das gedankliche Operieren mit der vorgegebenen bzw. antizipierten eigenen Figur.

Den Vorgehensweisen von Hanno, Finn, Ron und anderen Kindern gemeinsam ist ein hier als „1:1 Näherung“ bezeichnetes Strategieelement, das

einer mentalen Rotation der Gesamtfigur der Vorlage vorausgeht. Es beinhaltet die Annäherung an das zu Rekonstruierende in Gestalt einer Kopie, die der Bauvorlage in Struktur und Ausrichtung annähernd entspricht, dabei allerdings von den Kindern festgehalten werden muss, da sie statisch nicht stabil ist (vgl. auch Kap. 8.3.1.5, S. 479).

8.2.2 Ergebnisse zu Aufgabe 1-h3

Wie bereits in Kap. 6.4.1 (S. 334) erläutern, stellt die Bauvorlage 1-h3 die erste „dreidimensionale“ Bauvorlage der Aufgabenserie dar, bei der zudem erstmals keine fest verleimten Würfel auf der Bauplatte mehr vorgegeben sind.

8.2.2.1 Timo und Florian zu 1-h3

Die Auseinandersetzung von Timo (3.Klasse) mit Aufgabe 1-h3 dokumentiert der nachfolgende Ausschnitt 8.28:


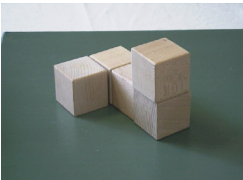
54	Timo	 <p>So (stellt Würfel 1 und 2 schräg nebeneinander auf die Platte). So (stellt Würfel 3 vor den rechts liegenden Würfel 2). So (stellt Würfel 4 vor Würfel 3). Und so (stellt Würfel 5 an die rechte Seite von Würfel 4) Nee, da wär das anders (betrachtet Vorlage).</p>	BauSeg, BauAusSeg BauplusEin :
55	< Silja	(greift nach Würfel 5)	HandEinBau
56	< Timo	(legt Würfel 5 auf Würfel 4)	BauÄnd
57	Silja	 <p>Also (...) (verfolgt die Konturen der Vorlage in der gebauten Figur in der Luft)</p>	HandGVor

Abbildung 8.28: Nachbau von Timo zu 1-h3

Unmittelbar vor dem ausgewählten Ausschnitt 8.28 äußert Timo den Gedanken „Wieder drehen.“ (TS 50) - unmittelbar nachdem seine Partnerin

Silja zunächst kommentarlos zwei Würfel nebeneinander auf die Bauplatte gelegt hat. Nach weiteren, nicht näher zu deutenden schweigsamen Überlegungen und Siljas Entfernen der bis zu diesem Zeitpunkt gelegten Würfel schreitet Timo wie im Ausschnitt erkennbar zur Tat und erstellt allein ein Bauwerk:

Bereits *vor dem Beginn eigener Aktivitäten* hat Timo hier offenbar eine gedankliche Drehung der gesamten vorgegebenen Figur vorgenommen, was er später auf Rückfrage der Interviewerin selbst noch einmal folgendermaßen in Worte fasst (TS 59): „Ich kippe den hier einfach um, ne?“ Dabei zeigt er auf die Vorlage und deutet einen Kippvorgang nach schräg rechts hinten an. Timos eigenes Endergebnis (TS 56) ist jedoch dieser Vorstellung gegenüber nicht nur einfach nach hinten gekippt, sondern zusätzlich noch in der Ebene der Bauplatte um ca. 90 Grad im Uhrzeigersinn gedreht. So ist diese selbstgewählte Erschwernis möglicherweise mitverantwortlich für Timos zunächst fehlerhaften Rekonstruktionsversuch (TS 54), der eine Verflachung des eigenen Bauwerks aufweist. Dieser unmittelbar anschließend wieder korrigierte Baufehler hängt vermutlich aber auch mit Timos betont *additivem Vorgehen* bei der Rekonstruktion zusammen: Nachdem er zunächst ein Zweiersegment erstellt, setzt er nachfolgend drei Einzelwürfel, wobei er offenbar vorrangig die Relation dieser einzeln angefügten Würfel zum Nachbarsegment (dem Zweier) bzw. zu den jeweiligen Einzelwürfel berücksichtigt. Erst nachdem das eigene Bauwerk fertig gestellt ist, richtet sich Timos Aufmerksamkeit wieder auf die Gestalt der Gesamtfigur: Er erkennt, dass der zuletzt gelegte Einzelwürfel in Relation zur Gesamtfigur eine andere Position einnehmen muss und korrigiert das eigene Bauwerk.

Bereits in Kap. 7.4.2.3 wurde kurz darauf eingegangen, dass auch Florian (4. Klasse) die Rekonstruktion der Figur 1-h3 erst beginnt, nachdem er die Vorlage mental rotiert hat (vgl. Interviewausschnitt 7.15, S. 399). Seine entsprechenden Kommentare wie „Ja, ich würde das so machen, dass wir das einfach so wie’s da steht hinlegen. Oder?“ (FL 20) werden dabei begleitet von Handbewegungen, die die antizipierte Raumlage der rotierten Bauvorlage sowie den gedachten Rotationsvorgang seinem Partner Lennart gegenüber verdeutlichen. Auch im späteren Anschluss an die eigene Konstruktion kommentiert Florian den fertig gestellten Bau mit einer den Kippvorgang der Vorlage nochmals veranschaulichenden Geste sowie der Äußerung „Das ist so gekippt dann (...)“ (FL 33). So reagiert er auf die entsprechende Rückfrage der Interviewerin im Re-Interview („Ich glaub, du hast das wirklich in Gedanken einfach nur genommen und hochgenommen und gekippt und dann wusstest du sofort, wie du’s bauen kannst?“; FL 35ff) bestätigend.

An die gedankliche Rotation der gesamten Vorlage im Vorfeld eigener Aktivitäten schließt sich eine Rekonstruktion an, an der auch Florians Partner Lennart beteiligt ist. Dabei führt Lennart jedoch lediglich einzelne Überlegungen von Florian aus (vgl. nachfolgenden Ausschnitt 8.29), so dass die der Konstruktion zugrunde liegende Strategie vor allem auf Überlegungen von Florian zurück geführt werden kann.

Diesem gelingt es offenbar, während des gesamten Bauprozesses die Vorstellung der mental gekippten Bauvorlage aufrecht zu erhalten und dieses gedankliche Bild der Gesamtfigur als Grundlage für den eigenen Bau zu nutzen. Sämtliche der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen werden dabei integriert, so dass Florian auch Lennarts Verflachungsbaufehler (FL 31) spontan korrigieren kann.

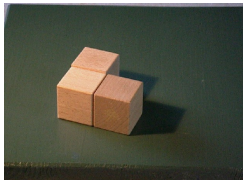
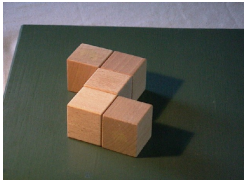
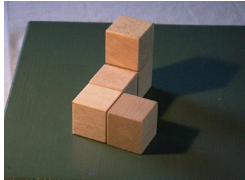
28	Florian	Wenn das dann so kippt dann (...) (<i>stellt Würfel 2 schräg links neben Würfel 1</i>)	BauplusEin (BauAusSeg)
		Hier müsste doch noch einer oder? (<i>zeigt an die Position hinter Würfel 2</i>)	VerbEinzSegBau, HandPosEin
29	Lennart	(<i>stellt Würfel 3 schräg hinter Würfel 2</i>)	BauplusEin
			BauSeg
30	Florian	Wie viele sind das da (...) (<i>fügt Würfel 4 hinter Würfel 3 an</i>) und jetzt da einer (<i>zeigt auf Würfel 4</i>).	VerbZahl, BauplusEin
31	Lennart	So (<i>stellt Würfel 5 an die linke Seite von Würfel 4</i>).	HandPosEin BauplusEin (BFVerflachung)
			
32	Florian	Nee so (<i>stellt Würfel 5 auf Würfel 4</i>).	BauÄnd
			

Abbildung 8.29: Nachbau von Florian zu 1-h3 mit Untertützung seines Partners Lennart

Bereits im Vorfeld eigener Aktivitäten nehmen sowohl Timo als auch Florian mentale Veränderungen an der Vorlage, nämlich vor allem eine mentale Drehung der Gesamtfigur der Vorlage vor.

Timo schreitet dabei zunächst eher additiv voran und berücksichtigt vorrangig die räumliche Relation von Einzelwürfeln zu ihren Nachbarwürfeln. Florian hingegen gelingt es, während des gesamten Bauprozesses sämtliche der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen der Gesamtfigur im Blick zu behalten.

8.2.2.2 Finn zu 1-h3

Ebenso wie Timo scheint auch Finn (2. Klasse) bereits zu Beginn der Rekonstruktion von Figur 1-h3 einen Bauplan im Kopf zu haben, der die gedankliche Rotation der Bauvorlage beinhaltet: Das von ihm eingangs erstellte Dreiersegment liegt bereits in anderer Ausrichtung als in der Bauvorlage, so dass die Vermutung einer mentalen Rotation im Vorfeld seiner Aktivitäten auch hier nahe liegt.

Einen Moment später (FR 47) wiederholt Finn dann offensichtlich die gedankliche Drehung der Bauvorlage. Theoretisch denkbar ist hier allerdings auch eine Deutung der dokumentierten Aktivitäten als gedankliche Aufstellungsbewegung des *eigenen* Bauwerks. Das Innehalten im Konstruktionsprozess erfolgt bei Finn noch deutlicher als bei Timo, bei dem eine Korrektur des oben beschriebenen Baufehlers vermutlich ebenfalls auf eine wiederholte gedankliche Drehung der Bauvorlage zurückzuführen ist.

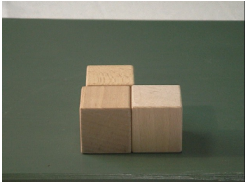
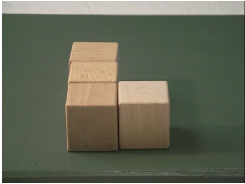
- 41 Finn (murmelt, nimmt drei Würfel, legt sie - zunächst in einer Reihe, dann in Dreierkonstellation - auf die Bauplatte und verhindert mit vorgeneigtem Oberkörper das Bauvorhaben von Ron)
- BauSeg**
BauÄnd (BauSeg)
- 
- So, das machen wir (...)
- 42 I Sprecht euch mal ab. Oder ist das nicht gut.
- IHinKoop**
- 43 Finn Ja, ähm, ich weiß, ich weiß was ich (...)
- 44 Finn und (rangeln sich um die Bauplatte)
Ron
- 45 Finn Kann ich? (nimmt Würfel 4 von Ron und legt ihn an Würfel 3 an)
- VerbBauKoop**
BauplusEin
- 
- 46 Ron Dann hier einer drauf (nimmt Würfel 5 und möchte ihn auf Würfel 4 stellen).
- VerbEinzuEin** oder **VerbEinzuSeg**
HandEinBau
- 47 Finn (nimmt Ron Würfel 5 aus der Hand, stellt diesen kurz auf Würfel 4, nimmt ihn jedoch gleich wieder herunter)
- BauplusEin**
BauminusEin
- Nee (...)
- (hält die flache Hand über dem Selbstgebauten, dreht seinen Kopf und blickt von seitlich rechts auf das Bauwerk)
- HandGBau** oder **HandSegBau**
Kopf

Abbildung 8.30: Nachbau von Finn zu 1-h3

Während Timo diese Rotation jedoch *nach* Fertigstellung seines Bauwerkes gewissermaßen zur Kontrolle einsetzt, greift Finn auf dieses Strategieelement zurück noch *bevor* er sein Bauwerk fertig gestellt hat. Er beharrt regelrecht darauf und akzeptiert auch Rons Vorschlag nicht, bevor er hier nicht noch einmal selbst gedanklich aktiv geworden ist.

Eine wesentliche Stütze dieser gedanklichen Operationen stellt für Finn offenbar der begleitende Körpereinsatz (FR 47) dar, auf den in Kap. 8.1.2 (vgl. S. 413) bereits eingegangen wurde. Offen bleibt dabei, ob Finn seinen Kopf dreht, um eine Kontrolle des bis zu diesem Zeitpunkt Gebauten zu erzielen oder um die gedankliche Veränderung, nämlich das geplante Anfügen des fünften Würfels, besser antizipieren zu können. In jedem Fall nimmt er durch den gedrehten Kopf das eigene Zwischenbauwerk so wahr, dass die liegende Dreierreihe von Würfeln ihm nun aufrecht stehend erscheint. Dies entspricht

der Ansicht der Bauvorlage und erleichtert ihm vermutlich die zu leistende gedankliche Rotation. Zusätzlich unterstützt Finn diesen Prozess, indem er die flache Hand parallel über dem Selbstgebauten hält. Damit „spürt“ er einem wichtigen Strukturmerkmal des zunächst noch flachen Zwischenbauwerks nach und kann möglicherweise leichter erkennen, dass der letzte Würfel oben auf einem der liegenden Würfel (und nicht etwa seitlich daneben) ergänzt werden muss. Ähnlich motiviert ist vermutlich auch das bei Silja zu dieser Aufgabenbearbeitung zu beobachtende Nachfahren der vorgegebenen Figur, das ohne Zweifel einen bedeutenden Beitrag zur Erfassung der Gesamtgestalt leisten dürfte (vgl. TS 57 in Ausschnitt 8.28, S. 445).

*Die im Interview mit Finn zu beobachtende Vorgehensweise beinhaltet eine wiederholte gedankliche, **die Konstruktion begleitende Rotation der Bauvorlage**. Diese gedanklichen Aktivitäten erfahren **Unterstützung durch Hand- und Kopfbewegungen**.*

8.2.2.3 Louis zu 1-h3

Der recht impulsive und rege Louis (4. Klasse, vgl. Kap. 7.2.2, S. 373) bemüht sich an verschiedenen Stellen im gesamten Interview immer wieder darum, seine Partnerin Katy in die Zusammenarbeit einzubeziehen. Wenngleich er dabei Katy häufiger einzelne Würfel setzen lässt, bzw. ihr Anweisungen zum Bau gibt, lässt er doch bei der Bearbeitung der Aufgabe 1-h3 deutlich seine eigenen Überlegungen erkennen. Diese gliedern sich in verschiedene Teilprozesse.

Zunächst lassen seine Äußerungen und Aktivitäten Rückschluss darauf zu, dass er die Bauvorlage *nicht* schon zu Beginn der Aufgabenbearbeitung gedanklich in andere Lage versetzt. Vielmehr beginnt er sein eigenes Bauwerk - anders als Timo, Florian oder Finn - mit dem Bau eines Segmentes, das er in gleicher Ausrichtung wie in der Bauvorlage rekonstruiert (1:1 Näherung, ähnlich wie in Kap. 8.2.1 zu Hanno, Finn und Ron bereits beschrieben).

Dabei handelt es sich bei Louis zu Aufgabe 1-h3 jedoch nicht nur um einen einfachen Nachbau. Vielmehr weisen seine Kommentare darauf hin, dass diese Aktivitäten von besonderen mentalen Operationen begleitet werden. So nimmt Louis einerseits gedankliche Veränderungen an der Bauvorlage vor, indem er diese in zwei „Dreiecken“ *zerlegt*. Andererseits operiert er gedanklich bereits zu diesem Zeitpunkt mit dem eigenen antizipierten Bauwerk und fügt die entsprechenden zwei „Ecken“ zusammen (vgl. dazu auch die Erläuterungen zu den entsprechenden Kodierungen in Kap. 8.1.4, S. 434f).

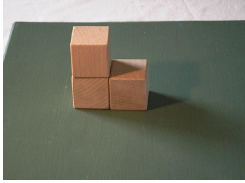
35	Louis	(..) Hey wir müssen zusammen setzen. Das sind genau sechs, zusammen setzen. Ich setze die ersten (<i>stellt Würfel 1 und 2 nebeneinander auf die Platte, stellt Würfel 3 auf Würfel 1</i>).	VerbZusammen, VerbZahl VerbSegVor, BauSeg (Bau1:1)
			
		So, und du musst weiter setzen.	BauKoop
36	>Katy	>Die zwei, das (...) (<i>hält einen Würfel in der Hand, zeigt auf das Bauwerk und betrachtet die Vorlage</i>)	VerbZahl (VerbSegVor oder VerbSegBau) HandSegVor, VergleichBauVor
37	>Louis	Ach nee, du musst ja nur noch zwei setzen. Das ist ja, Mist. Wie sollen wir das nur machen? Da müssten wir ja kleben können.	VerbZahl
38	Katy	(<i>stellt Würfel 4 auf Würfel 3</i>)	BauplusEin (Bau1:1)

Abbildung 8.31: Louis Einstieg in Aufgabe 1-h3

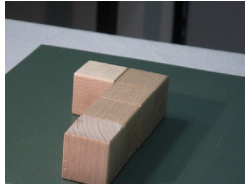
Das von Louis dabei gedanklich Transformierte (nämlich mental Zusammengefügte) umfasst somit weder Einzelwürfel oder die Gesamtfigur (vgl. Kap. 8.2.1.4), sondern *Segmente* der Figur 1-h3, die er im Zuge der visuellen Erfassung der vorgegebenen Figur als prägnante Strukturmerkmale erkannt hat. Diese Merkmale sind für ihn offenbar zunächst so wesentlich, dass er darüber sogar die Gesamtzahl der Würfel falsch einschätzt.

Vergleichbare Teilprozesse, die mentale Veränderungen am eigenen Bauwerk beinhalten und sich dabei auf ein *Segment* der eigenen Figur beziehen, sind beispielsweise auch in einem Ausschnitt aus dem Interview mit Helge und Malte (3. Klasse) zu beobachten. Hier geht es in den Überlegungen von Malte darum, ein Segment innerhalb des eigenen Bauwerks gedanklich aufzurichten. Hier haben Helge und Malte zuvor bereits gemeinschaftlich ein korrektes Zwischenergebnis erzielt, das von ihnen jedoch nicht als rotiertes Ebenbild der Bauvorlage erkannt wird, sondern von Malte noch einmal in der folgenden Weise verändert wird:

- 47 Malte Nein, der muss hier so (...) (*nimmt Würfel 5 und legt ihn links seitlich an Würfel 4*) und der so (*legt Würfel 1 vor Würfel 2*).

BauÄnd

(BFVerflachung)



Wenn der jetzt stehen würde (...) (*zeigt auf Würfel 2, 3, 4*)

VerbDrehSegBau, HandSegBau

Abbildung 8.32: Malte zu Aufgabe 1-h3

Noch vor der mentalen Rotation der Vorlage errichtet Louis also, wie bereits erwähnt, das eigene Bauwerk als Kopie in gleicher Raumlage wie die Vorlage, wobei Katy nach seinen Anweisungen einen Würfel an das Bauwerk hält (1:1 Näherung, bis LK 42). Er erkennt dann die Notwendigkeit einer gedanklichen Drehung der Vorlage und ändert sein Vorgehen (vgl. Ausschnitt 8.33).

Dabei verändert er das eigene Bauwerk, indem er aus dem eingangs errichteten Segment „Dreierecke“ (vgl. Ausschnitt 8.31, LK 35) nun eine Dreierstange erbaut („Die drei müssen wir hier hin.“, LK 45). Die Bauvorlage wird damit von ihm nun offenbar in neuartiger Weise strukturiert, wobei die Dreierstange als wesentliches Merkmal erkannt und in von der Vorlage abweichender Raumlage (nämlich liegend anstatt stehend) rekonstruiert wird. Diese von der Vorlage abweichende Raumlage wiederum deutet darauf hin, dass er nun bereits vor der Fortsetzung seiner Aktivitäten die Bauvorlage gedanklich gedreht hat.

In der Rekonstruktion konzentriert er sich dann - ähnlich wie Timo - zunächst vor allem auf einzelne Aspekte der nachzubauenden bzw. eigenen Figur und fokussiert vor allem auf die räumlichen Relationen der noch anzufügenden Würfel 4 und 5 in Bezug zu der gelegten Dreierstange. Besonders deutlich wird dies, als er schließlich die Lage des fünften Würfels eher experimentell erkundet („Und den (...) (*deutet auf Würfel 5*) nach hier (*zeigt an die linke Seite von Würfel 1*). Nee, nach hier (...) (*zeigt an die Vorderseite von Würfel 1*) oder, nee (...)“). Louis nimmt dabei offenbar gedankliche Veränderungen am eigenen Bauwerk (nämlich das gedankliche Anfügen des Einzelwürfels) vor, die von begleitenden Handbewegungen gestützt werden. Katy führt so dann seinen zuletzt geäußerten Gedanken bezüglich der Raumlage des fünften Würfels aus (LK 46):

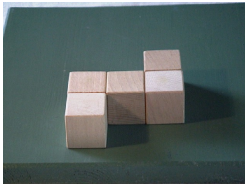
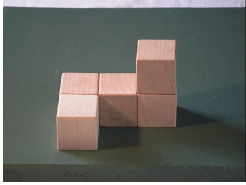
45	Louis	Da müssen wir was anders machen (...) ah, ich seh's. So (<i>stellt Würfel 3 neben Würfel 2</i>). Die drei da müssen wir hier hin (<i>zeigt auf die aufeinander stehenden drei Würfel der Vorlage und die Würfel 1, 2 und 3</i>). Den hier hin setzen (<i>stellt Würfel 4 hinter Würfel 3</i>). Und den (...) (<i>deutet auf Würfel 5</i>) nach hier (<i>zeigt an die linke Seite von Würfel 1</i>). Nee, nach hier (...) (<i>zeigt an die Vorderseite von Würfel 1</i>) oder, nee (...)	BauÄnd (BauSeg) VerbSegVor, VerbSegBau HandSegVor, HandSegBau VerbEinzuSegBau, BauplusEin VerbEinBau, HandEinBau, VerbEinzuSegBau, HandPosEin HandPosEin
46	Katy	Ah (...) (<i>stellt Würfel 5 vor Würfel 1</i>)	BauKoop, BauplusEin (BFVerflachung)
			
47	Louis	Doch, das stimmt (...) nicht (...) (<i>nimmt Würfel 4 in die Hand</i>)	BauminusEin
48	Louis	Guck mal wir haben jetzt das und das (<i>zeigt auf Würfel A, B, C und E der Vorlage</i>) (...)	VerbSegVor, VerbSegEin HandSegVor, HandEinVor
49	>Louis	Das haben wir jetzt (...)	
50	>Katy	Das ist die Reihe runter (...) (<i>zeigt auf Würfel 1, 2 und 3 des Würfelgebäudes</i>)	VerbSegBau, HandSegBau
51	Louis	Und dann hat man das so nach hinten gekippt (...) (<i>deutet Kipprichtung der Vorlage nach hinten rechts an und stellt Würfel 4 auf Würfel 3</i>)	VerbDrehVor, HandBewVor BauplusEin
			

Abbildung 8.33: Louis zu Aufgabe 1-h3

Aus der beschriebenen Zentrierung auf Einzelaspekte ergibt sich, wie in Äußerung LK 46 ersichtlich ein Verflachungsbaufehler, der von Louis erkannt und korrigiert wird. Diese Korrektur basiert einerseits auf einer visuellen und verbalen Analyse des bis dahin Errichteten, die sich wiederum auf die Dreierstange konzentriert. Andererseits ist zu vermuten, dass Louis zu diesem Zeitpunkt (ähnlich wie Finn, s. Kap. 8.2.2.2) auf eine Wiederholung der mentalen Rotation der Vorlage zurückgreift (VerbDrehVor, HandBewVor), bevor er schließlich den fünften Würfel in korrekter Lage ergänzt. Auch hier wird wiederum deutlich, dass ihm begleitende Handbewegungen offenbar eine wertvolle Stütze bieten.

Louis Strategie ist zunächst geprägt von einer gedanklichen Zerlegung der Bauvorlage in Teilsegmente. Entsprechend antizipiert er die eigene Konstruktion über eine gedankliche Zusammenfügung dieser zwei Segmente und beginnt über eine 1:1 Näherung mit der Umsetzung dieser Konstruktionsidee. Die statische Unmöglichkeit des Nachbaus bringt ihn dazu, die Vorlage vor der Fortsetzung seiner Konstruktion zu drehen. Dabei ändert er seine gedankliche Strukturierung der Vorlage: Er fokussiert nun stark auf die Dreierstange innerhalb der Figur 1-h3 und berücksichtigt vor allem die räumliche Relation der noch anzufügenden Einzelwürfel zu diesem Segment. Erst über eine wiederholte mentale Rotation der Vorlage glückt schließlich eine Korrektur des aus der Zentrierung auf Einzelaspekte resultierenden Verflachungsbaufehlers.

8.2.2.4 Zusammenfassung zu 1-h3

Die Erfahrungen aus der vorausgegangenen Rekonstruktion der Bauvorlage 1-h2, die zuvor erstmals zum Nachbau in einer von der Vorgabe abweichenden Lage rekonstruiert werden musste, führt bei zahlreichen Paaren dazu, dass auch beim Nachbau von Figur 1-h3 recht schnell ein gedankliches Drehen der Bauvorlage angestrebt wird.

Die im Zuge der gegenüberstellenden Analysen zur Bearbeitung von Aufgabe 1-h3 erzielten Ergebnisse betreffen somit vor allem die Frage, zu welchem Zeitpunkt im Bearbeitungsprozess die Bauvorlage gedanklich in andere Lage gebracht wird. In Kap. 8.2.1 (vgl. S. 443) konnte bereits festgehalten werden, dass zahlreiche Kinder (wie z.B. zunächst auch Louis bei Aufgabe 1-h3) die Vorlage erst gedanklich rotieren, nachdem sie sich der Rekonstruktion der Bauvorlage in einer Kopie gleicher Orientierung im Raum genähert haben. Andere Vorgehensweisen beinhalten hingegen ein Strategieelement, bei dem die mentale Rotation der Vorlage bereits im Vorfeld eigener Aktivitäten oder aber auch zeitlich parallel, d.h. wiederholt im Verlauf der Bearbeitung, erfolgt.

Häufiger zu beobachten ist ferner, dass Kinder wie Timo mental eher additiv operieren und zunächst nur einzelne Aspekte innerhalb der Vielzahl der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen beachten, worauf auch die Beispiele in Kap. 8.2.3 zur Bearbeitung der Aufgabe 1-h4 noch weiter eingehen werden. Anderen Kindern wie Florian gelingt es, sämtliche der zu beachtenden räumlichen Relationen aufeinander bezogen zu berücksichtigen.

In den kommentierten Ausschnitten aus dem Interview mit Louis wird exemplarisch deutlich, dass neben den intendierten mentalen Drehungen auch gedankliche Zerlegungen (hier: der Bauvorlage) oder Zusammenfügungen (hier: des antizipierten eigenen Bauwerks) erfolgen, die eingesetzten Würfelfiguren also gedanklich strukturiert werden. Der Umfang dessen, was von den Kin-

dern gedanklich transformiert wird, umfasst somit sehr deutlich also nicht nur die zu rotierende Gesamtfigur, sondern häufig auch Einzelwürfel oder Segmente.

Schließlich wird in zahlreichen der ausgewählten Szenen deutlich, dass begleitende motorische Aktivitäten (hier vor allem zunächst Hand- und Kopfbewegungen) bei einigen Kindern als bedeutsames Strategieelement angesehen werden können und wertvolle Unterstützung der zu leistenden mentalen Operationen bieten, wie in Kap. 8.1.2 (S. 411ff) bereits ausführlich dargestellt wurde.

Die grafische Zusammenfassung ausgewählter Strategieelemente aus Bearbeitungen der Aufgabe 1-h2 (vgl. Abb. 8.27, S. 443) kann nach den dargestellten Analysen von Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h3 somit wie nachfolgend dargestellt erweitert werden:

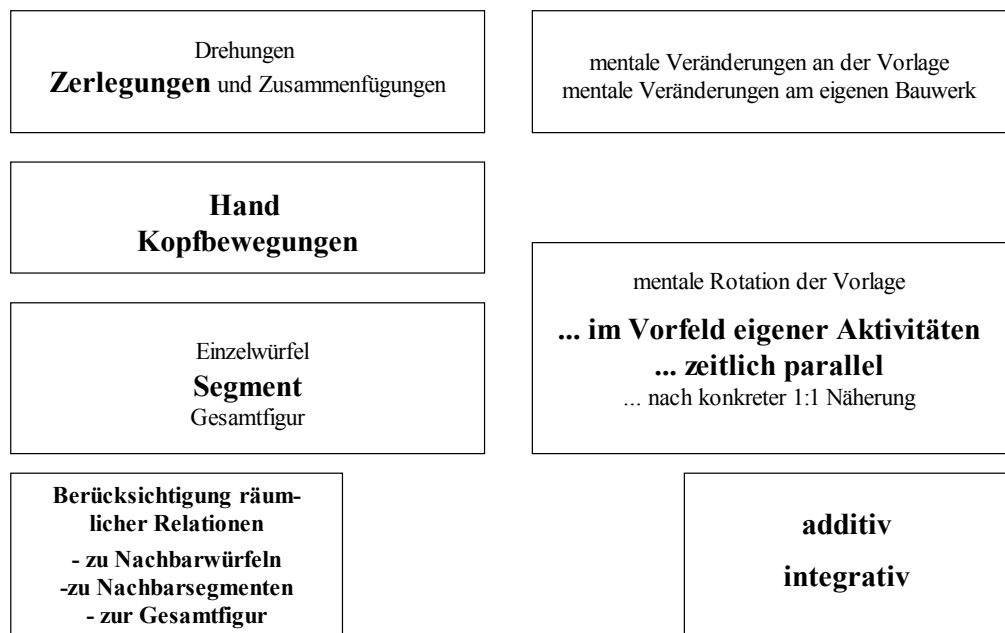


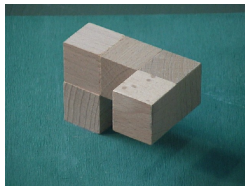
Abbildung 8.34: Erweiterung der Zusammenstellung von Strategieelementen aus der Analyse von Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h3

8.2.3 Ergebnisse zu Aufgabe 1-h4

Die Anforderungen an mental zu leistende Operationen in Aufgabe 1-h4 beziehen sich, wie in Kap. 6.4.1 (S. 335) dargestellt, auf einen Würfelfünfling, der in seiner Struktur der Figur aus Aufgabe 1-h3 gleicht, hier jedoch in anderer Raumlage angeboten wird. Wie bereits im vorangegangenen Kap. 8.2.2.4 angesprochen, sind hier vermehrt Vorgehensweisen zu finden, bei denen die räumlichen Relationen der zu rotierenden Würfelfiguren lediglich isoliert beachtet werden und die Integration dieser zu berücksichtigenden Aspekte scheitert.

8.2.3.1 Valerie zu 1-h4

So ist im Interview mit Valerie und Sina (4. Klasse) ein weiteres Beispiel für die eingangs angesprochene partielle Berücksichtigung räumlicher Relationen erkennbar, wie sich aus der nachfolgenden Interpretation des Ausschnitts 8.35 ergibt:

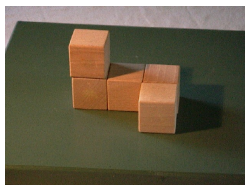


91 Sina Hmh, die drei legen wir wieder so hin. *(deutet auf der grünen Platte eine waagerechte Lage der drei in der Vorlage senkrecht nach oben stehenden Würfel an)*

**VerbSegVor, VerbDrehSegVor
HandPosSeg**

94 Valerie Wenn wir das anders rum drehen, dass zwei in der Luft sind.
Gucke, die drei. *(legt Würfel 1, 2 und 3 nebeneinander hin)*
Dann ist hier noch einer *(legt Würfel 4 vor Würfel 3)*.
Da wieder einen drauf legen, hier hin (...) *(legt Würfel 5 auf Würfel 1)*

**VerbDrehVor, VerbSegBau
VerbZahl, VerbSegBau, BauSeg
VerbEinBau, BauplusEin
VerbEinzuSegBau
BauplusEin**



95 Sina Hmh *(zustimmend)*.

BFSpiegel

96 Valerie Ja, dann wäre das genau umgeschmissen.

VerbDrehVor

Abbildung 8.35: Valerie zu Aufgabe 1-h4

Möglicherweise angeregt durch einen der Szene vorausgehenden Austausch zwischen der Interviewerin und den Kindern, in denen die Mädchen ihre gedankliche Strukturierung der Bauvorlage 1-h3 erläutern, regt Sina auch hier an, die Dreierstange innerhalb der Bauvorlage als wesentliches Strukturelement anzunehmen und dieses in andere Lage zu bringen. Valerie meint daraufhin, sie habe eine bessere Idee, setzt aber letztendlich genau diesen von Sina geäußerten Gedanken fort:

Sie bemüht sich um eine mentale Rotation der Vorlage im Vorfeld eigener Aktivitäten (VerbDrehVor, VS 94) und benennt sodann die bereits von Sina angesprochene Dreierstange, die sie gleichzeitig konstruiert. Die nun noch fehlenden Würfel 4 und 5 fügt Valerie einzeln an dieses Segment an, wobei vor allem das räumliche Verhältnis dieser Einzelwürfel zum liegenden Segment berücksichtigt wird (z.B. „Da wieder einen drauf legen, hier hin (...)“). Der Blick auf die räumlichen Relationen dieser Teilsegmente in Bezug auf die Gesamtfigur wird dabei vernachlässigt, so dass das von beiden Kindern als Endlösung akzeptierte Bauwerk schließlich der Vorlage in seiner Struktur ähnelt, dabei allerdings den Baufehler BF Spiegel aufweist (vgl. Kap. 8.1.1, S. 405).

Im weiteren Verlauf des Interviews findet diese Deutung zu Valeries Vorgehen weitere Bestätigung, zumal Sina auf die Frage der Interviewerin zum Vorgehen der Kinder in dieser Szene das eigene Vorgehen reflektiert und von Valerie bestätigt wird:

104	Sina	Eigentlich machen wir's immer mit den meisten Steinen, ne? Das merkt man gar nicht (...)	VerbSegVor
105	I	Mit den meisten was?	
106	Sina	Mit den meisten Klötzen hier. <i>(zeigt auf die Würfel auf der blauen Platte)</i> Mit drei fangen wir meistens an, meistens (...)	VerbSegBau
107	I	Aha, und guckt dann wie die anderen dazu liegen?	IHinVorgehen
108	Valerie	Ja. <i>(nickt mit dem Kopf, beide räumen ab)</i>	(VerbEinzuSegBau)

Abbildung 8.36: Sinas Reflexion zu Aufgabe 1-h4

Festzuhalten bleibt, dass im Vorgehen von Valerie trotz des Bemühens um eine mentale Rotation der Vorlage im Vorfeld eigener Aktivitäten wahrscheinlich eine Zentrierung auf die Relation einzelner Würfel zum Nachbarsegment („liegender Dreier“) im Zuge der konkreten Rekonstruktion erfolgt, die zu einem gegenüber der Bauvorlage spiegelverkehrt realisierten Bauwerk führt.

8.2.3.2 Jana zu 1-h4

Bei Jana und Birte (2. Klasse) ist bei der Rekonstruktion zu Aufgabe 1-h4 eine kooperative Zusammenarbeit zu beobachten (JB 84 bis 90), aus der jedoch recht gut Elemente der Strategie von Jana herausgearbeitet werden können. So beginnt Jana das eigene Bauwerk, indem sie zunächst zwei Würfel hintereinander auf die Bauplatte legt und sodann einen dritten Würfel rechts neben Würfel 2 ergänzt. Sie hat damit zunächst offenbar ein Zweiersegment bzw. ein Dreiersegment (die „Ecke“) im Blick, die sie in von der Vorlage abweichender räumlicher Lage konstruiert, so dass hier die Vermutung einer mentalen Rotation im Vorfeld eigener Aktivitäten nahe liegt. Birte setzt die Konstruktion anschließend fort und erstellt fälschlicherweise ein flaches Bauwerk, das von Jana jedoch als Baulösung akzeptiert wird:

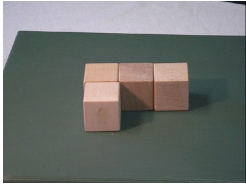
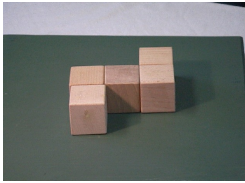
85	< Birte	<u>Das</u> (...) das ist ja schwer.	
86	< Jana	(legt Würfel 1 vor sich auf die Bauplatte)	BauEin
87	Jana	(legt Würfel 2 hinter den Würfel 1, sowie Würfel 3 rechts neben Würfel 2) So.	BauplusEin : (BauSeg)
88	Birte	Noch einen (...) (legt Würfel 4 rechts neben Würfel 3)	VerbEinBau BauplusEin
			
89	Jana	Und noch hier, hier (zeigt an, dass ein weiterer Würfel 5 vor Würfel 4 liegen müsste).	HandPosEin
90	Birte	Äh, äh (ablehnend) (legt Würfel 5 hinter Würfel 4) <u>hier</u> , so, oder?	BauplusEin, VerbEinBau
			
			BFVerflachung

Abbildung 8.37: Janas Einstieg in Aufgabe 1-h4

Sowohl im Re-Interview als auch (auf Rückfrage der Interviewerin) bereits im Interview (JB 94 bis 96) verbalisiert Jana Teile ihrer eigenen Strategie und spricht davon, dass sie zunächst (JB 87) die beiden in der Vorlage links übereinander stehenden Würfel konstruiert habe („Äh, also wir haben erst mal den Stein und den unteren (zeigt auf Würfel A und E der Vorlage) haben wir so gebaut (...) (zeigt auf Würfel 1 und 2 des eigenen Gebäudes)“, JB 94). Die dem vorausgegangene mentale Rotation der Vorlage weist jedoch

die Besonderheit auf, dass hier nicht die Gesamtfigur gedanklich in andere Lage gebracht wird, sondern *sukzessiv*, also zeitlich deutlich versetzt, lediglich *Teile der Vorlage mental rotiert* gebracht werden. So bestätigen beide Kinder, dass sie die Figur „Stückchen für Stückchen“ (JB 107f) gekippt haben, was sich auch im Re-Interview mit Jana bestätigt:

- I: Also, ihr habt in Gedanken versucht, diese Vorlage hier umzudrehen oder habt ihr was mit dem gemacht, was ihr da aufgebaut hattet? Wie war das? (...) Was ist in euren Gedanken passiert?
 J: Also, wir ham (...) also, die zwei, die hinter diesem stehenden Klotz sind (...) das ham wir hingelegt und dann (...) ham wir das so (...) so'n bisschen nach da gekippt (zeigt auf Bildschirm).
 I: Nach schräg rechts, nach vorne?
 J: Ja.
 I: Aha, ihr habt euch also immer so'n Stückchen von der Vorlage angeguckt, das gebaut (...) dann habt ihr euch wieder 'n Stückchen angeguckt, dass vielleicht manchmal gekippt umgebaut (...)
 J: Hmh (*bestätigend*).
 I: ... dann euch wieder 'n Stückchen angeguckt, das gebaut (...) so war das?
 J: Hmh (*bestätigend*).
 I: Gut, dann woll'n wir das hier noch mal zu Ende angucken.

Abbildung 8.38: Janas im Re-Interview zu Aufgabe 1-h4

Janas Strategie ist gekennzeichnet von einer sequenziellen, also zeitlich deutlich versetzten, hier als sukzessiv bezeichneten, mentalen Rotation von Teilen der Bauvorlage im Vorfeld eigener Konstruktion sowie später begleitend zur Konstruktion. Diese kann abgegrenzt werden von Vorgehensweisen wie jener von Florian zu Figur 1-h3 (vgl. Kap. 8.2.2.1, S. 446), bei der einzelne Transformationsschritte nicht mehr isolierbar sind und die Rotation simultan erfolgt. Während Florian dabei sämtliche der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen bedenkt (integrativ), ist die Strategie von Jana als additiv zu bezeichnen und ähnelt diesbezüglich dem additiven Vorgehen von Timo zu 1-h3 (vgl. Kap. 8.2.2.1, S. 445).

8.2.3.3 Felix und Sven zu 1-h4

Auch das Bauwerk von Felix (2. Klasse) ist ein ähnlich wie bei Jana und Birte verflachtes Bauwerk, bei dem alle Würfel in einer Ebene liegen. Felix gibt an, die Bauvorlage im Vorfeld gedanklich rotiert zu haben (z.B. „Ich hab's mir umgekippt gedacht.“, HF 127). Er konstruiert zunächst mit zwei nebeneinander liegenden Würfeln ein Zweiersegment (HF 119), errichtet daneben kurzzeitig ein zweites Zweiersegment und hält anschließend etwa 10 Sekunden inne, um schließlich folgendermaßen weiter zu bauen:

- 124 Felix (legt Würfel 1, 2, 3 in einer Reihe vor sich hin, legt Würfel 4 vor Würfel 1, legt Würfel 5 vor Würfel 3)



(10 Sek)

- 125 Felix (schiebt Würfel 4 vom Gebäude weg)



(12 Sek.) (schiebt Würfel 4 wieder an Würfel 1 heran)

Eigentlich soll (...) (stellt Würfel 4 auf Würfel 1, hält dabei Würfel 3 und 5 zusammen in der rechten Hand)

BauÄnd (BauSeg)

BauplusEin :||

(BFVerflachung)

BauminusEin

BauplusEin

BauÄnd

HandSegBau

(korrektes Zwischenergebnis)

Abbildung 8.39: Felix zu Aufgabe 1-h4

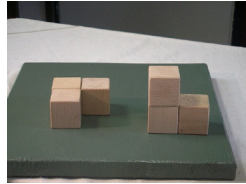
Dabei rückt Felix von seinem ursprünglichen Bauplan ab, indem er sein bestehendes Teilbauwerk ändert und nun eine Dreierstange konstruiert, an die er zwei Einzelwürfel anfügt. Während er zunächst also offenbar die Zweiersegmente an den Ecken als wesentliche Strukturmerkmale erkannt hat und mit diesen mental operiert, orientiert er sich nun stärker an der Dreierstange. Auch hier kann dabei ähnlich wie bei Jana und Birte ein additives Vorgehen beobachtet werden, bei dem die räumliche Relation der Einzelwürfel zur Dreierreihe berücksichtigt wird (vgl. dazu auch Louis zu 1-h3, S. 450ff), der integrative Blick auf sämtliche der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen innerhalb der Gesamtfigur jedoch abhanden kommt. Die Zentrierung auf die beschriebenen Einzelaspekte führt zu einem Verflachungsbaufehler, der auch nachfolgend nicht mehr korrigiert wird.

Sven (2. Klasse) rotiert demgegenüber die Vorlage 1-h4 zeitlich begleitend zum eigenen Bau. Gleich zu Beginn der Konstruktion baut er zwei Würfel nebeneinander vor sich auf (SS 96), die er anschließend aufrichtet (SS 98). Dabei ist anzunehmen, dass er sich auf das entsprechende Zweiersegment an der linken Seite der Figur 1-h4 konzentriert, das hier in einer der Vorlage entsprechenden Raumlage ohne erkennbare gedankliche Drehbewegungen realisiert wird. Er ergänzt anschließend wie in Ausschnitt 8.40 ersichtlich einen weiteren Einzelwürfel, fügt diesen jedoch nun nicht im Raum schwe-

bend mit der Hand an, sondern setzt ihn sogleich auf der Bauplatte ab (SS 103). Dies lässt darauf schließen, dass er nun zeitlich parallel zu seiner Konstruktion die Vorlage gedreht hat. Sören baut derweil parallel zu Sven ein eigenes Bauwerk, das hier links im Bild zu sehen ist.

103 Sven (stellt Würfel 3b rechts neben 1b)

BauplusEin (BauSeg, Baudoppelt)

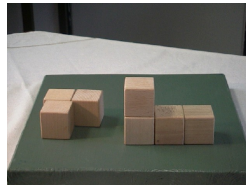


104 Sven und (4 Sek.)

Sören

105 Sven (stellt Würfel 4b rechts neben 3b)

BauplusEin (BauSeg, Baudoppelt)



106 Sven (flüsternd zu Sören) Soll ich? (zeigt auf einen Würfel vor Sören und deutet an, diesen vor den Würfel 4b zu stellen)

HandPosEin

107 Sören (schüttelt den Kopf) Nee.

108 Sven (nimmt Würfel 3a von Sören und stellt diesen vor Würfel 4b)

**BauminusEin, BauplusEin
(BFSpiegel)**

Abbildung 8.40: Sven zu Aufgabe 1-h4 (Konstruktion rechts im Bild)

Mit der Anfügung eines vierten Würfels vollendet Sven die Rekonstruktion des liegenden Dreiersegments, ist dann jedoch offenbar unsicher bezüglich der Raumlage des letzten Würfels in Bezug zur Gesamtfigur. Er bedenkt zwar, dass dieser Einzelwürfel seitlich (in der hier sichtbaren Ausrichtung vorn, oben oder hinten) an die Dreierstange angefügt werden muss, kann jedoch ähnlich wie Felix nicht sämtliche der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen gleichzeitig beachten, so dass sich hier (wie bei Felix) ein additives Vorgehen erkennen lässt.

Zudem erscheint Svens Vorgehen teilweise ein wenig experimentell: Einerseits fragt er Sören, ob er den fünften Würfel an eine mit der Hand angedeutete Position legen soll. Auch als dieser verneint, legt er den Würfel an eben jene Stelle - möglicherweise um zu erkunden, wie das auf diese Weise fertig gestellte Bauwerk aussehen könnte. Dies führt dann jedoch zu einem gegenüber der Bauvorlage spiegelbildlich veränderten, später nicht mehr korrigierten Bauwerk. Dieses bei Sven andeutungsweise zu beobachtende experimentelle

Vorgehen ist in anderen Bearbeitungen wie etwa bei Alina zu Aufgabe 1-h4 sowie zu anderen Teilaufgaben noch bedeutend stärker ausgeprägt (vgl. KA 78 bis 103 im Interview mit Kim und Alina).

Sowohl Felix als auch Sven beachten in ihrer Konstruktion jeweils lediglich Teilaspekte der insgesamt zu berücksichtigenden räumlichen Relationen (additives Vorgehen). Während Felix angibt, die Bauvorlage im Vorfeld eigener Aktivitäten mental rotiert zu haben, rotiert Sven demgegenüber die Vorlage zeitlich begleitend zum eigenen Bau und geht eher experimentell vor.

8.2.3.4 Leon und Timo zu 1-h4

Leon (3. Klasse) äußert gleich zu Beginn der Bearbeitung von Aufgabe 1-h4, dass man die Vorlage auch hier gedanklich in andere Lage bringen muss. Er rotiert die Bauvorlage im Vorfeld eigener Aktivitäten, wie seine Kommentare im Interview bzw. im Re-Interview dokumentieren (vgl. Ausschnitt 8.41). Zudem deutet die Lage des in der Vorlage aufrecht stehenden, hier aber flach gelegten Zweiersegments darauf hin, dass sein Rekonstruktionsversuch bereits von vorausgegangenen mentalen Veränderungen der Bauvorlage geprägt ist. Leon fokussiert dann aber stark auf einzelne Segmente innerhalb der zu rekonstruierenden Figur und operiert additiv: Ausgehend vom beschriebenen Zweiersegment ergänzt er zunächst einen einzelnen Würfel, wobei eine Dreier-ecke entsteht (PL 59). Nachdem er daraufhin seinen Blick auf die Bauvorlage durch eine Kopfbewegung variiert hat, spricht er beim Anfügen des vierten Würfels von „Drei (...)“. Dies lässt vermuten, dass er hier vor allem die mit dem vierten Würfel erstellte, im eigenen Bauwerk von links nach rechts verlaufende Dreierstange im Blick hat.

Weiteres Indiz für seine überbetonte Fokussierung auf Segmente innerhalb der zu rekonstruierenden Würfelfigur bietet schließlich sein Anfügen des fünften Würfels sowie Piets Ergänzung eines sechsten Würfels, die vor allem auf Leons Anweisung zurückzuführen ist. Hier wirkt es, als sei an die liegende Dreierreihe noch einmal ein Zweiersegment angefügt worden, ohne dass die Kinder erkennen, dass der bereits liegende vierte Würfel gleichermaßen Bestandteil der Dreierstange sowie Bestandteil des zuletzt erstellten Zweier-segments ist. Dieses Zweiersegment wird zudem flach liegend angefügt:

55	Leon	Muss man wieder kippen? (<i>überlegt</i>) Dann muss man das so machen (...) (<i>legt zwei Würfel hintereinander</i>)	VerbDrehVor BauSeg Groß-klein (gesamte Aufgabe 1-h4)
56	I	Welche habt ihr, womit fangt ihr jetzt gerade an?	IFragevorgehen
57	Leon	Hiermit (<i>zeigt auf Würfel A und E der Vorlage</i>)	VerbSegVor, HandSegVor
58	I	Mit dem Zweier hier sozusagen (<i>zeigt auf Würfel A und E der Vorlage</i>).	IHinVorgehen
I: Jetzt hast du da diesen Zweier schon mal gleich so <u>nebeneinander</u> gelegt. Das war ja nicht so wie es hier ist. Hattest du vorher das Ganze schon gedreht auf Liegefläche?			IFrageVorgehen
L: Ja.			
I: Aha, also sozusagen <u>gedreht</u> in Gedanken, im Foto ein Kopf äh, im Kopf ein Foto festgehalten und dann versucht, nach diesem Foto nachzubauen?			VerbDrehVor
L: Hmh (<i>bestätigend</i>).			
I: War das ungefähr so? Ah ja, und dann hinterher wieder kontrolliert, ne?			
L: Hmh (<i>bestätigend</i>).			
I: Ah, hmh (<i>bestätigend</i>).			
59	Leon	Hmh (<i>zustimmend</i>), das muss dann so (...) (<i>schiebt bereits liegende Würfel 1 und 2 sorgfältig aneinander</i>) und so (...) (<i>legt Würfel 3 an vorn liegenden Würfel 2, beugt sich herunter, um auf Höhe der Bauplatte auf die Vorlage blicken zu können</i>) Drei (...) (<i>legt Würfel 4 rechts an Würfel 3</i>) So (<i>legt Würfel 5 ebenfalls rechts an Würfel 4</i>) und diesen hier dran (...)	BauplusEin Kopf VerbZahl, BauplusEin (BauSeg) BauplusEin, VerbEinzuSegBau
60	Piet	(<i>legt Würfel 6 vor Würfel 5</i>)	BauplusEin BauKoop (BFVerflachung, BFAnzahlplus)

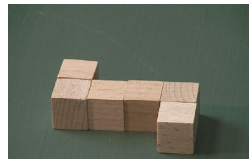


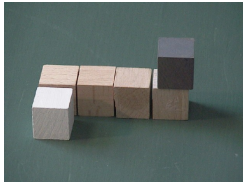
Abbildung 8.41: Leons Einstieg in Aufgabe 1-h4

Diesem Einstieg folgt ein langes Innehalten beider Kinder (14 Sekunden, PL 61), bei dem offensichtlich ein räumlich-visueller Vergleich zwischen Gebauten und der Vorlage stattfindet. Leon korrigiert daraufhin das eigene Bauwerk, legt den Würfel 6 rechts oben auf Würfel (BF Anzahlplus sowie BF Spiegel) und verschiebt schließlich auch den zuerst gelegten Würfel noch einmal wie in Ausschnitt 8.42 erkennbar.

Im Re-Interview gibt er dazu an, vor dieser letzten Veränderung die Vorlage wiederholt mental gedreht zu haben, womit gewissermaßen eine Kontrolle des fertigen Bauwerkes erfolgt. Hier antwortet er auf die Frage, warum er denn den letzten Würfel noch einmal verschoben habe „Hmh (nachdenklich), weil ich´s dann noch mal in Gedanken so gedreht hab´ und dann ´n bisschen da äh (..) dass ich´s falsch gedreht hab‘.“ (PL 66f).

66 Leon (zeigt auf Würfel C und D der Vorlage) So`ne Zacke (...)
 Falschrum. So? (schiebt Würfel sorgfältig aneinander) Und so (...)
 (legt Würfel 1 vor Würfel 2)

HandSegVor, AssSeg



BauÄnd
 BFAnzahlplus

Abbildung 8.42: Leons Korrektur zu Aufgabe 1-h4 nach wiederholter mentaler Rotation der Vorlage (Kontrolle)

Auch Timo (3. Klasse) erkennt ebenso wie bei der Bearbeitung von Aufgabe 1-h3 (vgl. Kap. 8.2.2.1, S. 445) zu Beginn der Bearbeitung von Aufgabe 1-h4 die Notwendigkeit, die Bauvorlage bereits vor dem Beginn eigener Bauaktivitäten mental zu rotieren. Entsprechend kommentiert er Siljas ersten 1:1 Näherungsversuch: „Nee, den muss man wieder kippen.“ (TS 73). Nachdem Silja zunächst eine gespiegelte Figur erstellt hat, korrigiert Timo das bestehende Bauwerk und nimmt anschließend eine verbal gestützte Kontrolle des eigenen Ergebnisses vor. Diese verbalen Analysen beziehen sich vorrangig auf die Frage, welcher Würfel im eigenen Bauwerk welchem Würfel aus der Vorlage entspricht, wobei begleitende Handbewegungen die Überlegungen stützen (TS 76 bis 80).

Sowohl Leon als auch Timo führen (offenbar aus einem Kontrollbedürfnis heraus) nach dem Abschluss der eigenen Konstruktion nochmals eine mentale Rotation der Vorlage durch. Beide haben bereits vor dem Beginn eigener Aktivitäten die Bauvorlage gedanklich in andere Lage gebracht.

Diese mentale Rotation der Vorlage nach eigener Konstruktion (Kontrolle) führt bei Leon zu einer Korrektur, die zwar in ihrer wesentlichen Gestalt an die Bauvorlage erinnert, insgesamt jedoch zu viele Einzelwürfel aufweist. Timo erfährt eine Bestätigung seines bereits zuvor korrekt errichteten Bauwerks.

8.2.3.5 Zusammenfassung zu 1-h4

Das sich im Zuge der fortschreitenden Analysen entwickelnde Modell zu Strategiekomponenten bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben erfährt durch die Ergebnisse zu Aufgabe 1-h4 einerseits Bestätigung durch weitere Beispiele additiver bzw. integrativer Vorgehensweisen. Demgegenüber können Vorgehensweisen beobachtet werden, bei denen die einzelnen Transformationsschritte zeitlich deutlich versetzt (sequenziell) erfolgen oder aber

nicht mehr differenzierbar sind (simultan).

Interessant ist ferner die Beobachtung, dass einige Kinder auch ohne diesbezügliche Einflussnahme der Interviewerin offenbar eine mentale Rotation der Vorlage noch nach prinzipiell bereits abgeschlossener Konstruktion einsetzen, um das eigene Bauwerk zu kontrollieren.

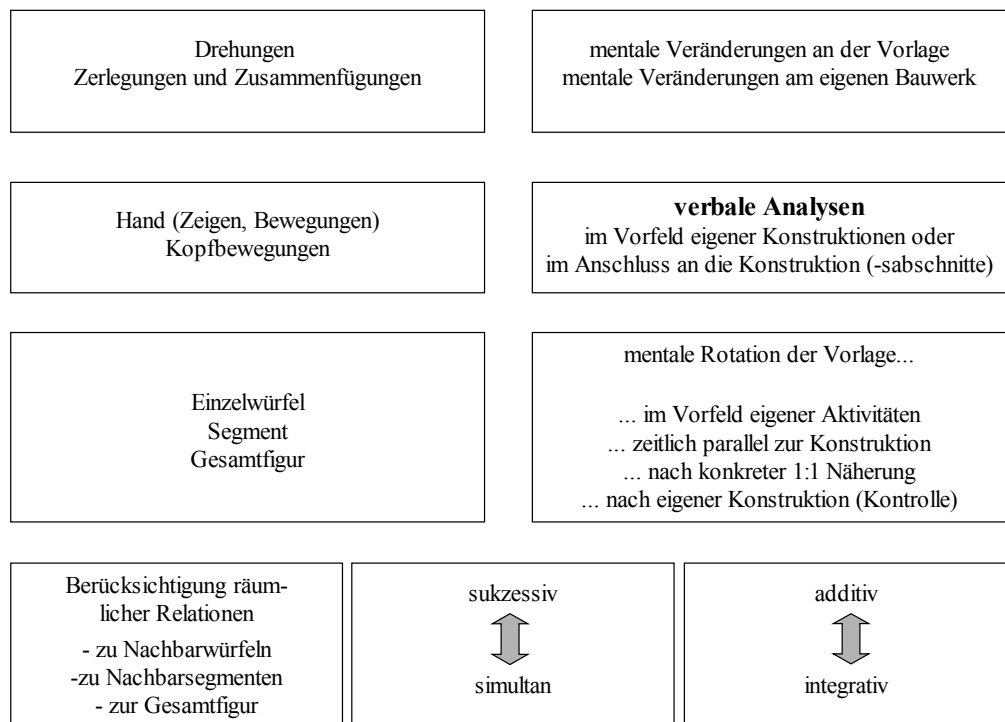


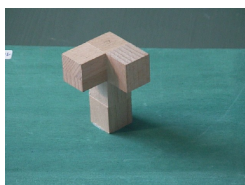
Abbildung 8.43: Erweiterung der Zusammenstellung von Strategieelementen aus der Analyse von Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h4

8.2.4 Ergebnisse zu Aufgabe 1-h5

Wie bereits in Kap. 6.4.1 (S. 336) dargestellt, weist die Bauvorlage 1-h5 die strukturelle Besonderheit auf, dass hier drei Einzelwürfel an einen Einzelwürfel, bzw. zwei Einzelwürfel an das gleiche Ende einer Dreierstange angrenzen. Wenngleich diese Figur eine besondere Symmetrie aufweist und damit zunächst scheinbar leichter zu rekonstruieren ist, konzentrieren sich einige Kinder auch hier besonders stark auf einzelne Aspekte innerhalb der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen und vernachlässigen den Blick auf die Gesamtfigur.

8.2.4.1 Leon zu 1-h5

Ähnlich wie bereits bei seiner Bearbeitung der Aufgabe 1-h4 („Drei (...)“, PL 59, vgl. Kap. 8.2.3.4, S. 462) orientiert sich Leon auch bei Aufgabe 1-h5 stark an der Dreierstange innerhalb der Bauvorlage, die von ihm als „dieser Starke“ bezeichnet wird (AssSeg, PL 86):



84 Leon Na Piet, so (...) (*legt zwei Würfel nebeneinander auf die grüne Platte*)

BauSeg

85 I Womit fangt ihr jetzt an?

IFrageVorgehen

86 Leon Mit diesem Starken (*zeigt auf Würfel A, B und C der Vorlage*)

Verb SegVor, AssSeg

HandSegVor

87 I Mit den Starken, den drei Würfeln, hmh (*bestätigend*).

I: Da hatte ich so das Gefühl, dass du bei dieser Figur von diesem **Dreier** ausgegangen bist.

L: Hmh (*bestätigend*).

I: Stimmt das? Dass du dir **den**, diesen Dreierblock hier (*zeigt auf Bildschirm*) so genommen hast und den erst mal gekippt hast und dann geguckt hast, wie man diese Einzelnen da noch (...) anfügt?

L: Hmh (*bestätigend*).

Abbildung 8.44: Leons Einstieg in Aufgabe 1-h5

Aus dem Re-Interview sowie aus den nachfolgenden Bauaktivitäten von Leon ergibt sich, dass er - vergleichbar auch zum Vorgehen von Jana und Birte zu 1-h4 (vgl. Kap. 8.2.3.2, S. 458) - eine partielle Rotation der Vorlage (Dreierreihe) im Vorfeld eigener Konstruktion vornimmt (sukzessiv). An die gedanklich rotierte Dreierstange werden Einzelwürfeln angefügt, wobei

seine Konstruktion offenbart, dass er isoliert die Relation des jeweiligen Einzelwürfels zu dieser Dreierreihe berücksichtigt (additiv). Dies führt zu einem Baufehler des Typs BF Verflachung, der von ihm selbst jedoch als fehlerhaft erkannt wird. So gelangt er über eine manuell gestützte, gedankliche Aufstellbewegung des eigenen Bauwerks (PL 96) sowie über eine verbal gestützte konkrete Aufstellbewegung des Dreiersegments (PL 99) schließlich zu einem korrekten Bauwerk (PL 100). Dabei stehen offenbar das konkrete Hantieren mit dem „Starken“ (Dreiersegment) und das vorausgegangene mentalen Operieren mit diesem Segment in enger Wechselwirkung zueinander, zumal sich an die konkrete, partielle 1:1 Näherung über das Aufstellen des Dreiersegments ein gedankliches Drehen der Geamtfigur anschließt, bei dem nun die Relationen der Einzelwürfel zum Dreiersegment korrekt realisiert werden.

91	Leon	So (<i>legt Würfel 3 rechts an Würfel 2</i>).	BauplusEin
92	Leon	Jetzt teilen wir (...)	BauKoop
93	Piet	Ich brauch auch paar (...) (<i>nimmt sich einige holzfarbene Würfel von Leons Seite</i>)	
94	< Piet	(<i>hält Würfel - im Video verdeckt von Leons Hand – an das Bauwerk, nimmt ihn wieder weg</i>)	HandEinBau
95	< Leon	(<i>legt Würfel 4 hinter Würfel 3, nimmt Piet den Würfel 5 aus der Hand und legt ihn vor Würfel 3</i>)	BauplusEin :
			(BFVerflachung)
96	Leon	Wenn man das so machen würde (...) (<i>betrachtet intensiv Vorlage</i>) das aufstellen (...) (<i>deutet mit der linken Hand Aufstellbewegung des eigenen Bauwerks nach links an, schiebt Würfel 4 zur Seite</i>)	VergleichBauVor HandBewBau BauminusEin
[...]			
99	Leon	Hmh (<i>zustimmend</i>). (...) Aufstellen würden wir es so (...) (<i>stellt Würfel 1, 2 und 3 kurz senkrecht auf</i>) dann müsste man so (...) (<i>betrachtet die drei Würfel in seiner Hand, hält links an die Stange einen vierten Würfel, vergleicht mit der Vorlage und überlegt ca. 10 Sekunden</i>)	VerbDrehSegBau BauDrehSeg, HandSegBau HandEinBau, VergleichBauVor

Abbildung 8.45: Leon zu Aufgabe 1-h5

*Bemerkenswert an Leons Vorgehen bei Aufgabe 1-h4 ist also vor allem, dass er zunächst nur die **Relation einzelner Würfel zur Dreierstange** innerhalb der Bauvorlage 1-h5 beachtet und diese zu berücksichtigenden Einzelaspekte nur additiv miteinander verbindet. Dies ist bei Leon geknüpft an ein zeitlich deutlich versetztes (sukzessives) konkretes wie gedankliches*

Kippen der Dreierstange und der anschließenden konkreten wie gedanklichen Anfügung der Einzelwürfel.

8.2.4.2 Valerie und Alina zu 1-h5

Valerie (4. Klasse) fokussiert abweichend von der für Leon zu 1-h5 beschriebenen Vorgehensweisen stärker auf die Relation von Segment zu Segment:

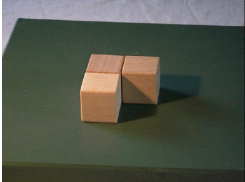
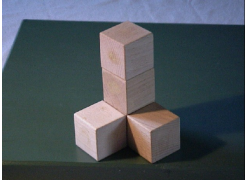
- | | | | |
|---|------------------|---|--|
| 111 | >Valerie | Da würd' ich erst drei unten hinlegen (...) (<i>hält zwei Würfel in der Hand</i>) | VerbSegBau, VerbZahl |
| 112 | >I | Denkt mal laut, genau. | IHinVerb |
| 113 | Valerie | (<i>murmelt</i>) Da stehen zwei (...)
(<i>stellt Würfel 1 auf die Platte und Würfel 2 hinter Würfel 1</i>) | VerbSegVor, VerbZahl
BauSeg |
| 114 | Sina | Ich würd' von hier oben anfangen. (<i>zeigt auf Würfel D, C und E</i>) | VerbSegVor, HandSegVor |
| 115 | Valerie | Liegen zwei oben, und so (...) (<i>stellt Würfel 3 an die rechte Seite von Würfel 2</i>) so liegen die dann. | BauplusEin (BauSeg) |
|  | | | |
| 116 | Valerie | Die liegen ja dann auch so. | |
| 117 | Valerie und Sina | (<i>drehen die Würfelkonstellation im Uhrzeigersinn</i>) | BauÄnd (BauAusSeg) |
|  | | | |
| 118 | Valerie | Und dann sind da zwei unter (<i>legt Würfel 4 auf Würfel 2</i>). | VerbSegzuSegVor, BauplusEin |
| 119 | Sina | Hmh (<i>zustimmend</i>). | |
| 120 | Valerie | (<i>legt Würfel 5 auf Würfel 4</i>) | BauplusEin |
|  | | | |
| 121 | >Sina | Das ist jetzt auch wieder auf'm Kopf. | AssBew |
| 122 | >Valerie | Jetzt haben wir' s wieder umgedreht. | VerbDrehVor |

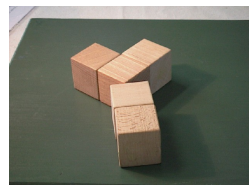
Abbildung 8.46: Valerie zu Aufgabe 1-h5

Valerie weist also noch vor Beginn ihres eigenen Baus auf ein Dreiersegment hin (VS 111) und beginnt ihren Bau mit der Rekonstruktion des von

ihr als Zweierturm identifizierten Segments („Da stehen zwei (...)“, VS 113). Dieses Segment wird sogleich in gegenüber der Vorlage veränderter Raumlage (nämlich liegend) realisiert, so dass angenommen werden kann, dass Valerie die Bauvorlage bereits im Vorfeld eigener Aktivitäten rotiert hat. Den Einwand von Sina, der sich stärker auf die Dreierecke oben in der Vorlage richtet (VS 114), kann sie in diese Überlegungen gut einbeziehen und schwenkt nun um auf die Rekonstruktion dieses Dreiersegments, das nach einer leichten Drehung in der Ebene der Bauplatte um das noch fehlende Zweiersegment ergänzt wird. Anstatt wie in der Bauvorlage „(...) da zwei unter (...)“ (VS 118) zu stellen, fügt Valerie zwei Einzelwürfel oben auf den in der Mitte der Dreierkonstellation liegenden Würfel an. Im Anschluss an diese Sequenz bestätigen sowohl Valerie als auch ihre Partnerin Sina, dass sie die Bauvorlage im Vorfeld eigener Aktivitäten bereits gedanklich gedreht haben (VS 123 bis 140).

Auch Alina (3. Klasse) sucht im Verlauf ihrer Bearbeitung von Aufgabe 1-h5 mehrfach die räumliche Relation von Segment zu Segment, kommt dabei jedoch teilweise zu recht eigenartigen Anordnungen, die der Bauvorlage kaum noch gleichen.

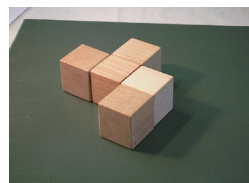
124 Alina (schiebt die Würfel)



BauSegplusSeg

**(BFVerflachung,
BFFlächenkontakt)**

(lacht) Der ist ja so schwer (verschiebt die zuletzt gelegten zwei Würfel nochmals).



BauÄnd (BauSegplusSeg)

Abbildung 8.47: Ausschnitt aus Alinas experimentellen Näherungen bei der Bearbeitung von Aufgabe 1-h5

Sowohl Alina als auch Valerie strukturieren die Bauvorlage in den ausgewählten Sequenzen offenbar in zwei Segmente, die bezüglich der Bauvorlage aus einem stehenden Zweierturm und einer darauf gesetzten „Dreierecke“ bestehen. Bei ihrer Rekonstruktion konzentrieren sich beide Mädchen stark auf die Relation dieser beiden Segmente zueinander, was bei Alina zu teils recht

skurilen Bauten führt, bei Valerie jedoch eine korrekte Baulösung mit sich bringt.

8.2.4.3 Louis zu 1-h5

In zahlreichen Interviewszenen sind *verbale Analysen* und Erläuterungen zum eigenen Bauwerk *im Anschluss an die abgeschlossene Konstruktion* anzutreffen. Teilweise wird dabei auf Rückfragen der Interviewerin reagiert, häufig setzen die Kinder verbale Argumentationen aber auch ein, um von sich aus Erklärungen dem Partner gegenüber abzugeben und räumlich- visuelle Kontrollen verbal-argumentativ zu stützen. Verwiesen sei dazu exemplarisch etwa auf Timos auf S. 464 bereits angesprochenen Argumentationen zu Figur 1-h4 oder auch auf den nachfolgenden Ausschnitt aus dem Interview mit Timo zu 1-h3, die sich an die bereits auf S. 445 kommentierte Szene anschließen:

58	I	Beschreib mal genau was du machst, dann könnt ihr euch besser, ähm, gegenseitig helfen.	IHinVerb, IHinKoop
59	Timo	Ich kippe den hier einfach um, ne? (<i>zeigt auf die Vorlage deutet Kipprichtung nach hinten rechts an</i>)	VerbDrehVor, HandBewVor
		Dann sind hier zwei oben (<i>zeigt auf die beiden oben nebeneinander liegenden Würfel D und C der Vorlage</i>), das sind die beiden oben (<i>zeigt auf Würfel 1 und 2</i>).	VerbSegVor, VerbZahl, HandSegVor VerbSegBau HandSegBau
		Das ist der da in der Mitte (<i>zeigt auf Würfel 3</i>).	VerbEinBau oder VerbEinVor, HandEinBau
		Und das ist (...) (<i>zeigt auf Würfel A der Vorlage</i>)	VerbEinVor, HandEinVor
60	< Silja	(<i>zeigt auf Würfel E der Vorlage</i>)	HandEinVor
61	< Timo	Der hier (<i>zeigt auf Würfel 4</i>) und der (<i>zeigt auf Würfel E der Vorlage</i>) ist dann hier oben drauf (<i>zeigt auf Würfel 5</i>).	VerbEinBau, HandEinBau, VerbEinVor HandEinVor, VerbEinzuSegBau HandEinBau

Abbildung 8.48: Verbale Analysen von Timo im Anschluss an die Konstruktion von Figur 1-h3

Andere Kinder wie Louis neigen dazu, ihre räumliche-visuellen Analysen der Vorlage bzw. der eigenen Bauvorlage bereits *im Vorfeld des Baubeginns oder aber begleitend zur eigenen Konstruktion verbal mitzuteilen*. Dabei bleibt zumeist offen, ob diese Form der verbalen Artikulation tatsächlich eine wesentliche Unterstützung der individuell geleisteten Operationen darstellt oder eher kommunikative Funktionen erfüllt und hier durch die paarweise Zusammenarbeit im Interview bzw. durch entsprechende Aufforderungen der Interviewerin (TS 58, Ausschnitt 8.48) bedingt ist. So entsteht zumindest in den Szenen aus dem Interview mit Louis und Katy der Eindruck, dass Louis verbale Analysen vor allem dem Zweck dienen, die eigenen Aktivitäten Katy gegenüber plausibel zu machen.

92	Louis	Die drei könnten wir eigentlich gleich liegen lassen, finde ich (legt Würfel 1, 2 und 3 auf die grüne Platte).	VerbZahl, VerbSegBau, BauSeg
93	Katy	Ja.	
94	Louis	Das sind diese (...) (zeigt auf Würfel A, B und C der Vorlage) und die beiden (...) (zeigt auf Würfel D und E) wir drehen das so, dass die unten sind (dreht Vorlage nach hinten rechts).	VerbSegVor, HandSegVor VerbEinVor : , HandEinVor : VerbEinzuSegVor HandBewVorkonkret

Abbildung 8.49: Verbale Analysen von Louis im Vorfeld bzw. begleitend zur Konstruktion von Figur 1-h5

Verbale Analysen, die räumlich-visuell gewonnenene Eindrücke und Operationen begleiten, sind für einige Kinder bedeutsamer Aspekt ihrer individuellen Strategie. Je nach individuell ausgeprägtem Temperament analysieren und artikulieren einige Kinder bereits vor Beginn ihres eigenen Bauwerkes räumliche Verhältnisse der zu rekonstruierenden Figur bzw. des geplanten Bauwerks, während andere Kinder ihre Bauwerke während des Baus oder im Anschluss an den Bau kommentieren. Dies beinhaltet dann häufig Erklärungen für den Partner oder die Interviewerin.

8.2.4.4 Zusammenfassung zu 1-h5

Im Hinblick auf die bislang erarbeiteten Strategiekomponenten in den vorausgegangenen Kapiteln sei noch einmal hervorgehoben, dass in den analysierten Daten der eigenen Studie *sukzessive* Rotationsoperationen, die zeitlich deutlich versetzte mentale Operationen von Teilen der Gesamtfigur beinhalten, abgegrenzt werden können von *simultanen* Vorgehensweisen. Zudem belegen die vorausgegangenen Kapitel exemplarisch Facetten *additiver* Vorgehensweisen, bei denen isoliert einzelne räumliche Teilaspekte bedacht und schließlich additiv zusammengefügt werden, wobei die aufeinander bezogene Integration dieser Teilaspekte scheitert.

Ergänzend wird zudem deutlich, dass unterschieden werden kann zwischen Vorgehensweisen, die verbale Analysen im Vorfeld eigener Konstruktion, begleitend zur Konstruktion bzw. im Anschluss an die abgeschlossene Konstruktion beinhalten.

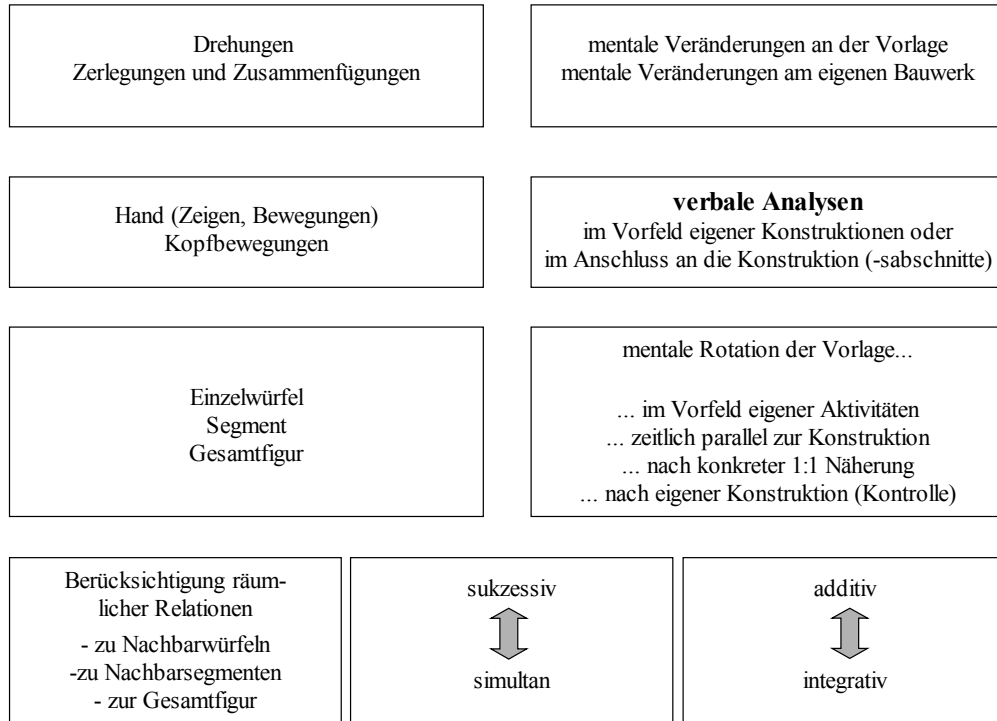


Abbildung 8.50: Erweiterung der Zusammenstellung von Strategieelementen aus der Analyse von Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h5

8.3 Komponenten mentaler Rotation

Die sukzessive Herausarbeitung von Strategieelementen in den Vorgehensweisen von Grundschulkindern bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben, die die Rotation massiver Würfelfünflinge in einer konstruktiven Arbeitsumgebung beinhalten, führt in der eigenen Studie zu dem in Abb. 8.51 dargestellten Modell, das die angesprochenen Komponenten veranschaulicht. Wie in den in Kap. 8.2 dargestellten Analysen deutlich wurde, kristallisieren sich diese Komponenten im Zuge von Vergleichen und Kontrastierungen ähnlicher oder stark unterschiedlicher Szenen heraus. So werden anschließend die einzelnen Komponenten noch einmal zusammenfassend dargestellt und inhaltlich erläutert (Kap. 8.3). In einem zweiten Schritt können diese Aspekte sodann wieder an die erhobenen oder auch an neue Daten herangetragen werden, um individuelle Strategien von Kindern zu beschreiben, wie dies in Kap. 8.2 (S. 437ff) teilweise bereits durchgeführt wurde. Ergänzend werden dazu in Kap. 8.3.2 (S. 484ff) noch einmal exemplarisch häufiger anzutreffende Vorgehensweisen in das Modell eingeordnet.

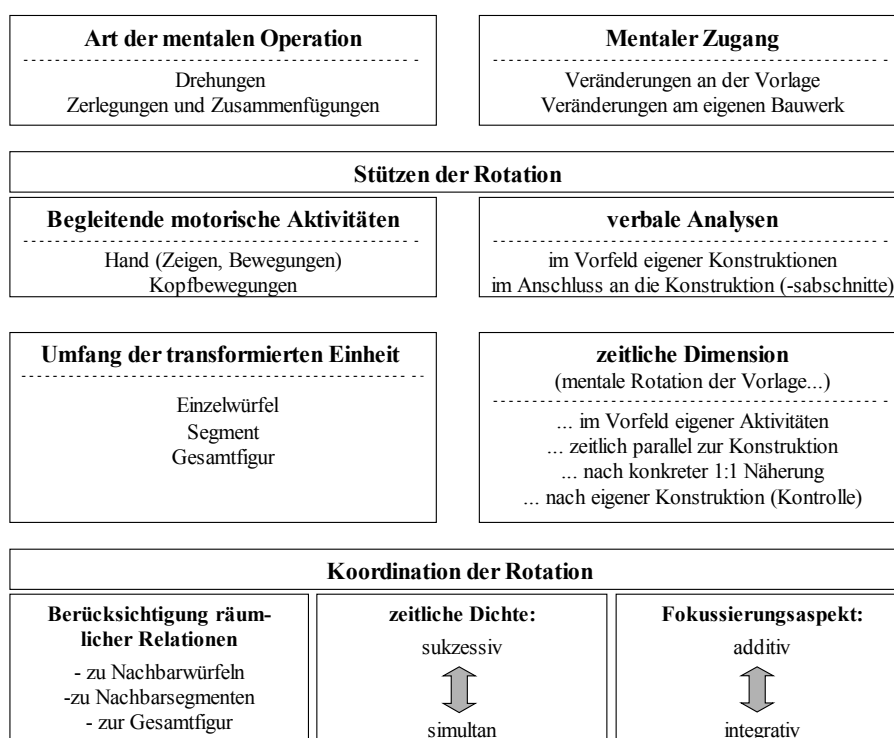


Abbildung 8.51: Komponenten mentaler Rotation

8.3.1 Darstellung der Komponenten mentaler Rotation im Modell

Die in Abb. 8.51 überblicksartig dargestellten Komponenten mentaler Rotation sind als Strategieelemente innerhalb der Vorgehensweisen der beobachteten Kinder zu verstehen, stellen also gewissermaßen „kognitive Bausteine“ innerhalb der kindlichen Vorgehensweisen dar, auf die bei der Bewältigung der mentalen Rotationsaufgaben zurückgegriffen werden kann. In dieser Funktion unterliegen sie grundsätzlich zunächst einmal keiner Hierarchie, wie die grafische Aufarbeitung dies vielleicht nahe legen könnte. Gleichwohl ergeben sich vielfältige Zusammenhänge zwischen den einzelnen Komponenten, wie die nachfolgenden Erläuterungen ausführen.

8.3.1.1 Zur Art der mentalen Operationen

Wie in zahlreichen Ausschnitten aus den Analysen in Kap. 8.2 (S. 437ff) deutlich wird, finden bei der Bearbeitung der Aufgabenstellungen einerseits gedankliche **Drehungen** der angebotenen Gesamtfiguren oder des eigenen Bauwerks statt. Dies kann in Anlehnung an die Ausführungen aus dem theoretischen Teil der Arbeit auch als „holistisches Vorgehen“ bezeichnet werden (vgl. Übersicht in Abb. 5.17, S. 299f)¹⁴. Andererseits finden jedoch häufig auch gedankliche **Zerlegungen** der Bauvorlage oder des eigenen Bauwerks bzw. anschließende gedankliche **Zusammenfügungen** statt.

Exemplarisch sei dazu nochmals auf Louis verbal kommentierte gedankliche Zerlegung und Zusammenfügung der Bauvorlage 1-h3 verwiesen (Ausschnitt 8.31, S. 451). Die mental zu leistende Rotation der Würfelbauwerke geht also offenbar häufig einher mit einer räumlich-visuellen Analyse und gedanklichen Strukturierungen, auf dessen Facetten in Kap. 8.3.1.4 (S. 477) noch einmal genauer eingegangen wird. Dabei kann beobachtet werden, dass Kinder teilweise auch mentale Operationen einsetzen, die Drehungen von Teilsegmenten der Figur beinhalten, welche sich durch gedankliche Strukturierungen der Würfelfiguren ergeben haben.

¹⁴vgl. dazu auch Bezeichnungen wie „whole approach“ (Barrat 1953), „global“ (French 1965), „holistische Strategie“ (z.B. Cooper 1975; Platt und Cohen 1981; Köller, Rost und Köller 1994; Grüßing 2002), „Raumstrategie“ (Putz-Osterloh und Lür 1977, 1979) oder „move object“ (Schultz 1991)

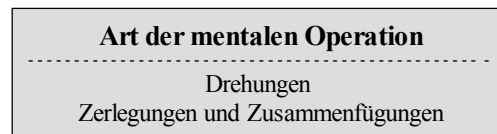


Abbildung 8.52: Arten mentaler Operationen

8.3.1.2 Verbale und gestische Stützen der Transformation

Verschiedene Facetten der gestischen Unterstützung wurden bereits in Kap. 8.1.2 (S. 411ff) dargestellt, wobei im wesentlichen unterschieden werden kann zwischen dem Einsatz der **Hände** (Zeigen oder zur Verdeutlichung von Bewegungen) sowie auffälligen **Kopfbewegungen**, die mit einer Veränderung der Blickrichtung einher gehen:

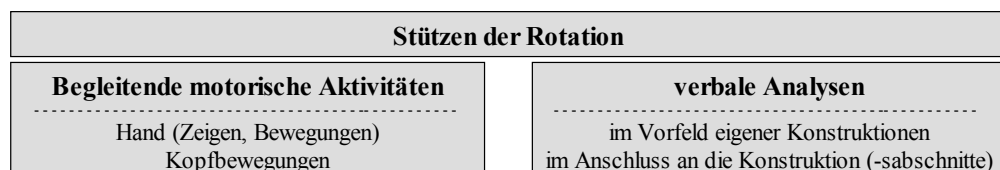


Abbildung 8.53: Stützen der mentalen Operationen

So beobachtet auch Piaget in der Auswertung verschiedener Experimente¹⁵ „häufige gestische Verhaltensweisen“, die seiner Ansicht nach darauf hinweisen, dass die bildhaften Repräsentationen im Moment dieses Körpereinsatzes noch nicht verinnerlicht sind. So bemerkt er: „(...) man sieht dann ziemlich häufig, daß die Versuchspersonen von 6-7 Jahren ihre Augenbewegungen mit Bewegungen der Finger begleiten, (...) als ob es darum ginge, die Bahn durch eine doppelte Nachahmung des Blicks und der Geste zu ‚begreifen‘.“ (Piaget und Inhelder 1979, 137). Piaget stellt ab einem Alter von 8 Jahren eine „deutliche Abnahme der gestischen Nachahmung“ fest (a.a.O.). In der eigenen Studie greifen jedoch Kinder aller Alterstufen auf Stützen dieser Art zurück. Insofern bleibt zu hinterfragen, ob der Einsatz begleitender motorischer Aktivitäten bei diesen oder vergleichbaren mental zu leistenden Operationen tatsächlich an das Alter der Probanden gebunden ist - wie die

¹⁵Es handelt sich hier um Experimente zu „Bewegungen und Positionen einer Schnecke auf Kreisbahnen“. In dieser Versuchsanordnung wird die Entwicklung „kinetischer Reproduktionsbilder“ untersucht (Piaget 1979, 128ff; vgl. dazu Kap. 2.1.2.2, S. 57ff).

Analysen Piagets nahe legen - oder ob es sich hier nicht etwa um individuelle, altersunabhängige Präferenzen handelt. So kann, wie bereits erwähnt, auch bei Erwachsenen im Zusammenhang mit mentalen Rotationsaufgaben immer wieder der Einsatz von begleitenden Gesten festgestellt werden (Freedman und Rovegno 1981; Corballis u.a. 1976; Peters u.a. 1995; Wexler u.a. 1998). In der eigenen Studie bedingt jedoch offenbar auch die besondere Versuchsanordnung der paarweise zusammen arbeitenden Kinder den Einsatz begleitender Handbewegungen, die nicht nur der Unterstützung eigener Überlegungen dienen, sondern auch kommunikative Zwecke erfüllen, wie der Ausschnitt 8.54 aus dem Re-Interview mit Valerie zu einer Szene aus der Bearbeitung der Aufgabe 1-h3 zeigt.

- I: Habt ihr da einen Plan gehabt, als ihr diese Figur zuallererst gesehen habt?
V: Also, ich hatte die Idee, dass wir das so hinlegen (*zeigt auf dem Bildschirm*).
I: Also, hier so rüber hinlegen (*zeigt auf dem Bildschirm*) und dann kann man ja so drehen, genau, also so die Vorlage *umkippen*, das war deine erste Idee?
V: Ja, dann hätte man (...) also ich wollte das Ding einfach (...) diese Figur einfach umkippen, dann würde da oben ja auch so 'n Kästchen sein.
I: Aha, und als ihr da gearbeitet habt, da hast du (...) mit der Hand hast du dann (...) hast du ihr auch gezeigt, *wohin* du das kippst, ne?
V: Hmh (*bestätigend*).
I: Kannst du mal sagen, *warum* du das machst?
V: (*räuspert sich*) Weil Sina das dann, also meine Freundin das dann besser versteht, wenn ich ihr das zeige, weil, wenn ich erkläre, versteht man das nicht manchmal.
I: Das ist oft so schwierig mit Worten auszudrücken, ne?
V: Ja.
I: Und *was* hast du ihr da gezeigt?
V: Ähm, ich hab' (...) wollte ihr zeigen ähm, wie man das legt.
I: Die Legerichtung für die Vorlage sozusagen?
V: Hmh (*bestätigend*).

HandBewVor

Abbildung 8.54: Handbewegungen zur Mitteilung eigener Überlegungen

In Kapitel 8.2.4 (S. 466ff) konnte zudem herausgearbeitet werden, dass auch **verbale Analysen** zur Struktur der nachzubauenden Figuren oder Kommentare zur eigenen Vorgehensweise die zu leistenden mentalen Operationen begleiten und stützen. Diese Analysen können einerseits im Vorfeld eigener Konstruktionen beobachtet werden, wenn es darum geht, das eigene Vorgehen zu planen und mit dem Partner abzustimmen. Andererseits werden häufiger auch abgeschlossene Konstruktionen im Zuge von Erklärungen und Kontrollen des Gebauten räumlich-visuell analysiert und verbal kommentiert. Ohne Zweifel sind diese Formen der verbalen Auseinandersetzung zunächst einmal vor allem auf die paarweise Zusammenarbeit in den Interviews der eigenen Studie zurückzuführen und würden im Rahmen einer Einzelarbeit möglicherweise nicht eingesetzt. Denkbar sind jedoch Einzelfälle, in denen die (kindlichen) Probanden ihre eigenen Aktivitäten mit Verbalisierungen begleiten und somit in besonderer Weise unterstützen.

8.3.1.3 Individuell unterschiedliche Zugänge

In Kap. 8.2.1 (S. 437ff) konnte exemplarisch gezeigt werden, dass grundsätzlich bei allen mentalen Operationen, die die Kinder bei der Bearbeitung der eigenen Aufgabenstellungen leisten, unterschieden werden kann zwischen **mental**en Veränderungen an der Vorlage und **mental**en Veränderungen am eigenen Bauwerk. Angesprochen ist damit ein gedankliches Operieren der Kinder an der mentalen Repräsentation der Vorlage oder auch des eigenen Bauwerks.

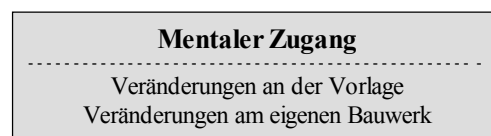


Abbildung 8.55: Arten des Zugangs

Sowohl in der Vorstudie als auch in der Hauptstudie der eigenen Untersuchung bleiben allerdings alle Kinder dabei, die vorgegebenen Figuren bzw. die eigenen Bauwerke mental zu verändern. Keines der Kinder kommt auf den Gedanken, die eigene Position, also den Betrachterstandort gedanklich zu verändern, wie dies etwa von Barrat (1953) für Variationen des „whole approach“ beschrieben oder auch von anderen Autoren beobachtet wird (vgl. „orientation strategy“ (Mc Gee 1978; Casey u.a. 1986) oder „move self“ (Schultz 1991) in der Übersicht auf S. 299). Erkenntnisse von Just und Carpenter (1986, vgl. S. 260) könnten diese Beobachtung insofern erklären, als dass die in der eigenen Studie verwendeten zu rotierenden Figuren so klein sind, dass hier aufgrund der geringen Größe eine mentale Operation am Objekt bevorzugt wird. Die Strategie des Perspektivwechsels bleibt vermutlich auch bei Kindern dieses Alters Aufgaben vorbehalten, in denen die Objekte groß und unbewegt sind.

8.3.1.4 Strukturierungsweisen

Verschiedene Arten der räumlichen Strukturierung von Würfelkonfigurationen wurden bereits in Kap. 3.2.1 (S. 116ff) referiert. Insbesondere bei Aufgaben zur Anzahlbestimmung in Würfelgebäuden konnte hier festgestellt werden, dass Kinder individuell unterschiedliche Einheiten gleicher Elemente bilden, die offenbar mental als Ganzheit erfasst werden und hier Schichten oder Spalten umfassen können. „Abgeknickte Würfelstangen“, die in ihrer

Struktur den Figuren der eigenen Studie ähneln, wurden beispielsweise in einer Studie von Merschmeyer-Brüwer (2001a) von den Kindern mental in Einzelwürfel bzw. in kleine Subeinheiten von wenigen Würfeln zerlegt (vgl. Abb. 3.9, S. 126). Eine Strukturierung nachzubauender Würfelfiguren in Schichten oder andere Substrukturen konnte auch in Untersuchungen festgestellt werden, die sich dem Bereich der Konstruktion von Würfelbauwerken u.ä. widmen (vgl. Kap. 3.2.3, S. 143ff).

Auch im Zusammenhang mit Aufgabenstellungen aus dem Bereich der mentalen Rotation wird vielfach von „analytischen Strategien“ berichtet, die im Verständnis zahlreicher Autoren vor allem räumlich-visuelle Analysen beinhalten, teilweise aber auch von verbal-logischen Argumentationen begleitet werden (vgl. die Übersicht zu Strategien bei mentaler Rotation in Abb. 5.17, S. 299f)¹⁶. So verwundert es nicht, dass auch die Kinder in der eigenen Studie gedankliche Strukturierungen der Würfelbauwerke vornehmen. Der Umfang der transformierten Einheiten variiert dabei von einem gedanklichen Operieren mit Einzelwürfeln über Segmente bis hin zur Operation mit der Gesamtfigur, die als „holistisches Vorgehen“ bezeichnet werden kann (vgl. auch Kap. 8.3.1.1, S. 474).



Abbildung 8.56: Umfang der transformierten Einheit

Werden die Würfelfünflinge gedanklich zerlegt, so sind zudem unterschiedliche Strukturierungen in Teilsegmente der Figuren 1-h1 bis 1-h5 zu beobachten: Häufig werden die zu einer „Dreierstange“ fest verleimten Einzelwürfel als markantes Element angesehen. Demgegenüber werden in den Figuren 1-h2 bis 1-h4 aber häufig auch die „Zweier“ oder die „Dreierecken“ an den „Enden“ als besondere Strukturmerkmale erkannt. Ähnliches gilt für die besondere Konstellation von Würfeln im oberen Teil der Figur 1-h5, in der vier Würfel an den obersten Würfel einer „stehenden Dreierstange“ angefügt sind (vgl. Kap. 6.4.1, S. 327ff).

¹⁶vgl. dazu auch die entsprechenden Begriffe „part approach“ (Barrat 1953), „analyzing“ (French 1965), „analytische Strategie“ (z.B. Cooper 1975; Burden und Coulson 1981; Köller, Rost und Köller 1994; Grüßing 2002), „key features“ (Schultz 1991)

8.3.1.5 Aspekte der zeitlichen Organisation

Deutliche Differenzen innerhalb der zu beobachtenden Vorgehensweisen ergeben sich zudem im Hinblick auf den Zeitpunkt der angestrebten mentalen Rotation der Vorlage (vgl. dazu v.a. die Ergebnisse aus Kap. 8.2.1 und 8.2.2, S. 437ff bzw. S. 445ff). Während einzelne Kinder sich um eine mentale Rotation der Vorlage im Vorfeld eigener Aktivitäten bemühen, versuchen andere diese gedankliche Operation zeitlich parallel zu ihrer Konstruktion. Einige Kinder nähern sich demgegenüber der Aufgabe zunächst mit einer konstruktiven Näherung, die in ihrer Ausrichtung ungefähr der Bauvorlage entspricht. Schließlich errichten einzelne Schüler in der Studie zunächst ein Bauwerk, das erst im Anschluss an die eigene Konstruktion mit der Bauvorlage verglichen wird. Erst diese Kontrolle beinhaltet dann eine mentale Rotation der Vorlage.

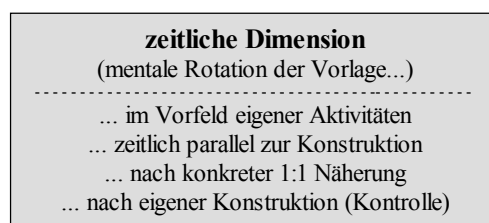


Abbildung 8.57: Zeitliche Organisation

Eine konkrete 1:1 Näherung an das gedanklich gedreht zu errichtende Bauwerk kann in der Folge vielfältige mentale Prozesse in Gang setzen, wie die nachfolgende Übersicht dokumentiert¹⁷:

- *1:1 Näherung mit anschließender Rotation der Vorlage und Rekonstruktion*

Auf eine 1:1 Näherung folgt etwa bei Leon (zu 1-h2, PL 40) oder auch bei Sören (zu 1-h3) eine mentale Rotation, die in eine erfolgreiche Rekonstruktion mündet (Sven hilft hier, einen BF Anzahlminus zu korrigieren). Birte geht (zu 1-h3) ähnlich vor, scheitert jedoch daran, dass sie zu stark an *einem* gedanklichen Kippvorgang der Vorlage festhält, der nicht möglich ist.

¹⁷vgl. dazu auch erste Beispiele und Ausführungen zu Beobachtungen der 1:1 Näherung in Kap. 8.1.2 (S. 417) sowie in Kap. 8.2.1.3 (S. 442)

- *1:1 Näherung (Teilbauwerk) mit anschließender konkreter Rotation eines Segments des eigenen Bauwerks*

Vielen Kindern hilft offenbar bereits das Errichten eines Segments in 1:1 Näherung und das anschließende konkrete Kippen dieses Teilstückes bei der Bewältigung der Rotationsaufgabe (z.B. Kim und Alina zu 1-h5, Alina zu 1-h4 (KA 85), Felix (HF 78 bis 93) zu 1-h3). Bemerkenswert ist hier auch das Vorgehen von Hanno (HF 143-145), der eine 1:1 Näherung (Teilbauwerk) durchführt, dieses Segment konkret kippt und parallel dazu gedanklich die Gesamtfigur aufbaut. Die gedankliche Rotation dieses antizipierten eigenen Gesamtbauwerks fungiert anschließend als Grundlage (gewissermaßen als „Schablone“¹⁸) für die eigene Konstruktion.

- *1:1 Näherung (Gesamtbauwerk) mit anschließender partieller konkreter Rotation eines Segments des eigenen Bauwerks*

Teilweise errichten Kinder „mit vereinten Kräften“ das gesamte Bauwerk entsprechend der Bauvorlage, um anschließend einzelne Segmente sequentiell zu kippen (Helge und Malte (HM 50 bis 55 bzw. 62 bis 63) zu 1-h3, Alina (KA 90 bis 91) zu 1-h4).

- *Rückgriff auf 1:1 Näherung („strategische Reserve“)*

Schließlich erfüllt der Rückgriff auf eine 1:1 Näherung gelegentlich auch die Funktion einer „strategischen Reserve“. Malte etwa (HM 80 bis 81 zu 1-h4) verbalisiert vor seiner eigenen Konstruktion die mentale Rotation der Vorlage und gelangt zu einer Rekonstruktion, die zunächst einen Verflachungsbaufehler beinhaltet. Dies wird von ihm als fehlerhaft erkannt, so dass er anschließend auf eine 1:1 Näherung zurückgreift, auf die ein konkretes Kippen der Gesamtfigur folgt.

Ähnlich geht anschließend auch Helge (HM 99 bis 100 zu 1-h5) vor: Nachdem er gemeinsam mit Malte die Figur 1-h5 mit einem Verflachungsbaufehler und einem BFAnzahlplus errichtet hat, greift auch er noch einmal auf eine 1:1 Näherung zurück.

8.3.1.6 Aspekte der Rotationskoordination

Schließlich ergeben sich aus den Daten Erkenntnisse zu verschiedenen Aspekten, die unter dem Stichwort „Koordination der Rotation“ subsumiert werden können.

¹⁸vgl. dazu auch Kap. 8.3.2.2, S. 487

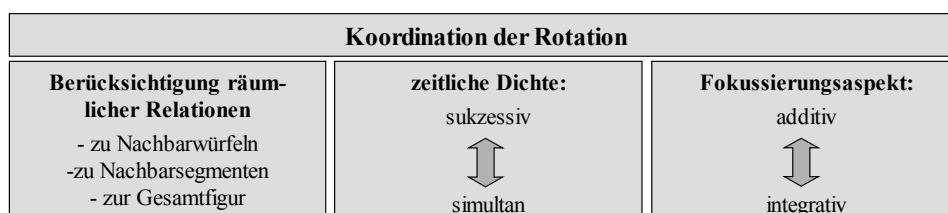


Abbildung 8.58: Koordination der Rotation

Dabei geht es einerseits darum, welche **Arten räumlicher Relationen** von den Kindern berücksichtigt werden. In verschiedenen Interviewausschnitten in Kap. 8.2 konnte aufgezeigt werden, dass diesbezüglich die verschiedensten Kombinationen denkbar sind. So wird häufig aus den Konstruktionsabschnitten bzw. aus verbalen Kommentaren der Kinder erkennbar, ob beispielsweise das Lageverhältnis eines Segments zu einem Nachbarsegment räumlich-visuell analysiert wird oder aber beispielsweise das Verhältnis eines Einzelwürfels zu einem (von vielen Kindern immer wieder als besonders markant empfundenen) Dreiersegment innerhalb der Figur besondere Beachtung geschenkt wird.

Grundlage für diese räumlich-visuelle Analyse ist eine vorausgegangene (oder auch begleitend zur Konstruktion noch einmal variierte) gedankliche Strukturierung des vorgegebenen Würfelbauwerks, womit sich ein besonderer Bezug dieses Aspekts zu den oben bereits ausgeführten verschiedenen Strukturierungsweisen ergibt (Kap. 8.3.1.4).

Der Teilaspekt der **zeitlichen Dichte** bezieht sich auf die *Abfolge* einzelner gedanklicher Schritte. Sofern dieser Teilaspekt im Einzelfall überhaupt herausgearbeitet werden kann, lässt sich hier unterscheiden zwischen sukzessiven und simultanen Transformationsabfolgen. So laufen bei einigen Kindern einzelne Operationsschritte zeitlich deutlich versetzt, also sequenziell („Stückchen für Stückchen“) ab. In anderen Fällen sind einzelne Schritte nicht mehr rekonstruierbar, so dass hier davon gesprochen werden kann, dass die gedankliche Rotation simultan erfolgt (vgl. dazu beispielsweise die in Kap. 8.2.3, S. 456ff kontrastierten Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h4 von Jana und Florian).

Auch andere Autoren berichten im Zusammenhang mit Strategien bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben von sequenziell ablaufenden Teiloperationen. So sei noch einmal auf die Arbeiten von Carpenter und Just (1976, 1978, 1985, 1986; vgl. Kap. 5.2.1, S. 256ff) verwiesen, die dies-

bezüglich eine „Strategie des sequenziellen Vergleichs“ beschreiben (Kosslyn 1980, 302). Diese ist dadurch gekennzeichnet, dass die zu vergleichenden Konfigurationen *nicht* in ihrer ganzheitlichen Gestalt gedreht werden. Vielmehr wird auch hier analytisch operiert, wobei verschiedene Teilfiguren sukzessive rotiert werden. Prozesse des Vergleichens und Überprüfend begleiten dieses Vorgehen, wie auch in den eigenen Interviewausschnitten beobachtet werden kann (vgl. auch ähnliche Beschreibungen bei Yuille und Steiger (1982) sowie bei Grüßing (2002) für die Arbeit mit Grundschulkindern).

Wie bereits in Kap. 2.1.2.2 und 2.1.3 (S. 41 bzw. 51) angesprochen, liefern auch die Arbeiten Kosslyns ergänzende Hinweise für die Interpretation der eigenen Daten. So nimmt Kosslyn (1980, 292) an, dass eine sogenannte *cleanup operation* dafür sorgt, dass einzelne Segmente einer Konfiguration im Zuge eines sequenziellen Vorgehens ihren Zusammenhalt nicht verlieren. So könnte angenommen werden, dass eben diese *cleanup operation* bei vielen der hier beobachteten Kinder noch nicht so gut entwickelt ist, wie Kosslyn dies für erwachsene Probanden annimmt. Entwicklungsbedingte Unterschiede, die in der eigenen Studie nicht näher untersucht wurden, ließen sich möglicherweise auf diese mehr oder minder ausgebildete Operation zurückführen.

Interessant erscheint zudem die Parallele, die sich aus der Analyse von Kodierungsstrategien in Kinderzeichnungen ergibt (vgl. Kap. 3.2.2, S. 128ff). Hier wird von verschiedenen Autoren berichtet, dass vor allem jüngere Kinder bei der zeichnerischen Darstellung von Objekten diese gedanklich umlaufen bzw. gedanklich vor sich her bewegen. Dabei entsteht vor ihrem inneren Auge eine Sammlung sequenziell gewonnener „Ansichten“ des Objekts, die in die zeichnerische Darstellung einfließen (Stückrath 1963, Ingram und Butterworth 1989, Wollring 1995a).

Im Bereich der Koordination der Rotation spielt schließlich auch der hier als **Fokussierungsaspekt** betitelte Teilaspekt eine wichtige Rolle. Dabei ergibt sich die Frage, wie viele der zu beachtenden räumlichen Relationen innerhalb der zu rotierenden Figur vom Kind zu einer „Gesamtkomposition“ aufeinander bezogen zusammengefügt werden können.

Weisen die Argumentationen oder das, was ein Kind in seinen Überlegungen mutmaßlich berücksichtigt, eher kumulativen Charakter auf, so kann von einer *additiven* Zusammenfügung dieser isolierten Überlegungen gesprochen werden. Innerhalb der Menge aller für die Aufgabenbewältigung zu beachtenden räumlichen Relationen werden dabei lediglich partielle Einzelrelationen berücksichtigt, so dass hier auch von einer Zentrierung auf Einzelaspekte gesprochen werden kann.

Timo beispielsweise (vgl. Ausschnitt 8.28, S. 445) geht zunächst additiv vor. Anschließend gelingt ihm doch noch die Integration aller zu berück-

sichtigenden Einzelaspekte. Florian (s. Ausschnitt 8.29, S. 447) glückt demgegenüber die integrative Berücksichtigung sämtlicher der zu beachtenden räumlichen Relationen, die gegenüber dem additiven Denken auch als Fähigkeit zur Dezentrierung bezeichnet werden kann. Im Falle additiver Vorgehensweisen hingegen kann im Piagetschen Sinne von einer starken Fokussierung auf eine als besonders wesentlich erachtetes Merkmal der Aufgabenstellung gesprochen werden, zu der Montada (1998 in: Oerter und Montada 1998, 535) bemerkt: „Wenn Piaget von Zentrierung sprach, meinte er relative Zentrierung: Überschätzung (der Bedeutung) der zentrierten Dimension. Die zweite Dimension bleibt nicht gänzlich ungeachtet, was an Umzentrierungen auf die zweite Dimension und an Entscheidungskonflikten zu erkennen ist (...)“

Entsprechend zu erklären sind somit auch selbstmotivierte Korrekturen der Kinder ihrer eigenen Bauwerke. So kann eine additive Berücksichtigung räumlicher Relationen häufig zu verflachten Bauwerken führen, so dass umgekehrt Baufehler dieser Art als Indiz für eine noch nicht ausreichend ausgeprägte Integrationsfähigkeit der Kinder angesehen werden können. Ein Umzentrieren und Orientieren am räumlichen Gesamteindruck der Bauvorlage kann dabei Auslöser eines Korrekturversuches sein.

Wie in Kap. 3.2.1 (S. 116ff) erläutert, stellen verschiedene Autoren fest, dass vor allem jüngere Kinder im Umgang mit Würfelgebäuden (Anzahlbestimmung bzw. Rekonstruktion) ihre Aufmerksamkeit häufig zunächst nur auf einen singulären Aspekt richten (z.B. Campbell u.a. 1992; vgl. S. 121). Erst im Anschluss daran bilden sich sequentielle Denkprozesse aus, bis schließlich eine Integration aller zu berücksichtigenden Dimensionen geleistet wird. So verweisen auch die wenigen Untersuchungen, die sich speziell der Fähigkeit zur mentalen Rotation im Kindes- bzw. Jugendalter widmen, dass vor allem jüngere Kinder auch hier stärker dazu neigen, auf isolierte Merkmale zu zentrieren, während ältere Schüler eher zu einer Integration aller zu berücksichtigenden räumlichen Aspekte imstande sind. Reiss u.a. (1998, 1999; vgl. S. 279ff) gehen beispielsweise davon aus, dass sich die Anzahl der (zunächst sequentiell) berücksichtigten Merkmale im Zuge fortschreitender Entwicklung steigert und schließlich in eine „parallele Merkmalskodierung“, also eine integrative Verarbeitung aller dieser Elemente mündet. Auch Gutiérrez und Jaime (1992, 1993, 1996; vgl. S. 287f) stellten insbesondere für jüngere Grundschulkinder eine starke Zentrierung auf einzelne Ansichten eines zu rotierenden Würfels fest. Ältere Schüler waren hier zu stärkerer Dezentrierung fähig. Nach Gorgorió (1996, 1998, vgl. S. 282) richtet sich die Aufmerksamkeit der Schüler zudem vor allem dann auf Partielles, wenn eigene Konstruktionen (wie in der eigenen Studie) zu leisten sind.

8.3.2 Beschreibung individueller Vorgehensweisen mit dem Komponentenmodell

Die individuellen Vorgehensweisen der Grundschulkinder bei der Bearbeitung konstruktiv zu lösender mentaler Rotationsaufgaben in der eigenen Studie sind so vielfältig, dass sie nicht im Einzelnen dargestellt werden können. Gleichwohl bietet sich mit dem in Kap. 8.3 dargestellten Modell ein wichtiges Werkzeug, in dem wesentliche Strategieelemente überblicksartig erfasst sind. Dieses Modell gestattet daher rückwirkend die Beschreibung der verschiedensten denkbaren Vorgehensweisen. So wurde in den Interpretationen zu ausgewählten Szenen in Kap. 8.2 (S. 437ff) bereits auf zuvor erarbeitete Strategieelemente zurückgegriffen, um Vorgehensweisen der Kinder zu beschreiben und einander gegenüber zu stellen.

Das aus den eigenen Daten erwachsene Komponentenmodell versteht sich somit schließlich auch als Analyseinstrument für die Beobachtung vergleichbarer Aktivitäten im Unterricht. Wie das Komponentenmodell als Analysewerkzeug eingesetzt kann, demonstrieren die abschließenden Beispiele für die hier als „Schablonentechnik“ bezeichneten Vorgehensweise (Kap. 8.3.2.2) bzw. für Typen additiver und sukzessiver mentaler Rotation (Kap. 8.3.2.1).

8.3.2.1 Beispiele für Typen additiver und sukzessiver mentaler Rotation im Komponentenmodell

Bereits in Kap. 8.2.2 (S. 445ff) wurde herausgearbeitet, dass beispielsweise Timo bei der Bearbeitung der Aufgabe 1-h3 additiv vorgeht, indem er zunächst ein Zweiersegment konstruiert und anschließend drei Einzelwürfel setzt. Dabei berücksichtigt er verstärkt die räumliche Relation dieser Einzelwürfel zum benachbarten Zweiersegment. Erst als das eigene Bauwerk aufgestellt ist, gelingt ihm wieder der integrative Blick auf das Gesamtbauwerk und er korrigiert seine Konstruktion. Greift man noch einmal auf alle Details der Analyse zum entsprechenden Interviewausschnitt 8.28 (S. 445f) zurück, stellt sich Timos Vorgehen im Komponentenmodell folgendermaßen dar¹⁹:

¹⁹Die Timos Vorgehen bezeichnenden Strategieelemente sind farbig hervorgehoben

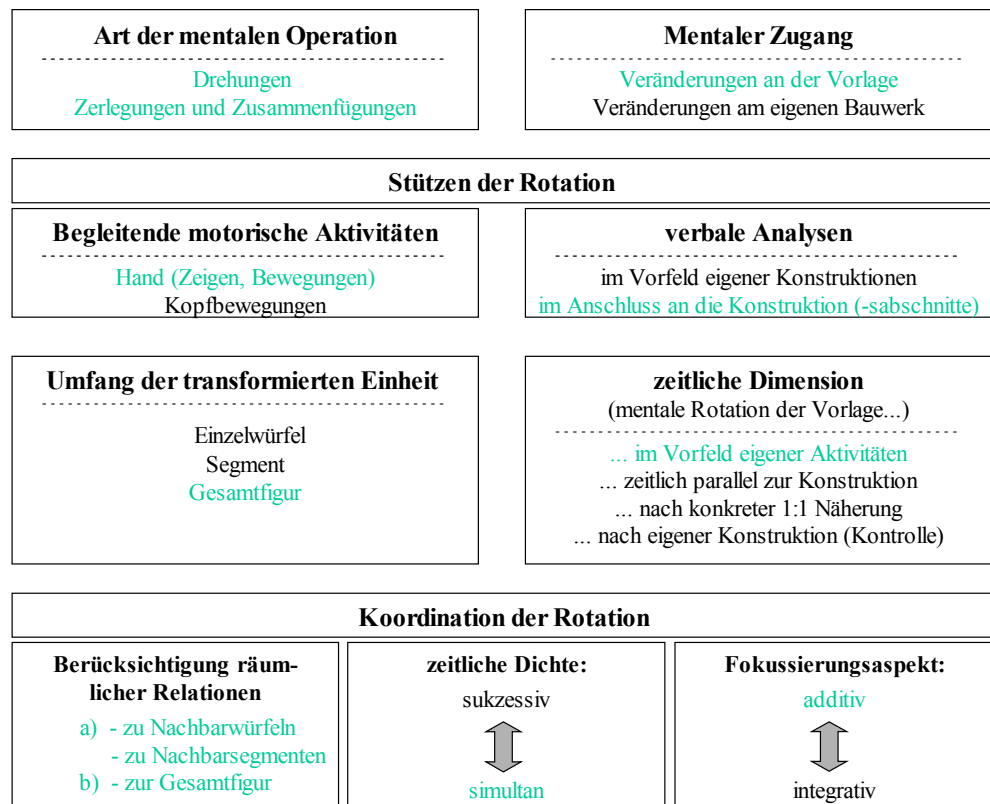


Abbildung 8.59: Strategie von Timo (3. Klasse) zu 1-h3 im Komponentenmodell

Ein weiteres Beispiel für die partielle Berücksichtigung räumlicher Relationen ergibt sich aus der Interpretation eines Interviewausschnitts zu Valerie bei der Bearbeitung von Aufgabe 1-h4. Diese Passage wurde bereits in Kap. 8.2.3.1 (S. 456) ausführlich dargestellt und analysiert. Im Wesentlichen wird dabei deutlich, dass Valerie sich um eine mentale Rotation der Gesamtfigur im Vorfeld eigener Aktivitäten bemüht. Dennoch fokussiert sie im Zuge der konkreten Konstruktion stark auf die Relation einzelner Würfel zum Nachbarsegment („liegender Dreier“), so dass unter ihrer Führung schließlich ein spiegelverkehrtes Bauwerk entsteht. Aufgrund ihrer recht zurückhaltenden Art ist dabei schwer zu entscheiden, ob ihre Koordination der Rotation als si-

multan bezeichnet werden kann oder ob (und das steht zu vermuten) sie nicht doch einzelne Transformationsschritte zeitlich versetzt vollzieht. Zu Valeries Vorgehen ergibt sich somit die folgende Darstellung im Komponentenmodell:

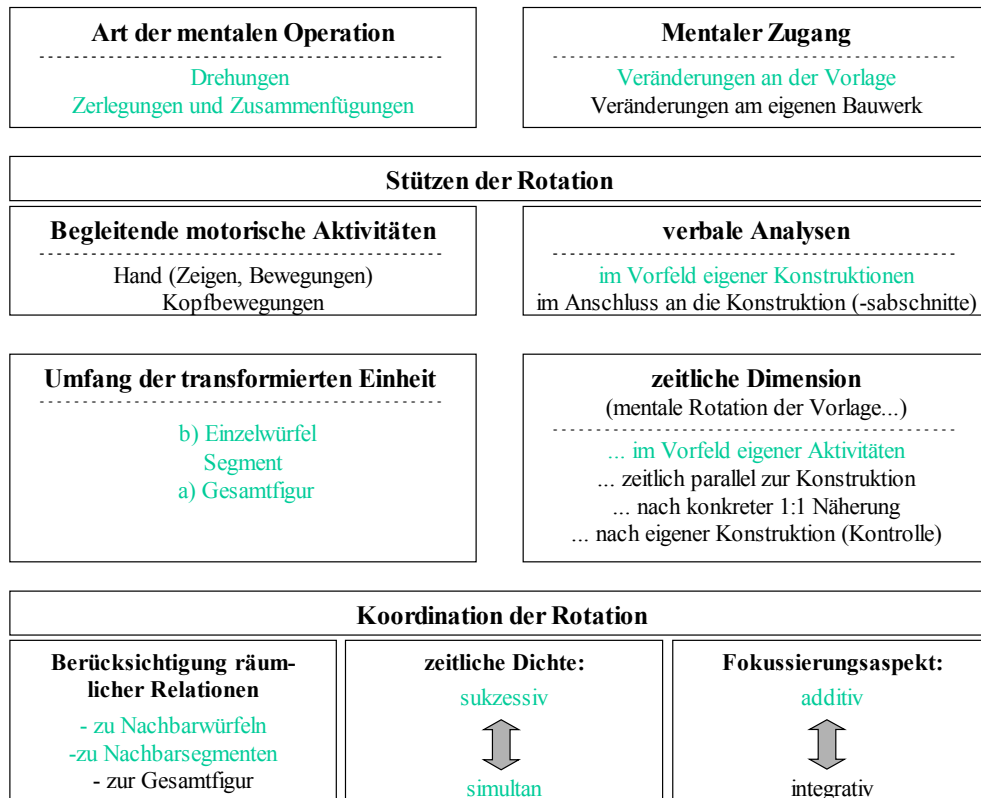


Abbildung 8.60: Strategie von Valerie (4. Klasse) zu 1-h4 im Komponentenmodell

In Vorgehensweisen wie jener von Jana bei der Bearbeitung von Aufgabe 1-h4 (vgl. Kap. 8.2.3.2, S. 458ff) tritt zum Aspekt der Zentrierung („additive Koordination“) sehr deutlich die Komponente des sukzessiven Voranschreitens hinzu. Wie bereits oben analysiert, rotiert Jana zeitlich deutlich versetzt Teile der Bauvorlage („Stückchen für Stückchen“) und ist sich dieses Vorgehens gemäß ihrer Aussagen im Re-Interview auch durchaus bewusst („Also, dann ham (..) also die zwei, die hinter diesem stehenden Klotz sind (..) das ham wir hingelegt und dann (..) ham wir das so (..) so’n bisschen nach da gekippt (*zeigt auf den Bildschirm*)“; vgl. Re-Interviewausschnitt S. 459).

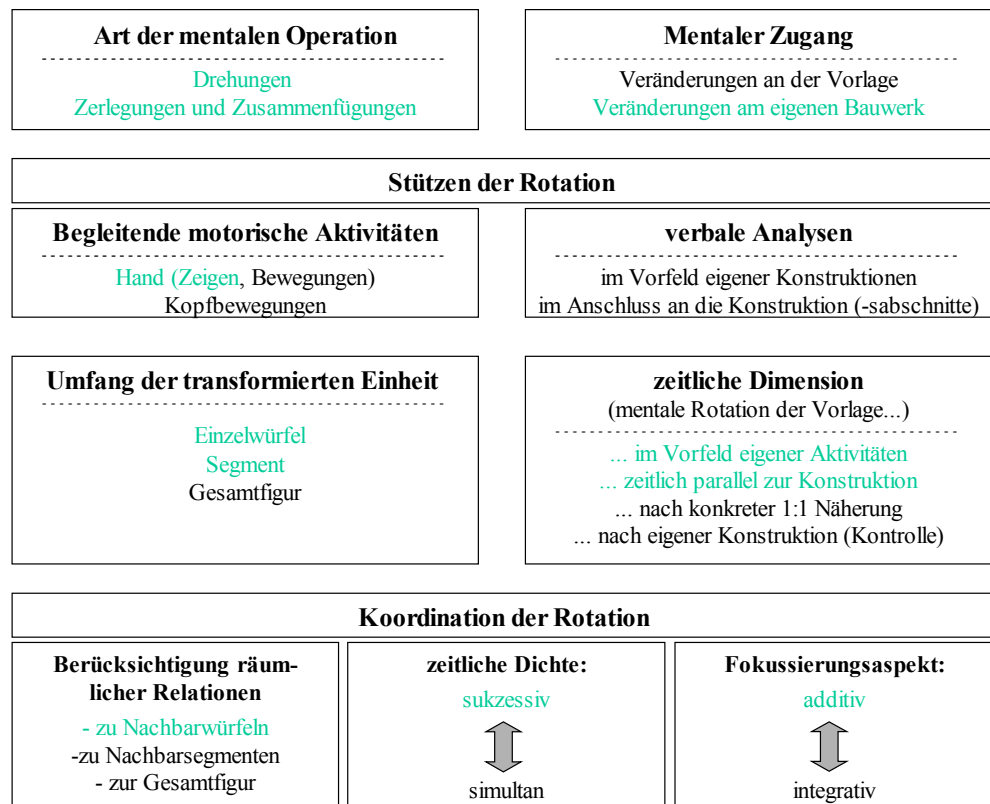


Abbildung 8.61: Strategie von Jana (2. Klasse) im Komponentenmodell

8.3.2.2 Schablonentechnik

Vorgehensweisen der Kinder in der eigenen Studie, bei denen weder sukzessive noch additive Elemente zu erkennen sind, kann die Bezeichnung der „Schablonentechnik“ zugeordnet werden²⁰, die sich im Komponentenmodell folgendermaßen darstellt:

²⁰Der Begriff „Schablone“ entstammt den Interviews aus der explorativen Vorstudie mit Kindern des vierten Schuljahres einer Grundschule in Hannover (vgl. Kap. 6.3.2, S. 322ff)

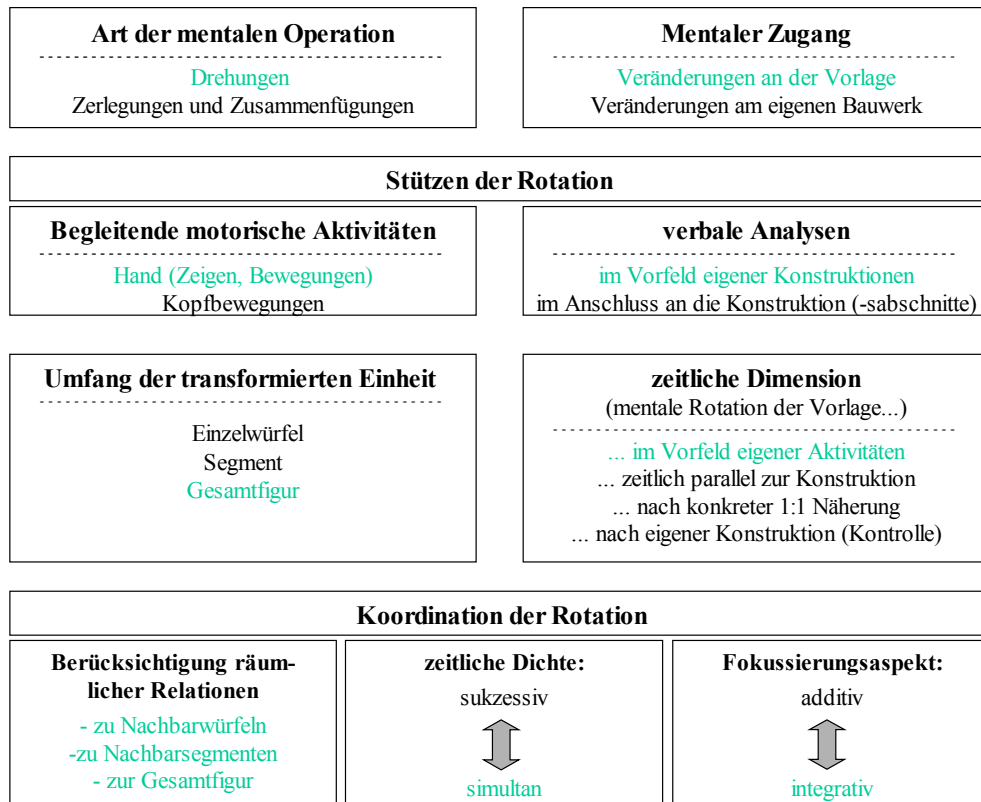


Abbildung 8.62: „Schablonentechnik“ im Komponentenmodell

Exemplarisch sei zu diesem Strategietyp noch einmal auf die bereits in Kapitel 7.4.2.3 (S. 398ff) und Kapitel 8.2.2.1 (S. 446) analysierten Szenen aus dem Interview mit Florian und Lennart (4. Klasse) erinnert, in denen die beiden Kinder Aufgabe 1-h3 bearbeiten:

Florian beginnt die Rekonstruktion der Figur 1-h3 erst, nachdem er die Vorlage mental rotiert hat (vgl. Ausschnitt 7.15, S. 399). Er kommentiert sein Vorgehen mit Äußerungen wie „Ja, ich würde das so machen, dass wir das einfach so wie’s da steht hinlegen. Oder?“ (FL 20) und setzt begleitende Handbewegungen ein. Diese verdeutlichen Lennart seine eigene Vorstellung von der gedanklichen Drehung der Gesamtfigur. Im Anschluss an die eigene Konstruktion kommentiert Florian den fertig gestellten Bau mit einer Geste, die noch einmal die gedachte Drehung veranschaulicht (FL 33). Auch im späteren Re-Interview (FL 35ff) bestätigt er, dass er die Vorlage „(...) in Gedanken einfach nur genommen (...) und gekippt (...)“ hat.

Florian gelingt es schließlich (vgl. S. 447) während des gesamten Bauprozesses eine stabile Vorstellung der mental gekippten Bauvorlage aufrecht zu erhal-

ten. Dieses gedankliche Bild der Gesamtfigur, das auch als mentale „Schablone“ bezeichnet werden kann, fungiert während der Konstruktion als Grundlage für die eigenen Bau. Sämtliche der zu berücksichtigenden räumlichen Relationen werden dabei integriert.

Kapitel 9

Reflexion und Ausblick

9.1 Zusammenfassung

Die eigenen praktischen Studien suchten nach Klärung der in Kap. 6.1 (S. 304ff) formulierten Fragestellungen, die sich auf die mentale Rotationsfähigkeit acht- bis zehnjähriger Grundschulkinder beziehen. Dabei ging es vor allem darum, Strategien von Grundschulkindern aufzudecken, die diese bei der Bearbeitung räumlich-konstruktiver Aufgabenstellungen mit gedanklicher Rotation massiver Würfelmehrlinge einsetzen.

Die eigenen empirisch gewonnenen Erkenntnisse zu diesen Fragestellungen fügen sich nunmehr ein in das im ersten Teil der vorliegenden Arbeit aufgeworfene Feld zum Forschungskontext mentaler Rotation. Hier wurden verschiedene Aspekte der Fähigkeit zu mentaler Rotation beleuchtet: Neben einem Überblick zum kognitionspsychologischen Ursprung des weit verbreiteten Interesses an der Fähigkeit zu mentaler Rotation wurde erarbeitet, wie dieser Teilbereich der Raumvorstellung unter psychometrischen Gesichtspunkten abzugrenzen ist und welche Befunde aus dem Bereich der differentiellen Psychologie vorliegen, die für die eigene Untersuchung als bedeutsam erachtet werden. Der besondere Schwerpunkt der Ausführungen im ersten Teil der Arbeit lag jedoch schließlich auf den Bereichen, die hier als „entwicklungspsychologische“ bzw. „mathematikdidaktische Perspektive“ auf die Fähigkeit zu mentaler Rotation bezeichnet werden, und mündete in eine Darstellung des Forschungsfeldes zu Strategien bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben (vgl. Abb. 5.17, S. 299). Im Ergebnis der theoretischen Darstellungen ergab sich ein deutliches Theoriedefizit im Hinblick auf Erkenntnisse zu Strategien von Grundschulkindern bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben (vgl. Kap. 5.2.5, S. 292ff). Entsprechend konnte die eigene

Untersuchung auf die Anreicherung dieses Forschungsfeldes abgestimmt werden, wobei der ursprünglich bedeutend weiter angelegte Rahmen sukzessive eingegrenzt werden musste: Neben einer Reduktion der Interviewanzahl, die sich vor allem aus forschungspraktischen Gründen anbot, wurde ein Schwerpunkt auf mentale Rotationsaufgaben mit *konstruktiven* Charakter gelegt. Ebenfalls erhobene Daten zum Umgang der Kinder mit rotierten massiven Vergleichsfiguren bzw. mit Fotos dieser Körper (vgl. Kap. 6.4.1, S. 327ff) wurden zunächst nicht ausgewertet.

Im Endergebnis, d.h. nach Abschluss und Auswertung der praktischen eigenen Studien sowie rekursiver Rückgriffe auf das im ersten Teil der Arbeit theoretisch dargestellte Forschungsfeld zu mentaler Rotation bzw. zur Entwicklung räumlicher Kompetenzen liegt nun ein Modell vor, welches verschiedene Teilaspekte innerhalb der bei den Kindern der eigenen Studie beobachteten Vorgehensweisen beleuchtet (vgl. Kap. 8.3, S. 473ff). Mit Hilfe dieser Komponenten lassen sich kindliche Strategien bei der konkreten Rekonstruktion mental zu rotierender Würfelfünflinge charakterisieren und in ihrem Zusammenwirken beschreiben. Exemplarisch wurden mit Hilfe dieses Komponentenmodells häufiger anzutreffende Strategietypen wie die der additiven und sukzessiven mentalen Rotation oder der hier als „Schablontechnik“ bezeichneten Vorgehensweise beschrieben. Grundsätzlich wird dieses Modell als offen für Erweiterungen angesehen, zumal es zunächst aus Analysen zu einem recht speziellen Aufgabentyp erwachsen ist.

9.2 Relevanz der Arbeit für den Geometrieunterricht der Grundschule

Persönliche Erfahrungen aus der Lehrerfortbildung und aus dem Kollegengespräch im Schulalltag zeigen die besonderen Schwierigkeiten, die mit dem Versuch verbunden sind, mathematikdidaktische Forschungsaktivitäten und -ergebnisse in die Praxis zu spiegeln. Dies gilt umso mehr, wenn es sich um einen fast schon nebensächlich anmutenden Teilbereich des Mathematikunterrichts handelt und weniger methodisch-praktische Anregungen im Mittelpunkt stehen. Erkenntnisse zu kognitiven Operationen und Strategien von Kindern erscheinen wenig „handfest“ und können oft nicht unmittelbar auf die Unterrichtspraxis übertragen werden.

Auch von Kardoff warnt grundsätzlich davor, anzunehmen, wissenschaftliche Forschungsergebnisse könne man im Rahmen einfacher Übertragungsmechanismen in die Praxis exportieren, und schätzt die Rolle des qualitativen For-

schers wohl richtig ein, wenn er sagt, dieser könne „(...) im besten Fall zum Anreger und Katalysator für eine lernende Organisation (werden)“ (Kardoff 2003, 622). Was gilt es also mit den vorliegenden Darstellungen und Ergebnissen anzuregen?

Zunächst einmal leistet der erste Teil der vorliegenden Arbeit einen umfangreichen **Überblick über das Forschungsfeld mentaler Rotation**, das aus mathematikdidaktischer Perspektive bislang noch nicht vorlag. Dieser theoretische Abriss bietet dem interessierten Leser die Möglichkeit, sich wesentliche Grundgedanken zum ausschweifenden Feld mentaler Rotation anzueignen und damit tiefere Einblicke in psychologische Vernetzungen mathematikdidaktischer Arbeit zu erhalten. Zudem wird hier deutlich, dass mentales visuelles Operieren und damit auch die Fähigkeit, zwei- oder dreidimensionale Figuren mental zu rotieren, einen bedeutsamen Kernbereich der Raumvorstellung, des Geometrieunterrichts und damit des Mathematikunterrichts in der Grundschule darstellt. Die Relevanz mentaler Rotation reicht also weit über die Anforderungen der eigenen Studie hinaus (vgl. dazu v.a. Kap. 4.2.1 (S. 199ff), 4.2.2 (S. 204ff) und 4.2.3 (S. 210ff)¹), so dass nicht nur die in der eigenen Studie eingesetzten Aufgaben sondern vielmehr die grundsätzliche Erkenntnis der **tragenden Bedeutung dieser kognitiven Fähigkeit** in den Mittelpunkt rücken sollte: Die Fähigkeit zum mentalen Rotieren macht einen Kernbereich des mentalen visuellen Operierens aus, das wiederum die Grundlage für die Veranschaulichung arithmetischer Prozesse und damit für den Erwerb von Rechenkompetenzen darstellt. Anzunehmen ist, dass Schwächen von Kindern beim Bewältigen arithmetischer Problemstellungen häufig auf Defizite in der Ausbildung mentaler visueller Operationen zurückzuführen sind (vgl. Lorenz 1992, 1993b, 2003). Der Schulung des mentalen visuellen Operierens müsste folglich im Unterricht bedeutend mehr Beachtung geschenkt werden als dies gegenwärtig der Fall ist. Mentale Rotation ist hier, wie Freudenthal (1971) bemerkt, zur Sensibilisierung der Kinder für die Bedeutung geometrischer Transformationen besonders geeignet:

„To a young child congruent figures are the same. It will not hit upon the idea that something has happened if a figure has only been carried to another place. To an unsophisticated mind translating is no transformation. In this regard rotation is somewhat better than translation. If a cube is translated, nothing has happened; if it is turned and put on a corner, something has

¹Erinnert sei exemplarisch daran, dass es etwa beim Erlernen der Uhrzeiten von großer Hilfe ist, wenn Kinder sich die Rotationsbewegung der Zeiger vorstellen können.

changed.“ (Freudenthal 1971, 434).

So bieten die in der eigenen Studie eingesetzten Aufgaben an sich wertvolle Chancen, wie die Erfahrungen aus der eigenen Datenerhebung und Versuche in verschiedenen Fachpraktika mit Studierenden des Lehramts an Grund-, Haupt- und Realschulen an der Universität Hannover dokumentieren:

Ein **Einsatz des Untersuchungsmaterials im regulären Geometrieunterricht** der Grundschule ist gut möglich. Anders als in der überwiegenden Mehrheit empirischer Untersuchungen zur mentalen Rotation (vgl. Kap. 2.1.3, S. 45ff) wurden in der eigenen Studie reale, dreidimensionale Objekte eingesetzt. Gegenüber ebenen Abbildern dreidimensionaler Objekte „verkürzt“ sich hier gewissermaßen die Generierung eines mentalen Modells um die hier nicht erforderliche „Übersetzungsleistung“ zwischen zweidimensionaler Darstellung und dreidimensionalem Objekt (vgl. S. 33). Es handelt sich hier dennoch um nicht-triviale Aufgabenstellungen, die verschiedene Lösungswege im Zuge aktiv-entdeckenden Arbeitens ermöglichen und deren Lösung durch eine Zusammenarbeit der Kinder erleichtert wird (vgl. dazu auch Röhr 1995a, b, 1996, 1997). Die Tatsache, dass in der eigenen Datenerhebung fast alle Kinder phasenweise zu einer Einzelarbeit am Material übergangen (vgl. Runnebom 2004), zeugt vom besonders hohen Aufforderungscharakter des Materials, das zu eigenständiger Problemlöseaktivität animiert. Einige Kinder sind dabei so stark gefesselt, dass keine echte Kooperation mit dem Partner mehr stattfindet (vgl. auch Kap. 7.4.2.2, S. 395). Wenngleich die Idee, die hinter den Aufgabenangeboten steht, simpel und im Alltag leicht wiederholbar ist, wird dennoch ein hoher Anspruch an die räumlichen Vorstellungsfähigkeiten der Kinder gestellt. Wie bereits in Kap. 4.2.4 (S. 235) angedeutet, können die eigenen Aufgabenarrangements den methodischen Fundus für den Geometrieunterricht in der Grundschule also bereichern. Dies gilt schließlich auch vor dem Hintergrund der in der Fachdidaktik und auch in den aktuellen Bildungsstandards verankerten Forderung nach einer Förderung sogenannter „allgemeiner mathematischer Kompetenzen“, zu denen unter anderem Problemlöse-, Argumentations- und Kommunikationskompetenzen zu zählen sind (vgl. NCTM 2000; Bildungsstandards 2005; Kerncurriculum 2006).

Mit der Identifikation einzelner Strategien bzw. der sie bestimmenden Elemente liegen im Ergebnis der eigenen Studie mit dem Komponentenmodell nun **Grundlagen für die Reflexion und Vermittlung von Strategien** bei der Bearbeitung von mentalen Rotationsaufgaben durch Grundschulkin-

der vor. Dies gilt zunächst für die unterrichtende Lehrerin, die nun auf ein Werkzeug

zurückgreifen kann, das ihr hilft, die Bandbreite der in ihrer Klasse denkbaren Strategien zu erfassen. Für die Lehrerin kann es ferner hilfreich sein, das Spektrum denkbarer Strategien bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben bereits im Vorfeld antizipieren zu können. Diese Sensibilisierung relativiert die eigenen, als selbstverständlich erachteten Denkwege der Lehrerin und öffnet für die vielfältigen Strategien bzw. auch für die Schwierigkeiten der Kinder.

So sollten die Ergebnisse in Gestalt des Komponentenmodells auch in die Lehreraus- und weiterbildung hineingetragen werden, um mit einer Erprobung des Modells anhand konkreter Ausschnitte aus dem Datenmaterial den diagnostischen Blick der Kolleginnen zu schärfen und der besonderen Relevanz geometrischer Aktivitäten weiteren Nachdruck zu verleihen.

Ferner denke man an Strategiekonferenzen im Geometrieunterricht, die von uns in diesem Zusammenhang zumeist als „Baubesprechungen“ bezeichnet werden. Die aus anderen Zusammenhängen wie etwa der Auseinandersetzung mit unterschiedlichen Lösungswegen bei der Bearbeitung arithmetischer Probleme bekannten Strategiekonferenzen regen auch hier zu einem sinnvollen Verbalisieren und Argumentieren an (vgl. zu Strategiekonferenzen im Arithmetikunterricht z.B. Franke 2002): Es findet ein Austausch zu individuellen Vorgehensweisen statt, die von den Kindern selbst oder von der Lehrerin benannt werden können. Der Forscherkreis um Davis (1992) berichtet diesbezüglich von vielversprechenden Momenten aus der Arbeit mit jüngeren Grundschulkindern des zweiten Schuljahres:

„Generally, the children were pleased to share their presentation of the problem solution and talk about how it was derived. Although numerous paths of solution were shared, the apparent result was that no one solution was widely accepted by the students, nor any one ‚correct‘ answer. (...) Even though most of the suggestions from others seemed to be rejected at the moment (‚I don’t want to do it that way!‘), the suggestions themselves may have lingered in the mind, and (...) may have taken a firmer shape.“ (Davis u. a. 1992, 185)

Die eigene Datenauswertung konnte im Einzelnen neben Hinweisen auf typische Baufehler, die sich auf Aspekte der Rotationskoordination im Komponentenmodell zurückführen lassen, zudem herausarbeiten, dass Kinder bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben **unterstützend begleitende motorische Aktivitäten** einsetzen (Kap. 8.1.2, S. 411ff) oder auch verbale **Assoziationen** zu den eingesetzten Würfelfünflingen formulieren (vgl. Kap. 8.1.3, S. 422ff).

Wenn also angenommen werden darf, dass motorische Aktivitäten mentale Rotationsleistungen unterstützen, liegt der didaktische Schluss nahe, Kin-

der diesen Alters verstärkt dazu zu ermuntern, ihre gedachten Kippabläufe manuell zu begleiten. Grundsätzlich sei dazu die besondere Bedeutung begleitender Gesten in allen denkbaren Zusammenhängen des Grundschulunterrichts betont - etwa beim gemeinsamen Singen. Immer häufiger sind im ersten Schuljahr und darüber hinaus Kinder anzutreffen, die regelrecht bewegungsarm aufwachsen und kaum noch in der Lage sind, etwa die „riesengroß wuchernde Hecke“ im Singspiel um Dornröschen oder die Bewegungen eines „kriechenden Regenwurms“ mit den Händen zu imitieren. Wollen wir jedoch die Ausbildung mentaler Operationen erreichen, müssen die dem Verinnerlichen vorangehenden aktiven Handlungen in alle Bereiche des Unterrichts wieder stärker integriert werden.

Weniger offensichtlich ist nach den eigenen Befunden hingegen der Nutzen verbal geäußelter Assoziationen zu den zu rotierenden Würfelfünflingen, die offenbar vor allem Ausdruck individueller Präferenzen sind. Aus didaktischer Sicht ergibt sich somit, wie in Kap. 8.1.3 bereits herausgearbeitet, die Konsequenz, mögliche Assoziationen zu den Würfelfiguren anzusprechen und zur Benennung anzubieten (vgl. zur Benennung von Würfelvierlingen z.B. Heißmeyer 2000b). Zum gegenwärtigen Zeitpunkt kann allerdings nicht davon ausgegangen werden, dass dies *allen* Kindern bei der Bewältigung mentaler Rotationsaufgaben hilft.

9.3 Reflexion der eingesetzten Methoden

Bereits im Zuge der Konzeption der eigenen empirischen Untersuchung wurden Chancen sowie möglicherweise zu erwartende Schwierigkeiten klinischer Interviews, die Entscheidung für eine Partnerarbeit im Interview sowie der Einsatz eines Re-Interviews im Sinne des nachträglichen lauten Denkens diskutiert (vgl. Kap. 6.4.2, S. 340ff und Kap. 6.4.3, S. 344ff). Im Rückblick auf die abgeschlossene Datenerhebung und -auswertung soll darauf hier noch einmal kurz eingegangen und ein kritischer Blick auf die eingesetzten Erhebungsinstrumente und Analysemethoden geworfen werden.

Grundsätzlich ist im Rückblick auf die abgeschlossene Datenerhebung und -auswertung festzuhalten, dass sich vor allem der Einsatz des halbstandardisierten **Interviews** nach der „revidierten klinischen Methode“ als sehr gut geeignet erwies, um individuelle Denkprozesse von Kindern zu ergründen. Vor allem dem explorativen Anspruch der eigenen Fragestellungen wurde dabei Rechnung getragen. Somit kann hier Wittmann zugestimmt werden, der bemerkt: „Die Offenheit der Methode erlaubt es, die *individuellen* In-

strumente der kognitiven Aktivität optimal zu untersuchen. Durch den Dialog können die Kinder sehr gut motiviert werden, aus sich herauszugehen.“ (Wittmann 1982, 38). Diese einerseits positive Offenheit, mit der auf die Kinder eingegangen werden konnte, brachte für die Analyse jedoch teilweise auch Schwierigkeiten mit sich. So musste sehr sorgfältig abgewogen werden, welchen Einfluss die Interventionen der Interviewerin möglicherweise auf das Vorgehen der Kinder hatten (vgl. Kap. 7.4.2.3, S. 398).

Nur selten war zu beobachten, dass die Kinder durch die Anforderung, etwas erklären zu müssen, ursprünglich richtige Antworten oder Gedankengänge wieder vergaßen (Selter und Spiegel 1997, 103). Vielmehr führte gerade der echte „Explikationszwang“ dem Partner gegenüber dazu, dass eigene Gedanken konzentriert mitgeteilt werden mussten: Die **Partnerarbeit** im klinischen Interview brachte wie erwartet tatsächlich mit sich, dass fast alle Kinder sich bereits nach sehr kurzer Zeit unbefangen gaben und sich offen mit ihrem Partner und der Interviewerin austauschten. Als etwas schwierig für die Analyse erwies sich jedoch auch hier der Einfluss des jeweiligen Arbeitspartners auf die Vorgehensweisen der Kinder (vgl. Kap. 7.4.2.2, S. 395ff). Zwar konnte innerhalb des eigenen Datenmaterials differenziert werden, in welchen Passagen das einzelne Kind dem Partner gegenüber dominanter auftrat. Für die Analyse konnten somit vorwiegend Sequenzen ausgewählt werden, in denen individuelle Strategien deutlich hervortraten. Insgesamt war es jedoch praktisch kaum möglich, den Strategieeinsatz ein- und desselben Kindes über die verschiedenen Teilaufgaben hinweg differenziert zu analysieren. Um also in nachfolgenden Untersuchungen beispielsweise auch Lerneffekte innerhalb einer solchen Aufgabenbearbeitung erkennen zu können, wäre eine Kombination aus Phasen der Partnerarbeit und Interviews mit dem einzelnen Kind sicher eine interessante Alternative.

Die im Rahmen der klinischen Interviews eingesetzten **Materialien** ermöglichten, Erkenntnisse zu den von den Kindern eingesetzten mentalen Rotationsprozessen zu gewinnen und kognitive Strategien der Kinder zu offenbaren. Der Neuigkeitsgrad, die Gestaltung des Materials sowie die intuitive Erkenntnis der Kinder, dass ein Erlangen der Lösung auf verschiedenen Wegen möglich war, führten hier zu einer besonderen Motivation und Mitarbeit der Schüler. Wie in Kap. 9.2 (S. 494) bereits angesprochen, ist ein Einsatz des Materials auch im regulären Geometrieunterricht durchaus möglich, zumal es das Spektrum methodischer Anregungen zum Umgang mit Würfelmehrlingen in interessanter Weise erweitert (vgl. dazu noch einmal Kap. 4.2.3, S. 210ff).

Kritisch angemerkt sei jedoch, dass das Material und die konstruktiven Tätig-

keiten auch sehr spezielle Denkleistungen von den Kindern erwarteten. Die erzielten Ergebnisse in Gestalt des Komponentenmodells sind somit keineswegs unmittelbar zu verallgemeinern, wie auch in Kap. 9.4 (S. 500ff) noch einmal genauer hinterfragt wird.

Im Hinblick auf die Durchführung der **Re-Interviews** erwies sich die Entscheidung, die Videoaufnahmen durch die Versuchsleiterin anzuhalten, teilweise als schwierig. Die Kinder waren hier häufig vom abrupten Abbruch der Videosequenzen überrascht und teilweise eher damit beschäftigt, sich selbst im Zuge einer „Kinostunde“ zu entdecken. Ob hier in allen Fällen tatsächlich von den Kindern erinnert wurde, was sie sich zum jeweiligen Zeitpunkt im klinischen Interview überlegt hatten, oder die Kinder sich nicht teilweise neu „erfanden“ sei dahin gestellt. Zudem hatten vor allem jüngere Kinder am Ende des Schulvormittags Schwierigkeiten sich zu konzentrieren und hätten häufig wohl lieber an den Klassenaktivitäten der übrigen Mitschüler teilgenommen².

Ein weiteres Problem der Re-Interviews ist darin zu sehen, dass durch eine Beschränkung auf Tonbandaufnahmen die Gestik und Mimik der Kinder nicht mehr erfasst wird. So können z.B. Kippbewegungen mit der Hand, die nochmals einen gedachten Kippvorgang beschreiben, oder skeptische Mienen der Kinder (wie z.B. Kim, 3. Klasse), die auf die Unsicherheit der Kinder bei ihren Kommentaren hinweisen, nicht dokumentiert werden. Auch ein Zeigen der Kinder auf den Bildschirm ist nur in solchen Situationen nachvollziehbar, in denen die Interviewerin sich während des Interviews Notizen angefertigt hat oder sich die Qualität der Tonbandaufnahme ändert, da die Kinder zum Zeigen kurz von ihrem Sitzplatz aufstehen und damit ihre Distanz zum Mikrofon ändern.

Der immense Arbeitsaufwand, der für die Anfertigung und die Einarbeitung der Re-Interview-Transkripte in die Videotranskripte anfiel, ist somit nur bedingt zu rechtfertigen. Vermutlich wären bei einer Beschränkung auf die klinischen Interviews und entsprechenden Rückfragen der Interviewerin während des Interviews vergleichbare Ergebnisse erzielt worden. Zu einzelnen Passagen ergibt sich die Möglichkeit der „kommunikativen Validierung“. Die eigenen Erfahrungen bestätigen jedoch eher die bereits in der Planung befürchteten Schwierigkeiten mit der Methode des nachträglichen lauten Denkens bei Kindern im Grundschulalter und unterstreichen den Eindruck Maiers (Maier 1991a, 101), wonach es vor allem jüngeren Kindern schwer fällt, Deutungen

²Hanno und Felix (2. Klasse) konnten sich beispielsweise nur mit Mühe auf das Video einlassen, da zeitgleich die Probe für das Erntedankfest in der Turnhalle stattfand. Bei anderen Kindern kollidierte das Re-Interview zeitlich mit dem Sportunterricht.

ihrer eigenen Denkprozesse zu kommentieren (vgl. Kap. 6.4.3, S. 344f). Diese Schwierigkeiten sind hier sicher auch im Zusammenhang mit den visuell-geometrischen Anforderungen der eigenen Studie zu sehen: So sollten im Re-Interview auf einer Meta-Ebene Strategien reflektiert und verbalisiert werden, die jedoch nicht unbedingt verbal artikuliert werden können. Sinnvoller wäre hier möglicherweise ein erneutes Agieren der einzelnen Kinder mit Material gewesen. Jedoch auch hier gebieten die Erfahrungen anderer Studien Vorsicht: „Die Verbalisierung einer Strategie bzw. ihre Dokumentation durch Handlung kann aufgrund der zeitlich späteren und weiterer, zusätzlich ablaufender kognitiver Prozesse modifiziert sein im Vergleich zu der bei reiner Bedeutungsanalyse des Materials auftretenden Strategie.“ (Merschmeyer-Brüwer 2002, 46f)

In Analogie zum Umgang mit einem Puzzle schritt die **Analyse** innerhalb der eigenen Untersuchung im Sinne der Grounded Theory (vgl. Kap. 6.2.1, S. 311ff) voran von einer zunächst eher einfachen, offenen Benennung beobachteter Phänomene hin zu einer groben Sortierung, die schließlich in die Formulierung übergeordneter Kategorien und der Erklärung von Beziehungen zwischen den Elementen dieser Kategorien mündete. Auch als relativ unerfahrene mathematikdidaktische Forscherin war das dabei eingesetzte kodierende Vorgehen ein gut zu bewältigender Weg, da die eigene Theorie fortschreitend entwickelt werden konnte und immer wieder Momente der Rückbesinnung möglich waren. Sukzessive konnten auf diese Weise markante Muster und wiederkehrende Elemente aufgedeckt werden, die schließlich zur Klassifikation von Komponenten innerhalb der Strategien bei mentaler Rotation führten. Allerdings ergab sich sowohl bezogen auf die Datenerhebung als auch auf die Dokumentation und Analyse ein sehr hoher zeitlicher Aufwand, der möglicherweise durch den Einsatz unterstützender Software (etwa ATLAS.ti oder ähnlicher Programme) reduziert worden wäre. Die zeitliche Beschränkung innerhalb der eigenen Studie hatte zur somit zur Folge, dass der letztlich in die Arbeit eingeflossene Teil praktischer Erfahrungen und erhobener eigener Daten vergleichsweise gering ausfiel.

Kritisch angemerkt sei schließlich zudem, dass in der eigenen Studie eine gewisse methodische Einseitigkeit zu verzeichnen ist: „Any experimenter who wishes to get a sense of the whole cognitive picture should consider using a range of complementary (verbal and other) methodologies, and must be extremely cautious in interpreting the results obtained from a body of methodologically similar studies.“ Schoenfeld (1985). Die selbstgewählte Beschränkung auf qualitative Forschungsmethoden erscheint jedoch insofern

vertretbar, als dass die vorrangigen Intentionen der Arbeit zunächst in der heuristischen Bearbeitung des Forschungsfeldes begründet lagen.

9.4 Offene Fragen und weiterführende Hypothesen

Wie bereits in Kap. 9.1 (S. 491f) anklang, wird das Ergebnis der eigenen Studien als offener Anknüpfungspunkt für nachfolgende Arbeiten betrachtet. Als Schlusspunkt der eigenen Ausführungen verbleibt somit der Ausblick auf bislang unbeantwortete Fragen und weiterführende Überlegungen, die die Forschungslandschaft um Strategien von Grundschulkindern bei der Bearbeitung mentaler Rotationsaufgaben weiter bereichern können.

Eine forschungslogische Fortsetzung der Arbeit könnte zunächst daran ansetzen, das erarbeitete Komponentenmodell an weitere Daten aus den eigenen Erhebungen heranzutragen, in denen sich Kinder mit mentalen Rotationsaufgaben anderen Typs auseinander setzen. Erinnert sei dazu noch einmal an das Spektrum der ursprünglichen eigenen Aufgabenstellungen, in denen Kinder zu einem Vergleich massiver Würfelkonfigurationen angeregt werden, Fotos dieser Würfelmehrlinge vergleichen oder auch Fotos rotierter Spielzeugfiguren untersuchen (vgl. Kap. 6.4.1, S. 327ff). Weichen die Strategien der Kinder hier wesentlich ab von ihren bei den konstruktiven Aufgabenstellungen zu beobachtenden Vorgehensweisen und ergeben sich damit Erweiterungen des eigenen Modells zu Komponenten mentaler Rotation? Nahe liegend wäre diesbezüglich die Hypothese, dass die Kinder bei vergleichenden Aufgabenstellungen möglicherweise weniger sukzessive voranschreiten, zumal diese Aufgaben weniger physikalischen Gegebenheiten unterworfen sind als Bauaktivitäten, die allein schon aus praktischen Gründen in eine zeitliche Abfolge gebracht werden *müssen*.

Schließlich sind unter gleicher Fragestellung auch weitere Variationen der eigenen Aufgabenstellungen denkbar wie etwa die Rekonstruktion nach Zeichnungen oder Fotos, der Vergleich von Fotos und massiven Bauwerken oder das Erfühlen eines Würfelmehrlings mit dem anschließenden Versuch der konkreten Rekonstruktion. Unterrichtspraktisch oder auch aus forschender Perspektive wäre es zudem reizvoll, die Kinder mit den Einzelteilen des Soma-Würfels (vgl. Abb. 4.18, S. 221) zu konfrontieren und diese so zu positionieren, dass sie zur Rekonstruktion in andere Lage versetzt werden müssen.

Bereits in Kap. 4.2.4 (S. 235) konnte aufgezeigt werden, dass bei der Bearbeitung der eigenen Aufgabenstellungen individuelle Lernzuwächse zu erwarten sind. Dies bestätigt sich in den Analysen tendenziell und lässt auf die Möglichkeit einer Schulung mentaler Rotationskompetenzen durch die Aufgabenstellungen der eigenen Studie hoffen, was in der eigenen Untersuchung jedoch nicht systematisch erfasst werden konnte. Eine diese Fragestellung aufgreifende Nachfolgeuntersuchung liegt daher nahe.

Aus didaktischer Sicht ergibt sich zudem die Frage nach der methodischen Aufarbeitung dieser Inhalte für den Geometrieunterricht der Grundschule. Einerseits ist der Einsatz des Untersuchungsmaterials im regulären Unterricht gut möglich. Andererseits wird damit aber auch die Frage aufgeworfen, wie die Lehrerin im Unterricht sinnvoll eingreifen und den Kindern Hilfestellungen geben kann, die nicht nur zu einer raschen Lösung beitragen, sondern die Entwicklung der mentalen Rotationsstrategien begünstigen.

Dazu wäre zunächst zu klären, ob sich tatsächlich bestimmte strategische Präferenzen im Verlauf der Grundschulzeit (und darüber hinaus) entwickeln und ob auf diese Entwicklung tatsächlich Einfluss genommen werden kann: Lassen sich Strategien oder Komponenten der Strategien im Grundschulalter trainieren? So geben auch die Ergebnisse von Casey, Brabeck und Ludlow (1986, vgl. S. 270) für künftige Studien im hier bearbeiteten Gebiet die Anregung, noch gezielter Einfluss zu nehmen auf die von den Kindern eingesetzten Strategien. Die systematische, qualitative Erfassung der Wirkung gezielter Hinweise an die Kinder ist von besonderem geometriedidaktischen Interesse und bedarf weiterer ergänzender Analysen.

Beispielsweise könnte hier der Frage nachgegangen werden, welche Arten begleitender Handbewegungen zur Bewältigung welcher Aufgaben hilfreich sind. Der Nutzen begleitender Handbewegungen wie er in Kap. 9.2 (S. 492ff) angesprochen wurde, ist mit der eigenen Studie für Kinder im Grundschulalter keinesfalls abschließend nachgewiesen. Wie hilfreich ist es tatsächlich, wenn die Lehrerin gedachte Kipprichtungen andeutet oder auf einzelne hervorstechende Merkmale der zu rotierenden Figuren zeigt?

Zu klären wäre ferner, ob und inwieweit die von den Kindern in der eigenen Studie geäußerten verbalen Assoziationen („Käfer“, „Schlange“, vgl. Kap. 8.1.3, S. 422ff) diesen Kindern bei der mentalen Rotation von Würfelkonfigurationen helfen oder auch anderen Kindern nützliche Stützen bieten. Grundsätzlich ist dazu zu bedenken, dass die Tendenz Gegenständliches (Brücken, Häuser, Türme) nachzubauen schon das Konstruieren des Vorschulkindes prägt (Stückrath 1963, 21). So regte bereits Fröbel an, „Lebensformen“ (also Dinge aus der Umwelt des Kindes) rekonstruieren zu lassen

(Thier-Schroeter und Diedrich 1995, 52).

Eine sinnvolle didaktische Aufbereitung der Inhalte der eigenen Untersuchung könnte somit darin liegen, zunächst die Rekonstruktion von Gegenständen, Personen oder Tieren zu thematisieren, wie dies etwa im folgenden Schulbuchbeispiel angeregt wird (vgl. Abb. 9.1). Aufgaben zur Rotation dieser Figuren könnten folgen³.



Abbildung 9.1: „Würfeltiere“ (Maier 2005a, 115)

Hat man sich mit Assoziationen zu den Gesamtfiguren beschäftigt, könnte ein sinnvoller Anknüpfungspunkt im Grundschulunterricht darin bestehen, gezielt auf die Rotation von Körperteilen einzugehen, zumal die Arbeitsgruppe um Kosslyn (2003, vgl. auch Kap. 2.1.3, S. 45ff) feststellt: „These findings collectively suggest that the implicit transfer of motor activation from hand to object tasks in the present study reflects a covert strategy of relating the stimulus object to the participant’s hand.“ (Kosslyn, Wraga u.a. 2003)

Während Clauser (1994) kaum einen Einfluss der Bekanntheit der Stimuli auf die Reaktionszeiten ihrer Probanden bei mentaler Rotation feststellt, bemerkt Sayeki (1997), dass das Anfügen von „Körperteilen“ an Würfelkonfigurationen deutliche Veränderungen mit sich bringt: Anfügungen wie etwa ein „Kopf“, die diese abstrakten Gebilde somit als Körper erscheinen lassen (vgl. Abb. 9.2), erleichtern die mentale Rotationsanforderung für erwachsene Probanden bedeutend.

Die Reaktionszeiten in Sayekis Experimenten, die prinzipiell jenen von Shepard und Metzler (1971, vgl. S. 49) glichen, verkürzten sich drastisch, so dass vermutet werden kann, dass die erwachsenen Probanden hier andere Strategien einsetzten als bei vergleichbaren Aufgaben ohne entsprechende

³vgl. dazu auch noch einmal den Bilder-Rotations-Test von Quaiser-Pohl (2003) bzw. andere „Vorläufer“ (S. 73), in denen Bilder gedanklich zu rotierender Alltagsgegenstände, Personen oder Tiere angeboten werden

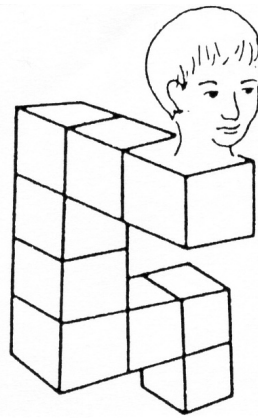


Abbildung 9.2: Anfügungen menschlicher Körperteile als Hilfestellung für mentale Rotation (Sayeki 1997 in: Cole u. a. 1997, 95)

Hilfestellung. Interessanterweise sprechen auch Shepard und Metzler selbst (1971, 702) in den ersten Ausführungen zu ihren wegweisenden Experimenten mit den bekannten Würfelzehnligen (S. 49) von Figuren, die „Körperteile“ besitzen und beispielsweise einem Arm gleichen und rechtwinklige „Ellbogen“ aufwiesen („(...) rigid armlike structure with exactly three right-angled ,elbows‘ (...)“), ohne dass von den Autoren auf diese Assoziationen näher eingegangen wird.

Für die Arbeit mit Grundschulkindern ergibt sich hier möglicherweise eine entscheidende Vereinfachung, die auch eine Veränderung der eingesetzten Strategien mit sich bringen und den Blick gezielt auf ausgewählte Segmente richten könnte. Wie in der Darstellung der eigenen Ergebnisse dokumentiert wird⁴, zerlegen die Kinder die zu rotierenden Würfelkonfigurationen häufig in Segmente, haben dann aber gelegentlich Schwierigkeiten bei der anschließend wieder erforderlichen gedanklichen Zusammenfügung, die durch einen sinnhaften „Verbund“ der einzelnen Segmente zu einer menschen- oder tierähnlichen Gestalt gestärkt werden könnte.

⁴vgl. v.a. Kap. 8.3.1.4 (S. 477) und) Kap. 8.3.2.1 (S. 484)

Abbildungsverzeichnis

1.1	„Baue nach!“ Beispiel für einen in anderer Lage zu rekonstruierenden Würfelfünfling aus der eigenen Studie	3
2.1	Würfelfigur aus der eigenen Studie	13
2.2	Entstehung des Netzhautbildes	14
2.3	„Punkte oder Hund?“ (Street 1931 zit. nach Stadtler u. a. 1975, 119)	15
2.4	Binokulares Betrachten eines Würfels (Wilman 1966, 73)	16
2.5	Disparate Netzhautabbilder (Wilman 1966, 74)	16
2.6	Ansichten ausgehend von verschiedenen Betrachterstandorten (Nakayama u. a. 1995, 53)	17
2.7	Geonen - einige Beispiele (Biederman 1995, 140)	23
2.8	Arrangement von Geonen in Objekten (Biederman 1995, 140)	23
2.9	Fotografien von verschiedenen Würfelfünflingen aus der eigenen Studie	33
2.10	Orthogonale und isometrische Ansichten einer Würfelkonfiguration (Pillay 1994, 99)	34
2.11	Verbales und nonverbales (imaginales) System (Clark und Paivio 1989 in: Paivio 1991, 161)	37
2.12	Vergleich rotierter Buchstaben (Cooper und Shepard 1973, 94)	46
2.13	zweidimensionale Vielecke (Cooper 1975, 23)	46
2.14	Ansichten von Handflächen (Cooper 1975, 49)	47
2.15	Würfelkonfigurationen von Shepard und Metzler (1971)	49
2.16	Mentale Rotation im Prozessmodell von Kosslyn (vereinfachter Auszug aus „The architecture of visual mental imagery“ (vgl. Kosslyn 1994, 383))	53
2.17	Kongruente Figuren bzw. Spiegelsymmetrische Konfiguration in der Untersuchung von Garbis (Garbis 1997, 5) , ungefähre Größe im Original: 13cm in der Länge und 7cm in der Breite .	55
2.18	Ausrichtung der Holzfiguren bei Garbis (1997, 4)	56

2.19	Stimuluspaare aus der Untersuchung von Marmor und Zaback (1973, 517)	57
2.20	Zeichen im Experiment von Röder - erzeugt durch erhabene bzw. abgesenkte Punkte auf einer Arbeitsfläche (Röder u. a. 1993, 161)	57
2.21	Strukturmodell zur Intelligenz von Guilford (Guilford 1962 in: Guilford 1964, 388)	67
2.22	Rotation ebener Figuren (Gardner 1991, 161)	68
2.23	Spatial Relations	71
2.24	Flags	72
2.25	„Block-counting“ (Thurstone 1938, 31): Wie viele Quader berührt Quader A? (...) Quader B? usw.	72
2.26	Item aus dem „Kuhlmann-Finch Scholastic Aptitude Test“ für Grundschulkinder (Kuhlmann und Finch 1951, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 218)	73
2.27	„Mental Rotation Test“ (Vandenberg und Kuse 1978, 600)	73
2.28	„Cubes“ (Thurstone 1938, 32): Zeigen die nebeneinander angeordneten Abbildungen den gleichen Würfel - vorausgesetzt jedes Symbol erscheint nur einmal auf jedem Würfel?	74
2.29	„Special Aptitude - Spatial Relations“ (1961, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 297)	74
2.30	„Surface Development“ (Thurstone 1938, 37)	75
2.31	Aufgabenstellung „Paper Folding“ (Linn und Petersen 1985, 1485)	76
2.32	„Block Assembly“ (Thurstone und Thurstone 1949, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 394)	76
2.33	Zusammenfügung von Würfelfünflingen im „Experimental Blocks Test“ (Educational Testing Service Staff 1950, zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 402)	77
2.34	Schlauchfiguren von Stumpf und Fay (1981)	78
2.35	„Lozenges A“ (Thurstone 1938, 33)	79
2.36	„Lozenges B“ (Thurstone 1938, 35):	80
2.37	„Visualization of Views“ (Guay und McDaniel 1976; zit. nach Eliot und Macfarlane Smith 1983, 380)	81
2.38	Eines von 20 Items des „Purdue Visualization of Rotations“ (ROT) Tests (Bodner und Guay 1997, vgl. auch Battista u.a. 1982, Leopold 1996, 2000)	81
2.40	Testitem zur räumlichen Orientierungsfähigkeit (Guilford und Zimmermann 1956, zit. nach Guilford 1964, 365)	84
2.39	Aufgabe zum Vorstellen einer sich drehenden Taschenuhr (Guilford und Zimmerman 1947, zit. nach Guilford 1964, 371)	84

2.41 „Horizontaler“ Wasserstand in einem Gefäß (Piaget und Inhelder 1971, 444)	87
2.42 Mentale Rotation im faktorenanalytischen Kontext (nach Maier 1999, 52)	89
2.43 Wie arbeiten die Gehirne von Männern und Frauen? (Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 110)	98
2.44 Würfelkonfigurationen aus 7 Einzelwürfeln (Shepard und Cooper 1982, 52)	103
2.45 „Zweidimensionale“ und „dreidimensionale“ Würfelkonfigurationen in den Untersuchungen von Bauer und Jolicoeur (1996, 85)	106
3.1 Aufgabe aus der am 25. Mai 2004 in allen dritten Klassen Niedersachsens bearbeiteten Mathematikarbeit (Wagner-Scheper 2004, 17)	117
3.2 Konstruktion nach erfolgter Anzahlbestimmung (Eichler 2004, 19)	117
3.3 Vergleich von Bauplan und Würfelgebäuden (Rinkens und Hönisch 2005, 12)	118
3.4 Baupläne und (teilweise rotierte) Bauwerke im neuen Zahlenbuch für Klasse 3 (Wittmann und Müller 2005b, 52)	119
3.5 Fünfling und Sechsling in den Studien von Grassmann u.a. (vgl. Thiel 2004, 21): „Tom hat mit Würfeln gebaut. Auf dem Bild seht ihr zwei seiner Gebäude. Wo hat er mehr Würfel gebraucht? Kreuze an.“	120
3.6 Konkrete Rekonstruktion eines Würfelfünflings nach orthogonalen Ansichten (Battista und Clements 1996, 271)	123
3.7 Schülerzeichnung (c) zur Ansicht von oben auf eine Konfiguration aus sieben Einzelwürfeln (a) (Battista und Clements 1996, 270)	123
3.8 Beispiele zu verschiedenen Strukturtypen zu Bildern von Würfelkonfigurationen (Merschmeyer-Brüwer 2002, 35)	124
3.9 Strukturierung eines „Achtlings“ nach Merschmeyer-Brüwer (2001a, 306)	126
3.10 Schülerzeichnungen zu einem Würfel in Klasse 5 (Illgner 1974, 698)	131
3.11 Würfelarrangements aus der Untersuchung von Ingram und Butterworth (1989, 358)	133
3.12 Skizze des Würfelsechslings aus Steckwürfeln und Zeichnung eines Neunjährigen (leicht verändert nach Woodrow 1991, 30)	135
3.13 Zeichnung des vierjährigen Felix (4;2 Jahre)	138

3.14	Beispiele für zu rekonstruierende Bauwerke in Untersuchungen von Wollring u.a. (2002, 157)	139
3.15	Variationen des „Painted Cube“ in einem aktuellen Schulbuch (Maier 2005c, 104)	143
3.16	Materialbeispiel für „Koh’s block design test“ (nach Koh 1923, 66)	145
3.17	Konstruktion mit Würfelplättchen (Koops und Sorger 1977, 408)	150
3.18	Bildähnliche Repräsentationen in der Theorie Piagets zur Entwicklung der Symbolfunktion (nach Ginsburg und Oppen 1998, 103)	154
3.19	Skizze des Modells im „Drei-Berge-Versuch“ (Piaget und Inhelder 1971, 251)	156
3.20	Rotierte Modelle einer „Dorflandschaft“ (Piaget und Inhelder 1971, 488)	158
3.21	Figurenpaare in den Untersuchungen von Marmor (Marmor 1977, 321)	169
3.22	Gestalteter Quader in der Untersuchung von Outterside (1996, 53)	170
4.1	Darstellungen arithmetischer Inhalte (Radatz 1989a, 17)	206
4.2	Zeichnungen rechenschwacher Kinder (Radatz 1989a, 17)	207
4.3	Malaufgaben am Hunderterfeld (Wittmann und Müller 2005a, 66)	209
4.4	Drehsymmetrie in Blumenornamenten (Wittmann und Müller 2005c, 117)	211
4.5	Aneinandergereihte Rotation eines Dreiecks (Känguruh-Wettbewerb 2005, 1)	211
4.6	Beispielaufgabe aus dem Känguruh Wettbewerb 1998 (Känguruh-Wettbewerb 1998, 3)	212
4.7	Welche Würfel können gleich sein? (Bauersfeld u. a. 1973, 29)	213
4.8	Vergleich rotierter Einzelwürfel (Neubrand 1990, 203)	213
4.9	Spuren eines gekippten Würfels (Maier 2005b, 107)	214
4.10	Kippen eines Spielwürfels (Leininger u. a. 1993, 70)	214
4.11	Quader kippen (Aufgabenkarte aus Müller u. a. 1997)	215
4.12	Schulbuchversion in Anlehnung an den „Drei-Berge-Versuch“ (Schütte 2001)	216
4.13	Beispiel für eine Grundrisskarte und drei der vier zugehörigen Seitenansichten der Konfiguration (Spielmaterial aus Müller u. a. 1997)	217
4.14	Haben sich alle Zwerge gut versteckt? (Kraemer 1988, 12)	218

4.15	Würfelgebäude von verschiedenen Seiten? (Rinkens und Hönisch 1999, 25)	219
4.16	Ansichten eines Körpers aus Steckwürfeln (Melchior 1998, 100)	220
4.17	Abgleich von Ansichten und Schrägbild (Känguruh-Wettbewerb 2000, 4)	220
4.18	Entstehung der Würfelvierlinge aus den beiden Drillingen (Besuden 1984g, 50)	221
4.19	Somawürfel anhand gegebener Seitenansichten zusammenbauen (Aufgabenkarte aus Hirt und Meister 2003)	222
4.20	Zusammenfügung verschiedener Vierlinge zu Würfelbauten (Känguruh-Wettbewerb 2004, 4)	223
4.21	Vergleich rotierter Steckwürfelmehrlinge (Maier 2005c, 105) . .	224
4.22	Rechteck-Puzzle mit Quadratpentominos oder „ebenen“ Würfel-fünflingen (Müller und Wittmann 1998, 7)	226
4.23	Pentakuben (Künzell 1995, 5)	227
4.24	Mögliche Strategien für die Suche aller Pentakuben (35f Bauersfeld u. a. 1973, Hinweise zu den eingefügten Sternchen s. Text)	228
4.25	Wandlung einer Figur durch Umlegen <i>eines</i> Würfels (Spielkarten von Spiegel und Spiegel 2003a)	229
4.26	Gleich oder nicht gleich?	229
4.27	Variationen des Bauwerks 1-h5 aus der eigenen Studie (Spielkarten von Spiegel und Spiegel 2003a)	230
4.28	„Verwandtschaft“ durch Umkanten eines Einzelwürfels (Künzell 1995, 65)	231
4.29	Was hat sich verändert? (Radatz u. a. 1998, 118)	233
5.1	Puzzlesteine und Vorlage für ein unlösbares Puzzle aus Quadratmehrlingen (nach Stein 1994, 366)	248
5.2	Fixierungen beim Vergleich zweier identischer Figuren mit gleicher Ausrichtung im Raum	257
5.3	Steigende Anzahl der Fixierungen beim Vergleich zweier um 80 Grad rotierter Figuren	257
5.4	Prozessmodell von Just und Carpenter (zit. nach Eliot 1987, 158)	258
5.5	Beispiel aus dem „Landkartentest“ (Glück 1999, zit. nach Quaiser-Pohl und Jordan 2004, 104)	262
5.6	Typisierung des Testmaterials aus dem IST von Amthauer (1953) nach Putz-Osterloh (1977, 255)	264
5.7	Veranschaulichung des Vorgehens bei der „Flächenstrategie“ zum Vergleich des Vorgabewürfels X mit dem Lösungswürfel F	276

5.8	Beispiel für eine „Quaderpuzzle“- Aufgabenstellung (Hartmann u. a. 1998, 259)	279
5.9	Typischer Fehler im Hinblick auf das Merkmal <i>Farbe</i> (Hartmann u. a. 1998, 260)	280
5.10	Typischer Fehler im Hinblick auf das Merkmal <i>Anordnung</i> (Hartmann u. a. 1998, 260)	280
5.11	Phasenmodell (Hartmann u. a. 1998, 262)	281
5.12	Aspekte von Problemlösestrategien jugendlicher Probanden zu mentalen Rotationsaufgaben nach Gorgorió (1996, 1998)	282
5.13	Vorgabe zum Nachbau einer Figur, die um 180 Grad auf der Grundfläche gedreht werden soll (Gorgorió 1998, 216)	284
5.14	Bildschirmpräsentation eines zu rotierenden gestalteten Würfels (Gutiérrez 1996, 13)	287
5.15	(Gutiérrez 1996, 14)	288
5.16	Rotation einer Schachtel (nach Grüßing 2002, 41)	290
5.17	Übersicht: Theoretische Annäherungen zu Strategien beim Lösen mentaler Rotationsaufgaben	299
6.1	Figuren aus der Vorstudie - hier bereits eingefärbt wie später im Ergänzungsteil der Hauptstudie	324
6.2	Würfelfünflinge (Künzell 1995, 5)	330
6.3	Bauvorlage 1-h1 mit denkbaren Schülerlösungen	331
6.4	Bauvorlage 1-h2 mit möglichen Rotationsachsen und denkbaren Schülerlösungen	333
6.5	Bauvorlage 1-h3 mit möglichen Rotationsachsen und denkbaren Schülerlösungen	334
6.6	Bauvorlage 1-h4 mit möglichen Rotationsachsen und denkbaren Schülerlösung	335
6.7	Bauvorlage 1-h5 mit möglichen Rotationsachsen und denkbaren Schülerlösungen	336
6.8	Beispiel für ein Paar massiver Modelle zu Würfelzehnlängen aus Einzelwürfeln der Kantenlänge 2cm	338
7.1	Veranschaulichung des eigenen Forschungsvorgehens (nach einer Anregung von Flick 2002, 73)	350
7.2	Beispiel für Aufgabe 1 im ersten Schuljahr und Bearbeitung durch einen Schüler der Grundschule in Hannover	354
7.3	Beispiel für Aufgabe 2 mit Bearbeitung von einer Schülerin des dritten Schuljahres der Grundschule in Hannover und ihren Kommentar auf der Rückseite des Arbeitsblattes	355

7.4	Beispiel für Aufgabe 3 im zweiten Schuljahr mit Bearbeitung einer Schülerin der Grundschule in Hannover (vgl. Beispielaufgaben für Kinder Ende Klasse 4 in: IGLU 2003)	357
7.5	Beispiel für Aufgabe 4 mit Bearbeitung von einer Schülerin des zweiten Schuljahres der Grundschule in Hannover	358
7.6	Beispiel für Aufgabe 5 mit Bearbeitung von einem Schüler des zweiten Schuljahres der Grundschule in Hannover	360
7.7	Beispiel für Aufgabe 6 mit Bearbeitung von einer Schülerin des dritten Schuljahres der Grundschule in Hannover	362
7.8	Versuchsumgebung im klinischen Interview - Ansicht von oben auf den Arbeitstisch (S_1 : Schüler 1, S_2 : Schüler 2, K: Kamera, I: Interviewerin, V: Vorlage für den eigenen Nachbau)	375
7.9	Beispielhafte Auszüge aus den Re-Interviews mit Sina (Valerie und Sina (S), 4. Klasse) und Helge (Helge (H) und Malte, 3. Klasse)	379
7.10	Auszug aus dem Interview mit Piet und Leon (Äußerung 54 bis 58, I: Interviewerin)	385
7.11	Anreicherung eines Interviewauszugs (Piet und Leon, Äußerung 59 bis 61) mit Fotografien und Passagen aus dem Re-Interview	387
7.12	Passage zur Bearbeitung von 1-h4 aus dem Interview mit Piet und Leon (3. Klasse)	393
7.13	Fortsetzung der Szene aus dem Interview mit Piet und Leon	394
7.14	Kooperative Elemente in der Zusammenarbeit von Louis und Katy	398
7.15	Auszug aus dem Interview mit Florian und Lennart zu Aufgabe 1-h3	399
7.16	Fortsetzung des Interviewausschnitts (Florian und Lennart)	399
7.17	Fortsetzung des Interviewausschnitts (Florian und Lennart) zu Aufgabe 1-h4	400
8.1	Baufehler mit Spiegelung der Gesamtfigur an einer Ebene im Raum (BF Spiegel)	405
8.2	Baufehler mit mehr Einzelwürfeln als in der Bauvorlage (BF Anzahlplus)	406
8.3	Baufehler mit weniger Einzelwürfeln als in der Bauvorlage (BF Anzahlminus)	407
8.4	Baufehler bei der Rekonstruktion von 1-h3 mit allen Einzelwürfeln in einer Bauebene (BF Verflachung)	408
8.5	Baufehler bei der Rekonstruktion von 1-h4 mit allen Einzelwürfeln in einer Bauebene (BF Verflachung)	408

8.6	Baufehler bei der Rekonstruktion von 1-h5 mit allen Einzelwürfeln in einer Bauebene (BFVerflachung)	409
8.7	Baufehler mit Verlust des Flächenkontaktes benachbarter Würfel (BF Flächenkontakt)	410
8.8	Auszug aus dem Re-Interview mit Leon (3. Klasse) zu seinen Kopfbewegungen	411
8.9	Ausschnitt aus dem Interview mit Piet und Leon und entsprechende Passage aus dem Re-Interview mit Leon	412
8.10	Auszug aus dem Interview mit Finn und Ron - Kopfbewegungen zur Kontrolle von Teilergebnissen	413
8.11	Unterstützende Handbewegung zur Veranschaulichung der gedachten Kipprichtung der Vorlage in Verbindung mit konkreter Bewegung der Bauvorlage im Interview mit Helge und Malte (3. Klasse)	415
8.12	Handbewegung zur Veranschaulichung der gedachten Kipprichtung der Vorlage in Verbindung mit einem Zeigen auf ein Segment der Vorlage im Interview mit Valerie und Sina (4. Klasse)	416
8.13	Verbindung von annähernd identischem Nachbau („Bau1:1“) und anschließender konkreter Lageveränderung des eigenen Bauwerks (Leon, 3. Klasse)	417
8.14	Fehlerhaftes Zwischenergebnis als Folge der Konstruktionsidee „Bau1:1“ mit anschließender „HandBewBaukonkret“ (Helge und Malte, 3. Klasse)	418
8.15	Andeuten der Position, die ein Segment des eigenen Bauwerks einnehmen müsste (VS 11)	420
8.16	Assoziationen zu Figur 1-h2 (Jana und Birte, 2. Klasse)	423
8.17	Assoziationen als Bestandteil der Argumentation	424
8.18	Auszug aus dem Re-Interview mit Alina	425
8.19	Auszug aus dem Re-Interview mit Sören	426
8.20	Auszug aus dem Re-Interview mit Leon (3. Klasse) zur Bearbeitung von Aufgabe 1-h5	427
8.21	Auszug aus dem Interview und dem Re-Interview mit Valerie (4. Klasse)	428
8.22	Auszug aus dem Interview mit Sven und Sören	434
8.23	Nachbau von Florian zu 1-h2	438
8.24	Erster Rekonstruktionsversuch von Hanno zu 1-h2	439
8.25	Hinweis der Interviewerin und zweiter Rekonstruktionsversuch von Hanno	440
8.26	Rekonstruktionsversuche von Finn und Ron über 1:1 Näherung	442
8.27	Strategieelemente in Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h2	443
8.28	Nachbau von Timo zu 1-h3	445

8.29	Nachbau von Florian zu 1-h3 mit Untertützung seines Partners Lennart	447
8.30	Nachbau von Finn zu 1-h3	449
8.31	Louis Einstieg in Aufgabe 1-h3	451
8.32	Malte zu Aufgabe 1-h3	452
8.33	Louis zu Aufgabe 1-h3	453
8.34	Erweiterung der Zusammenstellung von Strategieelementen aus der Analyse von Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h3	455
8.35	Valerie zu Aufgabe 1-h4	456
8.36	Sinas Reflexion zu Aufgabe 1-h4	457
8.37	Janas Einstieg in Aufgabe 1-h4	458
8.38	Janas im Re-Interview zu Aufgabe 1-h4	459
8.39	Felix zu Aufgabe 1-h4	460
8.40	Sven zu Aufgabe 1-h4 (Konstruktion rechts im Bild)	461
8.41	Leons Einstieg in Aufgabe 1-h4	463
8.42	Leons Korrektur zu Aufgabe 1-h4 nach wiederholter mentaler Rotation der Vorlage (Kontrolle)	464
8.43	Erweiterung der Zusammenstellung von Strategieelementen aus der Analyse von Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h4	465
8.44	Leons Einstieg in Aufgabe 1-h5	466
8.45	Leon zu Aufgabe 1-h5	467
8.46	Valerie zu Aufgabe 1-h5	468
8.47	Ausschnitt aus Alinas experimentellen Näherungen bei der Be- arbeitung von Aufgabe 1-h5	469
8.48	Verbale Analysen von Timo im Anschluss an die Konstruktion von Figur 1-h3	470
8.49	Verbale Analysen von Louis im Vorfeld bzw. begleitend zur Konstruktion von Figur 1-h5	471
8.50	Erweiterung der Zusammenstellung von Strategieelementen aus der Analyse von Vorgehensweisen zu Aufgabe 1-h5	472
8.51	Komponenten mentaler Rotation	473
8.52	Arten mentaler Operationen	475
8.53	Stützen der mentalen Operationen	475
8.54	Handbewegungen zur Mitteilung eigener Überlegungen	476
8.55	Arten des Zugangs	477
8.56	Umfang der transformierten Einheit	478
8.57	Zeitliche Organisation	479
8.58	Koordination der Rotation	481
8.59	Strategie von Timo (3. Klasse) zu 1-h3 im Komponentenmodell	485
8.60	Strategie von Valerie (4. Klasse) zu 1-h4 im Komponentenmodell	486
8.61	Strategie von Jana (2. Klasse) im Komponentenmodell	487

8.62	„Schablonentechnik“ im Komponentenmodell	488
9.1	„Würfeltiere“ (Maier 2005a, 115)	502
9.2	Anfügungen menschlicher Körperteile als Hilfestellung für mentale Rotation (Sayeki 1997 in: Cole u. a. 1997, 95)	503

Literaturverzeichnis

Aebli u. a. 1968

AEBLI, H.; MONTADA, L. ; SCHNEIDER, U.: *Über den Egozentrismus des Kindes*. Stuttgart: Klett, 1968

Albert und Stapf 1996

ALBERT, D.; STAPF, K.H.: *Enzyklopädie der Psychologie*. Göttingen: Hogrefe, 1996 (Serie 2: Kognition; Band 4: Gedächtnis)

Albert und Hoffman 1995

ALBERT, M.K.; HOFFMAN, D.D.: Genericity in Spatial Vision. In: LUCE, R.D.; D'ZMURA, M.; HOFFMAN, D.; IVERSON, G.I.; ROMNEY, A.K. (Hrsg.): *Geometric Representations of Perceptual Phenomena*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1995, 95–112

Alivisatos 1997

ALIVISATOS, B.: Functional activation of the human brain during mental rotation. In: *Neuropsychologica* 35 (1997), 111–118

Allen 1974

ALLEN, M.J.: Sex differences in spatial problem-solving styles. In: *Perceptual and Motor Skills* 39 (1974), 843–846

Allen und Hogeland 1978

ALLEN, M.J.; HOGELAND, R.: Spatial problem-solving styles as functions of sex. In: *Perceptual and Motor Skills* 47 (1978), 348–350

Ambrose und Falkner 2002

AMBROSE, R.C.; FALKNER, K.: Developing spatial understanding through building polyhedrons. In: *Teaching Children Mathematics* (2002), Nr. 4, 442–447

Amthauer 1953

AMTHAUER, R.: *Intelligenz-Struktur-Test*. Göttingen: Hogrefe, 1953

Anderson 1978

ANDERSON, J.R.: Arguments concerning representations of mental imagery. In: *Psychological Review* 85 (1978), 249–277

Anderson und Bower 1973

ANDERSON, J.R.; BOWER, G.H.: *Human associative memory*. New York: V.H. Winston and Sons, 1973

von Aufschnaiter und Welzel 2001

AUFSCHNAITER, S. von; WELZEL, M.: Nutzung von Videodaten zur Untersuchung von Lehr-Lern-Prozessen: Eine Einführung. In: AUFSCHNAITER, S. von (Hrsg.); WELZEL, M. (Hrsg.): *Nutzung von Videodaten zur Untersuchung von Lehr-Lern-Prozessen*. Münster: Waxmann, 2001, 7–15

Baenninger und Newcombe 1989

BAENNINGER, M.; NEWCOMBE, N.: The role of experience in spatial test performance: a meta-analysis. In: *Sex Roles* 20 (1989), 327–344

Bahill und Stark 1987

BAHILL, A.T; STARK, L.: Sakkadische Augenbewegungen. In: RITTER, M. (Hrsg.): *Wahrnehmung und visuelles System*. Heidelberg: Spektrum, 1987, 68–77

Barke 1980

BARKE, H.D.: Raumvorstellung im naturwissenschaftlichen Unterricht. In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU)* 33 (1980), Nr. 3, 129–133

Barrat 1953

BARRAT, E.S.: An analysis of verbal reports of solving spatial problems as an aid in defining spatial factors. In: *The Journal of Psychology* 36 (1953), 17–25

Battista 1990

BATTISTA, M.T.: Spatial visualisation and gender differences in high school geometry. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 21 (1990), Nr. 1, 47–60

Battista und Clements 1998

BATTISTA, M.T.; CLEMENTS, D.: Finding the number of cubes in rectangular cube buildings. In: *Teaching Children Mathematics* 4 (1998), Nr. 5, 258–264

Battista und Clements 1996

BATTISTA, M.T.; CLEMENTS, D.H.: Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 27 (1996), Nr. 3, 258–292

Battista u. a. 1982

BATTISTA, M.T.; WHEATLEY, G.H. ; TALSMA, G.: The importance of spatial visualisation and cognitive development for geometry learning of preservice elementary teachers. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 13 (1982), Nr. 5, 332–340

Bauer und Jolicoeur 1996

BAUER, B.; JOLICOEUR, P.: Stimulus dimensionality effects in mental rotation. In: *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 22 (1996), Nr. 1, 82–94

Bauersfeld 1983

BAUERSFELD, H.: Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In: BAUERSFELD, H. (Hrsg.): *Lernen und Lehren von Mathematik. Analysen zu Unterrichtshandeln II*. Köln: Aulis, 1983, 1–56

Bauersfeld 1992

BAUERSFELD, H.: Drei Gründe, geometrisches Denken in der Grundschule zu fördern. In: SCHUMANN, H. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1992*. Hildesheim: Franzbecker, 1992, 7–33

Bauersfeld 2000

BAUERSFELD, H.: Geometrie in der Grundschule - Anforderungen und Möglichkeiten im Unterricht. In: *Grundschulmagazin* (2000), Nr. 3, 4–9

Bauersfeld 2003

BAUERSFELD, H.: „Gute“ Aufgaben versus Problemsituationen. In: RUWISCH, S.; PETER-KOOP, A. (Hrsg.): *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*. Offenburg: Mildenberger, 2003, 15–24

Bauersfeld u. a. 1973

BAUERSFELD, H.; RADATZ, H.; RICKMEYER, K. ; SCHUMACHER, B.: *Begleitschrift zum Körperspiel*. Hannover: Schroedel, 1973

Bauhoff 1998

BAUHOFF, E.P.: Spielerische Übungsformen im Geometrieunterricht. In: *Grundschulunterricht* (1998), Nr. 3, 26–29

Beaumont 1998

BEAUMONT, J.G.: Visual-spatial skill and standard psychometric tests. In: FOREMAN, N.; GILLET, R. (Hrsg.): *A handbook of spatial research paradigms, Vol 2: Clinical and comparative studies*. Hove: Psychology Press, 1998, 11–32

Beck und Jungwirth 1999

BECK, Ch.; JUNGWIRTH, H.: Deutungshypothesen in der interpretativen Forschung. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 20 (1999), Nr. 4, 231–259

Beck und Maier 1993

BECK, Ch.; MAIER, H.: Das Interview in der mathematikdidaktischen Forschung. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 14 (1993), Nr. 2, 147–179

Beck und Maier 1994a

BECK, Ch.; MAIER, H.: Mathematikdidaktik als Textwissenschaft. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 15 (1994), Nr. 1/2, 35–78

Beck und Maier 1994b

BECK, Ch.; MAIER, H.: Zu Methoden der Textinterpretation in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung. In: MAIER, H.; VOIGT, J. (Hrsg.): *Verstehen und Verständigung*. Köln: Aulis, 1994, 43–76

Becker 1987

BECKER, G.: Über den Beitrag des Geometrieunterrichts zum Erwerb heuristischer Strategien. In: *mathematica didactica* 10 (1987), 123–144

Ben-Chaim u. a. 1985

BEN-CHAIM, D.; LAPPAN, G. ; HOUANG, R.T.: Visualizing rectangular solids made of small cubes: analyzing and effecting student 's performance. In: *Educational Studies in Mathematics* 16 (1985), 389–409

Ben-Chaim u. a. 1988

BEN-CHAIM, D.; LAPPAN, G. ; HOUANG, R.T.: The effect of instruction on spatial visualisation skills of middle school boys and girls. In: *American Educational Research Journal* 25 (1988), Nr. 1, 51–71

Ben-Chaim u. a. 1989

BEN-CHAIM, D.; LAPPAN, G. ; HOUANG, R.T.: The role of visualization in the middle school mathematics curriculum. In: *Focus on Learning Problems in Mathematics* 11 (1989), Nr. 1, 49–60

Bergson 1911

BERGSON, H.: *Zeit und Freiheit*. Jena: Diederichs, 1911

Besuden 1984a

BESUDEN, H.: Die Aufgabe der Geometrie in der Grundschule. In: BESUDEN, H. (Hrsg.): *Knoten, Würfel, Ornamente*. Stuttgart: Klett, 1984, 34–37

Besuden 1984b

BESUDEN, H.: Darstellende Geometrie und Raumvorstellung. In: BESUDEN, H. (Hrsg.): *Knoten, Würfel, Ornamente*. Stuttgart: Klett, 1984, 110–138

Besuden 1984c

BESUDEN, H.: Die Förderung der Raumvorstellung im Geometrieunterricht. In: BESUDEN, H. (Hrsg.): *Knoten, Würfel, Ornamente*. Stuttgart: Klett, 1984, 70–73

Besuden 1984d

BESUDEN, H.: Die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens in der Grundschule. In: BESUDEN, H. (Hrsg.): *Knoten, Würfel, Ornamente*. Stuttgart: Klett, 1984, 64–69

Besuden 1984e

BESUDEN, H.: Geometrie in der Grundschule. In: BESUDEN, H. (Hrsg.): *Knoten, Würfel, Ornamente*. Stuttgart: Klett, 1984, 74–80

Besuden 1984f

BESUDEN, H.: *Knoten, Würfel, Ornamente: Aufsätze zur Geometrie in Grund- und Hauptschule*. Stuttgart: Klett, 1984

Besuden 1984g

BESUDEN, H.: Quaderformen als Nachfolgeproblem zum Soma-Würfel. In: BESUDEN, H. (Hrsg.): *Knoten, Würfel, Ornamente*. Stuttgart: Klett, 1984, 50–55

Besuden 1984h

BESUDEN, H.: Zur Raumgeometrie in der Grundschule. In: BESUDEN, H. (Hrsg.): *Knoten, Würfel, Ornamente*. Stuttgart: Klett, 1984, 56–63

Besuden 1990

BESUDEN, H.: Räumliche Orientierung: Die rechts-links-Beziehung. In: *Math. Schule* 28 (1990), Nr. 7/8, 461–474

Besuden 1999

BESUDEN, H.: Raumvorstellung und Geometrieverständnis. In: *MUP* (1999), Nr. 3, 1–10

Besuden 2006

BESUDEN, H.: Raumvorstellung als Ziel. In: *Grundschulmagazin* (2006), Nr. 5, 23–28

Bethell-Fox und Shepard 1988

BETHELL-FOX, Ch.E.; SHEPARD, R.N.: Mental rotation: effects of stimulus complexity and familiarity. In: *Journal of Experimental Psychology* 14 (1988), Nr. 1, 12–23

Biederman 1987

BIEDERMAN, I.: Recognition-by-components: a theory of human image understanding. In: *Psychological Review* 94 (1987), 115–147

Biederman 1995

BIEDERMAN, I.: Visual object recognition. In: KOSSLYN, S.M.; OSHERSON, D.N. (Hrsg.): *Visual cognition* Bd. 2. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995, 121–165

Bikner-Ahsbahs 2003

BIKNER-AHSBAHS, A.: Empirisch begründete Idealtypenbildung - ein methodisches Prinzip zur Theoriekonstruktion in der interpretativen mathematikdidaktischen Forschung. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 35 (2003), Nr. 5, 208–223

Bildungsstandards 2004

BILDUNGSSTANDARDS; KULTUSMINISTERKONFERENZ (Hrsg.): *Bildungsstandards im Fach Mathematik - Beschluss vom 15.10.2004*. 2004 kmk.org/schul/Bildungsstandards/Grundschule_Mathematik_BS_307KMK.pdf (15.10.2004)

Bildungsstandards 2005

BILDUNGSSTANDARDS; Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.): *Bildungsstandards Mathematik für die Grundschule*. München: Luchterhand, 2005

Bischof 1987

BISCHOF, K.: *Individuelle Unterschiede beim visuellen Vorstellen*. Bern: Peter Lang, 1987

Bischof und Steiner 1985

BISCHOF, K.; STEINER, G.: Is there a central and a peripheral field during visual imagery? In: *International Imagery Bulletin* 2 (1985), 2

Bishop 1983

BISHOP, A.: Space and geometry. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Hrsg.): *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983, 176–203

Bishop 1989

BISHOP, A. J.: Review of research on visualization in mathematics education. In: *Focus on Learning Problems in Mathematics* 11 (1989), Nr. 1, 7–16

Bishop 1980

BISHOP, A.J.: Spatial abilities and mathematics education - a review. In: *Educational Studies in Mathematics* 11 (1980), 257–269

Blades 1997

BLADES, M.: Research paradigms and methodologies for investigating children's wayfinding. In: FOREMAN, N.; GILLET, R. (Hrsg.): *A handbook of spatial research paradigms and methodologies, Vol. 1: Spatial cognition in the child and adult*. Hove: Psychology Press, 1997, 103–129

Blanck 2004

BLANCK, B.: „Wir helfen dem kleinen Würfel“. In: *Praxis Grundschule* (2004), Nr. 5, 52–56

Blanck und Eichler 1999

BLANCK, S.; EICHLER, K.P.: Die Verbindung von Arithmetik und Geometrie - Chance für einen kindorientierten Unterricht. In: *Grundschulunterricht* (1999), Nr. 6, 35–39

Bloom 1971

BLOOM, B.S.: *Stabilität und Veränderung menschlicher Merkmale*. Weinheim, Berlin und Basel: Beltz, 1971

Bobrowski 2001

BOBROWSKI, S.: Ein Kinderzimmer einrichten und zeichnen. In: *Praxis Grundschule* (2001), Nr. 2, 28–29

Bobrowski und Grassmann 2004

BOBROWSKI, S.; GRASSMANN, M.: Mathematische Bildung im Wandel. In: *Grundschule* (2004), Nr. 3, 8

Bobrowski und Schipper 2001

BOBROWSKI, S.; SCHIPPER, W.: Leitfragen zur Offenheit und Zielorientierung. In: *Grundschule* (2001), Nr. 3, 16–17

Bock und Kolakowski 1973

BOCK, R.D.; KOLAKOWSKI, D.: Further evidence of sex-linked major-gene influence on human spatial visualizing ability. In: *American Journal of Human Genetics* 25 (1973), 1–14

Bock und Vandenberg 1968

BOCK, R.D.; VANDENBERG, S.G.: Components of heritable variation in mental test scores. In: VANDENBERG, S.G. (Hrsg.): *Progress in human behavior genetics*. Baltimore: Johns Hopkins Press, 1968, 233–260

Bodner und Guay 1997

BODNER, G.M.; GUAY, R.B.: The Purdue visualization of rotations test. In: *The Chemical Educator* 2 (1997), Nr. 4. chemed.chem.purdue.edu/chemed/bodnergrouppublications/rot.html (20.11.2003)

Boer 1991

BOER, L.C.: Mental rotation in perspective problems. In: *Acta Psychologica* 76 (1991), 1–9

Böhm 2003

BÖHM, A.: Theoretisches Codieren: Textanalyse in der Grounded Theory. In: FLICK, U.; KARDOFF, E. von; STEINKE, I. (Hrsg.): *Qualitative Forschung*. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt, 2003, 475–485

Booth und Thomas 2000

BOOTH, R.D.L.; THOMAS, M.O.J.: Visualization in mathematics learning: arithmetic problem solving and student difficulties. In: *Journal of Mathematical Behavior* 18 (2000), Nr. 2, 169–190

Bothsmann u. a. 1995

BOTHSMANN, M.; JÖCKEL, S.; REISS, K.; WELLSTEIN, H.: Eine räumliche Problemaufgabe in verschiedenen Lernkontexten. In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1995*. Hildesheim: Franzbecker, 1995, 118–221

Brandt und Krummheuer 2000

BRANDT, B.; KRUMMHEUER, G.: Das Prinzip der Komparation im Rahmen der interpretativen Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 21 (2000), Nr. 3/4, 193–226

Breidenbach 1967

BREIDENBACH, W.: *Raumlehre in der Volksschule*. Hannover: Schroedel, 1967

Brown 1984

BROWN, A. L.: Metakognition, Handlungskontrolle, Selbststeuerung und andere, noch geheimnisvollere Mechanismen. In: WEINERT, F. E.; KLUWE, R. H. (Hrsg.): *Metakognition, Motivation und Lernen*. Stuttgart: Kohlhammer, 1984, 60–109

Bruner 1988

BRUNER, J.S.: Über kognitive Entwicklung. In: BRUNER, J.S.; OLVER, R.R.; GREENFIELD, P.M. (Hrsg.): *Studien zur kognitiven Entwicklung*. Stuttgart: Klett-Cotta, 1988, 21–53

Bruner u. a. 1988

BRUNER, J.S.; OLVER, R.R.; GREENFIELD, P.M. (Hrsg.): *Studien zur kognitiven Entwicklung*. Stuttgart: Klett-Cotta, 1988 (2. Auflage)

Bryden u. a. 1990

BRYDEN, M.P.; GEORGE, J. ; INCH, R.: Sex differences and the role of figural complexity in determining the rate of mental rotation. In: *Perceptual and Motor Skills* 70 (1990), 467–477

Burchartz 2000

BURCHARTZ, B.: Kinder denken handelnd. In: *Sache - Wort - Zahl* 28 (2000), Nr. 30, 47–52

Burchartz 2003

BURCHARTZ, B.: *Problemlöseverhalten von Schülern beim Bearbeiten unlösbarer Probleme*. Hildesheim: Franzbecker, 2003

Burchartz und Stein 1999

BURCHARTZ, B.; STEIN, M.: Geometrisches Problemlösen in der Grundschule. In: *Der Mathematikunterricht* (1999), Nr. 1, 5–24

Burden und Coulson 1981

BURDEN, L.D.; COULSON, S.A.: *Processing spatial abilities*. Victoria, Australia: Monash University, 1981

Campbell u. a. 1992

CAMPBELL, K.J.; WATSON, J.M. ; COLLINS, K.F.: Volume measurement and intellectual development. In: *Journal of Structural Learning* 11 (1992), Nr. 3, 279–298

Carniel 1999

CARNIEL, D.: Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens. In: *Praxis Grundschule* (1999), Nr. 2, 12–18

Caron-Pargue 1985

CARON-PARGUE, J.: *Le dessin du cube chez l'enfant: organisations et reorganisations de codes graphiques*. Bern: Lang, 1985

Carpenter und Just 1978

CARPENTER, P.A.; JUST, M.A.: Eye fixations during mental rotation. In: SENDERS, J.W.; FISHER, D.F.; MONTY, R.A. (Hrsg.): *Eye fixations and the higher psychological functions*. Hillsdale NJ: Erlbaum, 1978, 115–133

Carpenter und Just 1986

CARPENTER, P.A.; JUST, M.A.: Spatial ability: an information processing approach to psychometrics. In: STERNBERG, R.J. (Hrsg.): *Advances in the psychology of human intelligence*. Hillsdale NJ: Erlbaum, 1986, 221–253

Carter u. a. 1987

CARTER, C.S.; LARUSSA, M.A. ; BODNER, G.M.: A study of two measures of spatial ability as predictors of success in different levels of general chemistry. In: *Journal of Research in Science Teaching* 24 (1987), 645–657

Casey und Brabeck 1989

CASEY, M.B.; BRABECK, M.M.: Exceptions to the male advantage on a spatial task: Family handedness and college major as factors identifying women who excel. In: *Neuropsychologica* 27 (1989), 689–696

Casey u. a. 1986

CASEY, M.B.; BRABECK, M.M. ; LUDLOW, L.H.: Familial handedness and its relation to spatial ability following strategy instructions. In: *Intelligence* (1986), 389–406

Chase 1973

CHASE, W.G. (Hrsg.): *Visual information processing*. New York: Academic Press, 1973

Clark u. a. 1973

CLARK, H.H.; CARPENTER, P.A. ; JUST, M.A.: On the meeting of semantics and perception. In: CHASE, W.G. (Hrsg.): *Visual information processing*. New York und London: Academic Press, 1973, 311–381

Clauser 1994

CLAUSER, C.: *Untersuchungen zur Formerkennung im Paradigma der mentalen Rotation*. Hamburg, 1994

Cohen und Kubovy 1993

COHEN, D.; KUBOVY, M.: Mental rotation, mental representation, and flat slopes. In: *Cognitive Psychology* 25 (1993), 351–382

Cohen und Blair 1998

COHEN, D.J.; BLAIR, Ch.: Mental rotation and temporal contingencies. In: *Journal of Experimental Analysis of Behavior* 70 (1998), Nr. 2, 203–214

Cohen u. a. 1996

COHEN, M.S.; KOSSLYN, S.M.; BREITER, H.C.; DIGIROLAMO, G.J.; THOMPSON, W.L.; ANDERSON, A.K.; BOOKHEIMER, S.Y.; ROSEN, B.R.; BELLIVEAU, J.W.: Changes in cortical activity during mental rotation. In: *Brain* 119 (1996), 89–100

Cohen 1985

COHEN, R. (Hrsg.): *The development of spatial cognition*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1985

Cohors-Fresenborg 2001

COHORS-FRESENBORG, E.: Mechanismen des Wirksamwerdens von Metakognition im Mathematikunterricht. In: KAISER, G. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001*. Hildesheim: Franzbecker, 2001, 145–148

Cole u. a. 1997

COLE, M.; ENGESTRÖM, Y.; VASQUEZ, O. (Hrsg.): *Mind, culture and activity*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997

Connor u. a. 1977

CONNOR, J.M.; SERBIN, L.A. ; SCHACKMAN, M.: Sex differences in children's response to training on a visual-spatial test. In: *Developmental Psychology* 13 (1977), Nr. 3, 293–294

Cooper 1975

COOPER, L.A.: Mental rotation of random two-dimensional shapes. In: *Cognitive Psychology* 7 (1975), 20–43

Cooper 1976a

COOPER, L.A.: Demonstration of a mental analog of an external rotation. In: *Perception and Psychophysics* 19 (1976), Nr. 4, 296–302

Cooper 1976b

COOPER, L.A.: Individual differences in visual comparison processes. In: *Perception and Psychophysics* 19(5) (1976), 433–444

Cooper 1989

COOPER, L.A.: Mental models of the structure of visual objects. In: SHEPP, B.; BALLESTEROS, S. (Hrsg.): *Object perception. Structure and process*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1989, 91–119

Cooper und Podgorny 1976

COOPER, L.A.; PODGORNÝ, P.: Mental transformations and visual comparison processes: Effects of complexity and similarity. In: *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 2 (1976), 503–514

Cooper und Shepard 1973

COOPER, L.A.; SHEPARD, R.N.: Chronometric studies of the rotation of mental images. In: CHASE, W.G. (Hrsg.): *Visual information processing*. New York: Academic Press, 1973, 75–176

Cooper und Shepard 1984

COOPER, L.A.; SHEPARD, R.N.: Turning something over in the mind. In: *Scientific American* 251 (1984), Nr. 6, 114–120

Cooper und Shepard 1987

COOPER, L.A.; SHEPARD, R.N.: Rotationen in der räumlichen Vorstellung. In: RITTER, M. (Hrsg.): *Wahrnehmung und visuelles System*. Heidelberg: Spektrum, 1987, 122–130

Corballis u. a. 1976

CORBALLIS, M.C.; ZBRODOFF, J. ; ROLDAN, C.E.: What 's up in mental rotation? In: *Perception and Psychophysics* 19 (1976), Nr. 6, 525–530

Corbin und Strauss 1990a

CORBIN, J.; STRAUSS, A.L.: *Basics of Qualitative Research: Grounded Theory Procedures and Techniques*. Newbury Park, CA: Sage Publications, 1990

Corbin und Strauss 1990b

CORBIN, J.; STRAUSS, A.L.: Grounded Theory Research: Procedures, canons and evaluative criteria. In: *Zeitschrift für Soziologie* 19 (1990), Nr. 6, 418–427

Davis u. a. 1992

DAVIS, R. B.; MAHER, C. A. ; MARTINO, A. M.: Using videotapes to study the construction of mathematical knowledge by individual children working in groups. In: *Journal of Science and Technology* 1 (1992), Nr. 3, 177–189

De Lisi und Cammarano 1996

DE LISI, R.; CAMMARANO, D.M.: Computer experience and gender differences in undergraduate mental rotation performance. In: *Computers in Human Behavior* 12 (1996), 351–361

De Lisi u. a. 1976

DE LISI, R.; LOCHER, R. ; YOUNISS, J.: Anticipatory imagery and spatial operations. In: *Developmental Psychology* 5 (1976), 3–22

De Moor 1991

DE MOOR, E.: Geometry instruction in the Netherlands (ages 4-14) - the realistic approach. In: STREEFLAND, L. (Hrsg.): *Realistic mathematics education in primary school: On the occasion of the opening of the Freudenthal Institute*. Utrecht: Center for Science and Mathematics Education, Utrecht University, 1991, 119–138

De Moor und van den Brink 1997

DE MOOR, E.; BRINK, J. van d.: Geometrie vom Kind und von der Umwelt aus. In: *mathematik lehren* (1997), Nr. 83, 14–17

Del Grande 1990

DEL GRANDE, J.: Spatial sense. In: *Arithmetic Teacher* (1990), 14–20

Donaldson 1982

DONALDSON, M.: *Wie Kinder denken*. Bern: Verlag Hans Huber, 1982

Donaldson 1978

DONALDSON, M.: *Children's minds*. London: Fontana, 1978

Donaldson u. a. 1983

DONALDSON, M.; GRIEVE, R. ; PRATT, Ch.: *Early Childhood Development and Education*. Oxford: Basil Blackwell Publisher, 1983

Dörfler 1986

DÖRFLER, W.: Das Verhältnis mathematischer Operationen und gegenständlicher Handlungen. In: STEINER, H.G. (Hrsg.): *Grundfragen in der Entwicklung mathematischer Fähigkeiten*. Köln: Aulis, 1986, 1–14

Dörfler 1988

DÖRFLER, W.: Die Genese mathematischer Objekte und Operationen aus Handlungen als kognitive Konstruktion. In: DÖRFLER, W. (Hrsg.): *Kognitive Aspekte mathematischer Begriffsentwicklung*. Stuttgart: Teubner, 1988, 55–125

Dörner 1976

DÖRNER, D.: *Problemlösen als Informationsverarbeitung*. 2. Auflage. Stuttgart: Kohlhammer, 1976

Edelmann 1996

EDELMANN, W.: *Lernpsychologie*. Weinheim: Psychologie Verlags Union, 1996

Eichler 2004

EICHLER, K.-P.: Geometrische Vorerfahrungen von Schulanfängern. In: *Praxis Grundschule* (2004), Nr. 2, 12–16

Eichler u. a. 2001

EICHLER, K.P.; LORENZ, J.H.; JANSEN, H.; RÖTTGER, A. (Hrsg.): *Mathematikus 3*. Braunschweig: Westermann, 2001

Eid 1999

EID, W.: Zur Entwicklung der Raumwahrnehmung und -vorstellung im Mathematikunterricht. In: *MUP* (1999), Nr. III, 11–18

Eisenberg und Dreyfuss 1989

EISENBERG, T.; DREYFUSS, T.: Spatial visualization in the mathematics curriculum. In: *Focus on Learning Problems in Mathematics* 11 (1989), Nr. 1, 1–5

Eiser 1974

EISER, C.: *Egocentrism and the child's concept of space*. 1974. – University of Bristol, unveröffentlicht

El Koussy 1935

EL KOUSSY, A.A.H.: The visual perception of space. In: *British Journal of Psychology, Monograph Supplement No. 20* (1935)

El Koussy 1955

EL KOUSSY, A.A.H.: *The directions of research in the domain of spatial aptitudes*. Paris, 1955

Eliot 1980

ELIOT, J.: Clasification of figural spatial tests. In: *Perceptual and Motor Skills* 51 (1980), Nr. 3, 307–317

Eliot 1987

ELIOT, J.: *Models of psychological space*. New York: Springer, 1987

Eliot und Macfarlane Smith 1983

ELIOT, J.; MACFARLANE SMITH, I.: *An international directory of spatial tests*. Windsor: NFER-Nelson, 1983

Eliot und Salkind 1975

ELIOT, J.; SALKIND, N.J. (Hrsg.): *Children's spatial development*. Springfield, Ill.: Charles C. Thomas, 1975

Evertson und Green 1996

EVERTSON, C.M.; GREEN, J.L.: Observation as Inquiry Method. In: WITTROCK, M.C. (Hrsg.): *Handbook of research on teaching: a project of the American Educational Research Association*. New York: MacMillan, 1996, 162–213

Farah 1995

FARAH, M.: Dissociable systems for visual recognition: a cognitive neuropsychology approach. In: KOSSLYN, S.M.; OSHERSON, D.N. (Hrsg.): *Visual cognition: An invitation into cognitive science* Bd. 2. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995, 101–119

Feingold 1988

FEINGOLD, A.: Cognitive gender differences are disappearing. In: *American Psychologist* 43 (1988), Nr. 2, 95–103

Finke 1980

FINKE, R.A.: Levels of equivalence in imagery and perception. In: *Psychological Review* 87 (1980), Nr. 2, 113–132

Finke 1987

FINKE, R.A.: Bildhaftes Vorstellen und visuelle Wahrnehmung. In: RITTER, M. (Hrsg.): *Wahrnehmung und visuelles System*. Heidelberg: Spektrum, 1987, 178–185

Finke und Shepard 1986

FINKE, R.A.; SHEPARD, R.N.: Visual functions of mental imagery. In: KAUFMAN, I.; THOMAS, J. (Hrsg.): *Handbook of perception and human performance*. New York: Wiley, 1986

Fishbein u. a. 1972

FISHBEIN, H.D.; LEWIS, S. ; KEIFFER, K.: Children's understanding of spatial relations: coordination of perspectives. In: *Developmental Psychology* 7 (1972), Nr. 1, 21–33

Flick 2002

FLICK, U.: *Qualitative Sozialforschung*. Reinbeck bei Hamburg: Rowohlt, 2002

Folk und Luce 1987

FOLK, M.D.; LUCE, R.D.: Effects of stimulus complexity on mental rotation rates of polygons. In: *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 13 (1987), 395–404

Foreman und Gillet 1997

FOREMAN, N.; GILLET, R. (Hrsg.): *A handbook of spatial research paradigms, Vol. 1: Spatial cognition in the child and adult*. Hove: Psychology Press, 1997

Foreman und Gillet 1998

FOREMAN, N.; GILLET, R. (Hrsg.): *A handbook of spatial research paradigms, Vol. 2: Clinical and comparative studies*. Hove: Psychology Press, 1998

Forisha 1975

FORISHA, B.D.: Mental imagery - verbal processes: a developmental study. In: *Developmental Psychology* 11 (1975), 259–267

Franke 2000

FRANKE, M.: *Didaktik der Geometrie*. Heidelberg, Berlin: Spektrum, 2000

Franke 2002

FRANKE, M.: Strategiekonferenzen. In: *Grundschule* (2002), Nr. 3, 19–20

Freedman und Rovegno 1981

FREEDMAN, R.J.; ROVEGNO, L.: Occular dominance, cognitive strategy, and sex differences in spatial ability. In: *Perceptual and Motor Skills* 52 (1981), 651–654

Freeman 1987

FREEMAN, N.: Current problems in the development of representational picture-production. In: *Archives de Psychologie* 55 (1987), 127–152

Freeman 1980

FREEMAN, N.H.: *Strategies of representation in young children: analysis of spatial skill and drawing process*. London: Academic Press, 1980

Freeman und Cox 1985

FREEMAN, N.H.; COX, M.V. (Hrsg.): *Visual order - the nature and development of pictorial representation*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985

French 1965

FRENCH, J.: The relationship of problem-solving styles to the factor composition of tests. In: *Educational and Psychological Measurement* 25 (1965), 9–28

Freudenthal 1971

FREUDENTHAL, H.: Geometry between the devil and the deep sea. In: *Educational Studies in Mathematics* 3 (1971), 413–435

Friedman und Harding 1990

FRIEDMAN, A.; HARDING, C.A.: Seeing versus imagining movement in depth. In: *Canadian Journal of Psychology* 43 (1990), Nr. 3, 371–383

Frostig u. a. 1973

FROSTIG, M.; HORNE, D. ; MILLER, A.: *Wahrnehmungstraining*. Deutsche Übersetzung von A. und E. Reinhartz. Dortmund: Crüwell Verlag, 1973 (Heft 1)

Frostig u. a. 1979

FROSTIG, M.; HORNE, D. ; MILLER, A.: *Visuelle Wahrnehmungsförderung (Übungs- und Beobachtungsfolge für den Elementar- und Primarbereich)*. 2. deutsche Auflage, Übersetzung von A. und E. Reinhartz. Hannover: Schroedel, 1979

Funk und Brugger 2002

FUNK, M.; BRUGGER, P.: Visual recognition of hands by persons born with only one hand. In: *Cortex* 38 (2002), 860–863

Fürntratt 1969

FÜRNTRATT, E.: Zur Bestimmung interpretierbarer gemeinsamer Faktoren in Faktorenanalysen psychologischer Daten. In: *Diagnostica* 15 (1969), 62–75

Furutaoa u. a. 1997

FURUTAOA, K.; OKU, H.; KURODA, D. ; BOHAKA, M.: Computerized Kohs Block Design Test with rotation of each surface of a block. In: *Proceedings of the 12th Japanese Conference of Advancement of Rehabilitation Technology*, 1997, 571–574

Gaarder 1993

GAARDER, J.: *Sofies Welt - Roman über die Geschichte der Philosophie*. München: Carl Hansen Verlag, 1993

Garbis 1997

GARBIS, Ch.: *Spatial representation and haptic mental rotation*. Lund University Cognitive Studies, Lund, 1997

Gardner 1983

GARDNER, H.: *Frames of mind*. New York: Basic Books, 1983

Gardner 1989

GARDNER, H.: Multiple intelligences go to school. In: *Educational Researcher* (1989), November, 4–9

Gardner 1991

GARDNER, H.: *Abschied vom IQ: Die Rahmen-Theorie der vielfachen Intelligenzen*. Stuttgart: Klett-Cotta, 1991. – dt. Übersetzung von M. Heim

Gelman und Kit-Fong Au 1996

GELMAN, R.; KIT-FONG AU, T. (Hrsg.): *Perceptual and cognitive development*. London: Academic Press, 1996 (Handbook of perception and cognition)

Georgopoulos u. a. 1989

GEORGOPOULOS, A.P.; LURITO, J.T.; PETRIDES, M.; SCHWARTZ, A.B.; MASSEY, J.T.: Mental rotation of the neuronal population vector. In: *Science* 243 (1989), 234–236

Gibson 1973

GIBSON, J.J.: *Die Sinne und der Prozeß der Wahrnehmung*. Bern, deutsche Ausgabe, Titel des amerikanischen Originals von 1966: *The senses considered as perceptual systems*: Verlag Hans Huber, 1973

Giglio Andrews 1996

GIGLIO ANDREWS, A.: Developing spatial sense - a moving experience. In: *Teaching Children Mathematics* (1996), Nr. 2, 290–293

Ginsburg und Oppen 1998

GINSBURG, H.; OPPEN, S.: *Piagets Theorie der geistigen Entwicklung*. 8. Auflage. Stuttgart: Klett-Cotta, 1998

Ginsburg 1981

GINSBURG, H. P.: The clinical interview in psychological research and mathematical thinking: aims, rationales, techniques. In: *For the Learning of Mathematics* (1981), Nr. 3, 4–10

Gittler 1983

GITTLER, G.: Konstruktion und Analyse neuer Raumvorstellungsaufgaben mittels probabilistischer Testmodelle. In: LÜER, G. (Hrsg.): *Bericht über den 33. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für Psychologie im Mainz 1982*. Göttingen: Hogrefe, 1983, 750–754

Gittler 1984

GITTLER, G.: Entwicklung und Erprobung eines neuen Testinstruments zur Messung des räumlichen Vorstellungsvermögens. In: *Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie* 5 (1984), Nr. 2, 141–165

Gittler 1990

GITTLER, G.: *3 DW - Dreidimensionaler Würfeltest*. Weinheim: Beltz, 1990

Glaser und Strauss 1967

GLASER, B.G.; STRAUSS, A.L.: *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research*. New York: Aldine Publishing Company, 1967

Glaser und Strauss 1993

GLASER, B.G.; STRAUSS, A.L.: Die Entdeckung gegenstandbezogener Theorie: Eine Grundstrategie qualitativer Sozialforschung. In: HOPF, Ch. und E. W. (Hrsg.): *Qualitative Sozialforschung*. 3. Auflage. Stuttgart: Klett-Cotta, 1993, 91–111

Glaser und Strauss 1998

GLASER, B.G.; STRAUSS, A.L.: *Grounded Theory - Strategien qualitativer Forschung*. Bern: Huber, 1998 (amerikanische Originalausgabe (1967): *The discovery of grounded theory*)

Globerson und Zelniker 1989

GLOBERSON, T. (Hrsg.); ZELNIKER, T. (Hrsg.): *Cognitive style and cognitive development*. Norwood NJ: Ablex Publishing Company, 1989 (Human development, Vol 3, Series editor: Sidney Strauss)

Glück 1999

GLÜCK, J.: *Spatial Strategies - kognitive Strategien bei räumlichen Leistungen*, Universität Wien, unveröffentlichte Dissertation, 1999

Glück 2001

GLÜCK, J.: Die Entwicklung des Landkartenverständnisses bei Kindern. In: *Psychologie in Erziehung und Unterricht* 48 (2001), Nr. 4, 298–313

Golomb 1994

GOLOMB, S.W.: *Polyominoes - Puzzles, patterns, problems and packings*. 2. Auflage. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1994

Goodale 1995

GOODALE, M.A.: The cortical organization of visual perception and visuomotor control. In: KOSSLYN, S.M.; OSHERSON, D.N. (Hrsg.): *Visual cognition* Bd. 2. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995, 167–213

Gorgorió 1996

GORGORIÓ, N.: Choosing a visual strategy: the influence of gender on the solution process of rotation problems. In: PUIG, L.; GUTIERREZ, A. (Hrsg.): *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the P.M.E.* València: Universitat de València, 1996, (3)19–(3)26

Gorgorió 1998

GORGORIÓ, N.: Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems. In: *Educational Studies in Mathematics* 35 (1998), 207–231

Göttl 1997

GÖTTL, M.: „Knobelix“ - ein fächerübergreifendes Lernspiel zur Förderung der Raumvorstellung. In: *MUP* 1997 (1997), Nr. 4, 13–23

Grassmann 1996

GRASSMANN, M.: Geometrische Fähigkeiten der Schulanfänger. In: *Grundschulunterricht* 43 (1996), Nr. 5, 25–27

Grassmann 1998

GRASSMANN, M.: Geometrie heute - einige Bemerkungen zum Geometrieunterricht in der Grundschule. In: *Grundschulunterricht* (1998), Nr. 3, 21–25

Grassmann 2000

GRASSMANN, M.: *Kinder wissen viel - zusammenfassende Ergebnisse einer mehrjährigen Untersuchung zu mathematischen Vorkenntnissen von Grundschulkindern*. Hannover: Schroedel, 2000

Grassmann u. a. 1998

GRASSMANN, M.; MIRWALD, E.; KLUNTER, M. ; VEIT, U.: Untersuchungen über Vorkenntnisse und informelle Lösungsstrategien zu zentralen Inhalten des Mathematikunterrichts der Klasse 3 (Teil 1). In: *Sache-Wort-Zahl* 16 (1998), 51–59

Grimshaw u. a. 1995

GRIMSHAW, G.M.; SITARENIOS, G. ; FINEGAN, J.A.K.: Mental rotation at 7 years: relations with prenatal testosterone levels and spatial play experience. In: *Brain and Cognition* 29 (1995), 85–100

Grüßing 2001

GRÜSSING, M.: Räumliche Geometrie im Verständnis des 4. Schuljahres. In: KAISER, G. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001*. Hildesheim: Franzbecker, 2001, 245–248

Grüßing 2002

GRÜSSING, M.: Wieviel Raumvorstellung braucht man für Raumvorstellungsaufgaben? In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 34 (2002), Nr. 2, 37–45

Grüßing 2003

GRÜSSING, M.: Räumliche Kompetenzen und Mathematikleistung - Erste Ergebnisse einer empirischen Studie mit Kindern des 4. Schuljahres. In: HENN, H.-W. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2003*. Hildesheim: Franzbecker, 2003, 261–264

Guanella 1935

GUANELLA, F.M.: *Block building activities in young children*. New York: Archives of Psychology, Vol. 174, Columbia University, 1935

Guay und McDaniel 1977

GUAY, R.B.; MCDANIEL, E.D.: The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. In: *Journal for Research in Mathematics Education* (1977), 211–215

Gubitz-Peruche und Posmik 1999

GUBITZ-PERUCHE, H.; POSMIK, R.: „Rund um den Würfel“ - Einrichtung einer Werkstatt zur Geometrie. In: *Grundschulunterricht* (1999), Nr. 3, 4–8

Guilford 1962

GUILFORD, J.P.: *Theoretical model for the complete „Structure of intel-*

lect“. Los Angeles: University of California: Department of Psychology, 1962

Guilford 1964

GUILFORD, J.P.: *Persönlichkeit*. Weinheim: Beltz, 1964

Guilford 1976

GUILFORD, J.P.: *Analyse der Intelligenz*. Weinheim: Beltz, 1976

Guilford und Lacey 1947

GUILFORD, J.P.; LACEY, J.I.: *Printed classification tests*. Washington D.C. : Army Air Force Aviation Psychology Research Report No. 5, 1947

Guilford und Zimmerman 1947

GUILFORD, J.P.; ZIMMERMAN, W.S.: *The Guilford-Zimmerman aptitude survey*. Beverly Hills, California: Sheridan Supply, 1947

Guilford und Zimmerman 1956

GUILFORD, J.P.; ZIMMERMAN, W.S.: *The Guilford-Zimmerman aptitude survey: manual of instructions and interpretations*. Beverly Hills, California: Sheridan Supply, 1956

Guski 1996

GUSKI, R.: *Wahrnehmen - ein Lehrbuch*. Stuttgart: Kohlhammer, 1996

Gutiérrez 1992

GUTIÉRREZ, A.: Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry. In: *Structural Topology* 18 (1992), 31–48

Gutiérrez 1996

GUTIÉRREZ, A.: Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework. In: PUIG, L. (Hrsg.); GUTIÉRREZ, A. (Hrsg.): *Proceedings of the 20th conference of the international group for the psychology of mathematics education*. Valencia: Universidad de Valencia, 1996, 3–19

Gutiérrez und Jaime 1993

GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A.: An analysis of the student's use of mental images when making or imagining movements of polyhedra. In: HIRAR-BAYASHI, I. et a. (Hrsg.): *Proceedings of the 17th International Conference for the P.M.E.* Tsukuba: University of Tsukuba, 1993, 153–160

Gutzmer 1980

GUTZMER, A.: Bericht betreffend den Unterricht in der Mathematik an den neunklassigen höheren Lehranstalten - Reformvorschläge von Meran, 1905. In: *MU* (1980), Nr. 6, 53–62

Halpern und Tan 2001

HALPERN, D.F.; TAN, U.: Stereotypes and steroids: using a psychobiosocial model to understand cognitive sex differences. In: *Brain and Cognition* 45 (2001), 392–414

Hampson u. a. 1990

HAMPSON, P.J.; MARKS, D.F.; RICHARDSON, J.T.E. (Hrsg.): *Imagery: Current developments*. London: Routledge, 1990

Harris 1978

HARRIS, L.J.: *Sex differences in spatial ability: Possible environmental, genetic and neurological factors*. New York: Cambridge University Press, 1978

Harris und Butterworth 2002

HARRIS, M.; BUTTERWORTH, G.: *Developmental Psychology*. Hove: Psychology Press, 2002

Harris und Bassett 1976

HARRIS, P.L.; BASSETT, E.: Reconstruction from the mental image. In: *Journal of Experimental Child Psychology* 21 (1976), 514–523

Hartmann 1999

HARTMANN, J.: Auswirkungen der Bearbeitung räumlich-geometrischer Aufgaben auf das Raumvorstellungsvermögen. In: NEUBRAND, M. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1999*. Hildesheim: Franzbecker, 1999, 213–216

Hartmann 2000

HARTMANN, J.: Räumlich-geometrisches Training und Transfer auf Leistungen im Geometrieunterricht der Grundschule. In: NEUBRAND, M. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2000*. Hildesheim: Franzbecker, 2000, 245–248

Hartmann 2002

HARTMANN, J.: Schülervorstellungen und Schülerfehler im Bereich Drehungen - eine mehrperspektivische Betrachtung. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 34 (2002), Nr. 2, 46–50

Hartmann und Hellmich 2002

HARTMANN, J.; HELLMICH, F.: Materialgebundene versus computerunterstützte Förderung räumlicher Kompetenzen in der Grundschule. In: PESCHEK, W. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2002*. Hildesheim: Franzbecker, 2002, 211–214

Hartmann u. a. 1998

HARTMANN, J.; JÖCKEL, S.; POSPESCHILL, M. ; REISS, K.: Ein Phasenmodell des Problemlösens bei einer raumgeometrischen Aufgabe. In: NEUBRAND, M. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1998*. Hildesheim: Franzbecker, 1998, 259–262

Hartmann und Reiss 1999

HARTMANN, J.; REISS, K.: Auswirkungen der Bearbeitung räumlich-geometrischer Aufgaben auf das Raumvorstellungsvermögen. In: LEUTNER, D.; BRÜNKEN, R. (Hrsg.): *Neue Medien in Unterricht, Aus- und Weiterbildung*. Münster: Waxmann, 1999, 85–93

Hasemann 1985

HASEMANN, K.: Schülergespräche über Würfelnetze. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 6 (1985), Nr. 2, 119–140

Hasemann 1986

HASEMANN, K.: *Mathematische Lernprozesse. Analysen mit kognitionstheoretischen Methoden*. Braunschweig: Vieweg, 1986

Hasemann 1988

HASEMANN, K.: Kognitionstheoretische Modelle und mathematische Lernprozesse. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 9 (1988), (2/3), 95–161

Heine 1995

HEINE, H.: *Fantadu*. München: Middelhaue, 1995

Heißmeyer 1994

HEISSMEYER, S.: *Analyse von Lesestrategien und Lesefehlern bei Erstklässlern*. 1994. – Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfungen für das Lehramt an Grund- und Hauptschulen, Universität Hannover

Heißmeyer 2000a

HEISSMEYER, S.: Experimentierendes Bauen - Handlungsorientierter Mathematikunterricht mit dem Soma-Würfel. In: *Grundschulmagazin* (2000), Nr. 3, 21–22

Heißmeyer 2000b

HEISSMEYER, S.: Experimentierendes Bauen - Mit dem Somawürfel Raumvorstellung und Gedächtnis trainieren. In: *Grundschulmagazin* (2000), Nr. 10, 23–25

Heißmeyer 2004

HEISSMEYER, S.: *Optimierung von Beladestrategien*, Technische Universität München, Diplomarbeit, März 2004

Hellmich 2001a

HELLMICH, F.: Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens lernbehinderter Schülerinnen und Schüler im Zusammenhang mit ihren Leistungen im Geometrieunterricht. In: KAISER, G. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001*. Hildesheim: Franzbecker, 2001, 277–280

Hellmich 2001b

HELLMICH, F.: *Raumvorstellung und Geometrielernen in der Schule für Lernhilfe*. Oldenburg: Carl von Ossietzky Universität, 2001 (Oldenburger VorDrucke 434)

Hellmich 2004

HELLMICH, F.: Inhaltliche, kontextuelle und aktivitätsbezogene Aspekte bei räumlich-geometrischen Problemstellungen. In: *Der Mathematikunterricht* (2004), Nr. 1/2, 47–53

Hellmich und Hartmann 2002

HELLMICH, F.; HARTMANN, J.: Aspekte einer Förderung räumlicher Kompetenzen im Geometrieunterricht. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 34 (2002), Nr. 2, 56–61

Hermanns 2003

HERMANNs, H.: Interviewen als Tätigkeit. In: FLICK, U.; KARDOFF, E.; STEINKE, I. (Hrsg.): *Qualitative Forschung - ein Handbuch*. 2. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt, 2003, 360–368

Hershkowitz 1989

HERSHKOWITZ, R.: Visualization in geometry - two sides of the coin. In: *Focus on Learning Problems in Mathematics* 11 (1989), Nr. 1, 61–76

Hertzog und Rypma 1991

HERTZOG, C.; RYPMA, B.: Age differences in components of mental-rotation task performance. In: *Bulletin of the Psychonomic Society* 29 (1991), Nr. 3, 209–212

Hirt und Meister 2003

HIRT, U.; MEISTER, S.: *Spiele mit dem Somawürfel*. Seelze, Velber: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung, 2003

Hirt und Meister-Luginbühl 2001

HIRT, U.; MEISTER-LUGINBÜHL, S.: Die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens mit dem Soma-Würfel. In: KAISER, G. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001*. Hildesheim: Franzbecker, 2001, 287–292

Hobson 1982

HOBSON, R.P.: The question of perspectives in childhood egocentrism: the coordination of perspectives in relation to operational thinking. In: *Journal of Child Psychology and Allied Disciplines* 23 (1982), 43–60

Hochberg und Gellman 1977

HOCHBERG, J.; GELLMAN, L.: The effect of landmark features on mental rotation times. In: *Memory and Cognition* 5 (1977), Nr. 1, 23–26

Hoffmann 2003

HOFFMANN, A.: *Elementare Bausteine der kombinatorischen Problemlösefähigkeit*. Hildesheim: Franzbecker, 2003

Hollenstein 1997

HOLLENSTEIN, A.: Kognitive Aspekte sozialen Lernens. In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1997*. Hildesheim: Franzbecker, 1997, 243–246

Homann 1996

HOMANN, G.: Lagebeziehungen. In: *Praxis Grundschule* (1996), Nr. 2, 10–15

Hopf 2003

HOPF, Ch.: Qualitative Interviews - ein Überblick. In: FLICK, U.; KARDOFF, E.; STEINKE, I (Hrsg.): *Qualitative Forschung - ein Handbuch*. 2. Auflage. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt, 2003, 349–359

Hopf und Weingarten 1993

HOPF, Ch.; WEINGARTEN, E.: *Qualitative Sozialforschung*. Stuttgart: Klett-Cotta, 1993

Hosenfeld u. a. 1997

HOSENFELD, I.; STRAUSS, B. ; KÖLLER, O.: Geschlechtsdifferenzen bei Raumvorstellungsaufgaben - eine Frage der Strategie? In: *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie* 11 (1997), Nr. 2, 85–94

Houssiadas 1965

HOUSSIADAS, L.: Co-ordination of perspective in children. In: *Archiv für die gesammelte Psychologie* 117 (1965), 319–326

Hubel 1987

HUBEL, D.H.: Das Gehirn. In: RITTER, M. (Hrsg.): *Wahrnehmung und visuelles System*. 2. Auflage. Heidelberg: Spektrum, 1987, 16–25

Hubel und Wiese 1987

HUBEL, D.H.; WIESE, T.N.: Die Verarbeitung visueller Information. In: RITTER, M. (Hrsg.): *Wahrnehmung und visuelles System*. Heidelberg: Spektrum, 1987, 36–47

Huber und Mandl 1994

HUBER, G.L. (Hrsg.); MANDL, H. (Hrsg.): *Verbale Daten*. Weinheim, Basel: Beltz, 1994

Hughes und Donaldson 1983

HUGHES, M.; DONALDSON, M.: The use of hiding games for studying coordination of viewpoints. In: DONALDSON, M.; GRIEVE, R.; PRATT, Ch. (Hrsg.): *Early childhood development and education*. Oxford: Basil Blackwell Publisher, 1983, 245–253

Huntig 1997

HUNTIG, R. P.: Clinical interview methods in mathematics education research and practice. In: *Journal of Mathematical Behavior* 16 (1997), (2), 145–165

Hussy 1998

HUSSY, W.: *Denken und Problemlösen*. 2. Stuttgart: Kohlhammer, 1998

Huttenlocher und Presson 1979

HUTTENLOCHER, J.; PRESSON, C.C.: The Coding and Transformation of Spatial Information. In: *Cognitive Psychology* (1979), Nr. 11, 375–394

IGLU 2003

IGLU: *Beispielaufgaben aus der Internationalen Grundschul-Lese-Untersuchung*. 2003 www.erzwiss.uni-hamburg.de/IGLU/matheaufgaben.html (23.04.2003)

Illgner 1974

ILLGNER, K.: Die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens von Klasse 1 bis 10. In: *Mathematik in der Schule* 12 (1974), Nr. 12, 693–714

Ingram 1985

INGRAM, N.: Three into two won't go: symbolic and spatial coding processes in young childrens' drawings. In: FREEMANN, N.H. (Hrsg.); COX, M.V. (Hrsg.): *Visual order - the nature and development of pictorial representation*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985, 231–247

Ingram und Butterworth 1989

INGRAM, N.; BUTTERWORTH, G.: The young child's representation of depth in drawing: process and product. In: *Journal of Experimental Child Psychology* 47 (1989), 356–369

Izard 1990

IZARD, J.: Developing spatial skills with three-dimensional puzzles. In: *Arithmetic Teacher* (1990), Nr. 2, 44–47

Jacobsen 1931

JACOBSEN, E.: Variation of specific muscles contracting during imagination. In: *American Journal of Psychology* 96 (1931), 115–121

Jöckel und Reiss 1999

JÖCKEL, S.; REISS, K.: *Problemlöseaufgaben bei räumlich-geometrischen Aufgaben - Bericht zum DFG Projekt*. Oldenburg: Carl-von-Ossietzky Universität, 1999 math.uni-oldenburg.de/didaktik/strategie(30.05.2002)

Johansson 1986

JOHANSSON, G.: Visuelle Bewegungswahrnehmung. In: RITTER, M. (Hrsg.): *Wahrnehmung und visuelles System*. Heidelberg: Spektrum, 1986, 168–177

Johnson-Laird 1983

JOHNSON-LAIRD, P.N.: *Mental models*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983

Johnson-Laird und Byrne 1991

JOHNSON-LAIRD, P.N.; BYRNE, R.M.J.: *Deduction*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1991

Jolicoeur u. a. 1985

JOLICOEUR, P.; REGEHR, S.; SMITH, L.B.J.P. ; SMITH, G.N.: Mental rotation of representations of two-dimensional and three-dimensional objects. In: *Canadian Journal of Psychology* 39 (1985), Nr. 1, 100–129

Jordan u. a. 2002

JORDAN, K.; WÜSTENBERG, T.; HEINZE, H.J.; PETERS, M. ; JÄNCKE, L.: Cortical activation patterns during mental rotation tasks in men and women / Institut für Psychologie der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg. Magdeburg, Juli 2002. – Magdeburger Arbeiten zur Psychologie, Band 4, Heft 2

Jungwirth 2003

JUNGWIRTH, H.: Interpretative Forschung in der Mathematikdidaktik - ein Überblick für Irrgäste, Teilzieher und Standvögel. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 35 (2003), Nr. 5, 189–200

Junker 1999

JUNKER, B.: Räumliches Denken bei lernbeeinträchtigten Schülern. In: *Die Grundschulzeitschrift* (1999), Nr. 121, 22–24

Just und Carpenter 1976

JUST, M.A.; CARPENTER, P.A.: Eye fixations and cognitive processes. In: *Cognitive Psychology* 8 (1976), 441–480

Just und Carpenter 1985

JUST, M.A.; CARPENTER, P.A.: Cognitive coordinate systems: accounts of mental rotation and individual differences in spatial ability. In: *Psychological Review* 92 (1985), 137–172

Kaeseler 1988

KAESLER, P.: Bauen und Schauen. In: *Die Grundschulzeitschrift* 18 (1988), 10

Kail 1986

KAIL, R.: The impact of extended practice on rate of mental rotation. In: *Journal of Experimental Child Psychology* 42 (1986), 378–391

Kail u. a. 1980

KAIL, R.; PELLEGRINO, J. ; CARTER, P.: Developmental changes in mental rotation. In: *Journal of Experimental Child Psychology* 29 (1980), 102–116

Känguruh-Wettbewerb 1998

KÄNGURUH-WETTBEWERB: *Unterlagen für den Wettbewerb der Klassenstufen 3 und 4.* 1998 iam.mathematik.hu-berlin.de(11.10.2005)

Känguruh-Wettbewerb 2000

KÄNGURUH-WETTBEWERB: *Unterlagen für den Wettbewerb der Klassenstufen 3 und 4*. 2000 iam.mathematik.hu-berlin.de(11.10.2005)

Känguruh-Wettbewerb 2001

KÄNGURUH-WETTBEWERB: *Unterlagen für den Wettbewerb der Klassenstufen 3 und 4*. 2001 iam.mathematik.hu-berlin.de(11.10.2005)

Känguruh-Wettbewerb 2004

KÄNGURUH-WETTBEWERB: *Unterlagen für den Wettbewerb der Klassenstufen 3 und 4*. 2004 iam.mathematik.hu-berlin.de(11.10.2005)

Känguruh-Wettbewerb 2005

KÄNGURUH-WETTBEWERB: *Unterlagen für den Wettbewerb der Klassenstufen 3 und 4*. 2005 iam.mathematik.hu-berlin.de(11.10.2005)

Kardoff 2003

KARDOFF, E. v.: Zur Verwendung qualitativer Forschung. In: FLICK, U.; KARDOFF, E. v.; STEINKE, I. (Hrsg.): *Qualitative Forschung - ein Handbuch*. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag, 2003, 615–623

Karnowsky 1973

KARNOWSKY, A.R.: *Sex differences in spatial ability: a developmental study*. 1973. – Unpublished dissertation, Harvard University

Kaushall und Parsons 1981

KAUSHALL, P.; PARSONS, L.M.: Optical information and practice in the discrimination of 3-D mirror-reflected objects. In: *Perception* 10 (1981), 545–562

Kelle 1994

KELLE, U.: *Empirisch begründete Theoriebildung - Zur Logik und Methodologie interpretativer Sozialforschung*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag, 1994

Kelle und Kluge 1999

KELLE, U.; KLUGE, S.: *Vom Einzelfall zum Typus*. Opladen: Leske + Budrich, 1999

Kelley 1928

KELLEY, T.L.: *Crossroads in the mind*. Stanford, California: Stanford University Press, 1928

Kellman 1996

KELLMAN, P.J.: The origins of object perception. In: GELMAN, R.; KIT-FONG AU, T. (Hrsg.): *Perceptual and cognitive development*. London: Academic Press, 1996 (Handbook of perception and cognition), 3–69

Kellman und Short 1987

KELLMAN, P.J.; SHORT, K.R.: Development of three-dimensional form perception. In: *Journal of Experimental Psychology* 13 (1987), Nr. 4, 545–557

Kellman und Spelke 1983

KELLMAN, P.J.; SPELKE, E.S.: Perception of partly occluded objects in infancy. In: *Cognitive Psychology* 15 (1983), 483–524

Kelly 2002

KELLY, G.: Why can't I see the tree? A study of perspective. In: *Teaching Children Mathematics* (2002), Nr. 10, 83–90

Kerncurriculum 2006

KERNCURRICULUM; NIEDERSACHSEN, Kultusministerium (Hrsg.): *Kerncurriculum für die Grundschule - Mathematik*. www.cuvo.nibis.de (1.10.2006), 2006

Kerst 1920

KERST, B.: Kopfgeometrie. In: *ZmnU* 21 (1920)

Kietz 1950

KIETZ, G.: *Das Bauen des Kindes*. Ravensburg: Otto Maier Verlag, 1950

Kimel 1991

KIMEL, K.: Überlegungen zum Inhalt des Begriffs „Räumliches Vorstellungsvermögen“ und zur Förderung entsprechender Fähigkeiten der Schülerinnen im Rahmen des Mathematikunterrichts der Klassen 1 bis 10. In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1991*. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, 1991, 289–292

Kirby und Boulter 1998

KIRBY, J.R.; BOULTER, D.R.: Training räumlicher Fähigkeiten durch abbildende Geometrie. In: *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie* 12 (1998), Nr. 2/3, 146–155

Kluwe 1981

KLUWE, R.H.: Metakognition. In: MICHAELIS, W. (Hrsg.): *Bericht über*

den 32. Kongress der Deutschen Gesellschaft für Psychologie in Zürich. Göttingen: Hogrefe, 1981, 246–258

Knapstein und Carniel 2001

KNAPSTEIN, K.; CARNIEL, D.: Streichholzvierlinge und Quadratfünflinge. In: *Grundschule* (2001), Nr. 5, 50–56

Knoblich und Rhenius 1995

KNOBLICH, G.; RHENIUS, D.: Zur Reaktivität Lauten Denkens beim komplexen Problemlösen. In: *Zeitschrift für experimentelle Psychologie* XLII (1995), Nr. 3, 419–454

Koh 1920

KOH, S.C.: Koh's block-design tests. In: *Journal of Experimental Psychology* (1920), Nr. 10, 357–376

Koh 1923

KOH, S.C.: *Intelligence Measurement*. New York: Macmillan, 1923

Köhler 1999

KÖHLER, E.: MAUSEKÄSE oder Experimente mit kleinen Würfeln. In: *Grundschulunterricht* (1999), Nr. 11, 31–35

Köller u. a. 1994

KÖLLER, O.; ROST, J. ; KÖLLER, M.: Individuelle Unterschiede beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben aus dem IST- bzw. IST-70-Untertest „Würfelaufgaben“. In: *Zeitschrift für Psychologie* 202 (1994), 65–85

Koops 1981

KOOPS, H.: Zur Medienabhängigkeit des räumlichen Vorstellungsvermögens bei Schülern eines ersten Schuljahres - Bericht über eine empirische Untersuchung. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 2 (1981), Nr. 1, 51–82

Koops und Sorger 1977

KOOPS, H.; SORGER, P.: Fallstudien zum räumlichen Vorstellungsvermögen. In: *Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule* (1977), Nr. 5, 400–409

Koops und Sorger 1980

KOOPS, H.; SORGER, P.: *Fallstudien zum mathematischen Fähigkeitsfaktor Räumliches Vorstellungsvermögen bei 6-8jährigen Schülern*. Opladen: Westdeutscher Verlag, 1980

Korzenik 1975

KORZENIK, D.: Changes in representation between the ages of five and seven. In: *Psychiatry and Art* 4 (1975), 95–104

Kosslyn 1975

KOSSLYN, S.M.: Information representation in visual images. In: *Cognitive Psychology* 7 (1975), 341–370

Kosslyn 1980

KOSSLYN, S.M.: *Image and mind*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1980

Kosslyn 1994

KOSSLYN, S.M.: *Image and brain*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1994

Kosslyn 1995

KOSSLYN, S.M.: Mental imagery. In: KOSSLYN, S.M. (Hrsg.); OSHERSON, D.N. (Hrsg.): *Visual cognition* Bd. 2. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995, 267–296

Kosslyn u. a. 1993

KOSSLYN, S.M.; ALPERT, N.M.; THOMSON, W.L.; MALJKOVIC, V.; WEISE, S.B.; CHABRIS, C.F.; HAMILTON, S.E.; RAUCH, S.L. ; BUONANNINO, F.S.: Visual mental imagery activates topographically organized visual cortex: PET investigations. In: *Journal of Cognitive Neuroscience* 5 (1993), 263–287

Kosslyn u. a. 1998

KOSSLYN, S.M.; DIGIROLAMO, G.J.; THOMPSON, W.L. ; ALPERT, N.M.: Mental rotation of objects versus hands: neural mechanisms revealed by positron emission tomography. In: *Psychophysiology* 35 (1998), 151–161

Kosslyn und Osherson 1995

KOSSLYN, S.M. (Hrsg.); OSHERSON, D.N (Hrsg.): *Visual cognition. An invitation to cognitive science*. Bd. 2. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995

Kosslyn u. a. 1990

KOSSLYN, S.M.; VAN KLEECK, M.H. ; KIRBY, K.N.: A neurologically plausible model of individual differences in visual mental imagery. In: HAMPSON, P.J.; MARKS, D.F.; RICHARDSON, J.T.E. (Hrsg.): *Imagery: Current developments*. London: Routledge, 1990, 39–77

Kowal und O'Connell 2003

KOWAL, S.; O'CONNELL, D.: Zur Transkription von Gesprächen. In: FLICK, U.; KARDOFF, E. v.; STEINKE, I. (Hrsg.): *Qualitative Forschung - ein Handbuch*. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag, 2003, 437–447

Kowler 1995

KOWLER, E.: Eye Movements. In: KOSSLYN, S.M.; OSHERSON, D.N. (Hrsg.): *Visual cognition* Bd. 2. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995, 215–265

Kraemer 1988

KRAEMER, J.M.: Räumliche Erfahrungen werfen ihre Schatten voraus. In: *Die Grundschulzeitschrift* 18 (1988), 12–13

Krauthausen 1994

KRAUTHAUSEN, G.: *Arithmetische Fähigkeiten von Schulanfängern*. Wiesbaden: Deutscher Universitäts Verlag, 1994

Krauthausen und Scherer 2003

KRAUTHAUSEN, G.; SCHERER, P.: *Einführung in die Mathematikdidaktik*. 2. Auflage. Heidelberg: Spektrum, 2003

Krist und Wilkening 1991

KRIST, H.; WILKENING, F.: Repräsentationale Entwicklung. In: *Sprache und Kognition* 10 (1991), Nr. 4, 181–195

Kroll 1994a

KROLL, W.: Raumgeometrie in der Grundschule. In: *Praxis Grundschule* (1994), Nr. 4, 22–23

Kroll 1994b

KROLL, W.: SOMA-Kisten - Raumgeometrie in der Grundschule (Teil 2). In: *Praxis Grundschule* (1994), Nr. 5, 36–38

Kroll 1994c

KROLL, W.: Würfelgebäude - Raumgeometrie in der Grundschule (Teil 1). In: *Praxis Grundschule* (1994), Nr. 4, 24–226

Krötsch 1917

KRÖTSCH, W.: *Rhythmus und Form in der freien Kinderzeichnung*. Leipzig: Schulwissenschaftlicher Verlag U. Haase, 1917

Kuhlmann und Finch 1951

KUHLMANN, F.; FINCH, F.H.: *Kuhlmann-Finch Scholastic Aptitude Test*. Circle Pines, Minn.: American Guidance Service, 1951

Künzell 1995

KÜNZELL, E.: *Spiele mit Pentakuben*. 2. Auflage. Aachen: Lönnes und Schmitz, 1995

Kyllonen u. a. 1984a

KYLLONEN, P.C.; LOHMAN, D.F. ; SNOW, R.E.: Effects of attitudes, strategy training and task facets on spatial task performance. In: *Journal of Educational Performance* 76 (1984), Nr. 1, 130–145

Kyllonen u. a. 1984b

KYLLONEN, P.C.; LOHMAN, D.F. ; WOLTZ, D.J.: Componential modeling of alternative strategies for performing spatial tasks. In: *Journal of Educational Psychology* 76 (1984), Nr. 6, 1325–1345

Lange-Küttner und Thomas 1995

LANGE-KÜTTNER, C.; THOMAS, G.V. (Hrsg.): *Drawing and looking*. New York, London: Harvester Wheatsheaf, 1995 (The developing body and mind)

Lasaga 1989

LASAGA, M.: Gestalts and their components: nature of information precedence. In: SHEPP, B.; BALLESTEROS, S. (Hrsg.): *Object perception: structure and process*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1989, 165–202

Leeson 1994

LEESON, N.J.: Improving students' sense of three-dimensional shapes. In: *Teaching Children Mathematics* (1994), Nr. 9, 8–11

Legewie und Ehlers 2000

LEGEWIE, H.; EHLERS, W.: *Handbuch moderne Psychologie*. Eltvill am Rhein: Bechtermünz, 2000

Lehmann 2000

LEHMANN, W.: *Group differences in mental rotation*. 2000

Lehmann u. a. 2004

LEHMANN, W.; EID, W. ; GEISER, Ch.: Verwenden Frauen und Männer beim „mentalen Rotieren“ unterschiedliche Tricks? In: QUAISER-POHL,

C.; JORDAN, K. (Hrsg.): *Warum Frauen glauben, sie könnten nicht einparken - und Männer ihnen Recht geben*. München: C.H. Beck, 2004, 112–124

Lehmann und Jüling 2002

LEHMANN, W.; JÜLING, I.: Raumvorstellungsfähigkeit und mathematische Fähigkeiten - unabhängige Konstrukte oder zwei Seiten einer Medaille? In: *Psychologie in Erziehung und Unterricht* 49 (2002), 31–43

Lehnung und Leplow 2001

LEHNUNG, M.; LEPLow, B.: Die Entwicklung räumlicher Orientierungsleistungen bei Vorschul- und Grundschulkindern - Untersuchungen mit traditionellen Ansätzen und dem Kieler Laufräumlabrynth. In: *Psychologie in Erziehung und Unterricht* 48 (2001), Nr. 4, 246–261

Leininger u. a. 1993

LEININGER, P. (Hrsg.); ERNST, G. (Hrsg.) ; WALLRABENSTEIN, H. (Hrsg.): *Nußknacker 4. Schuljahr*. Stuttgart: Klett, 1993

Leone u. a. 1993

LEONE, G.; TAINE, M.C. ; DROULEZ, J.: The influence of long-term practice on mental rotation of 3-D- objects. In: *Cognitive Brain Research* 1 (1993), 241–255

Leopold 2000

LEOPOLD, C.: *Raumvorstellungsvermögen und Möglichkeiten der Förderung unter geschlechtsvergleichender Perspektive*. Vortrag im Didaktischen Kolloquium des IDMI der Universität Hannover (16.11.2000), 2000

Leopold u. a. 1996

LEOPOLD, C.; SEIDENSCHWANN, K. ; HORST, M.: *Raumvorstellung und Raumdenken - Geschlechtsspezifische Unterschiede*. Kaiserslautern: Universität Kaiserslautern, FB Architektur, Raum- und Umweltplanung und Bauingenieurwesen, 1996

Leuders 2004

LEUDERS, T.: Raumgeometrie: ein Unterricht mit Kernideen. In: *MU* (2004), Nr. 1/2, 5–28

Leutner und Brünken 1999

LEUTNER, D. (Hrsg.); BRÜNKEN, R. (Hrsg.): *Neue Medien in Unterricht, Aus- und Weiterbildung*. Münster: Waxmann, 1999

Lewis 1963

LEWIS, H.: Spatial representation in drawing as a correlate of development and a basis for picture reference. In: *Journal of Genetic Psychology* 102 (1963), 95–107

Liben 1997

LIBEN, S.L.: Children's understanding of spatial representations of place: mapping the methodological landscape. In: FOREMAN, N.; GILLET, R. (Hrsg.): *A handbook of spatial research paradigms and methodologies, Vol. 1: Spatial cognition in the child and adult*. Hove: Psychology Press, 1997, 41–83

Light und Humphreys 1981

LIGHT, P.H.; HUMPHREYS, J.: Internal relationships in young children's drawings. In: *Journal of Experimental Child Psychology* 31 (1981), 521–530

Linn und Petersen 1985

LINN, M.C.; PETERSEN, A.C.: Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: a meta-analysis. In: *Child Development* 56 (1985), Nr. 6, 1479–1498

Linneweber-Lamerskitten 2001

LINNEWEBER-LAMERSKITTEN, H.: *Pentominos*. Aarau: Bildung Sauerländer, 2001

Lohman 1979

LOHMAN, D.F.: Spatial ability: review and analysis of the correlational literature / Stanford University. Stanford, 1979 (Nr. 8). – Forschungsbericht

Lohman und Kyllonen 1983

LOHMAN, D.F.; KYLLONEN, P.C.: Individual differences in solution strategy on spatial tasks. In: *Individual Differences in Cognition* 1 (1983), 105–135

Lorenz 1992

LORENZ, J. H.: *Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht*. Göttingen: Hogrefe, 1992

Lorenz 1990

LORENZ, J.H.: Anschauung und Veranschaulichungsmittel im arithmetischen Anfangsunterricht. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1990*. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, 1990, 181–184

Lorenz 1991

LORENZ, J.H.: Rechenschwache Schüler in der Grundschule - Erklärungsversuche und Förderstrategien - Teil I. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 12 (1991), Nr. (1), 3–34

Lorenz 1993a

LORENZ, J.H. (Hrsg.): *Mathematik und Anschauung*. Köln: Aulis Verlag Deubner, 1993

Lorenz 1993b

LORENZ, J.H.: Veranschaulichungsmittel im arithmetischen Anfangsunterricht. In: LORENZ, J.H. (Hrsg.): *Mathematik und Anschauung*. Köln: Aulis Verlag Deubner, 1993, 122–146

Lorenz 2003

LORENZ, J.H.: *Lernschwache Rechner fördern: Ursachen für Rechenschwäche, Frühhinweise auf Rechenschwäche, diagnostisches Vorgehen*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2003

Lorenz und Radatz 1993

LORENZ, J.H.; RADATZ, H.: *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht*. Hannover: Schroedel, 1993

Luquet 1927

LUQUET, G.H.: *Le dessin enfantin*. Paris: Delachaux et Niestle, 1927

Luria 1992

LURIA, A.R.: *Das Gehirn in Aktion - Einführung in die Neuropsychologie*. Reinbek bei Hamburg, 1992

Maccoby und Jacklin 1974

MACCOBY, E.E.; JACKLIN, C.N.: *The psychology of sex differences*. Stanford, California: Stanford University Press, 1974

Maier 1991a

MAIER, H.: Analyse von Schülerverstehen im Unterrichtsgeschehen - Fragestellungen, Verfahren und Beispiele. In: MAIER, H.; VOIGT, J. (Hrsg.): *Interpretative Unterrichtsforschung*. Köln: Aulis, 1991, 117–151

Maier 1991b

MAIER, H.: Interpretative Forschung im Bereich der Mathematikdidaktik. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, 1991, 97–107

Maier und Voigt 1991

MAIER, H.; VOIGT, J.: *Interpretative Unterrichtsforschung*. Köln: Aulis, 1991

Maier 1999

MAIER, P. H.: *Räumliches Vorstellungsvermögen*. Donauwörth: Auer Verlag, 1999

Maier 1996a

MAIER, P.H.: Geschlechtsspezifische Differenzen im räumlichen Vorstellungsvermögen. In: *Psychologie in Erziehung und Unterricht* 43 (1996), 245–265

Maier 1996b

MAIER, P.H.: Ist das räumliche Vorstellungsvermögen trainierbar? In: *Grundschule* (1996), Nr. 3, 9–11

Maier 1996c

MAIER, P.H.: Kopfgeometrie - Handlungsorientierte und visuelle Aufgabenstellungen. In: *Mathematik in der Schule* 34 (1996), Nr. 5, 276–284

Maier 1996d

MAIER, P.H.: Volumen und Oberfläche. In: *mathematik lehren* 1996 (1996), 14–16

Maier 2005a

MAIER, P.H. (Hrsg.): *Nussknacker 1*. Leipzig: Klett, 2005

Maier 2005b

MAIER, P.H. (Hrsg.): *Nussknacker 2*. Leipzig: Klett, 2005

Maier 2005c

MAIER, P.H. (Hrsg.): *Nussknacker 3*. Leipzig: Klett, 2005

Mala 1998

MALA, M.: *Eine Frage des richtigen Drehs: räumliche Denkspiele*. Augsburg: Augustus-Verlag, 1998

Malinowski 2001

MALINOWSKI, J.C.: Mental rotation and real-world wayfinding. In: *Perceptual and Motor Skills* 92 (2001), 19–30

Mandl und Spada 1988

MANDL, H.; SPADA, H. (Hrsg.): *Wissenspsychologie*. München, Weinheim: Psychologie Verlags Union, 1988

Marks 1990

MARKS, D.F.: On the relationship between imagery, body and mind. In: HAMPSON, P.J.; MARKS, D.F.; RICHARDSON, J.T.E. (Hrsg.): *Imagery: Current developments*. London: Routledge, 1990, 1–38

Marmor 1975

MARMOR, G.: Development of kinetic images: When does the child first represent movement in mental images? In: *Cognitive Psychology* 7 (1975), 548–559

Marmor und Zaback 1975

MARMOR, G.; ZABACK, L.A.: Mental rotation by the blind: Does mental rotation depend on visual imagery? In: *Journal of Experimental Psychology* 2 (1975), Nr. 4, 515–521

Marmor 1977

MARMOR, G.S.: Mental rotation and number conservation: are they related? In: *Developmental Psychology* 13 (1977), Nr. 4, 320–325

Marr und Nishihara 1978

MARR, D.; NISHIHARA, H.K.: Representation and recognition of the spatial organization of three-dimensional shapes. In: *Proceedings of the Royal Society of London*, 1978 (B), 269–294

Masendorf 1993

MASENDORF, F.: Die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens bei lernbehinderten Kindern durch Computerspiele. In: *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie* 7 (1993), Nr. 4, 209–213

Masters und Sanders 1993

MASTERS, M.S.; SANDERS, B.: Is the gender difference in mental rotation disappearing? In: *Behavior Genetics* 23 (1993), Nr. 4, 337–341

Matsakis u. a. 1993

MATSAKIS, Y.; LIPSHITS, M.; GURFINKEL, V. ; BERTHOZ, A.: Effects of prolonged weightlessness on mental rotation of three-dimensional objects. In: *Experimental Brain Research* 94 (1993), 152–162

Mc Farlane 1925

MC FARLANE, M.: *A study of practical ability*. London: Cambridge University Press, 1925

Mc Gee 1978

MC GEE, M.G.: Effects of training and practice on sex differences in mental rotation test scores. In: *Journal of Psychology* 100 (1978), 87–90

Mc Gee 1979

MC GEE, M.G.: Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal and neurological influences. In: *Psychological Bulletin* 86 (1979), Nr. 5, 889–918

Mc Williams u. a. 1997

MC WILLIAMS, W.; HAMILTON, C.J. ; MUNCER, S.J.: On mental rotation in three dimensions. In: *Perceptual and Motor Skills* 85 (1997), 297–298

McCullough 1992

MCCULLOUGH, V.: *Testing your child: what you should know about 150 of the most common medical, educational and psychological tests*. New York: Plume, 1992

McGee 1978

MCGEE, M.G.: Effect of two problem solving strategies on mental rotation test scores. In: *The Journal of Psychology* 100 (1978), 83–85

Mede 1998

MEDE, K.: Arithmetik und Geometrie - eine „natürliche“ Synthese. In: *Grundschulunterricht* (1998), Nr. (9), 24–26

Meißner 2006

MEISSNER, H.: Projekt „Dorf“ - Raumvorstellungen verbessern. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 27 (2006), Nr. 1, 28–51

Meißner und Müller-Philipp 1997

MEISSNER, H.; MÜLLER-PHILIPP, S.: Wir bauen ein Dorf. In: *Grundschulunterricht* (1997), Nr. 6, 1–5

Melchior 1998

MELCHIOR, D. (Hrsg.): *Denken und Rechnen 4*. Braunschweig: Westermann, 1998

Merschmeyer-Brüwer 1994

MERSCHMEYER-BRÜWER, C.: Kindliche Verstehensprozesse, geometrische Denkentwicklung und Raumvorstellungsvermögen am Beispiel einer Unterrichtsreihe zu geometrischen Körpern in der Primarstufe. In:

MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1994*. Hildesheim: Franzbecker, 1994, 235–238

Merschmeyer-Brüwer 1999a

MERSCHMEYER-BRÜWER, C.: Raumstrukturierungsprozesse von Grundschulern bei der Analyse von Bildern zu Würfelkonfigurationen - Fallstudien mit Augenbewegungsanalysen. In: WACHSMUTH, I.; JUNG, B. (Hrsg.): *KogWiss99: Proceedings der 4. Fachtagung der Gesellschaft für Kognitionswissenschaft Bielefeld 1999*. Sankt Augustin: Infix, 1999, 61–66

Merschmeyer-Brüwer 1999b

MERSCHMEYER-BRÜWER, C.: Raumvorstellungen entwickeln - Rezension zu BAUWAS. In: *Die Grundschulzeitschrift* (1999), Nr. 121, 58–59

Merschmeyer-Brüwer 2001a

MERSCHMEYER-BRÜWER, C.: *Räumliche Strukturierungsprozesse bei Grundschulkindern zu Bildern von Würfelkonfigurationen*. Frankfurt am Main: Peter Lang, 2001

Merschmeyer-Brüwer 2001b

MERSCHMEYER-BRÜWER, C.: Wie identifizieren Grundschul Kinder räumliche Strukturen in Bildern von Würfelkonfigurationen? - Augenbewegungen als Indikatoren für räumliche Strukturierungsprozesse. In: KAISER, G. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001*. Hildesheim: Franzbecker, 2001, 424–429

Merschmeyer-Brüwer 2002

MERSCHMEYER-BRÜWER, C.: Räumliche Strukturierungsweisen bei Grundschulkindern zu Bildern von Würfelkonfigurationen - Augenbewegungen als Indikatoren für mentale Prozesse. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 23 (2002), Nr. 1, 28–50

Merschmeyer-Brüwer 2003a

MERSCHMEYER-BRÜWER, C.: Raumvorstellungsvermögen entwickeln und fördern. In: *Die Grundschulzeitschrift* (2003), Nr. 167, 6–10

Merschmeyer-Brüwer 2003b

MERSCHMEYER-BRÜWER, C.: Reservat - ein dreidimensionales Puzzle für „Um-die-Ecken-Denker“ In: *Die Grundschulzeitschrift* 167 (2003), 54

Meschenmoser 1997

MESCHENMOSER, H.: BAUWAS - Konstruktionsprogramm für die

Primar- und Sekundarstufe. In: *Computer und Unterricht* 27 (1997), 51–52

Meschenmoser 1998

MESCHENMOSER, H.: *BAUWAS - Konstruktionsprogramm - Version 3.1*. Berlin: MACHMIT e.V., 1998

Metzler und Shepard 1974

METZLER, J.; SHEPARD, R.N.: Transformational studies of the internal representations of three-dimensional objects. In: SOLSO, R. (Hrsg.): *Theories in cognitive psychology*. Hillsdale NJ: Erlbaum, 1974, 147–201

Michaelides 2001

MICHAELIDES, Michalis P.: *Students' reasoning in spatial rotation tasks in two and three dimensions*. tigersystem.net/aera2002/viewproposalttext.asp?propID=1876(12.11.2002), 2001

Michel u. a. 1977

MICHEL, L.; JÄGER, R.; SCHWEIZER, H.; GEISEL, B.; HABERSANG, U.; KIERDORF, B.; LULEY, A.; MELTER, A.: Hochschulangsttest für das Studienfeld Medizin / Schriftenreihe Hochschule 25. Bonn, 1977. – Forschungsbericht

Mitchelmore 1978

MITCHELMORE, M.C.: Developmental stages in childrens representation of regular solid figures. In: *The Journal of Genetic Psychology* 133 (1978), 229–239

Mitchelmore 1980a

MITCHELMORE, M.C.: Prediction of the developmental stages in the representation of regular space figures. In: *Journal for Research in Mathematics Education* (1980), Nr. 3, 83–93

Mitchelmore 1980b

MITCHELMORE, M.C.: Three-dimensional geometrical drawing in three cultures. In: *Educational Studies in Mathematics* 11 (1980), 205–216

Montada 1998

MONTADA, L.: Die geistige Entwicklung aus der Sicht Jean Piagets. In: OERTER, R.; MONTADA, L. (Hrsg.): *Entwicklungspsychologie*. 4. Aufl. Weinheim: Beltz: Psychologie Verlags Union, 1998, 518–560

Montada u. a. 1983

MONTADA, L.; REUSSER, K.; STEINER, G. (Hrsg.): *Kognition und Handeln*. Stuttgart: Klett-Cotta, 1983

Moses 1990

MOSES, B.: Developing spatial thinking in the middle grades: designing a space station. In: *Arithmetic Teacher* (1990), 2, Nr. 2, 59–63

Müller u. a. 1997

MÜLLER, G.N.; RÖHR, M. ; WITTMANN, E.Ch.: *Schauen und Bauen: Geometrische Spiele mit Quadern*. Leipzig: Klett, 1997

Müller und Wittmann 1984

MÜLLER, G.N.; WITTMANN, E.Ch.: *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe*. Wiesbaden: Vieweg, 1984

Müller und Wittmann 1995

MÜLLER, G.N.; WITTMANN, E.Ch. (Hrsg.): *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt: Grundschulverband, 1995

Müller und Wittmann 1998

MÜLLER, G.N.; WITTMANN, E.Ch.: *Spielen und Überlegen - Die Denkschule Teil 2*. Leipzig: Klett, 1998

Müller 1995a

MÜLLER, H.: Aufgaben zur Schulung der Raumanschauung - ein Ansatz zur Klassifizierung und Niveaustufung. In: *Mathematik in der Schule* 33 (1995), Nr. 4, 214–221

Müller 1995b

MÜLLER, H.: Aufgaben zur Schulung der Raumanschauung - Identifizierungsaufgaben zu den Zielkomplexen I bis V. In: *Mathematik in der Schule* 33 (1995), Nr. 5, 285–299

Müller 1986a

MÜLLER, K.P.: Raumvorstellung - Was ist das und warum ist sie wichtig? In: *Pädagogische Welt* (1986), Nr. 1, 23–26

Müller 1986b

MÜLLER, K.P.: Raumvorstellung im Unterricht. In: *Pädagogische Welt* (1986), Nr. 1, 27–31

Nakayama u. a. 1995

NAKAYAMA, K.; HE, Z.J. ; SHIMOJO, S.: Visual surface representation: a critical line between lower-level and higher-level vision. In: KOSSLYN, S.M.; OSHERSON, D.N. (Hrsg.): *Visual cognition* Bd. 2. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995, 1–70

NCTM 2000

NCTM: *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000

NCTM 2004

NCTM: *Geometry Standard for Grades 3-5*. 2004 standards.nctm.org/document/chapter5/geom.htm(17.02.2004)

Neidhardt und Schulz 2001

NEIDHARDT, E.; SCHULZ, S.: Entwicklung von Strategien und Kompetenzen in der räumlichen Orientierung und in der Raumkognition: Einflüsse von Geschlecht, Alter, Erfahrung und Motivation. In: *Psychologie in Erziehung und Unterricht* 48 (2001), Nr. 4, 262–279

Neubrand 1990

NEUBRAND, M.: Brain-jogging mit räumlich-geometrischen Aufgaben. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1990*. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, 1990, 201–204

Newcombe 1985

NEWCOMBE, N.: Methods for the study of spatial cognition. In: COHEN, R. (Hrsg.): *The development of spatial cognition*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1985, 277–300

Niccols und Finnegan 1987

NICCOLS, G.; FINNEGAN, J.: *The teddy bear game: a test of mental rotation for children*. 1987. – Unveröffentlichtes Manuskript

Nigl und Fishbein 1973

NIGL, A.J.; FISHBEIN, H.D.: Children's ability to co-ordinate perspectives. In: PREISER, W. (Hrsg.): *Environmentals Design Research, Volume 2*. Stroudberg: Darden, 1973

Norman und Rumelhart 1975

NORMAN, D.A.; RUMELHART, D.E. (Hrsg.): *Exploration in cognition*. San Francisco: Freeman, 1975

Oerter und Dreher 1998

OERTER, R.; DREHER, M.: Entwicklung des Problemlösens. In: OERTER, R.; MONTADA, L. (Hrsg.): *Entwicklungspsychologie*. Weinheim: Beltz PVU, 1998, 561–621

Oerter und Montada 1998

OERTER, R.; MONTADA, L. (Hrsg.): *Entwicklungspsychologie*. Weinheim: Beltz PVU, 1998

Okagaki und Frensch 1994

OKAGAKI, L.; FRENSCH, P.A.: Effects of video game playing on measures of spatial performance: gender effects in late adolescence. In: *Journal of Applied Developmental Psychology* 15 (1994), 33–58

Olson und Eliot 1986

OLSON, D.M.; ELIOT, J.: Relationships between experiences, processing style, and sex-related differences in performing on spatial tests. In: *Perceptual and Motor Skills* 62 (1986), 447–460

Olson 1975

OLSON, D.R.: On the relationship between spatial and linguistic processes. In: ELIOT, J.; SALKIND, N.J. (Hrsg.): *Children's spatial development*. Springfield Ill.: Charles C. Thomas, 1975, 67–110

Olson 1988

OLSON, D.R.: Über begriffliche Strategien. In: BRUNER, J.S.; OLVER, R.R.; GREENFIELD, P.M. (Hrsg.): *Studien zur kognitiven Entwicklung*. Stuttgart: Klett-Cotta, 1988, 171–190

Opper 1977

OPPER, S.: Piaget's clinical method. In: *Journal of Children's Mathematical Behavior* 1977 (1977), Nr. 4, 90–107

Opwis und Lüer 1996

OPWIS, K.; LÜER, G.: Modelle der Repräsentation von Wissen. In: ALBERT, D.; STAPF, K.-H. (Hrsg.): *Gedächtnis* Bd. 4. Göttingen: Hogrefe, 1996, 337–431

Outterside 1996

OUTTERSIDE, Y.: *Can young children mentally rotate an image on a 3-d block?* 1996 iboro.ac.uk/idater/downloads96/outterside96.pdf (16.04.2003)

Owens 1999

OWENS, K.: The role of visualization in young children's learning. In: ZASLAVSKY, O. (Hrsg.): *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the P.M.E.* Bd. 1. Haifa: Technion, 1999, 220–234

Owens und Clements 1998

OWENS, K.D.; CLEMENTS, M.A.: Representations in spatial problem solving in the classroom. In: *Journal of Mathematical Behavior* 17 (1998), Nr. 2, 197–218

Ozel u. a. 2000

OZEL, S.; LARUE, J. ; MOLINARO, C.: *Effet de la pratique des habilités avec et sans rotation sur la performance dans un test de rotation mentale chez des étudiants STAPS*. Paris INSEP: Congrès International de la SFPS, 2000

Paivio 1986

PAIVIO, A.: *Mental representations*. New York: Oxford University Press, 1986

Paivio 1991

PAIVIO, A.: *Images in mind: the evolution of a theory*. New York: Harvester Wheatsheaf, 1991

Paivio und Cohen 1979

PAIVIO, A.; COHEN, M.: Eidetic imagery and cognitive abilities. In: *Journal of Mental Imagery* 3 (1979), 53–64

Palmer 1975

PALMER, S.E.: Visual perception and world knowledge: Notes on a model of sensory-cognitive interaction. In: NORMAN, D.A.; RUMELHART, D.E. (Hrsg.): *Exploration in cognition*. San Francisco: Freeman, 1975, 279–307

Palmer 1989

PALMER, S.E.: Reference frames in the perception of space and orientation. In: SHEPP, B.E.; BALLESTEROS, S. (Hrsg.): *Object perception: structure and process*. Hillsdale NJ: Erlbaum, 1989, 121–163

Parsons 1987a

PARSONS, L.M.: Imagined spatial transformation of one's body. In: *Journal of Experimental Psychology* 116 (1987), 172–191

Parsons 1987b

PARSONS, L.M.: Imagined spatial transformations of one's hand and feet. In: *Cognitive Psychology* 19 (1987), 178–241

Parsons 1987c

PARSONS, L.M.: Visual discrimination of abstract mirror-reflected three-dimensional objects at many orientations. In: *Perception and Psychophysics* 42 (1987), 49–59

Parsons 1987d

PARSONS, L.M.: Visual discrimination of abstract mirror-reflected three-dimensional objects at many orientations. In: *Perception and Psychophysics* 42 (1987), Nr. 1, 49–59

Parsons 1994

PARSONS, L.M.: Temporal and kinematic properties of motor behavior reflected in mentally simulated action. In: *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 20 (1994), 709–730

Pease und Pease 2000

PEASE, A.; PEASE, B.: *Warum Männer nicht zuhören und Frauen schlecht einparken*. München: Ullstein, 2000

Peter-Koop 2002

PETER-KOOP, A. (Hrsg.): *Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule*. Offenburg: Mildenerberger, 2002

Peters u. a. 1995

PETERS, M.; LAENG, B.; LATHAM, K.; JACKSON, M.; ZAIYOUNA, R.; RICHARDSON, C.: A redrawn Vandenberg and Kuse mental rotations test: different versions and factors that affect performance. In: *Brain and Cognition* 28 (1995), 39–58

Petersen 1976

PETERSEN, A.C.: Physical androgyny and cognitive functioning in adolescence. In: *Developmental Psychology* 12 (1976), Nr. 6, 524–533

Petko u. a. 2003

PETKO, D.; WALDIS, M.; PAULI, Ch. ; REUSSER, K.: Methodologische Überlegungen zur videogestützten Forschung in der Mathematikdidaktik. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 35 (2003), Nr. 6, 265–280

Piaget 1969

PIAGET, J.: *Nachahmung, Spiel und Traum*. Stuttgart: Klett, 1969 (frz. Original: La formation du symbole chez l'enfant (1959))

Piaget und Inhelder 1966

PIAGET, J.; INHELDER, B.: *L' image mentale chez l'enfant*. Presses Universitaires de France, 1966

Piaget und Inhelder 1971

PIAGET, J.; INHELDER, B.: *Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde*. Stuttgart: Klett, 1971 (frz. Original: La representation de l' espace chez l'enfant)

Piaget und Inhelder 1972

PIAGET, J.; INHELDER, B.: *Die Psychologie des Kindes*. München: Deutscher Taschenbuch Verlag, 1972

Piaget und Inhelder 1979

PIAGET, J.; INHELDER, B.: *Die Entwicklung des inneren Bildes beim Kind*. Frankfurt am Main: Suhrkamp, 1979 (frz. Original: L' image mentale chez l'enfant (1966))

Piaget u. a. 1975

PIAGET, J.; INHELDER, B. ; SZEMINSKA, A.: *Die natürliche Geometrie des Kindes*. Stuttgart: Klett, 1975

Pillay 1994

PILLAY, H.: Cognitive load and mental rotation: structuring orthographic projection for learning and problem solving. In: *Instructional Science* 22 (1994), 91–113

Pinker 1980

PINKER, S.: Mental imagery and the third dimension. In: *Journal of Experimental Psychology: General* 109 (1980), Nr. 3, 354–371

Pinkernell 2003

PINKERNELL, G.: *Räumliches Vorstellungsvermögen im Geometrieunterricht*. Hildesheim: Franzbecker, 2003

Platt und Cohen 1981

PLATT, J.E.; COHEN, S.: Mental rotation task performance as a function of age and training. In: *The Journal of Psychology* 108 (1981), 173–178

Pohle und Reiss 1999a

POHLE, E.; REISS, K.: Handlungserfahrungen mit dem Raum als Basis der Grundschulgeometrie. In: *Sache - Wort - Zahl* 23 (1999), 22–28

Pohle und Reiss 1999b

POHLE, E.; REISS, K.: Operatives Üben im Geometrieunterricht. In: *Grundschulunterricht* (1999), 10/99, 30–32

Pohlmann 2004

POHLMANN, J.T.: Use and interpretation of factor analysis in the Journal of Educational Research: 1992-2002. In: *Journal of Educational Research* 98 (2004), Nr. 1, 14–22

Pomerantz u. a. 1989

POMERANTZ, J.R.; PRISTACH, E.A. ; CARSON, C.E.: Attention and object perception. In: SHEPP, B.; BALLESTEROS, S. (Hrsg.): *Object perception: structure and process*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1989, 53–89

Pospeschill und Reiss 1999

POSPESCHILL, M.; REISS, K.: Phasenmodell sich entwickelnder Problemlösestrategien bei räumlich-geometrischem Material. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 20 (1999), 166–185

Potari und Spiliotopoulou 1992

POTARI, D.; SPILIOPOULOU, V.: Children's representations of the development of solids. In: *For the Learning of Mathematics* 1 (1992), 38–46

Preiser 1973

PREISER, W. (Hrsg.): *Environmental Design Research, Volume 2*. Strodberg: Darden, 1973

Presmeg 1989

PRESMEG, N.: Visualization in multicultural mathematics classrooms. In: *Focus on Learning Problems in Mathematics* 11 (1989), Nr. 1, 17–24

Pressley und Brainerd 1985

PRESSLEY, M. (Hrsg.); BRAINERD, Ch.J. (Hrsg.): *Cognitive learning and memory in children*. New York: Springer, 1985

Pressley u. a. 1985

PRESSLEY, M.; FORREST-PRESSLEY, D.L.; ELLIOTT-FAUST, D. ; MILLER, G.: Children's use of cognitive strategies, how to teach strategies

and what to do if they can't be taught. In: PRESSLEY, M.; BRAINERD, Ch.J. (Hrsg.): *Cognitive learning and memory in children*. New York: Springer, 1985, 1–47

Presson 1982

PRESSON, C.C.: Strategies in spatial reasoning. In: *Journal of Experimental Psychology* 8 (1982), Nr. 2, 243–251

Putz-Osterloh 1977

PUTZ-OSTERLOH, W.: Über Problemlöseprozesse bei dem Test Würfel-aufgaben aus dem Intelligenzstrukturtest IST und IST-70 von AMTHAUER. In: *Diagnostica* 23 (1977), 252–265

Putz-Osterloh 1988

PUTZ-OSTERLOH, W.: Wissen und Problemlösen. In: MANDL, H.; SPADDA, H. (Hrsg.): *Wissenspsychologie*. München, Weinheim: Psychologie Verlags Union, 1988, 247–263

Putz-Osterloh und Lüer 1979

PUTZ-OSTERLOH, W.; LÜER, G.: Wann produzieren Probanden räumliche Vorstellungen beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben? In: *Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie* 26 (1979), 138–156

Pylyshyn 1973

PYLYSHYN, Z.: What the mind's eye tells the mind's brain: a critique of mental imagery. In: *Psychological Bulletin* 80 (1973), Nr. 7, 1–24

Pylyshyn 1979

PYLYSHYN, Z.: The rate of „mental rotation“ of images: A test of a holistic analogue hypothesis. In: *Memory and Cognition* 7 (1979), Nr. 1, 19–28

Pylyshyn 1981

PYLYSHYN, Z.: The imagery debate: analogue media versus tacit knowledge. In: *Psychological Review* 87 (1981), 16–45

Quaiser-Pohl 1998

QUAISER-POHL, C.: *Die Fähigkeit zur räumlichen Vorstellung*. Münster: Waxmann, 1998

Quaiser-Pohl 2001

QUAISER-POHL, C.: Räumliches Denken bei Kindern. In: *Psychologie in Erziehung und Unterricht* 48 (2001), Nr. 4, 241–245

Quaiser-Pohl 2003

QUAISER-POHL, C.: The Mental Cutting Test „Schnitte“ and the Picture Rotation Test - Two New Measures to Assess Spatial Ability. In: *International Journal of Testing* 3 (2003), Nr. 3, 219–231

Quaiser-Pohl und Jordan 2004

QUAISER-POHL, C.; JORDAN, K. (Hrsg.): *Warum Frauen glauben, sie könnten nicht einparken - und Männer ihnen Recht geben*. München: C.H. Beck, 2004

Quaiser-Pohl und Lehmann 2000

QUAISER-POHL, C.; LEHMANN, W.: How can girl's spatial abilities be improved? - The role of experience and attitudes in different academic subgroups. In: *International Journal of Psychology* 35 (2000), 353

Radatz 1989a

RADATZ, H.: Die Geometrie nicht vernachlässigen! In: *Grundschule* (1989), Nr. 12, 17–19

Radatz 1989b

RADATZ, H.: Lernschwierigkeiten und Fördermöglichkeiten im Mathematikunterricht. In: *Die Grundschulzeitschrift* (1989), Nr. 24, 4–9

Radatz 1990

RADATZ, H.: Was können sich Schüler unter Rechenoperationen vorstellen? In: *MUP* (1990), 1. Quartal, 3–8

Radatz und Rickmeyer 1991

RADATZ, H.; RICKMEYER, K.: *Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel, 1991

Radatz u. a. 1998

RADATZ, H.; SCHIPPER, W.; DRÖGE, R.; EBELING, A.: *Handbuch für den Mathematikunterricht 2. Schuljahr*. Hannover: Schroedel, 1998

Raffke 1996

RAFFKE, W.: Quaderwälzungen. In: *mathematica didactica* 19 (1996), Nr. 2, 92–97

Rahmenrichtlinien 1984

RAHMENRICHTLINIEN; NIEDERSACHSEN, Kultusministerium (Hrsg.): *Rahmenrichtlinien für die Grundschule - Mathematik*. Hannover: Schroedel, 1984

Rathgeb-Schnierer 2004

RATHGEB-SCHNIERER, E.: Bildungsstandards: Chancen für den Mathematikunterricht? In: *Grundschule* 2004 (2004), Nr. 3, 15–18

Regan u. a. 1986

REGAN, D.; BEVERLY, K. ; CYNADER, M.: Wahrnehmung von Bewegungen im Raum. In: RITTER, M. (Hrsg.): *Wahrnehmung und visuelles System*. Heidelberg: Spektrum, 1986, 90–103

Reinhold 2002a

REINHOLD, S.: Fantasiegeschichten als Kommunikationsanlass im Mathematikunterricht. In: *Praxis Grundschule* (2002), 2

Reinhold 2002b

REINHOLD, S.: *Topologische Fragestellungen in der Grundschule - wieder entdeckt zur Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens?* 2002. – Vortrag im Didaktischen Kolloquium des IDMI der Universität Hannover am 6. Juni 2002

Reinhold 2003

REINHOLD, S.: Gestalten mit Schrift - Schreibgestaltung. Auf den Spuren der ästhetischen Reize unserer Schrift. In: *Grundschulmagazin* (2003), 3/4, 21–24

Reinhold 2004

REINHOLD, S.: „Dreh ´ das Ohr von dem Hund noch mal nach hinten!“-Grundschul Kinder lösen Raumvorstellungsaufgaben mit mentaler Rotation. In: REISS, K. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2004*. Hildesheim: Franzbecker, 2004, 461–464

Reiss 1996

REISS, K.: Aspekte der mentalen Repräsentation räumlicher geometrischer Objekte. In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1996*. Hildesheim: Franzbecker, 1996, 357–360

Reiss 1997

REISS, K.: Zur mentalen Repräsentation einfacher geometrischer Begriffe in Abhängigkeit von einer geeigneten Problemlöseumgebung. In: *mathematica didactica* 20 (1997), Nr. 1, 67–93

Reiss 1999

REISS, K.: Spatial ability and declarative knowledge in a geometry problem solving context. In: ZASLAVSKY, O. (Hrsg.): *Proceedings of the 23rd*

International Conference for the Psychology of Mathematics Education.
Haifa (Israel): Technion, 1999, 303ff

Reiss und Albrecht 1994

REISS, K.; ALBRECHT, A.: Geometrielernen mit Computerhilfe: Gibt es Unterschiede zwischen Mädchen und Jungen? In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1994*. Hildesheim: Franzbecker, 1994, 299–302

Rickmeyer 1996

RICKMEYER, K.: Übungen mit dem Soma-Würfel - Zur Entwicklung der Raumvorstellung. In: *Praxis Grundschule* (1996), Nr. 2, 4–9

Rickmeyer 1998

RICKMEYER, K.: Übungen zur Kopfgeometrie. In: *Praxis Grundschule* 1998 (1998), Nr. 9, 48–53

Rickmeyer 2001

RICKMEYER, K.: „Die Zwölf liegt hinter der nächsten Kurve und die Sieben ist pinkrot“: Zahlraumbilder und bunte Zahlen. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 22 (2001), Nr. 1, 51–71

Rimmele 2003

RIMMELE, R.: *Das Programm Videograph*. 2003 ipn.uni-kie.
/aktuell/videograph/htm.start.htm(14.5.2004)

Rinkens und Hönisch 1999

RINKENS, H.D. (Hrsg.); HÖNISCH, K. (Hrsg.): *Welt der Zahl 4. Schuljahr*. Hannover: Schroedel, 1999

Rinkens und Hönisch 2005

RINKENS, H.D.; HÖNISCH, K.: *Aufgabenbeispiele für Vergleichsarbeiten*. Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage, 2005

Robins und Shepard 1977

ROBINS, C.; SHEPARD, R.N.: Spatio-temporal probing of apparent rotational movement. In: *Perception and Psychophysics* 22 (1977), Nr. 1, 12–18

Rock 1985

ROCK, I.: *Wahrnehmung. Vom visuellen Reiz zum Sehen und Erkennen*. Heidelberg: Spektrum-der-Wissenschaft-Verlagsgesellschaft, 1985

Röder u. a. 1993

RÖDER, B.; RÖSLER, F.; HEIL, M. ; HENNIGHAUSEN, E.: Haptische mentale Rotation bei geburtsblinden, späterblindeten und normalsichtigen Personen. In: *Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie* (1993), Nr. Band XL, Heft 1, 154–177

Röhr 1995a

RÖHR, M.: Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht. In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1995*. Hildesheim: Franzbecker, 1995, 388–391

Röhr 1995b

RÖHR, M.: Kriterien für kooperationsfördernde Aufgaben. In: MÜLLER, G.N.; WITTMANN, E.Ch. (Hrsg.): *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt: Grundschulverband, 1995, 206–210

Röhr 1996

RÖHR, M.: Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht - schon im ersten Schuljahr? In: *Grundschulunterricht* 43 (1996), Nr. 5, 17–20

Röhr 1997

RÖHR, M.: Kooperatives Lernen im mathematischen Anfangsunterricht. In: *Grundschule* 1997 (1997), Nr. 3, 32–34

Rost 1977

ROST, D.H.: *Raumvorstellung*. Weinheim: Beltz, 1977

Rost 1984

ROST, D.H.: „Fahr´ zur Kreuzung und bieg´ nach rechts ab!“. In: *Grundschule* 16 (1984), Nr. 2, 12–15

Rozencaiig 1991

ROZENCAIJG, P.: Analysis of problem solving strategies on the Kohs Block Design Test. In: *European Journal of Psychology of Education* 6 (1991), Nr. 1, 73–88

Runnebom 2004

RUNNEBOM, M.: *Kooperation im Geometrieunterricht der Grundschule*, Examensarbeit zum Ersten Staatsexamen an der Universität Hannover, Fachbereich Erziehungswissenschaften, 2004

Rüsseler u. a. 2004

RÜSSELER, J.; SCHOLZ, J.; JORDAN, K. ; QUAISER-POHL, C.: Mentale Rotation von Buchstaben, Bildern und dreidimensionalen Objekten

bei Lese-Rechtschreib-Schwäche. In: *Beitragsband zum 44. Kongress der Deutschen Gesellschaft für Psychologie*, 2004

Ruwisch 2006

RUWISCH, S.: Komponenten des Raumvorstellungsvermögens. In: *Grundschulmagazin* (2006), Nr. 5, 13–16

Sander 2003

SANDER, S.: „Man kann ja nicht dahinter sehen“ Würfelgebäude - Bauen mit Bauwas. In: *Die Grundschulzeitschrift* 167 (2003), Nr. 167, 34–37

Sayeki 1997

SAYEKI, Y.: „Body analogy“ and the cognition of rotated figures. In: COLE, Engeström Y M.); VASQUEZ, O. (Hrsg.): *Mind, culture and acitivity*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997, 90–99

Schadow 2004

SCHADOW, J.: Muss man die Landkarte auch im Kopf drehen können? In: QUAISER-POHL, C.; JORDAN, K. (Hrsg.): *Warum Frauen glauben, sie könnten nicht einparken - und Männer ihnen Recht geben*. München: C.H. Beck, 2004, 83–98

Schafsteller 1993

SCHAFSTELLER, B.: Der Soma-Würfel - Spielerei oder spielerische Förderung der Raumanschauung? Eine Fallstudie. In: LORENZ, J.H. (Hrsg.): *Mathematik und Anschauung*. Köln: Aulis, 1993, 44–66

Scherer 1995

SCHERER, P.: *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule für Lernbehinderte*. Heidelberg: Winter, Programm Ed. Schindele, 1995

Scherer 1999

SCHERER, P.: Vorkenntnisse, Kompetenzen und Schwierigkeiten im 20er-Raum. In: *Die Grundschulzeitschrift* 121 (1999), 54–57

Schipper 1982

SCHIPPER, W.: Stoffauswahl und Stoffanordnung im mathematischen Anfangsunterricht. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 2 (1982)

Schipper 2001

SCHIPPER, W.: Offenheit und Zielorientierung. In: *Grundschule* 2001 (2001), Nr. 3, 10–15

Schlautmann 1995

SCHLAUTMANN, M.: Das Geheimnis der Häuser von Soma. In: *Praxis Grundschule* 1995 (1995), Nr. 6, 38–41

Schmidt 1991

SCHMIDT, R.: Wieviel Geometrie vermittelt die Grundschule? In: *Praxis Grundschule* 1991 (1991), Nr. 2, 9–14

Schoenfeld 1985

SCHOENFELD, A. H.: Making sense of out-loud problem-solving-protocols. In: *The Journal of Mathematical Behavior* 4 (1985), 171–191

Schönpflug und Schönpflug 1997

SCHÖNPFLUG, W.; SCHÖNPFLUG, U.: *Psychologie*. 4. Auflage. Weinheim: Psychologie Verlags Union, 1997

Schultz 1991

SCHULTZ, K.: The contribution of solution strategy to spatial performance. In: *Canadian Journal of Psychology* 45 (1991), Nr. 4, 474–491

Schulz 1999

SCHULZ, A.: Geometrie und Rechnenlernen gehören zusammen. In: *Grundschulunterricht* (1999), Juni, 30–34

Schumann 2003

SCHUMANN, H.: Computerunterstütztes Training der Raumvorstellung: Software-Entwicklung. In: HENN, H.W. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2003*. Hildesheim: Franzbecker, 2003, 589–592

Schumann 2004

SCHUMANN, H.: Training der Raumvorstellung - direkte Manipulation versus mentale Operation. In: *Der Mathematikunterricht* (2004), Nr. 1/2, 54–64

Schütte 2001

SCHÜTTE, S. (Hrsg.): *Die Matheprofis 2*. München: Oldenbourg Schulbuchverlag, 2001

Schütte 2004

SCHÜTTE, S.: Zur didaktischen Bedeutung eigenstrukturierter Zahlbilder. In: *Praxis Grundschule* (2004), Nr. 2, 5–10

Sekiyama 1982

SEKIYAMA, K.: Kinesthetic aspects of mental representations in the identification of left and right hands. In: *Perception and Psychophysics* 32 (1982), 89–95

Sekiyama 1983

SEKIYAMA, K.: Mental and physical movements of hands: kinesthetic information preserved in representational systems. In: *Japanese Psychological Research* 25 (1983), 95–102

Selter 1990

SELTER, Ch.: Klinische Interviews in der Lehrerbildung. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1990*. Bad Salzdetfurt: Franzbecker, 1990, 261–264

Selter und Spiegel 1997

SELTER, Ch.; SPIEGEL, H.: *Wie Kinder rechnen*. Leipzig: Klett, 1997

Senders u. a. 1978

SENDERS, J.W.; FISHER, D.F.; MONTY, R.A. (Hrsg.): *Eye fixations and the higher psychological functions*. Hillsdale NJ: Erlbaum, 1978

Senftleben 1996a

SENFTLEBEN, H. G.: Erkundungen zur Kopfgeometrie. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 17 (1996), Nr. 1, 49–72

Senftleben 1995

SENFTLEBEN, H.G.: Kopfgeometrie im Mathematikunterricht der Grundschule. In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1995*. Hildesheim: Franzbecker, 1995, 440–443

Senftleben 1996b

SENFTLEBEN, H.G.: Grundschul Kinder lösen kopfgeometrische Aufgaben. In: *Grundschulunterricht* 43 (1996), 24–28

Senftleben 2003

SENFTLEBEN, H.G.: Kopfgeometrie in der Grundschule. In: *Die Grundschulzeitschrift* (2003), Nr. 167, 24–32

Sgroi 1990

SGROI, R.J.: Communicating about spatial relationships. In: *Arithmetic Teacher* (1990), Nr. 2, 21–23

Shantz und Watson 1970

SHANTZ, C.U.; WATSON, J.S.: Assessment of spatial egocentrism through expectancy violation. In: *Psychonomic Science* 18 (1970), Nr. 2, 93–94

Shepard 1973

SHEPARD, R.N.: The mental image. In: *American Psychologist* (1973), Nr. 2, 125–137

Shepard und Cooper 1982

SHEPARD, R.N.; COOPER, L.A.: *Mental images and their transformations*. Cambridge: MIT Press, 1982

Shepard und Feng 1972

SHEPARD, R.N.; FENG, C.: A chronometric study of mental paper folding. In: *Cognitive Psychology* 3 (1972), 228–243

Shepard und Judd 1976

SHEPARD, R.N.; JUDD, S.A.: Perceptual illusion of rotation of three-dimensional objects. In: *Science* 191 (1976), 952–954

Shepard und Metzler 1971

SHEPARD, R.N.; METZLER, J.: Mental rotation of three-dimensional objects. In: *Science* 171 (1971), Nr. 2, 701–703

Shepard und Metzler 1988

SHEPARD, S.; METZLER, D.: Mental rotation: effects of dimensionality of objects and type of task. In: *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 14 (1988), 3–11

Shepp und Ballesteros 1989

SHEPP, B.; BALLESTEROS, S. (Hrsg.): *Object perception: structure and process*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1989

Shwartz 1979

SHWARTZ, S.P.: *Studies on mental image rotation: implications for a computer simulation of visual imagery*. The Johns Hopkins University, 1979

Siegler 1987

SIEGLER, R.S.: Some general conclusions about children's strategy choice procedures. In: *International Journal of Psychology* 22 (1987), Nr. 5-6, 729–749

Sjuts 2003

SJUTS, J.: Metakognition per didaktisch-sozialem Vertrag. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 24 (2003), Nr. 1, 18–40

Smith 1964

SMITH, I.: *Spatial ability*. San Diego: Knapp, 1964

Smothergill u. a. 1975

SMOTHERGILL, D.W.; HUGHES, F.P. ; TIMMONS, S.A.: Spatial visualizing in children. In: *Developmental Psychology* 11 (1975), Nr. 1, 4–13

Söbbeke 2003

SÖBBEKE, E.: Grundschulkinder deuten Strukturen in Anschauungsmittel hinein - Qualitative und epistemologisch orientierte Analyse der „Visuellen Strukturierungsfähigkeit“. In: HENN, H.W. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2003*. Hildesheim: Franzbecker, 2003, 605–608

Söbbeke 2004

SÖBBEKE, E.: Ausgewählte Aspekte der visuellen Strukturierungsfähigkeit: Wie deuten Grundschulkinder Anschauungsmittel? In: REISS, K. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2004*. Hildesheim: Franzbecker, 2004, 557–560

Sodian 1998

SODIAN, B.: Die Entwicklung bereichsspezifischen Wissens. In: OERTER, R. (Hrsg.); MONTADA, L. (Hrsg.): *Entwicklungspsychologie*. Weinheim: Psychologie Verlags Union, 1998, 622– 653

Solso 1974

SOLSO, R. (Hrsg.): *Theories in cognitive psychology*. Hillsdale NJ: Erlbaum, 1974

Sorger und Wildt 1996

SORGER, P.; WILDT, M.: Geometrie mit mehrdeutig lösbaren Streifenpuzzles - Beobachtungen bei der Erprobung eines Unterrichtsmaterials mit Zweitklässlern. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 17 (1996), Nr. 3/4, 265–291

Souvignier 1999

SOUVIGNIER, E.: Die Verbesserung räumlicher Fähigkeiten durch computerunterstützte Fördermaßnahmen: zwei Evaluationsstudien. In: *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie* 13 (1999), Nr. 1/2, 4–16

Spada 1990

SPADA, H.: *Allgemeine Psychologie*. Bern, Stuttgart, Toronto: Huber-Verlag, 1990

Spearman 1904

SPEARMAN, C.: General intelligence - objectively determined and measured. In: *American Journal of Psychology* 15 (1904), 201–312

Spearman 1927

SPEARMAN, C.: *The abilities of man: their nature and measurement*. London: Macmillan, 1927

Spelke u. a. 1995

SPELKE, E.S.; GUTHEIL, G. ; WALLE, G. Van d.: The development of object perception. In: KOSSLYN, S.M.; OSHERSON, D.N. (Hrsg.): *Visual cognition* Bd. 2. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995, 297–330

Spelke und Hermer 1996

SPELKE, E.S.; HERMER, L.: Early cognitive development: objects and space. In: GELMAN, R.; KIT-FONG AU, T. (Hrsg.): *Perceptual and cognitive development*. London: Academic Press, 1996, 71–114

Spiegel und Spiegel 2003a

SPIEGEL, H.; SPIEGEL, J.: *Potzklotz*. Velber: Friedrich Verlag, 2003

Spiegel und Spiegel 2003b

SPIEGEL, H.; SPIEGEL, J.: Potzklotz - ein raumgeometrisches Spiel. In: *Die Grundschulzeitschrift* (2003), Nr. 163, 50–55

Stadtler u. a. 1975

STADTLER, M.; SEEGER, F. ; RAEITHEL, A.: *Psychologie der Wahrnehmung*. München: Juventa Verlag, 1975

Stanic und Owens 1990

STANIC, G.M.A.; OWENS, D.T.: Spatial abilities. In: *Arithmetic Teacher* 1990 (1990), Nr. 2, 48–51

Steiger und Yuille 1983

STEIGER, J.H.; YUILLE, J.C.: Long-term memory and mental rotation. In: *Canadian Journal of Psychology* 37 (1983), Nr. 3, 367–389

Stein 1993

STEIN, M.: Untersuchungen zum Lösungsverhalten bei der Bearbeitung unlösbarer geometrischer Puzzles. In: *mathematica didactica* 16 (1993), Nr. 2, 86–122

Stein 1994

STEIN, M.: Untersuchungen zum Lösungsverhalten von Grundschulern bei der Bearbeitung unlösbarer Aufgaben. In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1994*. Hildesheim: Franzbecker, 1994, 366–369

Stein 1995

STEIN, M.: Elementare Bausteine von Problemlöseprozessen: Gestaltorientierte Vorgehensweisen. In: *mathematica didactica* 18 (1995), Nr. 2, 59–84

Stein 1996

STEIN, M.: Elementare Bausteine der Problemlösefähigkeit: Problemlöstechniken. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 17 (1996), 123–147

Steiner 1980

STEINER, G.: *Visuelles Vorstellen beim Lösen elementarer Probleme*. Stuttgart: Klett-Cotta, 1980

Steinweg 2002

STEINWEG, A.S.: Zu Bedeutungen und Möglichkeiten von Aufgaben zu figurierten Zahlen - eine Analyse von Deutungen durch Grundschulkinder. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 23 (2002), Nr. 2, 129–151

Steinweg 2005

STEINWEG, A.S.: Gleichungen deuten - Möglichkeiten in der Grundschule. In: GRAUMANN, G. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005*. Hildesheim: Franzbecker, 2005

Sternberg 1986

STERNBERG, R.J. (Hrsg.): *Advances in the psychology of human intelligence*. Hillsdale: Erlbaum, 1986

Strauss 1991

STRAUSS, A.L.: *Grundlagen qualitativer Sozialforschung - Datenanalyse und Theoriebildung in der empirischen soziologischen Forschung*. München: Fink, 1991

Stückrath 1963

STÜCKRATH, F.: *Kind und Raum*. München: Kösel-Verlag, 1963

Stumpf und Fay 1981

STUMPF, H.; FAY, E.: Entwicklung und Erprobung eines neuartigen Aufgabentyps zur Erfassung räumlichen Vorstellungsvermögens. In: *Diagnostica* 27 (1981), Nr. 2, 157–174

Stumpf und Fay 1987

STUMPF, H.; FAY, E.: Neue Befunde zur Reliabilität, Validität und Normierung der „Schlauchfiguren“. In: *Diagnostica* 33 (1987), 156–163

Stumpf und Klieme 1989

STUMPF, J.H.; KLIEME, E.: Sex-related differences in spatial abilities: more evidence for convergence. In: *Perceptual and Motor Skills* 69 (1989), 915–921

Swanson u. a. 1981

SWANSON, D.; SCHWARTZ, R.; GINSBURG, H. ; KOSSAN, N.: The clinical interview: validity, reliability and diagnosis. In: *For the Learning of Mathematics* 2 (1981), 31–38

Tarr und Pinker 1989

TARR, M.J.; PINKER, S.: Mental rotation and orientation-dependence in shape recognition. In: *Cognitive Psychology* 21 (1989), 233–282

Tarr und Pinker 1990

TARR, M.J.; PINKER, S.: When does human object recognition use a viewer-centered reference frame? In: *Psychological Science* 1 (1990), 253–256

Tartre 1990

TARTRE, L.A.: Spatial orientation skill and mathematical problem solving. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 21 (1990), Nr. 3, 216–229

Thiel 2001

THIEL, O.: Die Vorstellung entwickeln. In: *Grundschule* (2001), Nr. 3, 24–26

Thiel 2004

THIEL, O.: Die unbekannte Schar im Mathematikunterricht - Untersuchung zum Wissen und Können von Erstklässlern. In: *Grundschule* (2004), Nr. 3, 20–21

Thier-Schroeter und Diedrich 1995

THIER-SCHROETER, L.; DIEDRICH, R.: *Kinder wollen bauen: Kreatives Spielen nach Fröbel*. München: Don Bosco Verlag, 1995

Thiesemann 1991

THIESEMANN, F.H.H.: Zum Training der Raumvorstellungsfähigkeit. In: *MUP* (1991), Nr. II. Quartal, 35–48

Thomas 1995

THOMAS, G.V.: The role of drawing strategies and skills. In: LANGE-KÜTTNER, C.; THOMAS, G.V. (Hrsg.): *Drawing and looking*. Hemel Hempstead, New York, London: Harvester Wheatsheaf, 1995 (The developing body and mind), 107–134

Thurstone 1938

THURSTONE, L.L.: *Primary mental abilities*. Chicago, Nachdruck von 1969: University of Chicago Press, 1938

Thurstone 1944

THURSTONE, L.L.: *A factorial study of perception*. University of Chicago Press, 1944

Thurstone 1947

THURSTONE, L.L.: *Multiple-factor analysis*. Chicago, 5. Auflage von 1957: University of Chicago Press, 1947

Thurstone 1950

THURSTONE, L.L.: *Some primary mental abilities in visual thinking*. Chicago: University of Chicago Press, 1950 (Psychometric Laboratory Research Report No. 59)

Thurstone und Thurstone 1947

THURSTONE, L.L.; THURSTONE, T.G.: *Primary Mental Abilities: Ages 11-17*. Chicago: Science Research Associates, 1947

Thurstone und Thurstone 1949

THURSTONE, T.G.; THURSTONE, L.L.: *Mechanical aptitude 11: Description of group tests*. Chicago: University of Chicago Press, 1949 (No. 54)

Tonn 1990

TONN, A.: Einführung in die Geometrie mit geometrischen Körpern. In: *MUP* (1990), Nr. III, 1–13

Trautner u. a. 1985

TRAUTNER, H.M.; HOPPE-GRAFF, S.; WETHKAMP, B. ; LOHAUS, A.: Geschlechtsunterschiede beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben mit unterschiedlicher Aufgabenstruktur. In: *Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie* 6 (1985), Nr. 2, 51–63

Treffers und De Moor 1996

TREFFERS, A.; DE MOOR, E.: Realistischer Mathematikunterricht in den Niederlanden. In: *Grundschulunterricht* 43 (1996), 16–19

Türke 1997a

TÜRKE, W.: Zusammensetzen von Würfeln (Folge 1). In: *Mathematik in der Schule* 35 (1997), Nr. 4, 222–232

Türke 1997b

TÜRKE, W.: Zusammensetzen von Würfeln (Folge 2). In: *Mathematik in der Schule* 35 (1997), Nr. 5, 290–296

Ungar u. a. 1995

UNGAR, S.; BLADES, M. ; SPENCER, Ch.: Mental rotation of a tactile layout by young visually impaired children. In: *Perception* 24 (1995), 891–900

Van Hiele 1976

VAN HIELE, P.M.: Wie kann man im Mathematikunterricht den Denkstufen Rechnung tragen? In: *Educational Studies in Mathematics* 7 (1976), 157–169

Vandenberg 1968

VANDENBERG, S.G. (Hrsg.): *Progress in human behavior genetics*. Baltimore: Johns Hopkins Press, 1968

Vandenberg 1975

VANDENBERG, S.G.: Sources of variance in performance of spatial tests. In: ELIOT, J.; SALKIND, N.J. (Hrsg.): *Children's spatial development*. Springfield, Ill.: Charles C. Thomas, 1975, 57–66

Vandenberg und Kuse 1978

VANDENBERG, S.G.; KUSE, A.R.: Mental rotations, a group test of three-dimensional spatial visualization. In: *Perceptual and Motor Skills* 47 (1978), 599–604

Vollrath 1976

VOLLRATH, H.J.: The place of geometry in mathematics teaching. In: *Educational Studies in Mathematics* 7 (1976), 431–442

Waber 1977

WABER, D.P.: Sex differences in mental abilities, hemispheric lateralization, and rate of physical growth at adolescence. In: *Developmental Psychology* 13 (1977), Nr. 1, 29–38

Waber u. a. 1982

WABER, D.P.; CARLSON, D. ; MANN, M.: Developmental and differential aspects of mental rotation in early adolescence. In: *Child Development* 53 (1982), 1614–1621

Wagner u. a. 1977

WAGNER, A. C.; UTTENDORFER-MAREK, I. ; WEIDLE, R.: Die Analyse von Unterrichtsstrategien mit der Methode des Nachträglichen Lauten Denkens von Lehrern und Schülern zu ihrem unterrichtlichen Handeln. In: *Unterrichtswissenschaft* (1977), Nr. 3, 244–250

Wagner-Scheper 2004

WAGNER-SCHEPER, A.: Kinderleicht? In: *Hannoversche Allgemeine Zeitung vom 26. Mai 2004*, 17 (2004)

Wardanjan 1990

WARDANJAN, B.: Die Raumvorstellung als komplexe kognitive Leistung - Experimentelle Untersuchungen an Schülern im Alter von 8 bis 15 Jahren/ Universität Leipzig: Sektion Psychologie. Leipzig, 1990. – Dissertation

Wardanjan 1994

WARDANJAN, B.: Der Einfluß von Alter, Objektmerkmalen und der Vertrautheit mit dem Objekt auf die Lösung von Aufgaben zu mentalen Rotationen bei Schülern im Alter von 8 bis 15 Jahren / Technische Universität Dresden: Institut für Allgemeine Psychologie und Methodenlehre. Dresden, April 1994. – Forschungsberichte Band 10

Weatherford 1985

WEATHERFORD, D.L.: Representing and manipulating spatial information from different environments: models to neighborhoods. In: COHEN, R. (Hrsg.): *The development of spatial cognition*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1985, 41–70

Weatherly u. a. 1997

WEATHERLY, D.C.; BALL, S.E. ; STACKS, J.R.: Reliance on visual imagery and its relation to mental rotation. In: *Perceptual and Motor Skills* 85 (1997), 431–434

Wechsler 1981

WECHSLER, D.: *WAIS-R: Wechsler Adult Intelligence Scale - Revised: Manual*. San Antonio, TX: The Psychological Corporation, 1981

Weidle und Wagner 1994

WEIDLE, R.; WAGNER, A. C.: Die Methode des Lauten Denkens. In: HUBER, G. L.; MANDL, H. (Hrsg.): *Verbale Daten*. 2. Auflage. Weinheim Basel: Beltz Psychologie Verlags Union, 1994, 81–103

Werdelin 1961

WERDELIN, I.: *Geometrical ability and the space factors in boys and girls*. Lund: CWK Gleerup, 1961

Wertheimer 1963

WERTHEIMER, M.: Experimentelle Studien über das Sehen von Bewegung. In: *Drei Abhandlungen zur Gestalttheorie*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1963, 2–105

Wexler u. a. 1998

WEXLER, M.; KOSSLYN, S.M. ; BERTHOZ, A.: Motor processes in mental rotation. In: *Cognition* 68 (1998), 77–94

Wheatley 1990

WHEATLEY, G.H.: Spatial sense and mathematics learning. In: *Arithmetic Teacher* (1990), Nr. 2, 10–11

Wheatley 1998

WHEATLEY, G.H.: Imagery and mathematics learning. In: *Focus on Learning Problems in Mathematics* 20 (1998), 65–77

Widlöcher 1993

WIDLÖCHER, D.: *Was eine Kinderzeichnung verrät*. Frankfurt am Main: Fischer Taschenbuch Verlag, 1993 (frz. Originalausgabe 1965, Bruxelles: Charles Dessart)

Wiese und Wollring 1995

WIESE, I.; WOLLRING, B.: Kinder zeichnen Würfel - Analyse unangeleiteter Kinderzeichnungen von Grundschulern zu Würfelbauwerken. In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1995*. Hildesheim: Franzbecker, 1995, 520–523

Wildt 1990

WILDT, M.: Videogestützte Analyse kognitiver Prozesse bei problemarbeitenden Erwachsenen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1990*. Hildesheim: Franzbecker, 1990, 317–320

Wildt 1994

WILDT, M.: Grundschüler kommentieren den eigenen Lösungsweg bei

Sachproblemen anhand von Videoprotokollen. In: MÜLLER, K.P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1994*. Hildesheim: Franzbecker, 1994, 451–453

Wilkening 1978

WILKENING, F.: Beachtung und Addition zweier Dimensionen: Eine Alternative zu Piagets Zentrierungsannahme. In: *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie* 10 (1978), Nr. 2, 99–102

Wilkening und Krist 1998

WILKENING, F.; KRIST, H.: Entwicklung der Wahrnehmung und Psychomotorik. In: OERTER, R.; MONTADA, L. (Hrsg.): *Entwicklungspsychologie*. Weinheim: Beltz PVU, 1998, 487–517

Wilkening und Lange 1989

WILKENING, F.; LANGE, K.: When is children's perception holistic? Goals and styles in processing multidimensional stimuli. In: GLOBERSON, T.; ZELNIKER, T. (Hrsg.): *Cognitive style and cognitive development*. Norwood NJ: Ablex Publishing Company, 1989, 141–171

Wilman 1966

WILMAN, C.W.: *Seeing and perceiving*. Oxford: Pergamon Press, 1966

Winter 1971

WINTER, H.: Geometrisches Vorspiel im Mathematikunterricht der Grundschule. In: *Der Mathematikunterricht* (1971), Nr. 5, 40–66

Wittmann 1982

WITTMANN, E. C.: *Mathematisches Denken bei Vor- und Grundschulkindern - eine Einführung in psychologisch-didaktische Experimente*. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1982

Wittmann und Müller 2005a

WITTMANN, E.Ch.; MÜLLER, G.N. (Hrsg.): *Das Zahlenbuch 2*. Leipzig: Klett, 2005

Wittmann und Müller 2005b

WITTMANN, E.Ch.; MÜLLER, G.N. (Hrsg.): *Das Zahlenbuch 3*. Leipzig: Klett, 2005

Wittmann und Müller 2005c

WITTMANN, E.Ch.; MÜLLER, G.N. (Hrsg.): *Das Zahlenbuch 4*. Leipzig: Klett, 2005

Wohlschläger und Wohlschläger 1998

WOHLSCHLÄGER, A.; WOHLSCHLÄGER, A.: Mental and manual rotation. In: *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 24 (1998), Nr. 2, 397–412

Wollring 1994a

WOLLRING, B.: Fallstudien zu frequentistischen Kompetenzen von Grundschulkindern in stochastischen Situationen - Kinder rekonstruieren verdeckte Glücksräder. In: MAIER, H.; VOIGT, J. (Hrsg.): *Verstehen und Verständigung*. Köln: Aulis Verlag, 1994, 144–181

Wollring 1994b

WOLLRING, B.: Räumliche Darstellungen von Kindern und Heranwachsenden: Erfahrungen mit Bildern und Methoden. In: KAUTSCHITSCH, H.; METZLER, W. (Hrsg.): *Anschauliche und experimentelle Mathematik II*. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, 1994 (Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Band 22), 67–86

Wollring 1995a

WOLLRING, B.: Darstellung räumlicher Objekte und Situationen in Kinderzeichnungen, Teil 1. In: *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe* (1995), Nr. 11, 508–513

Wollring 1995b

WOLLRING, B.: Darstellung räumlicher Objekte und Situationen in Kinderzeichnungen, Teil 2. In: *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe* (1995), Nr. 12, 558–563

Wollring 1996

WOLLRING, B.: Räumliche Strukturen in unangeleiteten Zeichnungen von Grundschulern. In: MÜLLER, K-P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1996*. Hildesheim: Franzbecker, 1996, 476–479

Wollring 1998b

WOLLRING, B.: Beispiele zu raumgeometrischen Eigenproduktionen in Zeichnungen von Grundschulkindern - Bemerkungen zur Mathematikdidaktik für die Grundschule. In: BECHER, H.R.; BENNACK, J. (Hrsg.); JÜRGENS, E. (Hrsg.): *Taschenbuch Grundschule*. Baltmannsweiler: Schneider-Verlag Hohengehren, 1998, 126–140

Wollring 1998c

WOLLRING, B.: Eigenproduktionen von Grundschulern zur Raumgeometrie - Positionen zur Mathematikdidaktik für die Grundschule. In:

NEUBRAND, M. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1998*. Hildesheim: Franzbecker, 1998, 58–66

Wollring 2001

WOLLRING, B.: *Kooperative Arbeitsumgebungen zur räumlichen Geometrie in der Grundschule und ihre Evaluation*. 2001. – Vortrag im Didaktischen Kolloquium des IDMI der Universität Hannover am 22.11.2001

Wollring 2002

WOLLRING, B.: Peter zeichnet und baut. In: PETER-KOOP, A. (Hrsg.): *Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule*. 2. Auflage. Offenburg: Mildenerger, 2002, 155–163

Wollring 2006

WOLLRING, B.: Raumerfahrungen im Mathematikunterricht der Grundschule - Erwerben, Korrespondieren, Festhalten. In: *Grundschulmagazin* (2006), Nr. 5, 8–12

Woodrow 1991

WOODROW, D.: Children drawing cubes. In: *Mathematics Teaching* 136 (1991), Nr. 9, 30–33

Wraga u. a. 2003

WRAGA, M.; THOMPSON, W.L.; ALPERT, N.M. ; KOSSLYN, S.M.: Implicit transfer of motor strategies in mental rotation. In: *Brain and Cognition* 52 (2003), 135–143

Yackel und Wheatley 1989

YACKEL, E.; WHEATLEY, G.H.: Raumvorstellungen im Mathematikunterricht der Grundschule. In: *mathematica didactica* 12 (1989), 183–196

Yackel und Wheatley 1990

YACKEL, E.; WHEATLEY, G.H.: Visual imagery in young pupils. In: *Arithmetic Teacher* (1990), Nr. 2, 52–58

Yuille und Steiger 1982

YUILLE, J.C.; STEIGER, J.H.: Nonholistic processing in mental rotation: some suggestic evidence. In: *Perception and Psychophysics* 31 (1982), 201–209

Zimbardo und Gerrig 1999

ZIMBARDO, Ph. G.; GERRIG, R.J.; HOPPE-GRAFF, S.; ENGEL, I. (Hrsg.): *Psychologie*. 7. Berlin: Springer, 1999

Verweis auf den Anhang

In den Dateien des Anhangs dieser Arbeit befinden sich im Einzelnen:

- Unterlagen zur schriftlichen Aufgabenbearbeitung im Vorfeld der klinischen Interviews
- Wortlaut der Arbeitsanweisungen in den klinischen Interviews sowie Überlegungen zu möglichen Rückfragen in den Re-Interviews
- Aufgabenübersicht zu weiteren Aufgaben im klinischen Interview der Hauptstudie
- Transkriptionsregeln und Transkripte zu den Interviews aus der Hauptuntersuchung