Rechenschwächen in der Hauptschule – Eine Studie zu den Rechenleistungen in den Klassen 7 und 8

Vom
Fachbereich Erziehungswissenschaften
der
Universität Hannover

zur Erlangung des Grades eines

Doktors der Philosophie
– Dr. phil. –

genehmigte Dissertation

von
Axel Mittelberg
geboren am 15. März 1971 in Georgsmarienhütte

2004

Referent	:	Prof. Dr. Thomas Bedürftig, Universität Hannover
Korreferent	:	Prof. Dr. Karlheinz Jetter, Universität Hannover
Tag der Promotion	:	6. Juli 2004

Zusammenfassung

Die schulischen Leistungen deutscher Schüler nehmen in der aktuellen politischen und gesellschaftlichen Diskussion einen breiten Raum ein. Was aber sagen PISA und andere Untersuchungen über die inhaltlichen Stärken und Schwächen deutscher Schüler tatsächlich aus?

Die vorliegende Studie untersucht Leistungen von Hauptschülern in ausgewählten Inhaltsbereichen des Mathematikunterrichts. Die Hypothese ist, dass sich gewisse Schwierigkeiten der Hauptschüler aus nicht verstandenen und verinnerlichten Kenntnissen der Grundschulmathematik ableiten lassen. Zur Überprüfung der Hypothese wird ein informeller Test konstruiert. Mit diesem Test wird der Versuch unternommen, in exemplarischer Art Aussagen über Lösungsstrategien von Schülern zu erhalten. Dazu wird auf Aufgaben zurückgegriffen, die dem aktuellen Schulstoff entstammen, also im Unterricht, in Schulbüchern sowie Klassenarbeiten in dieser Form vorkommen. Zudem werden die Aufgaben daraufhin überprüft, ob sie während oder mit ihrer Lösung Aussagen über grundschulspezifische Fähigkeiten und Fertigkeiten zulassen.

Eine detaillierte Auswertung der schriftlich vorliegenden Bearbeitungen der Schüler führen zu Vermutungen über Lösungsstrategien und mögliche Fehlerursachen. Die Fehleranalyse mündet in der Feststellung bestimmter Bereiche, die einer besonderen Aufmerksamkeit bedürfen. Diese Aufmerksamkeitsbereiche zeigen Fehlerquellen auf, die ihre Wurzeln im Primarbereich haben (Beispiele: Übersicht über die Zahlenräume, Verständnis des Stellenwertsystems). Zum anderen zeigen sie Schwierigkeiten und Probleme des aktuellen Hauptschulunterrichts, Vorerfahrungen der Schüler aufzunehmen und Konzepte zu bilden, statt BlackBoxes von Formeln und Rezepten aufzubauen.

Mit einer Auswahl von Schülern wird mit der Methode des klinischen Interviews die Überprüfung der Hypothese vertieft, die beobachteten Aufmerksamkeitsbereiche detaillierter untersucht und durch Beispiele aus diesen Interviews dokumentiert.

In Ergänzung zu statistischen Untersuchungen werden in dieser Arbeit die benannten Aufmerksamkeitsbereiche qualitativ bestimmt. Dies festigt die Hypothese, dass Defizite in den Mathematikleistungen von Hauptschülern in den Mathematikunterricht der Grundschule zurückweisen.

Abstract

School achievement of German students take up a large room in the current political and social discussion. Which evidence, however, do PISA and other studies actually give about the strengths or weaknesses of German students regarding their mathematic abilities?

This study examines achievements of weaker secondary school students in selected topics of mathematic education. The hypothesis is that certain difficulties of weaker students can be deduced from not correctly understood or internalized basic facts which are part of primary school mathematics. For the examination of this hypothesis an informal test is designed. With this test the attempt is undertaken to receive in exemplary kind statements about the students' solution strategies. For this purpose, tasks from actual secondary mathematical topics are taken, i.e. tasks that occur in the lessons, textbooks or in written tests in these grades. Furthermore these tasks and their solutions are proved whether or not they permit statements about primary-school-specific abilities and skills.

With the help of the students' written answers assumptions are deduced about solution strategies and possible error causes. The analysis of mistakes leads to the definition of certain areas of attention. These areas hint at reasons for errors which have their roots in primary mathematics (as, for instance, number sense or idiosyncratic understanding of the decimal system). On the other hand, these areas point out weaknesses in the current teaching in secondary schools. In addition, they show that pre-conceptions of the students were not taken into account during lessons, that concepts are missing, that students solved tasks with the help of misunderstood formulas, etc.

With a sample of pupils the method of the clinical interview is used to prove the hypothesis mentioned above. The areas of attention are examined in more detail and documented by examples from these interviews.

In addition to quantitative studies like PISA, in this study the areas of attention are qualitatively determined. This strengthens the hypothesis that deficits in the mathematics achievement of secondary school students refer to inadequacies of mathematic instruction in primary school.

Schlüsselworte
Mathematikunterricht, Hauptschule, Rechenschwäche

keywords
mathematics teaching, secondary school, dyscalculia

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Zum Gelingen dieser Arbeit haben eine Reihe von Personen wesentlich beigetragen. Herr Prof. Dr. Thomas Bedürftig und Herr Prof. Dr. Karlheinz Jetter haben diese Arbeit angenommen und mich von Beginn an mit Interesse betreut und unterstützt. Für ihre inhaltlichen Anregungen und Beratungen möchte ich ihnen an dieser Stelle ganz herzlich danken.

Besonderer Dank gilt allen beteiligten Lehrerinnen und Lehrern sowie ihren Schülerinnen und Schülern, die es mir möglich gemacht haben, die vielfältigen Daten zu den Mathematikleistungen zu erheben. Insbesondere die 18 Schülerinnen und Schüler, die mit mir im Interview mit Spaß und Freude Inhalte erarbeitet haben, die ihnen sonst meist eher Sorgen bereiten, habe meiner Motivation großen Anschub gegeben. Ohne diese Schüler wäre diese Arbeit nicht entstanden.

In vielen Gesprächen mit Freunden, Kollegen, Studenten, Lehrern und Schülern habe ich wertvolle Hinweise erhalten, die mich in dieser Arbeit weitergebracht haben. Speziell zu nennen sind die Kolleginnen und Kollegen aus dem Institut für Didaktik der Mathematik und Informatik in Hannover, in erster Linie Prof. Dr. Klaus Hasemann. Durch ihre stete Diskussionsbereitschaft konnte so manche Frage geklärt werden. Darüber hinaus danke ich Hans Martin Hüne für diverse Anstöße, meine Fragen zu überdenken und präzisieren.

Frauke Schulz und Ringo Ebert haben mich bei der Erhebung der Daten unterstützt, gemeinsam mit Rodeina Al-Sahwi haben sie die wesentliche Transkriptionsarbeit geleistet.

Für die akribische Durchsicht und Korrektur der von mir immer wieder übersehenen vielen Tipp- und Zeichenfehler danke ich Rainer Clausjürgens, Osnabrück ganz herzlich.

Eine ganz besondere Unterstützung habe ich von meiner Frau Maren Mittelberg erfahren, da sie mich in meinen Launen, schwankenden Stimmungen ge- und ertragen und mit großer Kraft dazu gebracht hat, diese Arbeit fertig zu stellen.

Einige Anmerkungen

– Die Namen der beteiligten Schülerinnen und Schüler wurden geändert.
– Zitate, die in alter Rechtschreibung vorlagen, wurden aus Gründen der Lesbarkeit der aktuellen Rechtschreibung angepasst. Die zwischenstaatliche Kommission für deutsche Rechtschreibung nennt dazu einen Passus aus den interinstitutionellen Anweisungen des Übersetzungsdienstes der Europäischen Union zur „Behandlung von Zitaten“. Dort heißt es: „Sind Wörter oder Passagen aus Texten zu

zitieren, die in bisheriger Rechtschreibung vorliegen, so sind die Zitate in neuer Rechtschreibung wiederzugeben. Die Zeichensetzung bleibt dabei unverändert.“
- An dieser Stelle sei auch darauf hingewiesen, dass ebenfalls aus Lesbarkeitsgründen die Verwendung geschlechtsspezifischer Bezeichnungen jeweils beide Geschlechter einschließt.

Einleitung

Nicht erst seit TIMSS, PISA und ähnlichen Studien ist bekannt, dass der Mathematikunterricht in den Klassen 7 und 8 Probleme aufweist, die einer näheren Betrachtung unterzogen werden müssen. Problematisch ist die Tatsache, dass sich jeder mit dieser Materie auskennt – zumindest auszukennen scheint –, sie oft auch beherrscht und deswegen meint, Hauptschulunterricht und entsprechende Schülerleistungen beurteilen zu können.

Diskutiert werden *Ergebnisse* aus solchen Untersuchungen – gerne auch die *Plätze des Abschneidens.* Es wird verglichen, wie einzelne Länder, verschiedene Nationen zueinander stehen.

Nach sich ziehen diese Untersuchungen eine Vielzahl von Maßnahmen – von allgemeinen Äußerungen, strukturellen Maßnahmen, politischen Entscheidungen über Vergleichstests, zentrale Prüfungen bis hin zu qualitativen Einzeluntersuchungen. Bisweilen wird den Entwicklern dieser vielfältigen Konsequenzen vorgeworfen, einem Aktionismus zu verfallen, der am Kern der Schulentwicklung vorbeiginge.

Rolff (2001) zitiert den Schweizer PISA-Experten Oggenfuss, der auf einer PISA-Tagung davor warnte, zu „Akzeptanzzwecken zu behaupten, mit PISA ließe sich konkret etwas in der Schule anfangen“ (Rolff 2001, 337). Rolff hält fest, dass die OECD (verantwortlich für PISA) ihr Projekt nicht an die Schulen selbst, sondern vielmehr an Schulpolitik und Schulverwaltung gerichtet habe. Die diskutierten Maßnahmen, die häufig global aus PISA abgeleitet würden, müssten differenziert betrachtet werden, z. B. in verschiedenen Formen des direkten Nutzens für die alltägliche pädagogische Arbeit in Schulen – als vermittelter Nutzen und als unmittelbarer Nutzen. Im Umfeld von weiterführenden Untersuchungen (z. B. flächendeckenden Untersuchungen wie LAU (Hamburg), MARKUS (Rheinland-Pfalz) und QUASUM (Brandenburg)) könnten Schulen unmittelbar von deren Ergebnissen profitieren, die großen Stichprobenuntersuchungen (PISA, TIMSS) versprächen eher vermittelten Nutzen durch Bereitstellung von Orientierungswissen, zahlreiche Impulse zur fachdidaktischen Diskussion, zur Curriculumentwicklung sowie für die Lehrerfortbildung (vgl. Rolff 2001).

In ähnlicher Weise fasst Terhart (2002) zusammen, in welcher Form die „großen Untersuchungen“ ergänzt werden müssten, um eine positive Weiterentwicklung von Schule und Unterricht zu bewirken.

„Konstruktive Konsequenzen lassen sich nur dann ziehen, wenn Leistungsvergleiche von tiefergehenden, differenzierten Analysen begleitet und vervollständigt werden, in denen die Bedingungskonstellationen und Kontexte (oder Ausbleiben) von adäquaten Leistungen ermittelt werden.

Damit ist der Bereich der Schul-, Unterrichts- und Lehr-Lern-Forschung angesprochen, in dessen Rahmen traditionell solche Analysen angesiedelt sind bzw. angesiedelt sein sollten. Die hierdurch erarbeiteten Erkenntnisse zu den Bedingungen und Voraussetzungen von qualitativ hochwertiger Schul- und Unterrichtarbeit können für die Umgestaltung von Schule und Unterricht wichtige Hinweise liefern, wenngleich nicht von einem einfachen Anwendungsverhältnis zwischen wissenschaftlichem Wissen und praxistauglichem Wissen ausgegangen werden kann. Die Möglichkeiten und Folgen des Einbringens von deskriptivem und analytischem Wissen *über* Schulen *in* Schulen ist selbst ein noch zu erforschendes Problem“ (Terhart 2002, 92).

Die vorliegende Studie setzt an einem Teilbereich des Mathematikunterrichts der Hauptschule an. In vielen Studien wurde festgestellt, dass gerade Hauptschüler – als Schüler der ohnehin „schwächsten“ Schulform des dreigliedrigen Schulsystems – eklatante Schwächen aufweisen. Unbeantwortet bleibt häufig die Frage nach den Ursachen dieser Schwächen. Sind einige dieser Schüler schlicht nicht dazu geeignet, den an sie gestellten Anforderungen zu entsprechen? Haben Sie eine Grenze ihrer Leistungsfähigkeit erreicht, mit der sie den Anforderungen des Mathematikunterrichts nicht standhalten können? Allzu oft hört man solche Urteile in der Gesellschaft. Ebenso gesellschaftsfähig scheint es zu sein, dass Schwierigkeiten in Mathematik als Kavaliersdelikt gelten. Es kann also sein, dass auch eine derartige Haltung Einfluss auf den Mathematikunterricht nimmt.

Will man sich mit solchen Erklärungsansätzen begnügen, ist es nicht notwendig, Bedingungsvariablen für das schwache Abschneiden dieser Schüler zu untersuchen. Will man hingegen im Sinne von Terhart konstruktive Konsequenzen erarbeiten, ist es unabdingbar, Variablen zu untersuchen, die einen Einfluss auf die Leistungen der untersuchten Schüler haben könnten.

Im Grundschulbereich ist es seit einiger Zeit üblich, über Schüler mit *Rechenschwäche* oder *Dyskalkulie* nachzudenken. Erreichen Schüler gewisse Standards nicht, fallen sie mit ihren schwachen Leistungen auf, bringen womöglich gute Leistungen in anderen Unterrichtsfächern, ist man geneigt, ihnen eine sogenannte *Rechenschwäche* zuzuschreiben. Damit hat man zunächst eine Bezeichnung, nicht jedoch eine Klärung von Ursachen.

Ein kurzer Überblick über die aktuelle Diskussion und die Verwendung der Begrifflichkeit dieses Themenkomplexes wird in Kapitel 2 gegeben. Einen umfassenden Überblick verschafft die vielfältige Literatur – insbesondere erwähnt sei das Handbuch zum Thema Rechenschwäche (Fritz u. a. 2003).

In weiterführenden Schulen wird seltener von *Rechenschwäche* gesprochen, obwohl es auch hier ähnlich auffällige Schüler gibt wie an Grundschulen (vgl. Mittelberg, Jetter 2000). Ist die Verwendung des Begriffs *Rechenschwäche* für Hauptschüler nicht statthaft? Oder ist sie irreführend, weil evtl. auch hier Bereiche der Grundschulmathematik von Schwächen betroffen sind?

Fakt ist, dass es auch in Hauptschulen Schüler gibt, die eklatante Schwierigkeiten im Mathematikunterricht aufweisen, in anderen Fächern hingegen kaum auffällig sind (vgl. Mittelberg, Jetter 2000). Viele Lehrerinnen und Lehrer klagen über mangelhafte Leistungen ihrer Schüler in den Klassen 6-8 (Hauptschulen, Integrierte Gesamtschulen). Sie bemerken, dass diese Schüler dem Unterricht trotz intensiven Übens kaum folgen können, langsam sind, viele – oft unverständliche – Fehler produzieren, in Klassenarbeiten regelmäßig schlecht abschneiden. Sie können sich diese Schwierigkeiten ihrer Schüler meist nicht erklären. Eine – zugegeben etwas simple – Erklärung ist die Zuschreibung einer Leistungsgrenze in Bezug auf mathematische Fähigkeiten. Diese mag bei diesen Schülern ab einer bestimmten Klassenstufe überschritten sein. Nicht jeder muss bis zum Abitur allen Inhalten des Mathematikunterrichts folgen können.

Untersuchungen zur Leistung von Hauptschülern beschäftigen sich zum Teil mit Erwartungen, die durch den Schulabschluss und ihren weiteren beruflichen Weg an sie gestellt werden (vgl. Schulz 1988). Häufig werden dabei jedoch für die meisten Schüler zu schwere Aufgaben formuliert, da es um mögliche Ziele und Erwartungen an Hauptschulabsolventen geht, nicht um aktuellen Mathematikunterricht.

Hier geht es jedoch um den Erfolg oder Misserfolg lernschwacher Schüler im aktuellen Unterricht – bezogen auf Schulbücher, Klassenarbeiten und Unterricht.

Zum Aufbau der Arbeit

In einem theoretischen Teil werden zunächst einige Anmerkungen zu Grundlagen des Mathematikunterrichts gegeben (Kapitel 1). Dazu gehören eine kurze Darstellung zweier gegensätzlicher Grundpositionen des Lernens, Bemerkungen zur verwendeten Mathematik der Grund- und Hauptschule sowie didaktische Anmerkungen. Einen wesentlichen Teil machen Beschreibungen von Grundschulinhalten aus, obwohl der Titel eine Untersuchung der Leistungen von Hauptschülern nennt. Dies ist begründet durch die Annahme, dass *Rechenschwäche* in erster Linie im Umfeld von Grundschulunterricht diskutiert wird und damit eindeutig Inhalte der Grundschule betrifft. Ob dies auch bei Schwierigkeiten von Hauptschülern der Fall ist, wird die Studie zeigen.

Ein weiteres Kapitel im theoretischen Teil (Kapitel 2) stellt in kurzer Art und Weise das Problemfeld Rechenschwäche dar, soll jedoch keineswegs eine Einführung oder grundlegende Diskussion des Themas leisten. Die Arbeit beschreibt damit nicht das Thema *Rechenschwäche* an sich, wohl aber Aspekte dieses Themas, um Verbindungen zwischen einer *grundschulspezifischen Rechenschwäche* und den *Mathematikleistungen von Hauptschülern* herzustellen.

Ich begnüge mich damit, in beiden Kapiteln eine Übersicht zu schaffen und Anmerkungen zu geben. Die Vertiefung der Inhalte geschieht durch Hinweise auf weiterführende Literatur.

Im empirischen Teil der Arbeit (Kapitel 3 und 4) werden Hypothesen für die Schwierigkeiten von Hauptschülern im Mathematikunterricht entwickelt. Überprüft werden sie durch einen im Rahmen der Studie konstruierten informellen Test (Kapitel 3 – Entwicklung, Durchführung, Auswertung) sowie qualitative Interviews (Kapitel 4 – Entwicklung von Fragen, Durchführung von Videointerviews, qualitative Inhaltsanalyse). Ziel ist es, Aussagen über die speziellen Rechenschwierigkeiten von Hauptschülern zu erhalten und ihre Leistungen inhaltlich einzuordnen.

In einem abschließenden Kapitel (Kapitel 5) werden die Ergebnisse zusammengefasst und mögliche Konsequenzen (u. a. Erweiterungen der Untersuchung, Folgeuntersuchungen) angedacht.

Kapitel 1

Mathematik, Mathematikunterricht und Probleme des Mathematikunterrichts – Anmerkungen zu Grundlagen

„Mathematik lernen kann man lernen.“ Für viele Menschen ist das Lernen von Mathematik eine Frage des Übens. Aber was genau ist eigentlich Lernen – speziell Mathematiklernen? Zunächst allgemein, dann bezogen auf die Mathematik und das Lernen von Mathematik wird eine Grundlage erarbeitet, um die Untersuchung der Rechenfertigkeiten im Sekundarbereich mit einem Fundament zu versehen.

Insbesondere sollen die Grundlagen der untersuchten Inhalte vorgestellt werden. Es kann jedoch nicht um eine grundlegende didaktische Einführung oder eine Darstellung von Lerntheorien gehen, sondern lediglich um eine Basis, die die Untersuchung begründet. Zu dieser Basis gehören spezielle mathematikdidaktische Inhalte, zum Teil auch mathematische Grundlagen sowie Verweise auf verwandte Themen, die für den Unterricht dieser Inhalte relevant sind.

1.1 Grundpositionen des Lernens

Die moderne Medienwelt spricht vom lernfähigen Computer, von intelligenten Maschinen, von künstlicher Intelligenz. Lernprogramme zu schulischen Inhalten finden großen Absatz. Übertragungen solcher programmierten Einheiten hat es im Bereich der Schule schon vor mehreren Jahrzehnten gegeben, die Diskussion darüber ist stets aktuell, wird es vielleicht auch noch in der Zukunft sein.

Doch von welchen Grundannahmen über das Lernen muss man ausgehen, will man in ähnlicher Weise diskutieren? Lernen allein auf das Umfeld Schule zu beschränken, ist ein verbreitetes Missverständnis.

Im Rahmen der Lernpsychologie wird Lernen allgemein als Veränderung von Verhalten beschrieben und stellt damit einen wertneutralen Begriff dar – anders als z. B. Erziehung. Zur genaueren Bestimmung werden Bedingungen untersucht, unter denen sich Verhaltensänderungen ergeben, Erinnern, Vergessen, Behalten wechselseitig beeinflusst und gesteuert werden, so dass sich aus diesen Untersuchungen Lerntheorien formulieren lassen (vgl. Foppa 1965; Edelmann 1996; Bower, Hilgard 1983, 1984; Gudjons 1997).

„Letzten Endes geht es dabei jedoch immer um die Frage, auf welche Weise sich der Organismus den mannigfachen Anforderungen seiner Umwelt anpasst“ (Foppa 1965, 13).

Lerntheorien werden von Lefrancois (in Edelmann 1996) als Versuche beschrieben, „die Kenntnisse über das Lernen zu systematisieren und zusammenzufassen“. Sie lassen sich nach Edelmann in drei großen Bereichen der modernen psychologischen Lernforschung zusammenfassen: „1. die verhaltenstheoretische Psychologie, 2. die kognitive Psychologie, 3. die handlungstheoretische Psycholgie“ (vgl. Edelmann 1996, 7). Letztere zwei Bereiche werden häufig zu einem Bereich der Theorien der kognitiven Organisation zusammengefasst.

Eine Vertiefung und Darstellung der einzelnen Lerntheorien kann an dieser Stelle nicht erfolgen, es bleibt der Verweis auf die angegebene Literatur. Herausgegriffen werden im Folgenden einige wesentliche Grundpositionen und Annahmen über das Lernen, die für den Mathematikunterricht von Belang sind.

Die Mathematikdidaktik als interdisziplinäre Wissenschaft bezieht sich vielfach auf Ergebnisse ihrer Bezugswissenschaften – zu denen neben der Mathematik insbesondere auch die Pädagogik und die Psychologie gehören. Damit stütze sich laut Wittmann die Didaktik der Mathematik zwar auf Resultate und Methoden der Mathematik, der Pädagogik, der Psychologie, entwickle aber durch spezifische Bearbeitung z. B. Fortschritte für den Mathematikunterricht sowie effektive Kurse für die Lehrerbildung (vgl. Wittmann 1981, 2-3; Hasemann 1986, 56). Von grundsätzlicher Bedeutung für einen „wünschenswerten“ (Krauthausen 1998, 13) Mathematikunterricht ist der Paradigmenwechsel, der durch die Veränderung von einem traditionellen Unterrichtsverständnis (eher passivistische Position) zu einer aktivistischen Position (Lernen als aktive Eigenleistung) führte. Krauthausen stellt fest, dass sich dieser Paradigmenwechsel keineswegs ausschließlich auf die Mathematikdidaktik beziehe, sondern ein genereller sei, der viele Bereiche der Gesellschaft betreffe (Krauthausen 1998, 18).

Wittmann stellt die zwei grundlegend verschiedenen Positionen, die in der didaktischen Tradition der Vergangenheit besonders miteinander konkurriert haben, einander gegenüber:

- „einerseits diejenige Position, die charakterisiert ist durch die Prinzipien der kleinen und kleinsten Schritte, des linearen Aufbaus der methodischen Stufung und der Isolierung der Schwierigkeiten,
- andererseits die durch die Prinzipien des aktiven Lernens, des entdeckenden Lernens und das genetische Prinzip gekennzeichnete Position“ (Wittmann 1994, 157).

Passivistische Position

Die passivistische Position nach dem Prinzip des Lernens und Übens in kleinen und kleinsten Schritten kennzeichnet das, was Aebli mit der „traditionellen Unterrichtslehre“ (im Wesentlichen zu finden bei Diesterweg, Dörpfeld, Rein) bezeichnet (vgl. Aebli 1966, 17ff). Besonders der Mathematikunterricht war – und ist es vielleicht heute noch (?) – stark geprägt von dieser Auffassung des Lernen und Lehrens.

Gestützt auf die Philosophie des Empirismus, die Psychologie des Behaviorismus (speziell: Assoziationspsycholgie) versucht diese Haltung in behavioristischen oder assoziationistischen Lerntheorien das Lernen zu begründen als mechanische Wirkung *äußerer* Ursachen, z. B. Auslösung von Reaktionen durch Reize bzw. Belohnung oder Bestrafung des Verhaltens durch nachfolgende Konsequenzen.

„In der trockenen Sprache des Behaviorismus ist Lernen nichts anderes als ein relativ stabiler Zuwachs im Verhaltensrepertoire, der das Ergebnis von Übung und dabei erfolgender Bestärkung bzw. Verhaltenskorrektur ist. Der Lernende setzt nur seine Sinne ein, öffnet sozusagen Augen und Ohren und versucht nachzuahmen, was ihm vorgemacht wird, bleibt aber ansonsten passiv. Er lässt sich gewissermaßen wie ein Schiff beladen“ (Wittmann 1994, 157).

„Alle didaktischen Maßnahmen dienen dazu, im kindlichen Bewusstsein einen bleibenden Eindruck zu schaffen“ (Aebli 1966, 17).

Diese Sichtweise des Lernens beeinflusste lange Zeit von offizieller Seite – durch die Rahmenrichtlinien – den Mathematikunterricht. So sahen die Rahmenrichtlinien des Landes Nordrhein-Westfalen aus dem Jahr 1955 bis zu ihrer Änderung im Jahr 1985 folgendes vor:

„Der Rechenunterricht kann nur zum Erfolg führen, wenn er in kleinen und kleinsten Schritten vom Einfachen zum Schwierigen fortschreitet. Dieses Prinzip der kleinen Schritte gilt in gleicher Weise für das Sachrechnen und für das Rechnen mit unbekannten Zahlen, für die Schulung des rechnerischen Denkens und für die Übung der Rechenfertigkeit, für die Arbeit der geschlossenen Klasse und für die Gruppen- und Einzelarbeit; es gilt für alle Altersstufen und ist somit grundlegendes Prinzip des Rechenunterrichts“ (Rechenlehrplan NRW für die Volksschul-Unterstufe, zitert nach Wittmann 1994, 158).

Für diesen Unterricht gilt, dass der Lehrstoff durch den Lehrer in aufnehmbare Portionen aufgeteilt und den Schülern dargeboten wird. Gallin und Ruf beschreiben diese Modellvorstellung der „Wissensvermittlung “ als eine Art von Maschinendenken, nach der sich die Schüler im Idealfall wie ein Tonband, eine Videocassette oder eine Computerdiskette verhielten (vgl. Gallin, Ruf 1998, 75).

„Sie speichern alle Erklärungen der Lehrperson und funktionieren nachher genauso, wie es die vermittelten Daten und Programme erwarten lassen. In der Praxis ist man natürlich großzügiger und rechnet mit Verlusten: Der Lehrer spielt das gleiche Band mehrmals ab, lässt das Überspielte wiederholen, liefert Variationen und lässt üben, üben, üben . . . “ (Gallin, Ruf 1998, 75)

Unterricht solcher Art führt nach Krauthausen zu der Botschaft, dass Schüler nicht versuchen sollten, Zahlen und ihre Bedeutung zu verstehen oder über Sachsituationen nachzudenken, sondern stattdessen Regeln für die wichtigen Routineanforderungen zu lernen (Krauthausen 1998, 15).

„Das skizzierte Unterrichtsverständnis ist verträglich mit dem in der Öffentlichkeit (und leider oft genug auch unter Lehrenden) noch immer vorzufindenden *Bild von der Mathematik* als einer Ansammlung von Definitionen, Regeln und Verfahren zur Manipulation von Zahlenmaterial, das man sich ‚anzueignen‘ habe“ (Krauthausen 1998, 15).

Aktivistische Position

Obwohl die passivistische Position lange Zeit vorherrschend war, sind bereits zu Beginn des letzten Jahrhunderts einzelne Versuche unternommen worden, dem aktivistischen Lernen, der Eigentätigkeit der Schüler größere Bedeutung zuzumessen. Insbesondere Johannes Kühnel hat bereits 1916(!) in seiner Schrift „Neubau des Rechenunterrichts“ Standpunkte formuliert, die als Grundlage der heutigen aktivistischen Position aufgefasst werden können.

„Die Hauptfrage, die für die gesamten folgenden Ausführungen maß- und richtunggebend sein soll, mag demnach ihren Ausdruck finden in der Form:

Welches ist das wissenschaftlich und praktisch begründete Lehrverfahren, mittels dessen wir die Entwicklung des Zöglings in der gewünschten Weise fördern?

Diese Formulierung lässt ohne weiteres den Einfluss der neuen Zielbestimmung erkennen. Nicht um ein Lehrverfahren handelt es sich, mittels dessen wir dem Schüler auf möglichst leichte, möglichst leidlose oder lustvolle Weise etwas beibringen, seien es Kenntnisse, seien es Fertigkeiten. *Beibringen, darbieten, übermitteln* sind vielmehr Begriffe der *Unterrichtskunst vergangener Tage* und haben für die Gegenwart geringen Wert; denn der pädagogische Blick unserer Zeit ist nicht mehr stofflich eingestellt. Wohl soll der Schüler auch künftig Kenntnisse und Fertigkeiten gewinnen – wir hoffen sogar: noch mehr als früher –, aber wir wollen sie ihm nicht *beibringen,* sondern er soll sie sich *erwerben.* [...]

Damit wechselt auch des Lehrers Aufgabe auf allen Gebieten. Statt Stoff darzubieten, wird er künftig die Fähigkeiten des Schülers zu entwickeln haben. Das ist etwas völlig anderes, besonders für die Gestaltung des Rechenunterrichts. Denn durch die anders geartete Formulierung der Frage nach dem Lehrverfahren werden dem Lehrer zwei Hilfsmittel aus der Hand genommen, die den meisten bisher als unentbehrlich erschienen und als kennzeichnende Merkmale höchster Lehrkunst: Das *Darbieten* und das *Entwickeln.* Sie gibt ihm dafür zwei andere in die Hand, die zunächst unscheinbar, in ihrer Wirkung jedoch ungleich mächtiger sind: die *Veranlassung der Gelegenheit* und die *Anregung zu eigener Entwicklung.*

Und das Tun des Schülers ist nicht mehr auf *Empfangen* eingestellt, sondern auf *Erarbeiten.* Nicht Leitung und Rezeptivität, sondern Organisation und Aktivität ist es, was das Lehrverfahren der Zukunft kennzeichnet.

Diese grundsätzlichen Erörterungen, die sich aus der neuen Zielstellung ergeben, müssen nun noch übertragen werden auf den Zentralbegriff des gesamten mathematischen Unterrichts, auf den der *Abstraktion.* Wir formulieren: Welche Anforderungen an das auf Eigentätigkeit gegründete Lehrverfahren stellt die Tatsache, dass der mathematische Unterricht in seinem ganzen Wesen Abstraktion ist?“ (Kühnel 1950, 70, Auszeichnungen im Original).

Die bei Kühnel noch auf den Unterricht bezogenen Gedanken erfuhren ihre allgemeine Fundierung in Lerntheorien Mitte des 20. Jahrhunderts im Sinne einer „Kognitiven Wende“ in der Psychologie. Edelmann kennzeichnet eine deutliche Abgrenzung gegenüber verhaltenstheoretischen Auffassungen derart, dass in den neueren Theorien bewusste Prozesse betont worden seien. Das Erfassen von Beziehungen und deren sprachlich-begriffliche Formulierung führe zu einer Organisation und Strukturierung der Erfahrung (vgl. Edelmann 1996, 8).

„Kognitives Lernen kann in besonderer Weise als *Informationsaufnahme und -verarbeitung* aufgefasst werden. Diese Kennzeichnung weist auf zwei Merkmale hin:

1. Es handelt sich um einen Prozess, an dem die Person aktiv beteiligt ist.
2. Das Ergebnis dieser Art von Lernen sind Strukturen und nicht relativ isolierte Verbindungen zwischen Reiz und Reaktion oder zwischen Verhalten und Konsequenz“ (Edelmann 1996, 8).

Kühnel beklagte am Rechenunterricht seiner Zeit, dass die zwei wesentlichen Ziele seien, zum einen eine möglichst hohe Rechenfertigkeit zu erzeugen, zum anderen Lösungsverfahren für die „wichtigsten Rechenfälle des Lebens“ zu entwickeln und einzuüben. Seiner Auffassung nach habe der Rechenuntericht vielmehr die Aufgabe, Grundlagen zu vermitteln, mit denen Schüler eigentätig für eine mathematische Erfassung der „Dinge und Erscheinungen des Natur- und Menschenlebens“ verantwortlich seien (vgl. Kühnel 1950, 64, 69).

Trotz dieser Forderungen Kühnels fanden erste Auswirkungen auf den Mathematikunterricht erst nach dem zweiten Weltkrieg statt. Auf der Grundlage der Erkenntnisse Piagets zur Begriffsbildung im Allgemeinen und zur Zahlbegriffsbildung im Besonderen entwickelte sich u. a. durch A. Fricke der ‚ganzheitlich-operative Mathematikunterricht‘ sowie die Reformbewegung der *Neuen Mathematik* (vgl. Müller, Wittmann 1984; Maier 1990).

Obwohl die Mathematikdidaktik sich im Sinne Kühnels für einen Wechsel einer Grundhaltung in Verbindung mit dem Mathemtikunterricht einsetzte, wurden erst im Jahr 1985 die oben bereits genannten Rahmenrichtlinien von 1955 durch eine Neufassung ersetzt, die ein klares Votum für eine aktivistische Grundhaltung aussprach.

„Den Aufgaben und Zielen des Mathematikunterrichts wird in besonderem Maße eine Konzeption gerecht, in der das Mathematiklernen als ein konstruktiver, entdeckender Prozess aufgefasst wird. Der Unterricht muss daher so gestaltet werden, dass die Kinder möglichst viele Gelegenheiten zum selbsttätigen Lernen in allen Phasen eines Lernprozesses erhalten:

- von herausfordernden Situationen ausgehen; die Kinder zum Beobachten, Fragen Vermuten auffordern
- ein Problem oder einen Problemkomplex herausstellen; die Kinder zu eigenen Lösungsansätzen ermutigen; Hilfen zum Selbstfinden anbieten
- Ergebnisse mit bisherigem Wissen auf vielfältige Art in Verbindung bringen, Ergebnisse mehr und mehr so klar und kurz wie möglich darstellen, evtl. gedächtnismäßig verankern; die Kinder zum selbstständigen Üben ermuntern
- über den Wert des neuen Wissens und über die Art seiner Aneignung sprechen (Rückbesinnung), dabei die Kinder auffordern, sich neue, verwandte Sachverhalte zu erschließen.

Die Aufgabe des Lehrers besteht darin, herausfordernde Anlässe zu finden und anzubieten, ergiebige Arbeitsmittel und produktive Übungsformen bereitzustellen und vor allem eine Kommunikation aufzubauen und zu erhalten, die dem Lernen aller Kinder förderlich ist“ (Mathematiklehrplan NRW, zitert nach Wittmann 1994, 158).

Diese Anforderungen an den Mathematikunterricht setzen eine Grundhaltung voraus, die von einer aktivistischen Position geprägt ist. Abschließend sei vermerkt, dass sich diese Position in der aktuellen Diskussion innerhalb der Mathematikdidaktik widerspiegelt und – zumindest auf theoretischer Seite – das Denken über Mathematikunterricht eindeutig zu Gunsten solch einer Haltung überwiegt. Ob dies auch für den Unterricht in der Praxis, im Besonderen in den einzelnen Schulformen gilt, ist zu überprüfen. Gelten sollte das, was Krauthausen folgendermaßen zusammenfasst:

„Und es geht nicht allein um den Aufbau fachlicher Wissensbestände, sondern mindestens mit gleicher Gewichtung um die Kultivierung einer *Lernhaltung*" (Krauthausen 1998, 22).

1.2 Lernen von Mathematik – mathematische Grundlagen

Im Folgenden werden einige Grundbereiche herausgegriffen, die für die spezifischen Schwierigkeiten, die im Verlauf der Studie beschrieben werden, von Belang sind. Es wurde bereits angesprochen, dass dies im Wesentlichen Inhalte des Grundschul-Mathematikunterrichts betrifft. Dies erklärt sich u. a. durch die Idee des aus Bruners Theorien abgeleiteten Spiralprinzips (Spiralcurriculum) (vgl. Radatz, Schipper 1983; Müller, Wittmann 1984; Lauter 1997). Wenn nach dem Spiralprinzip grundlegende Begriffe und Inhalte in sich wiederholenden Durchgängen schrittweise (spiralig, in Schraubenform) entwickelt werden, muss der Mathematikunterricht der Grundschule als ein Fundament verstanden werden, ohne das der Mathematikunterricht in späteren Schuljahren erfolglos bleiben wird.

„Eine Grundschullehrerin kann ihren Unterricht nur dann wohlüberlegt und gezielt an solchen fundamentalen Ideen ausrichten, wenn sie gelernt hat, über den Zaun ihres eigentlichen Arbeitsgebiets der Grundschule hinauszuschauen. Denn sie muss wissen, wohin die Ideen einmal führen sollen, um sie entsprechend sinnvoll grundzulegen ([...] Spiralprinzip)" (Krauthausen, Scherer 2001, 126).

1.2.1 Zahlbegriff

Wie nähern sich Kinder Zahlen? Welche Vorstellungen verbinden sie mit Zahlen? Wie hantieren sie mit Zahlen? All dies sind Fragen, die sich in den Anfängen der Begegnung von Kindern mit Zahlen ereignen. Seit mehr als hundert Jahren werden diese Fragen kontrovers diskutiert – mit entsprechenden Folgen für den Mathematikunterricht der Schule.

Bereits im 19. Jahrhundert wurde darüber gestritten, ob es mehr der kardinale oder mehr der ordinale Aspekt der Zahlbegriffsentwicklung sei, der zum Rechnenlernen (hier für den Beginn von Addition und Subtraktion) nötig sei. Radatz und Schipper beschreiben den Streit zwischen den so genannten *Anschauungsmethodikern* und den *Zählmethodikern* jedoch mehr als einen philosophischen als einen methodischen Streit, da sich der Unterricht selbst trotz der extrem unterschiedlichen Positionen kaum unterschieden habe (vgl. Radatz, Schipper 1983, 36-37).

Maier beschreibt die *Zähler* in der Art, dass sie das Erlernen der Zahlen über das Zählen vermittlen wollten. Über das Bekanntmachen der Zahlwortreihe unter Zuhilfenahme von Abzählversen sollte die Zählfähigkeit schrittweise erweitert werden. Das Zählen von Objekten, auch unter Mithilfe des Fingerzählens erweiterte den Umweltbezug des Zählens. Man konnte zwischen dem Abzählen von Gegenständen (eine bestimmte Anzahl aus einer großen Menge heraussuchen) und dem Auszählen (eine Menge auszählen, deren Anzahl bestimmen) unterscheiden. Mathematische Operationen wie Addition und Subtraktion wurden als Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen beschrieben. Das Verständnis baute stark auf dem akustischen Einprägen der Zahlen auf (vgl. Maier 1990, 112). Dass diese Betrachtung des Zählens immer noch als fundamental für den Rechenunterricht der Primarstufe angesehen werden muss, zeigen Bedürftig und Murawski (s.u. und vgl. Bedürftig, Murawski 2001).

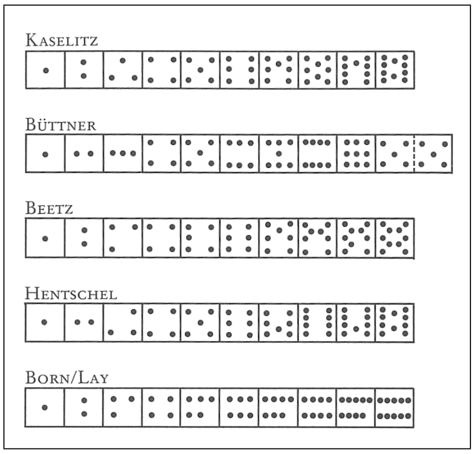


Abb. 1.1: Zahlbilder (Radatz, Schipper 1983, 38)

Demgegenüber bevorzugten die *Anschauer* eher eine bildhafte Darstellung zum Erlernen der Zahlen. Zu jeder Zahl sollte zunächst ein Bild vorgeführt werden, dass sich später in der Vorstellung immer wiederfinde. Es seien viele verschiedene, von ihren Entwicklern leidenschaftlich als richtig angepriesene, Zahlenbilder entstanden. Manche dieser Zahlbilder hatten Ähnlichkeit mit den bekannten Würfelbildern, manche legten Wert auf eine Fünfereinteilung. Entscheidend sei für alle gewesen, dass sich die Bilder leicht in das kindliche Gedächtnis einprägen ließen, die Zahlbilder eindeutig voneinander unterscheidbar waren sowie für die Rechenarbeit eine praktikable Hilfe leisten sollten (vgl. Maier 1990, 112-113).

Wesentliche Grundlage der Diskussion in den letzten Jahrzehnten war jedoch der Ansatz Piagets, der davon ausgeht, dass die Zahl weder allein durch Anschauung noch allein durch das Zählen verinnerlicht werde. Die verschiedenen Zahlaspekte (siehe Tabelle 1.1, S. 12, dargestellt nach (Radatz, Schipper 1983, 49)) entwickeln sich parallel, „Kardinal- und Ordinalzahlen sind nicht voneinander zu trennen“ (Piaget 1969, 11). Diese Aspekte werden in der Literatur immer wieder in Varianten aufgegriffen und genannt. (Zu diversen Mängeln bzgl. der Kennzeichnung dieser Aspekte und Darstellung einer Systematisierung siehe (Bedürftig 1989, 66ff)). Radatz und Schipper nennen verschiedene Aspekte, die die Theorie Piagets für die Mathematik attraktiv machten:

* „Viele Experimente, die Piaget und seine Mitarbeiter zum Nachweis der allgemeinen genetischen Erkenntnistheorie durchgeführt haben, greifen Inhalte auf, die zum Kernbestand jeder Mathematikdidaktik gehören: Zahlbegriffsentwicklung, Entwicklung geometrischer Begriffe, Entwicklung des logischen Denkens etc.
* Die Entwicklung mathematischer Begriffe wird von Piaget exemplarisch als Entwicklung menschlichen Denkens überhaupt beschrieben; dies kommt dem alten Bemühen entgegen, den

Beitrag des Mathematikunterrichts für die Herausbildung menschlichen Denkens überhaupt hervorzuheben und damit Bedeutung und Stellung dieses Schulfaches unantastbar zu machen.

* Piagets Beschreibung kindlicher Denkstrukturen mit Hilfe logisch-mathematischer Modelle (z. B. Gruppierung, INCR-Gruppen etc.) kommt den Denkgewohnheiten der Mathematiker unter den Didaktikern entgegen; diese Art von Psychologie ist auch ihnen verständlich, sie ist mit den vorhandenen Denkschemata „greifbar“.
* Piagets Ausführungen zur Zahlbegriffsgenese sind verträglich mit der Tradition des ganzheitlichen Rechenunterrichts. Hier wie dort ist die sichere Grundlage für die Entwicklung des Zahlverständnisses konkreter „operativer“ Umgang mit tatsächlichen Dingen, Sortieren, Ordnen, „analytisches“ Zerlegen und „synthetisches“ Zusammensetzen von Mengen“
(Radatz, Schipper 1983, 45-46).

	Beschreibung ggf. Unterteilung	Beispiele	Addition	Subtraktion
Kardinalzahl-aspekt	Zahlen beschreiben die Mächtigkeit von Mengen, die *Anzahl* der Elemente.	„3 Äpfel“ „10^{13} Möglichkeiten	Mengenvereinigung	Restmengenbildung
Ordinalzahl-aspekt	*Zählzahl:* Folge der nat. Zahlen, die beim Zählen durchlaufen werden.	„eins, zwei, …“ „Zehn kleine Negerlein …“	Weiterzählen	Rückwärtszählen
	Ordnungszahl: Gibt den Rangplatz eines Elements in einer total geordneten Reihe an.	„Klaus ist beim Wettlauf fünfter geworden.“		
Maßzahl-aspekt	Nat. Zahlen dienen als Maßzahlen für Größen. (Immer in Relation zu einer gewählten Einheit)	„5 Meter“ „3 Stunden“ „4 kg“ „100 Schritte“	Addition/Subtraktion von Größen wird zurückgeführt auf das Aneinandersetzen/Abtrennen zugehöriger Repräsentanten	
Operator-aspekt	Zahlen werden zur Bezeichnung einer *Vielfachheit* einer Handlung oder eines Vorgangs benutzt.	„Zur Strafe schreibst du *fünfmal:* Ich darf meinen Lehrer (nicht) ärgern.“	Verkettung von Operatoren (Hintereinanderausführung)	Aufsuchen des Umkehroperators
Rechenzahlaspekt	*Algebraischer Aspekt:* (N, +) ist eine alg. Struktur mit gewissen Eigenschaften	3 + 4 = 4 + 3 (wegen Kommutativität) (36 + 17) + 3 = 36 + (17 + 3)	Rechnen mit Ziffern im Gegensatz etwa zum halbschriftlichen Rechnen	
	Algorithmischer Aspekt: Die nat. Zahlen lassen sich durch Ziffernreihen darstellen (Rechnen mit Ziffern)	628 + 563 -------- 1191		
Codierungs-aspekt	Zahlen werden zur Bezeichnung von Objekten genutzt.	3400 Göttingen Tel. 4 50 81 e2–e4, e7–e5 ISBN 3471207511		

Tabelle 1.1: Aspekte des Zahlbegriffs (Radatz, Schipper 1983, 49)

Wesentliche Bedeutung kommt einigen Aspekten zu, die in ihrer Summe zu einem operativen Ganzen der Zahlbegriffsentwicklung beitragen. Zu nennen sind Seriation, Klassifikation, Klasseninklusion, Invarianz, Korrespondenz (Stück-für-Stück-Zuordnung) u.a. Im Laufe der Schulzeit sollen die Aspekte des Zahlbegriffs und ihre Wechselbeziehungen erarbeitet und somit ein Zahlbegriff angeeignet werden. Wittmann weist darauf hin, dass es der mathematische Anfangsunterricht erfordere, dass verschiedene pränumerische Erfahrungen und Fertigkeiten aus dem Alltag des Kindes vorhanden seien (vgl. Moser Opitz 2001; Radatz, Schipper 1983; Piaget 1969; Wittmann 1982).

Dennoch verblasste unter dem Einfluss der Piagetschen Theorie die Bedeutung des Zählens für die Ausbildung des Zahlbegriffs. Moser Opitz führt dies darauf zurück, dass Piaget dem Zählen selbst keine große Bedeutung zugemessen habe, wohl aber dem ordinalen Aspekt. Sie verweist auf Studien, die seit den 80er Jahren vor allem im englischsprachigen Raum die Sichtweise Piagets von der Zählentwicklung aufarbeiten, um deren Bedeutung für mathematisches Lernen herauszustellen (vgl. Moser Opitz 2001, 63).

Dies mag verwundern, weisen doch diverse Studien auf die hohe Zählkompetenz von Schulanfängern hin (Schmidt 1982, 1983; Schmidt, Weiser 1982; Radatz 1982; Hasemann 2001; Caluori 2003). Dehaene bezeichnet das Zählen gar als das „ABC des Rechnens“ und „Schweizer Taschenmesser des Rechnens“ (Dehaene 1999, 140-143). Gewisse Kenntnisse scheinen bei Schulbeginn in der Regel vorhanden zu sein, auch wenn Aufgaben zum operativen Denken noch nicht beherrscht werden. Zu unterscheiden sei allerdings die „Schulmathematik“ von der „Straßenmathematik“, so stellt Schipper zusammenfassend fest und warnt davor, mit der pauschalen Botschaft von der hohen mathematischen Kompetenz von Schulanfängern die Leistungsheterogenität der Schulanfänger zu übersehen (vgl. Schipper 1998).

Innerhalb der Zahlbegriffsentwicklung kommt der Zählkompetenz die Bedeutung eines *Kernstücks* (Schulz 1995) zu. Durch das Zählen kommen Kinder erst zum Rechnen, das bedeutet, dass *alle* Zahlaspekte Gegenstand des Mathematikunterrichts sein müssen. Insbesondere dem Aspekt der Ordinalzahl komme eine deutlich größere Bedeutung zu, als dies in der Praxis häufig der Fall sei, konstatiert Moser Opitz. Sie empfiehlt aus diesem Grund, eher von Zahlbegriffen zu sprechen, als sich mit einem womöglich zu eng gefassten Begriff des „Zahlbegriffs“ festzulegen (vgl. Moser Opitz 2001, 62).

Die Fähigkeit, Mengen durch Zählen zu bestimmen, herzustellen oder zu vergleichen, setzt das Beherrschen von Zählprinzipien voraus, die das Zählen charakterisieren und unverwechselbar machen. Bedürftig und Murawski nennen diese Zählprinzipien, die verschiedentlich für Ansätze, den Erwerb der Zahlwortreihe zu beschreiben, verwendet wurden (u.a. von Kruckenberg 1935, Gelman/Gallistel 1978, (vgl. auch Padberg 1996, 3)).

„Prinzipien des reinen Zählens (bezogen auf die Reihe „1, 2, 3, . . . “)

1. *Anfangsprinzip*
   Zählen beginnt bei 1 (Eins). 1 hat keinen Vorgänger.

2. *Eindeutigkeitsprinzip*
   Zahlen sind eindeutig Zahlen zugeordnet.

3. *Umkehrbarkeitsprinzip*
   Vorgänger sind eindeutig bestimmt.

4. *Endlichkeitsprinzip*
   Zählen ist – nicht immer explizit – begrenzt.

5. *Induktionsprinzip*
   Alle Zahlen entstehen im Prozess des Zählens"
   (Bedürftig, Murawski 2001, 4f).

Fazit der verschiedenen Untersuchungen ist, dass das *Zählen* wesentlich mehr beinhalte als ein *rein mechanisches Aufsagen der Zahlwortreihe* und dass der *Zählvorgang* äußerst *komplex* sei (vgl. Padberg 1996, 3-6).

Mit der Kenntnis über die verschiedenen Zahlaspekte und die Zählprinzipien verfügen Kinder bereits über ein Problemlösungsinstrumentarium zur Bewältigung einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben. Mit diesen Kenntnissen sind Kinder in der Lage, zählend zu rechnen. Radatz beschreibt dies als eine von drei Lösungsstrategien. Darüber hinaus nennt er das Zurückführen von Aufgaben auf bereits bekannte Aufgaben (heuristische Strategien) sowie das Auswendigkennen der Grundaufgaben. Keine dieser Lösungsstrategien sei ausschließlich in Reinform vorzufinden, es gäbe meist Mischformen (vgl. Radatz 1982, 160). Den Lernprozess vom zählenden Rechnen über Ableitungsstrategien beschreibt Radatz wie folgt:

„Bei Schulanfängern und Erstklässlern dominiert die Zählstrategie als Problemlöseinstrumentarium. [...] Zählendes Addieren und Subtrahieren im Sinne von Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen werden bei den Grundschülern als das so genannte „Eins-plus-Eins" bewusst eingeprägt. Auf das zählende Rechnen wird aber nie ganz verzichtet, die Strategie wird rationell bzw. mit dem Zerlegen vermischt" (Radatz 1982, 161-162).

Somit werden nach dem wichtigen und notwendigen Erlernen von Zählstrategien diese durch heuristische Strategien und das Kennen von Grundaufgaben ergänzt bzw. ersetzt. Dem Zählen und dem Zählenlernen kommt eine durchaus höhere Bedeutung zu, als dies manches Schulbuch vermuten lässt. Zur Vertiefung sei auch an dieser Stelle auf die weiterführende Literatur verwiesen (z. B. Janosch 2003, Wie der Tiger zählen lernt) ☺.

1.2.2 Kleines Einspluseins

Die Beherrschung des Kleinen Einspluseins (Wittmann, Müller 1994a) (auch: Kleines Einsundeins (Lauter 1997), Grundaufgaben der Addition (Radatz, Schipper 1983)) ist ein wesentliches Ziel der 1. Klasse. Die vermeintliche Leichtigkeit dieses Stoffes lässt seine fundamentale Bedeutung für den weiteren Mathematikunterricht leicht in der Hintergrund rücken. Ist die Beherrschung dieser Grundaufgaben bereits notwendige Voraussetzung zur Durchführung der schriftlichen Rechenverfahren oder auch eine Erleichterung zur Lösung von Sachaufgaben und Rechengeschichten (s. u.) (vgl. Radatz, Schipper 1983, 71), so scheint es selbstverständlich, dass die Grundaufgaben für später folgende Inhalte des Mathematikunterrichts verinnerlicht sind.

Wenn Lorenz und Radatz (1993) annehmen, dass viele Grundschüler zu den mathematischen Operationen nur wenige Handlungserfahrungen besitzen und deswegen Sachaufgaben nicht in mathematische Gleichungen umsetzen können, so wird man bei Schülern in höheren Schuljahren ähnliche Aussagen treffen können. Lorenz und Radatz nennen drei Lösungsstrategien der Schüler, die sich (inkl. Mischformen) unterscheiden: 1. Zählstrategien, 2. Ableitungsstrategien, 3. Kennen der Grundaufgaben. Ein Fazit ziehen sie, indem sie feststellen, dass das Bewusstmachen und Herausarbeiten der Ableitungsstrategien ein wichtiges mathematisches Unterrichtsprinzip sein sollte (vgl. Lorenz, Radatz 1993, 127-128).

Wittmann und Müller (1994) vermuten, dass ein frühzeitiges Verzichten auf konkrete Materialien Kindern im 1. Schuljahr ein Hindernis sei, Rechenwege und Gesetzmäßigkeiten in der symbolischen Zahlsprache zu beschreiben und zu begründen. Dies sei jedoch ein wichtiges höheres Ziel des Mathematikunterrichts (vgl. Wittmann, Müller 1994a, 33).

Auch Lauter (1997) geht davon aus, dass Erwachsene einfache Rechensätze wie $4 + 2 = 6$ oder $4 \cdot 5 = 20$ unmittelbar wiedergeben können. Jeder Mensch kenne einen mehr oder weniger großen Vorrat von mechanischen Rechensätzen und sei in der Lage, diese Rechensätze trägheitslos zu reproduzieren. Lauter sieht zum einen Vorteile darin, dass solch mechanisches Rechnen schnell verfügbar sei, das Auswendigkennen gar voraussetzungslos sei. Zum anderen nennt er auch Gefahren und Grenzen des mechanischen Rechnens. Der Umfang der von einem Schüler beherrschten Rechensätze sei notgedrungen beschränkt. Darüber hinaus würden gelernte Rechensätze häufig nicht genau kontrolliert und seien daher stark fehleranfällig. Deswegen fordert Lauter die Einsicht in arithmetische Gesetze, auch wenn deren Rolle im Mathematikunterricht viel diskutiert worden sei (vgl. Lauter 1997, 207-208).

„Das Lernen dieser arithmetischen Gesetze ist nie Selbstzweck. Auch die Fachtermini Kommutativgesetz, Assoziativgesetz usw. gehören nicht in den Unterricht, wohl aber die Inhalte der Gesetze selbst. Sie erleichtern und ermöglichen erst das Rechnen im erweiterten Zahlbereich“ (Lauter 1997, 208).

Aspekte des Kleinen Einspluseins

Unter den Aufgaben des kleinen Einspluseins werden im Allgemeinen die Additionsaufgaben mit einstelligen Summanden sowie der 10 als Summand verstanden. Wittmann und Müller weisen darauf hin, dass in der mathematischen Theorie der Stellenwertsysteme nur die Aufgaben mit einstelligen Summanden zum ‚1+1‘ des Zehnersystems gehörten, es aber aus didaktischen Gründen sinnvoll sei, die Aufgaben mit dem Summanden 10 – ähnlich dem Faktor 10 im Kleinen Einmaleins – dennoch zum kleinen Einspluseins zu rechnen (vgl. Wittmann, Müller 1994a, 43).

Ziel des kleinen Einspluseins ist es, einen Überblick über den Zahlenraum bis 20 zu besitzen, die Rechensätze des kleinen Einspluseins und deren Beziehungen untereinander zur Verfügung zu haben, um für komplexere Inhalte auf dieses Grundwissen zurückgreifen zu können. Aus diesem Grund halten Wittmann und Müller nicht die Ergebnisse, sondern schlicht die Aufgaben des Kleinen Einspluseins in einer ‚Plus-Tafel'(siehe Abb. 1.3), die aus der ‚1+1-Tabelle' (siehe Abb. 1.2) gewonnen wird, fest. Sie nennen mehrere Vorteile dieser ungewöhnlichen Anordnung in Rautenform:

- „Die Ergebnisse der Aufgaben werden **in Leserichtung** von links nach rechts größer. Untereinander stehende Aufgaben haben stets das gleiche Ergebnis.
- Die für Schüler schwierigeren Aufgabenserien (beide Summanden ändern sich) sind in den Hauptrichtungen von links nach rechts und von oben nach unten angeordnet.
- Die für Schüler leichteren Aufgabenserien (nur ein Summand ändert sich) stehen in den etwas ungewohnten Diagonalen.

Unsere Plus-Tafel stellt somit den operativen Zusammenhang zwischen den 121 **Aufgaben** des „1+1" und nicht zwischen deren Ergebnissen in den Vordergrund. Dies ist für den Lernprozess günstiger" (Wittmann, Müller 1994a, 44).

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Abb. 1.2: Einspluseinstabelle (Wittmann, Müller 1994a, 44)

Die Autoren nennen darüber hinaus die verschiedenen Aspekte von so genannten Kernaufgaben, die zum Teil durch farbige Markierung eine besondere Beachtung finden können. Genannt werden Verdopplungsaufgaben, Plusaufgaben mit 5, Zehnerergänzungen, Fünfer- bzw. Fünfzehnerergänzungen und Randaufgaben.

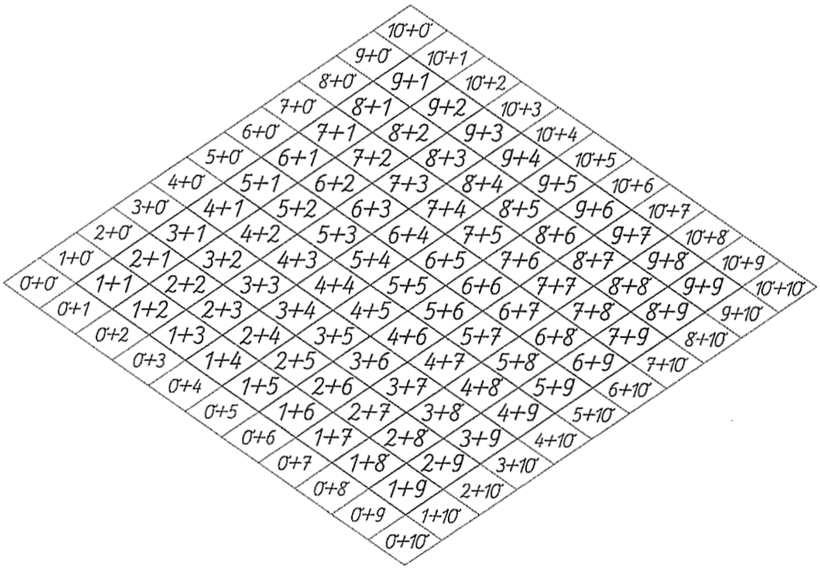


Abb. 1.3: Einspluseinstafel (Wittmann 1995, 27)

Einen Überblick über die mathematischen Grundlagen des Kleinen Einspluseins geben Bedürftig und Murawski (2001). Sie beschreiben darüber hinaus ausführlich die verschiedenen Entwicklungsschritte, die vom Zählen zur Addition in Form des Kleinen Einspluseins führen. Dies ist an dieser Stelle von besonderem Interesse, da einige Schüler der Hauptschule möglicherweise Schwierigkeiten mit einem dieser Entwicklungsschritte gehabt haben könnten, eine daraus folgende Analyse des genauen Wegs hilfreich sein könnte.

„Die Addition entsteht aus dem Weiterzählen. Die zunehmende Flexibilität des Weiterzählens und die Speicherung der Ergebnisse daraus entwickeln sich in enger Verbindung mit den Anwendungen des Zählens. Wir geben einige Stationen auf dem langen Weg vom Zählen zur Addition noch einmal an:

- Elementarste und elementare Strategien des Weiterauszählens.
- Aufwärtszählen ab zunächst kleinen, dann größeren Zahlen.
- Weiterauszählen mit Gegenständen.
- Weiterauszählen an Repräsentanten von Gegenständen (z. B. Fingern).
- Weiterzählen z. B. ab 3 um 5, d. h. mit 4 beginnend zählen und parallel dazu bis 5 auszählen.
- Funktionales Weiterzählen z. B. ab 3, das die einzelnen Weiterzählprozesse der vorherigen Station verbindet.
- Funktionales Weiterzählen z. B. um 3, d.h. sichere Anwendung des Plusoperators $\boxed{+3}$ von beliebigen Zahlen aus.

Den Übergang zur Addition stellen wir uns vor als Einprägung der Ergebnisse aus den Strategien des Weiterzählens in Kombination mit anderen Strategien“ (Bedürftig, Murawski 2001, 114-115).

Kleines Einsminuseins
Im Anschluss an die Erarbeitung der Aufgaben des Kleinen Einspluseins lassen sich die Aufgaben des Kleinen Einsminuseins – also aller Subtraktionsaufgaben bis 20 – thematisch behandeln, um die operativen Zusammenhänge in diesem Zahlenraum zu erfassen. Lorenz und Radatz stellen eine ‚1–1-Tafel' ähnlich der ‚1+1-Tafel' auf, um auch hier Kernaufgaben und Zusammenhänge zwischen Aufgaben zu bearbeiten (siehe Abb. 1.4). Insbesondere rechenschwache Schüler bräuchten beim Üben der Grundaufgaben keine eingekleideten Aufgaben, die sich durch Farbigkeit, äußere Vielfalt oder auch Ausschneiden, Aufkleben und Einfärben auszeichneten, sondern sie bräuchten vielmehr eine strukturierte Zusammenstellung, um hilfreiches Wissen konstruieren und operative Beziehungen erkennen zu können. Erst dann schließe sich sinnvolles und intensives Üben an (vgl. Lorenz, Radatz 1993, 133-134).

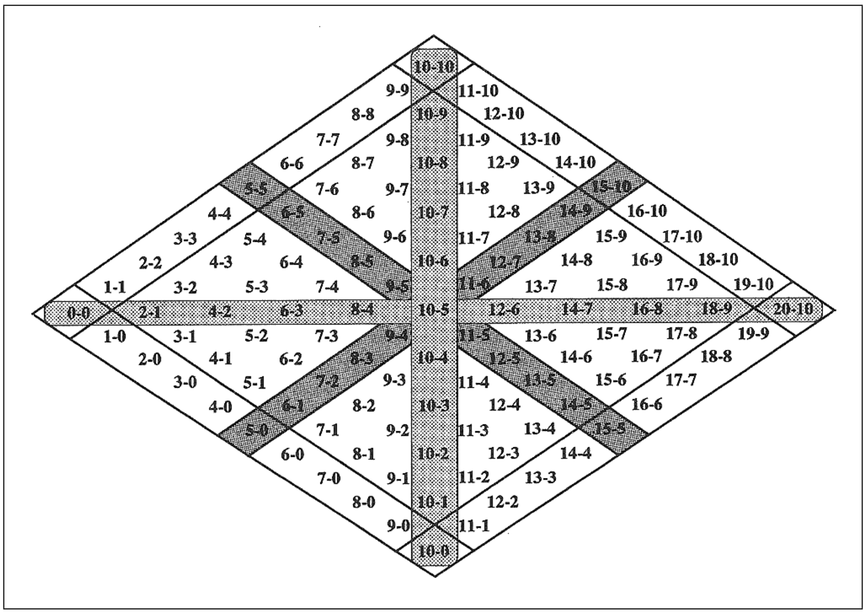


Abb. 1.4: Einsminuseinstafel (Lorenz, Radatz 1993, 133)

Zwischen den Operationen *Addition* und *Subtraktion* steht die Operation der *Ergänzung,* die die eigenständigen Operationen Addition und Subtraktion zusammenführt. Das Ergänzen löst bei der *schriftlichen Subtraktion* sogar die eigentliche Subtraktion ab, es wird mittels „Plus-Sprechweise" ergänzt – ein Abziehen ist nicht mehr erkennbar. Bedürftig und Murawski verstehen das *Ergänzen* als eigenständige Rechenoperation, die mit ihrer Beherrschung in das *Kleine Einsbiseins* mündet. Mit dieser Erweiterung wird das Verständnis der Zusammenhänge zwischen den ‚klassischen Rechenoperationen' möglicherweise erleichtert, erst auf diese Weise kann die Handhabung aller drei Variablen der Addition als vollständig angesehen werden: „$3 + 5 = \square, 3 + \square = 8, \square + 5 = 8$" (Bedürftig, Murawski 2001, 160ff). Diese

Überlegungen bilden die Grundlage für einige Anmerkungen zum grundsätzlichen Verständnis operativer Beziehungen, die im folgenden Abschnitt geschildert werden.

1.2.3 Operative Beziehungen

Nach der Erarbeitung des *Kleinen Einspluseins* und der Erarbeitung des *Kleinen Einsminuseins* steht die Verknüpfung dieser beiden grundlegenden Rechensatz-Sammlungen, das *Kleine Einbiseins* kommt in der Schule derzeit nicht vor..

In Schulbüchern ist häufig eine klare Trennung von Inhalten wie dem Einspluseins und dem Einsminuseins zu sehen. Lerninhalte werden für sich gegliedert aufbereitet und den Schülern präsentiert. Insbesondere bei lernschwachen Schülern herrscht dieses Prinzip der *Isolierung der Schwierigkeiten und Vorgehen in kleinen Schritten* vor (s. 1.1 und vgl. Scherer 1995, 57ff). Dies birgt möglicherweise die Gefahr, dass die Schüler keine Übersicht über das gewinnen, was erwachsenen Menschen höchst logisch erscheint (vgl. Moser Opitz 2001; Wittmann 1994).

Bereits 1916 plädierte Kühnel für die gemeinsame Betrachtung der Operationen Addition und Subtraktion.

> „Sind die rechnerischen Operationen soweit vorbereitet, so können sie nun auch mit Hinzunahme des zahlenmäßigen Ergebnisses betrieben werden. Wir empfehlen dabei, Addition und Subtraktion zusammen zu nehmen. Da die erste Form auch der folgenden Übungen darin besteht, den wirklichen Vorgang an wirklichen Dingen auszuführen, und da der Sinn der beiden Operationen infolge der früheren Übungen als völlig erfasst vorausgesetzt werden muss, so ist dies Zusammennehmen von Addition und Subtraktion von vornherein möglich“ (Kühnel 1950, 114).

Dass die Operationen Addition und Subtraktion zunächst für sich verschiedene Bereiche betreffen, wurde oben dargestellt. Dass sie jedoch ein gemeinsames System von Zahlbeziehungen ausmachen, muss auch im Unterricht thematisiert werden. Andernfalls geraten Schüler in die Gefahr, allzu rezepthaft und ohne Verständnis Regeln anzuwenden, die keinen Überblick auf die Zusammenhänge erlauben.

Notwendig ist also ein Ausarbeiten der Rechensätze zu einer flexiblen Handhabung, die eine variable Kombination ermöglicht. Wie schon beim *Kleinen Einspluseins* (s. 1.2.2) beschrieben, geht es darum, dass beispielsweise Verdopplungsaufgaben, Plusaufgaben mit 5, Zehnerergänzungen, Fünfer- bzw. Fünfzehnerergänzungen und Randaufgaben angesprochen werden um sie mit entsprechenden Aufgaben aus dem Kleinen Einsminuseins zu verknüpfen.

Dieses Verständnis findet sich wieder im Operativen Üben (z. B. Radatz, Schipper 1983, 197ff) oder auch Produktiven Üben (z. B. Wittmann, Müller 1994a, b). Abgeleitet aus der genetischen Erkenntnistheorie Piagets geht der Begriff „operatives“ oder „operatorisches“ Üben zurück auf Aebli (1963) sowie Fricke (1959) (vgl. Radatz, Schipper 1983, 197) (siehe auch Abbildung 1.5).

> „Statt isolierter Kenntnisse (Prinzip von der Isolierung der Schwierigkeiten) ist es das *Ziel* des operativen Übens, bewegliches Denken herauszubilden, den Schüler Zusammenhänge erkennen zu lassen und ihn damit in die Lage zu versetzen, auch komplexere Ganzheiten bewältigen zu können.

Grundtypen des operativen Übens sind *Tauschaufgaben, Probe- oder Umkehraufgaben, Nachbaraufgaben* und *Zerlegungsaufgaben*" (Radatz, Schipper 1983, 198).

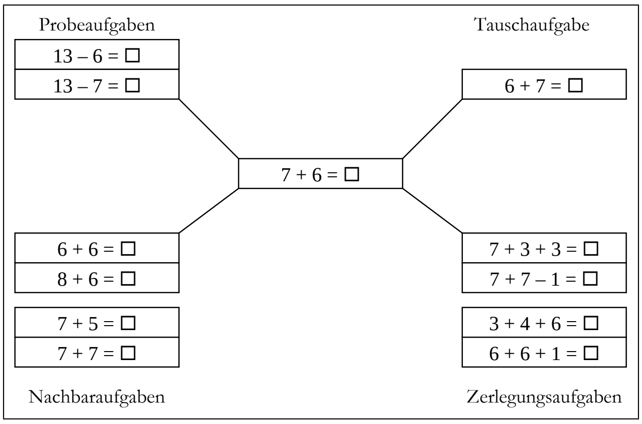


Abb. 1.5: Grundtypen des Operativen Übens (Radatz, Schipper 1983, 199)

In diesem Zusammenhang spielt die Betrachtung des Gleichheitszeichens eine besondere Rolle. Im Allgemeinen mit der Addition eingeführt wird es von Schülern – aber auch Eltern – gern im Sinne von „ergibt" oder „macht" gedeutet. Es nimmt sozusagen eine Trennung von Aufgabe und Ergebnis vor. Wenn jedoch Platzhalteraufgaben erarbeitet werden sollen, bei denen das Ergebnis bereits bekannt ist, kann diese Deutung des Gleichheitszeichens nicht bestehen, sondern muss zu Verständnisschwierigkeiten führen. Es gibt Schüler, die auch diese Aufgaben in einer Art „Ergebnis-hinten-Strategie" rechnen. Sie nutzen schlicht die vorhandenen Zahlen und das Rechenzeichen, um das Ergebnis zu berechnen. Z. B. wird $8+\boxed{} = 15$ mit dem Ergebnis 23 gelöst. Dass aus solch einem Verständnis Schwierigkeiten erwachsen, ist offensichtlich. Sachrechnen oder Betrachtung von Ungleichungen werden äußerst problematisch – es muss eine Umdeutung des Gleichheitszeichens erfolgen (vgl. Padberg 1996, 88-89).

Eine Hilfe auf dem Weg zu einer flexiblen Handhabung der Rechensätze (auch bezogen auf Multiplikation und Division) ist es, Aufgaben zu Ergebnissen zu finden. Formal gesehen entspricht dies einer Aufgabe mit zwei Platzhaltern, dies muss aber sicherlich nicht derart thematisiert werden. Auch Aufgabenstellungen, die kein Rechenzeichen vorgeben, aber aus drei Zahlen bestehen, sind denkbar (Finde Aufgaben zu den Zahlen 7, 8 und 15). Erst daraus folgend kann in Aufgaben versucht werden, zu je 2 Zahlen die 3. Zahl zu ermitteln (Regularität).

Eine weitere mögliche Hilfe auf diesem Weg kann der von Lorenz beschriebene Zahlenstrich („leerer Zahlenstrahl") sein, auf dem die Operationen im Zahlenraum schematisch angedeutet werden (siehe Abbildung 1.6).

„Der Umgang mit verschiedenen, selbst konstruierten Zahlenstrahlen führt auch dazu, dass die Zahlen in der Vorstellung der Schüler keine feste räumliche Beziehung einnehmen, sondern eine variable" (Lorenz 1997, 98).

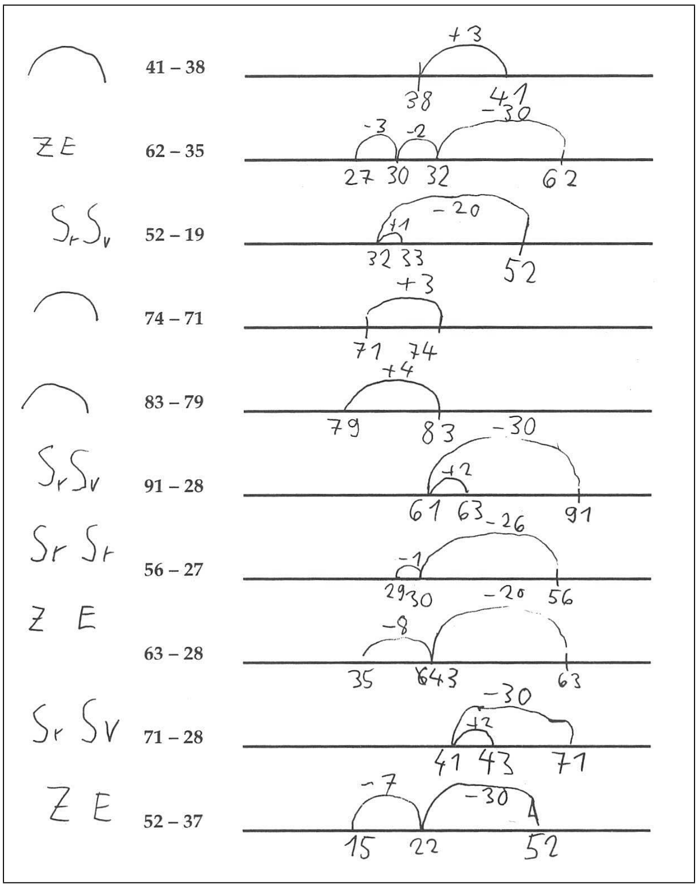


Abb. 1.6: Operationen auf dem Zahlenstrich (Lorenz 1997, 97)

Für das Erkennen operativer Beziehungen ist im Zusammenhang mit dem Zahlbegriff etwas notwendig, das im anglo-amerikanischen Raum als „number sense" beschrieben wird. Eine klare Übersetzung oder Definition dessen, was damit gemeint ist, scheint es laut Lorenz nicht zu geben. Die Originalausgabe von Stanislas Dehaene (1999) mit dem Titel *The Number Sense* wurde übersetzt mit *Der Zahlensinn.* Lorenz drückt dies mit dem Begriff *Zahlengefühl* aus. Evtl. lässt sich dies beschreiben als eine Art *Gespür für Zahlen,* das er mit einigen Charakteristika näher bezeichnet. Folgend werden einige solcher Charakteristika genannt, die im Sinne von (Grund-) Kompetenzen die Fähigkeit zur Orientierung in der Zahlenwelt ausmachen.

- „Zahlen zusammenzusetzen und zu zerlegen, flexibel zwischen verschiedenen Repräsentationen zu wechseln und zu erkennen, wann eine Repräsentation günstiger als eine andere ist;
- die relative Größe von Zahlen zu erkennen (5 – 3 ist dasselbe wie 125 – 123, aber relativ sehr unterschiedlich);
- mit der absoluten Größe von Zahlen umzugehen (Kann ich 120 Pfennigstücke in der Hand halten? Passen 500 000 Kinder in die Turnhalle?);

- mit leichteren Zahlen zu rechnen ($97 + 95$ sollte etwas weniger als 200 sein, da jede Zahl knapp unter Hundert liegt);
- Zahlen- und Operationssymbole in bedeutungshaltiger Weise zu verbinden, d. h. mit Zahlen und Operationen Größenvorstellungen und Handlungen zu verknüpfen;
- die Effekte von Operationen zu verstehen (Veränderungen im Ergebnis kompensieren zu können, gleichsinniges und wechselsinniges Verändern bei Addition und Subtraktion positiv einsetzen);
- Kopfrechnungen mit Hilfe eigener Strategien unter Ausnutzung numerischer Eigenschaften durchführen zu können;
- Zahlen flexibel verwenden zu können, um Abschätzungen über ein Ergebnis vorzunehmen; z. B.: Ist die Summe zweier Zahlen größer als 100 oder nicht? 1468 : 34 wird abgeändert zu 1400 : 35, da beides durch 7 teilbar ist, also 200 : 5 als gute Näherung;
- prinzipiell Zahlen und ihren Beziehungen Bedeutung zu verleihen (vgl. *Trafton,* 1992)" (Lorenz 1997, 94-95).

Es geht Lorenz nicht darum, dieses *Zahlengefühl* als Unterrichtsgegenstand zu behandeln, es wohl aber als Hintergrund- oder auch Leitgedanken bei der Planung und Gestaltung vielfältiger Erfahrungsmöglichkeiten für den Unterricht einzubeziehen. Für Zahlbeziehungen gibt es vielfältige Veranschaulichungshilfen, die eine Entwicklung des Zahlengefühls fördern könnten (vgl. Lorenz 1992). Dies geschehe jedoch nicht von selbst – und auch nicht immer im Sinne des gewünschten Ziels.

„Die Veranschaulichungsmittel zu sehen, sie lediglich wahrzunehmen, ist nicht hinreichend, denn die arithmetische Struktur, die Beziehung zwischen den Zahlen, ist nicht schlicht ablesbar. Sie entsteht erst im Kopf des Kindes. Wir Erwachsene „sehen" die Struktur an der Hundertertafel, an der Rechenmaschine, an der Perlenkette oder anderen Darstellungen, weil wir sie bereits kennen. Die Kinder kennen sie noch nicht. Sie sehen Punkte, Kugeln, Felder, die für sie zuerst keine Beziehung, keine immanente Struktur aufweisen" (Lorenz 1997, 95).

„Jeder Versuch, mathematische Operationen durch symbolisierte Handlungen bzw. deren figurative Darstellungen zu Veranschaulichungen, isoliert die Operationen aus ihrer Gruppierung und verfälscht sie in der Erkenntnis des Lernenden zu einer „Gewohnheit". Das Üben solcher Gewohnheiten behindert das mathematische Denken in seiner Entwicklung und das Interesse an der abstrahierenden Denkform der Mathematik" (Jetter 1982, 66-67).

Ein allzu schematisches Vorgehen, ein verfrühtes Einsetzen schriftlicher Standardverfahren kann ohne den Aufbau eines flexiblen Überblicks, ohne die Bedeutung dieser Verfahren erfasst zu haben, verhindern, dass ein Zahlengefühl entsteht. Im Gegenteil: die Verfahren verhärten sich zu vermeintlichen Hilfsmitteln, die ohne „Sinn" eingesetzt werden (vgl. Lorenz 1997; Spiegel, Selter 2003).

Eine sinnvolle Anwendung dieses mathematischen Denkens und Vorstellens kann im Bereich von Sachaufgaben erfolgen. Nur wenn der Bezug zur erlebten Wirklichkeit der Schüler erfolgt, kann Mathematik betrieben werden. Notwendig ist dazu allerdings das – zumindest ansatzweise – Vorhandensein der Fähigkeit zum mathematischen Denken. Hasemann und Stern weisen darauf hin, dass das erfolgreiche Lösen von Textaufgaben davon abhänge, wie Schüler in der Lage seien, die ihnen beschriebenen Situationen mit mathematischen Mitteln zu beschreiben, also mit vorhandenem Wissen entsprechende mentale Modelle zu konstruieren (vgl. Hasemann, Stern 2002, 222-223).

„Mathematisches Denken entwickelt sich im Zusammenhang der Bewältigung wirklicher Probleme, die erst schrittweise zu mathematischen Problemen werden“ (Jetter 1982, 66).

Das Bearbeiten von Rechengeschichten – auch das eigenständige Erfinden von Rechengeschichten – macht es Schülern möglich, sich eine eigene Vorstellung von mathematischem Handeln zu erarbeiten, indem sie die geforderten Rechnungen mit mentalen Repräsentationen verknüpfen (Hasemann, Stern 2002). Im Zusammenhang mit realen Situationen bekommt das Vorstellen eines Größenbereichs oder eines Zahlenraums sowie das mentale Bewegen in Zahlen- und Größenräumen eine Bedeutung und kann als Mathematisieren umweltlicher Situationen verstanden werden (vgl. Winter 1980; Radatz, Schipper 1983).

1.2.4 Stellenwert

Das Verständnis des Stellenwertsystems gehört zu den fundamentalsten Kenntnissen, um erfolgreich Mathematik betreiben zu können. Viele Methoden, Algorithmen und Regeln greifen auf dieses Verständnis zurück, erhalten im Allgemeinen erst einen Sinn durch die Prinzipien des Stellenwertsystems (schriftliche Rechenverfahren, Nachkommastellenregel u. a.). Im Speziellen wird insbesondere für die Einführung der Dezimalbrüche und das Rechnen mit diesen eine Erweiterung des Stellenwertsystems benötigt – obwohl sie streng genommen keine Erweiterung ist, sondern lediglich weitere Positionsbezeichnungen einführt.

Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die Problematik des Stellenwertsystems (im Wesentlichen bezogen auf das dezimale System) gegeben. Es soll deutlich werden, dass keineswegs trivial ist, was jedermann trivial erscheint – nämlich dass nach der *neun* die *zehn* folgt. Was sprachlich eine aufeinanderfolgende Kombination zweier verschiedener Worte ist, stellt in der Notation mit Ziffern bereits etwas Besonderes dar. Benötigt man im Verlauf der weiteren *Zahlwortreihe* zusätzliche Zahlwörter oder auch nur Zahlwortfragmente – Bedürftig und Murawski sprechen von Zahlworten und Zahlstufenworten (vgl. Bedürftig, Murawski 2001, 177) – so werden bereits nach dem Zählen von 0 bis 9 keine weiteren Zeichen für die Notation der Zahlen mit Hilfe von Ziffern benötigt. Zwar gemeinhin gesprochen als „neun“ und „zehn“ müssten die Zahlen 9 und 10 zunächst als „neun“ und „eins null“ gelesen werden. Dies mag dem Leser seltsam vorkommen, macht aber bereits an dieser Stelle des ersten Auftretens die Besonderheit des Stellenwertsystems deutlich.

In der sprachlichen Variante des Zählens begegnet man dem Stellenwertsystem nur teilweise. Die Inkonsistenz des Zählens mit Zahlworten im Abschnitt der Zahlwortreihe bei *acht – neun – zehn – elf – zwölf – dreizehn* macht nicht die Besonderheit zwischen 9 und 10 deutlich, die auf symbolischer (Ziffern-) Ebene klar erkennbar ist. Erst die Zahlen nach der Stufe zur *Zwanzig* lassen auch auf der sprachlichen Ebene eine Zehnerstruktur erkennen – obwohl die Zahlwortbestandteile selbst *(Zwanzig, Dreißig, Vierzig)* keinen direkten Hinweis darauf erlauben. Die Kombination dieser Zahlworte als Endsilben mit den bekannten Zahlen kann als eine Art degeneriertes Stellenwertsystem im Sinn einer Projektion gedeutet werden. Dies scheint Kinder häufig dazu zu bewegen, eigene Zahlkonstruktionen zu entwickeln und die Zahlwortreihe in eher ungewohnter Weise fortzusetzen (... Zehnundzwanzig, Elfundzwanzig, ...) (vgl. Bedürftig, Murawski 2001, 179).

Die Inkonsistenz zwischen der Notation in Zahlworten und der Notation in Ziffern kann zu Schwierigkeiten führen, wenn auf die Unterschiede nicht ausreichend deutlich eingegangen wird. Ein Vergleich mit den Unterschieden von Zahlworten und Ziffern in anderen Sprachen kann ähnliche Probleme zeigen (z. B. französisch) aber auch eine konsistentere Umsetzung darstellen (z. B. japanisch) (vgl. Maier, Senft 1983; Krauthausen, Scherer 2001; Spiegel, Selter 2003).

Die sprachliche Darstellung der Zahlwortreihe ist als eine additive Kombination aus Zahlworten und Zahlstufenworten zu verstehen. Die Unendlichkeit der natürlichen Zahlen lässt die Zahlworte mit zunehmender Größe der Zahlen durch die Addition der einzelnen Zahlwortfragmente immer länger werden, benötigt jedoch gleichzeitig für größer werdende Stufen immer neue Stufenzahlen. Für die Darstellung sehr großer Zahlen als Worte werden somit immer neue Worte zu konstruieren sein, damit sogenannte Individualwörter zur Kennzeichnung genau dieser großen Zahlen enstehen. Die Menge der Zahlwortbestandteile ist damit nicht begrenzt. Das römische Zeichensystem *(I, II, III, IV, V, ..., X, ..., L, ...)* bedient sich in ähnlich additiver Weise kurzer Symbole anstelle der Zahlworte und Zahlwortfragmente, kommt jedoch auch nicht mit einem begrenzten Zeichenvorrat aus, sondern muss für sehr große Zahlen stets erweitert werden.

Ein anderes Konzept als bei den römischen Zahlzeichen verfolgt die Notation der Zahlen durch die uns wohl bekannte indisch-arabische Notation in einem System aus Ziffern und Positionen. Die Eindeutigkeit der Zahlen wird durch die Ergänzung erreicht, dass ein und dasselbe Zeichen an verschiedenen Positionen innerhalb einer Ziffernfolge verschiedene Werte darstellt. Unbesetzte Positionen einer Zahl werden durch eine Null gekennzeichnet – bei rein additiven Darstellungen nicht notwendig – besetzte Positionen mit einer Ziffer zwischen 1 und 9. Dadurch kommt man mit einem begrenzten Zeichenvorrat aus, man benötigt für dieses *Dezimalsystem* lediglich die Zeichen (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Damit sind auch sehr große Zahlen darstellbar, ohne neue Zeichen erfinden zu müssen – auch, wenn die Zahlen sehr lang werden können (vgl. Maier, Senft 1983, 15-19).

Der Algorithmus der Zahldarstellung lässt sich – zumindest gedanklich – beliebig weit fortsetzen. Erst durch diesen Schritt im Verständnis der Zahldarstellung kann es gelingen, eine Vorstellung von einem unendlich großen Zahlenraum zu erhalten (vgl. Bedürftig, Murawski 2001, 182; vgl. Stern 1998, 73).

Mathematisch formal wird das Dezimalsystem durch die endliche Menge M von genau 10 Individualzeichen, die Ziffern genannt werden, dargestellt: $M =$

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Aus diesen Elementen der Menge M lassen sich unendlich viele endliche Folgen von Ziffern durch Aneinanderreihung von links nach rechts bilden. *Alle* Folgen, deren Anfangsglied von Null verschieden ist, bilden gemeinsam die Menge F. Das dezimale Stellenwertsystem lässt sich dadurch kennzeichnen, dass sich alle natürlichen Zahlen der Menge $\mathbb{N}$ durch eine bijektive Abbildung auf die Menge F der zulässigen Ziffernfolgen abbilden lassen (vgl. Oberschelp 1976, 43). *Jede* natürliche Zahl kann somit eindeutig und unverwechselbar dargestellt werden. Maier und Senft weisen darauf hin, dass man durch die Gewöhnung an die Darstellung der natürlichen Zahlen durch die mit Hilfe der bijektiven Abbildung gewonnenen Ziffernfolgen sofort an die natürliche Zahl denke, ohne sich über den Zwischenschritt der Darstellungsweise Rechenschaft abzulegen. Als Beispiel führen sie an, dass man zwar von der Zahl *Fünfhundertzweiundneunzig* als dreistelliger Zahl spreche, sich das Adjektiv „dreistellig“ aber lediglich auf die Darstellung der dezimalen Ziffernschreibweise bezöge (vgl. Maier, Senft 1983, 24-25). Weder die natürliche Zahl selbst noch das Zahlwort können direkt mit diesem Adjektiv gekennzeichnet werden.

Zur Veranschaulichung kann eine Darstellung im Registerbrett dienen. Das Registerbrett besitzt Felder, in denen durch Plastikmarken die einzelnen Stellen belegt werden können. In jedem Feld dürfen im dezimalen System maximal neun Marken enthalten sein. Kommt eine zehnte Marke hinzu, wird statt der zehn Marken eine Marke stellvertretend für diese zehn Marken im Feld links daneben platziert. Man „bündelt“, indem ein Stellvertreter für 10 Plättchen ein Feld weiter links platziert wird. Dies entspricht einer Darstellung des Zahlensystems, die in einem Modell veranschaulicht wird. Durch Weiterzählen (jeweils ein Plättchen dazulegen und die entstandene Zahl bestimmen) kann der Prozess des Bündelns verdeutlicht werden. In Abbildung 1.7 ist die Zahl 135 dargestellt und steht stellvertretend für 135 einzelne Plättchen.

				●	●● ●	●● ●● ●
1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1

Abb. 1.7: Schematische Darstellung der Zahl 135 in einem Registerbrett

Bei der Darstellung im Registerbrett ergibt sich die Schwierigkeit, dass jeweils zusammenzufassende Marken kaum simultan erfasst werden können. Nicht nur aus diesem Grund bietet es sich an, das Prinzip des Bündelns und Entbündelns auch mit kleineren Basen (also Zeichenmengen mit weniger Elementen) durchzuführen. Um eine Abstraktion vom System der bekannten Ziffern zu erreichen, können die Elemente der Basis durch Buchstaben, Zeichen oder andere Worte ersetzt werden. Führt eine Verwendung der Ziffern *111* in einem anderen System als dem Dezimalsystem noch leicht zur Benennung *Einhundertelf*, so ist dies bei der Verwendung von Buchstaben, anderen Symbolen oder einer ‚fremden Sprache' nicht mehr der Fall. Als mögliche Konsequenz könnte man die Zahlworte *ki sua he* und *li* verwenden. Es handelt sich wegen der vier Elemente um ein Vierersystem, kann aber nicht zu Verwechslungen mit dem Dezimalsystem führen, da die Zahlworte *eins zwei, drei* und *null* nicht vorkommen. Ein Zählen mit diesen Zahlworten ergäbe nun also folgende mögliche Zahlwortreihe: *ki – sua – he – kili – kiki – kisua – kihe – suali – suaki – suasua – suahe – heli* usw.

Dies lässt sich auch in entsprechender Weise mit Symbolen für die Silben durchführen. Mit Hilfe dieser ‚fremden Sprache' lassen sich nun Zahlbeziehungen erforschen. Durch Vergleichen der Silben kann man Nachfolger oder Vorgänger einer Zahl bestimmen. Ebenso lassen sich zwei Zahlen auf ihre Anordnung bestimmen, man kann genau feststellen, welche Zahl größer und welche kleiner ist. Dabei ist es wichtig, dass die Reihe *ki sua he (li)* in ihrer Reihenfolge bekannt ist. Die anderen Unterscheidungen ergeben sich aus den Stellen, an denen die Silben stehen (vgl. Maier, Senft 1983; Mittelberg 1997).

Bedürftig verweist auf andere Arten der Zahldarstellung, indem er z. B. das Rechnen der alten Griechen nennt. Man solle sich das Rechnen im Buchstabenraum bis z vorstellen und die folgenden Fragen lösen: „Was ist e + h? Oder t − k? Oder d · g? Geht x : f oder nicht?" Seine Vermutungen gehen dahin, dass man wohl leicht die Finger zu Hilfe nähme oder sich in den Zahlenraum bis 26 retten könnte. Anregungen, die Lernschwierigkeiten verständlich machen könnten, seien folgende:

„Irgendwie haben wir das kleine ‚a+a' nicht gelernt. Wir können noch nicht mal ‚anständig' zählen, d. h. das Alphabet aufsagen: Haben Sie es mal in Schritten versucht, z. B. in c-er Schritten? Können Sie das Alphabet fließend rückwärts? Haben wir einen unterentwickelten Buchstabenbegriff? Und ob! Welche Mengenvorstellung verbinden Sie mit e? Kennen Sie den g-er Stab? Wo waren Sie vor n Tagen? Welcher Wochentag ist der k.g.?" (Bedürftig 1992, 54).

Zu speziellen Möglichkeiten dieser Ansätze in der Förderung bei Schülern mit Schwierigkeiten im Verständnis des Stellenwertsystems sei auf die angegebene und weiterführende Literatur verwiesen (Hughes 1986; Maier, Senft 1983; Krauthausen, Scherer 2001; Radatz u. a. 1999; Spiegel, Selter 2003; Mittelberg, Jetter 2000; Mittelberg 1997; Bedürftig, Mittelberg 2002, u.a.).

Im Zusammenhang mit der Einführung der Dezimalzahlen wird es notwendig, diese Grundlagen über das Verständnis des Stellenwertsystems aufzugreifen und auszubauen. Die feinere Unterteilung von Zahlen beim Gebrauch von Größen und Maßzahlen macht es notwendig, die Stellenwertschreibweise zu überdenken und zu erweitern. Die bisher sinnvolle Gewohnheit, Zahlen durch rechtsbündiges Notieren zu sortieren und zu ordnen, muss wegen der Hinzunahme weiterer Stellen – der Bruchteilstellen – aufgegeben werden. Für die Markierung der einzelnen Stellenwerte muss eine neue Markierung geschaffen werden, die deutlich macht, dass zwar das Prinzip des Bündelns und Entbündelns auch nach rechts hin fortgesetzt werden kann, jedoch einzelne Stellen weiterhin nur mit Stellen der gleichen Position verglichen werden dürfen. In der bekannten Schreibweise wird dies das Komma sein, doch kann dies zunächst durch andere Möglichkeiten – evtl. deutlichere Markierungen auf der Stellenwerttafel oder dem Registerbrett und Bezeichnungen der Spalten auf diesen Hilfsmitteln – ersetzt werden, um einen Anknüpfungspunkt an das Verständnis des Stellenwertssystems zu erhalten.

Die Abbildung 1.8 ist bei Maier und Senft entnommen und zeigt eine Erweiterungen des Registerbretts (vgl. Maier, Senft 1983, 30).

...	Hunderter	Zehner	Einer	Zehntel	Hundertstel
	H	Z	E	z	h
	$10 \cdot 10$	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10 \cdot 10}$
	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}

Abb. 1.8: Darstellung einer möglichen Erweiterung des Registerbretts

Zur Vertiefung und unterrichtlichen Gestaltung sei auf die entsprechende Literatur verwiesen, z. B. (Maier, Senft 1983; Müller, Wittmann 1984; Padberg 1995; Bigalke, Hasemann 1978)

1.3 Zusammenfassung

Lernen und mathematisches Lernen sind gekennzeichnet durch eigenständige Bereiche, von denen einige genannt und exemplarisch dargestellt wurden. Die Grundlagen der Bereiche mathematischen Lernens sind im Wesentlichen Bestandteil des Grundschulunterrichts, werden jedoch auch in den darauf folgenden Schuljahren immer wieder aufzugreifen sein (Spiralcurriculum), um die ‚Neuen Inhalte' sinnvoll einführen und vertiefen zu können.

Diese Aspekte mathematischen Lernens bilden ein Netz von Grundlagen, in dem sich ein Schüler sicher und flexibel bewegen können muss, um neue Kenntnisse zu erwerben, diese sinnvoll mit dem vorhandenen Netz verknüpfen zu können. Es müssen Rückgriffe auf das Basiswissen in Form von Umkehrungen möglich sein. Mögen diese Grundlagen noch so trivial erscheinen – sie werden benötigt. Dazu gehört das Zählen, das sichere, flexible Umgehen mit Zahlen und den Grundrechenarten, das Verständnis des Stellenwertbegriffs und einiges mehr.

Ein Beispiel für solch einen Rückgriff lässt sich am Begriff des Stellenwertsystems im Zusammenhang mit den Dezimalzahlen verdeutlichen. Ist die Grundlage des Stellenwertsystems bekannt, lässt sich dieses Verständnis erweitern, um die Möglichkeit der Bruchteile in Stellen darzustellen. Das Prinzip bleibt das gleiche – es wird lediglich ergänzt. Wird jedoch dieser Erweiterung die Basis entzogen – sei es durch Vergessen, mangelhafte Einführung oder andere Versäumnisse – wird das Stellenwertsystem der Dezimalbrüche ein völlig neues Konzept darstellen, das nur wenig mit dem Stellenwertsystem der Grundschule gemein hat.

Werden einzelne Aspekte nur oberflächlich berührt, nicht verinnerlicht oder auch ausgelassen, so kann dies zu späteren Schwierigkeiten in der Bewältigung des mathematischen Lernens führen – Lernstörungen im Bereich der Mathematik sind die Folge.

Im Zusammenhang mit den dargestellten Grundlagen müssten in diesem Kapitel der Vollständigkeit halber auch Anmerkungen zum Zusammenhang von Multiplikation und Division erfolgen. Aufgrund der Tatsache, dass sie in der Untersuchung praktisch kaum eine eigene Rolle spielen, wird auf eine Darstellung verzichtet und auf elementare Zusammenhänge verwiesen, wie sie zu den operativen Beziehungen zur Sprache kamen.

Kapitel 2

Rechenschwäche als Problem des Mathematikunterrichts

Wenn das Lernen wie in 1.1 und 1.2 beschrieben funktioniert, dann sollte auch das Unterrichten der oben genannten Inhalte kaum für Probleme sorgen. Dennoch gibt es immer wieder Schüler, die gewisse Hürden des Lernens nicht von allein überwinden, sondern daran scheitern und schließlich im Wissenserwerb gegenüber ihren Mitschülern zurück bleiben. Gerade der Mathematikunterricht scheint prädestiniert für solche Fälle zu sein. Fragt man in der Gesellschaft, scheint dies jedoch nicht weiter problematisch – von Problemen mit der Mathematik wissen viele zu berichten. Häufig wird sogar mit einem Lächeln darauf verwiesen: „Ach, das habe ich früher auch nicht gekonnt.“ Sind Lernschwierigkeiten in Mathematik also minder schwere Probleme? Kann man Probleme des Rechnenlernens verharmlosend als Kavaliersdelikt bezeichnen? Oder liegt auch hier eine Problematik vor, die evtl. im Feld der Sonderpädagogik anzusiedeln wäre?

In Niedersachsen gibt es eine spezielle Schule für Schüler mit massiven Schwierigkeiten im Bereich des Lernens. Zur Zeit heißt diese Schule *Schule für Lernhilfe.* Die Rahmenrichtlinien aus dem Jahr 1992 nennen noch den alten Namen *Schule für Lernbehinderte.* Offensichtlich wird diese Schule von Schüler besucht, die gewisse Beeinträchtigungen des Lernens auszeichnen. Doch was sind solche Beeinträchtigungen, wann kann man von solchen Beeinträchtigungen sprechen, und was kann man dagegen tun?

Schüler werden an diese besondere Schulform verwiesen, wenn bestimmte Schwierigkeiten in der Regelschule auftreten. Lorenz und Radatz bemerken, dass der Rechenunterricht neben dem Lese-und Schreibunterricht als *das* schullaufbahnentscheidende Fach der Grundschule angesehen werde. Damit entspricht es also keineswegs dem Kavaliersdelikt-Gedanken.

> „Versagt ein Kind hier, verbinden Lehrerinnen aufgrund der vermeintlichen Logik der Inhalte dies häufig zu Unrecht mit Intelligenzmangel, so dass ein Sonderschul-Überweisungsverfahren überlegt wird.
>
> Was ist mit diesen Schülern? Besitzen sie eine Rechenstörung, gar eine Dyskalkulie, ähnlich der Legasthenie? Und was macht nun die Lehrerin, wenn sie diese schöne griechisch-lateinische Diagnose in Händen hält?“ (Lorenz, Radatz 1993, 15).

Im Schulalltag begegnen Lehrerinnen und Lehrer immer wieder Schülern, die durch schlechte Leistungen im Fach Mathematik auffallen. Es ist häufig der Fall, dass diese Kinder in anderen Unterichtsfächern durchaus Leistungen erbringen, die man nicht als schlecht bezeichnen kann, die sogar zum Teil mit *sehr gut* bewertet werden (vgl. Bedürftig, Mittelberg 2002). Wurde lange Zeit die Auffälligkeit des massiven Leistungsunterschieds in verschiedenen Fächern nicht als Problem betrachtet, versucht man nun seit knapp mehr als 20 Jahren immer stärker die Ursachen für diese speziellen Schwierigkeiten im Fach Mathematik zu erforschen.

Rahmenrichtlinien legen einen Rahmen für die Entwicklung der schulischen Leistungen von Schülern fest. Um das Klassenziel zu erreichen, müssen Schüler also gewisse Normen erfüllen. Wie lässt sich jedoch eine Norm für alle Schüler festlegen, wenn die Möglichkeiten und Fähigkeiten einzelner Schüler derart unterschiedlich sind, wie oben geschildert?

Gibt es „eine richtige“ Lösung, Mathematikunterricht zu gestalten? Werden mit dieser Lösung alle Schüler erfasst? Und kann man die Schüler, die es nicht schaffen, diesem Unterricht zu folgen, als *„rechenschwach“* oder als *„Dyskalkuliker“* bezeichnen?

Die Unbekanntheit der *Rechenschwäche* (gegenüber der „Legasthenie“) führte lange Zeit dazu, dass es kaum einen gesellschaftlich-politischen Druck gab, der es ermöglichte, dieses Problemfeld zu erforschen und geeignete Fördermaßnahmen zu entwickeln. Dennoch:

> „Dass es eine Rechenschwäche als isolierte schulische Minderleistung gibt, ist unumstritten, wohl hingegen das, was genauer darunter zu verstehen ist und was dieses Erscheinungsbild bewirkt“ (Lorenz, Radatz 1993, 16).

Obwohl dieses Zitat mittlerweile mehr als zehn Jahre alt ist, scheint immer noch nicht einheitlich geklärt zu sein, was unter *Rechenschwäche, Dyskalkulie* verstanden werden soll – ein Blick in die umfangreiche Literatur zu diesem Thema kann dies verdeutlichen.

2.1 Geschichte der Dyskalkulieforschung

Schon zu Beginn des letzten Jahrhunderts wurden Ursachen von Schwierigkeiten beim Rechnenlernen erforscht. Lobeck (1996) gibt einen Überblick über die verschiedenen Ansätze, Rechenstörungen zu erklären. Er nennt eine Arbeit von *Henschen,* der 1919 die Zusammenhänge von Hirnverletzungen (der 1. Weltkrieg war gerade vorüber) und Rechenstörungen untersuchte. 1924 bis 1930 wurden von *Gerstmann* verschiedene Störungen, die auch die *Rechenschwächen (Akalkulie u. a.)* umfassten, zu einem Syndrom zusammengefasst, das seine Ursache in einer Störung innerhalb der linken Hirnhälfte hatte. Dieses Syndrom bestand u. a. aus den Einzelstörungen *Rechts-Links-Störung, Fingeragnosie, Akalkulie und Agraphie.*

Zur gleichen Zeit äußerte sich *Ranschburg* zur *Rechenleistung von lernbehinderten und geistigbehinderten Schülern.* Aus verschiedenen Untersuchungen ergab sich für ihn das Bild, dass rechenstarke Schüler über ausgesprochen gute visuelle Fähigkei-

Akalkulie, Alexie für Zahlen, Anarithmastenie, Anarithmetrie, Anarithmie, asemanische Aphasie, Dyskalkulie, dysgraphische Dyskalkulie, dyslektische Dyskalkulie, Dysmathematica, Entwicklungsdyskalkulie, Fingeragnosie, Gerstmann-Syndrom, graphische Dyskalkulie, ideognostische Dyskalkulie, Kalkulasthenie, Lernstörung im arithmetischen Verstehen, lexikalische Dyskalkulie, motorisch-verbale Dyskalkulie, operationale Dyskalkulie, Parakalkulie, parietale Dyskalkulie, postläsionale Dyskalkulie, praktognostische Dyskalkulie, Pseudo-Akalkulie, Pseudo-Dyskalkulie, Pseudo-Oligokalkulie, räumliche Akalkulie, sekundäre Akalkulie, sekundäre Dyskalkulie, sekundäre Oligokalkulie, sekundäre Parakalkulie, sensorisch-verbale Dyskalkulie, verbale Dyskalkulie, visuelle Agnosie, Zahlen-Aphasie, Zahlenblindheit, Zahlendysgraphie, Zahlendyslexie, Zahlendyssymbolismus

Tabelle 2.1: Termini für Rechenstörungen (Lorenz, Radatz 1993, 17)

ten verfügten, wogegen die große Mehrzahl der rechenschwachen Schüler in diesem Bereich starke Defizite aufwiesen. Ranschburg bezeichnete dieses Phänomen als *Arithmastenie* (vgl. Grissemann, Weber 1982, 35).

In einer Veröffentlichung von *Hanselmann* (1930) wurden zwar *Legasthenie* und *Rechenschwäche* erwähnt, jedoch als Symptome bei Geistesschwachheit bezeichnet.

Rechenschwäche als *Teilleistungsschwäche* oder *partielle Leistungsschwäche* wurde von *Johnson/Myklebust* (1967), *Weinschenk* (1975), *Lempp* (1979) und *Grissemann/Weber* (1982) definiert (vgl. Lobeck 1996, 75-77).

2.2 Aktuelle Sichtweisen und Erklärungsansätze

Begrifflichkeit

Die Vielschichtigkeit der Erklärungsversuche wird deutlich mit der Vielzahl von Begriffen, mit denen einzelne Ausprägungen von Rechenschwächen bezeichnet werden. Folgt man einer Aufzählung von Lorenz und Radatz (siehe Tabelle 2.1), so gibt es nahezu unzählige Begriffe für für das Phänomen Rechenstörungen. Sicherlich kennzeichnet jeder Begriff mehr oder weniger eine Nuance des gesamten Problembereichs. Aber bei ungenügender Kenntnis der Materie werden diese Begriffe immer weniger hilfreich, je mehr sie nach Fachausdrücken klingen (vgl. Lorenz, Radatz 1993, 17).

Zu Beginn einer Klärung lässt sich an dieser Stelle – auch wenn es zunächst einmal verharmlosend klingen mag – der Begriff *Lernschwierigkeiten in Mathematik* verwenden. Auch dies ist nur bei näherer Betrachtung mit klarem Inhalt zu füllen. Aber aufgrund dessen scheint ein eher harmloser Begriff tragfähiger. Hier gilt es, genau zu bestimmen, wo die Lernschwierigkeiten eines Schülers liegen. Diese sind sicherlich multikausal – das bringt der Begriff fast schon mit sich. Lernen kann nur erfolgen, wenn man sich an gewissen Schwierigkeiten stößt, um darauf mit Verhaltensänderungen zu reagieren (siehe 1.1). Erst dies gibt den Anlass, ‚Neues' – also etwas zu Lernendes – zu akzeptieren und aufzunehmen. Für einige Schüler sind manche Lernschwierigkeiten aber eben nicht Anlass, diese durch eine Neuordnung ihrer kognitiven Strukturen zu beseitigen, sondern erweisen sich als Hürden, die nicht überwunden werden können. Deutlich wird, dass diese Schwierigkeiten beim Rechnenlernen oft eng mit dem Unterricht verbunden sind. Schipper bezeichnet diese unüberwindbaren Hürden innerhalb des Lernprozesses als „besondere Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens", hält hingegen den Begriff Lernschwierigkeiten allein für ungeeignet, da nicht deutlich würde, dass es sich hier um „außer-ordentliche, besondere Schwierigkeiten" handele (vgl. Schipper 2002, 245).

Etwas klarer mag an dieser Stelle der Begriff *Rechenschwäche* klingen. Schulz spricht von *Rechenschwäche als extreme Form von Lernschwierigkeiten* (Schulz 1995, 28). Das Rechnen ist schwach, es muss gefördert werden. Man kann diese Schwäche nur verstehen, wenn man weiß, an welcher Stelle des Mathematikunterrichts gewisse Probleme vorliegen. Kaum ein Kind wird in allen Bereichen des Erstrechnens Schwierigkeiten haben und Lernhürden nicht überwinden können. Es mag sein, dass sich alle im jeweils aktuellen Schulbuch angepriesenen Lernwege als verbaut herausstellen, doch sind das mit Sicherheit nicht alle möglichen Wege. Notwendig ist also eine individuelle Betrachtung der Fähigkeiten dieses Kindes. Und diese werden in der Regel genauso wie die Schwierigkeiten von Kind zu Kind variieren.

Aufgrund ihrer besondere *individuellen* Bedeutung spreche ich auch von *Rechenschwächen* im Plural. Man muss von Fall zu Fall unterscheiden, was genau vorliegt. Es lässt sich kaum eine einheitliche Definition geben, wohl aber, was exemplarisch unter *Rechenschwächen* verstanden werden kann. Fakt ist, dass es Kinder mit *Rechenschwächen* gibt. Kinder, die *schwach* im *Rechnen* sind - nicht mehr, aber auch nicht weniger.

Anderes kann man vermuten bei der Bezeichnung *Dyskalkulie.* Versteht man dieses Fremdwort überhaupt, so klingt es sehr nach einer Krankheit – ist zu diagnostizieren, ist eindeutig, legt fest. Wie bei vielen Krankheiten ist zunächst die Ursache im Kind zu suchen, ein wesentlicher Teil des Umfeldes wird unter Umständen ausgeblendet. Verhängnisvoller noch ist es, wird Dyskalkulie als Merkmal zugeschrieben, geht man von einer Anlage im Kind aus, die einfach vorhanden ist. Allzu schnell mag man Maßnahmen treffen, die einer Symptomvermeidung entsprechen (Befreiung von der Benotung im Mathematikunterricht oder gar Befreiung vom Mathematikunterricht selbst u. ä.), jedoch nicht die Ursachen – soweit wie möglich – angehen.

Die World Health Organization (WHO) kennzeichnet das Phänomen durch die Bezeichnung *‚dyscalculia',* in der deutschen Ausgabe übersetzt mit *Rechenstörung.*

„**Rechenstörung**
Diese Störung besteht in einer umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten, wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnungen benötigt werden“ (DIMDI 1994, 387).

Schipper widerspricht der Nützlichkeit dieser Definition, da die tatsächlichen Probleme nicht beschrieben würden. So seien die Probleme nicht auf Rechenfertigkeiten beschränkt, sondern beträfen auch die Rechenfähigkeiten. Die zwei genannten Ausschlusskriterien (Unangemessene Beschulung, Allgemeine Intelligenzminderung) seien höchst problematisch, da möglicherweise durch diese Kriterien bestimmte Schüler von einer Förderung ausgeschlossen würden, obwohl sie offensichtlich von Störungen im Rechnen betroffen seien (vgl. Schipper 2002, 246-248).

Eine allgemeine Definition von Rechenschwäche geben zu wollen, scheint derzeit nicht möglich. Die Begriffe *Dyskalkulie, Rechenschwäche* und *Rechenstörung* treten laut Schipper am häufigsten auf, können jedoch nicht als wissenschaftlich geklärt gelten (vgl. Schipper 2002, 245).

Aus den verschiedenen Herangehensweisen entstanden mindestens ebenso viele Erklärungsansätze für das Phänomen, dass Menschen bestimmte Schwierigkeiten im Rechnen aufweisen. Einen zusammenfassenden Überblick gibt Lorenz an mehreren Stellen, indem er die Sichtweisen verschiedener Disziplinen vorstellt und erläutert (vgl. Lorenz 1991a, b, 1992, 2003b). Es fällt auf, dass lange Zeit große Differenzen zwischen den verschiedenen Sichtweisen bestanden, die erst in jüngerer Zeit in Modellen zusammenfließen, die einander entsprechen oder sich ergänzen. Zu nennen sind an dieser Stelle insbesondere Ansätze der Neuropsychologie, nach denen in der Vergangenheit Rechenschwäche primär als Symptom mit Krankheitswert (vgl. die Bezeichnung als *Dyskalkulie)* dargestellt wurde, während neuere Ansätze nicht mehr eine derartige Einseitigkeit aufweisen (vgl. Lorenz 2003a; Aster 2003).

Ursachen

Ähnlich wie bei den genannten Termini ist es schwierig, hier von nachgewiesenen oder eindeutigen Faktoren zu sprechen. In der vielfältigen Literatur zum Thema Rechenstörungen findet sich eine unübersichtliche Vielzahl an Ursachenzuschreibungen, von denen viele kaum im Zusammenhang mit mathematischen Inhalten zu sehen sind. Viele Ursachen können als Einflussfaktoren auf das Lernen im Allgemeinen betrachtet werden, also insbesondere auch auf das Mathematiklernen.

„Neben Störungen der visuellen, akustischen und taktilen Wahrnehmung werden sensorische Integrationsstörungen, Orientierungsstörungen, cerebrale Funktionsstörungen, grundlegende Aufmerksamkeitsstörungen, einseitige Hirnhemisphärendominanz, linkshirniges Denken, kortikale Assoziationsdefizite u.v.a.m. als Ursachen für Rechenstörungen angeführt. Wie dies jeweils zu prüfen ist [. . .], wird in der Regel nicht beschrieben.

Die Suche nach Faktoren, die Rechenstörungen verursachen, ist in meinem Augen ein Stochern im Nebel oder – wie Wember dies in einem Vortrag in Bielefeld ausgedrückt hat – ein Suchen nach schwarzen Katzen in dunklen Räumen“ (Schipper 2002, 251).

Schipper weist darauf hin, dass sich solche Ursachen sehr wohl negativ auf Leistungen im Mathematikunterricht auswirken könnten, für sich genommen aber kaum eine Rechenstörung verursachten. Wohl aber machten sie Kinder anfälliger für eine Rechenstörung, bliebe entsprechende Prävention aus (vgl. Schipper 2002, 251). In diesem Sinne scheint es sinnvoll, nach Ursachenfeldern im Umfeld der Schüler zu suchen, um Risikofaktoren auszumachen.

Werden Rechenschwächen im Gesamtzusammenhang solcher Ursachenfelder gesehen, ist es notwendig, die Abhängigkeiten solcher Ursachenfelder zu beschreiben. In den Publikationen der letzten Jahre finden sich verschiedene Darstellungen von systemischen Zusammenhängen, die exemplarisch durch die Grafik (siehe Abb. 2.1) von Schipper aufgezeigt werden (siehe dazu auch Schulz 1995; Schwarz 2001; Lorenz 2003a; Gaidoschik 2003, u.a.).

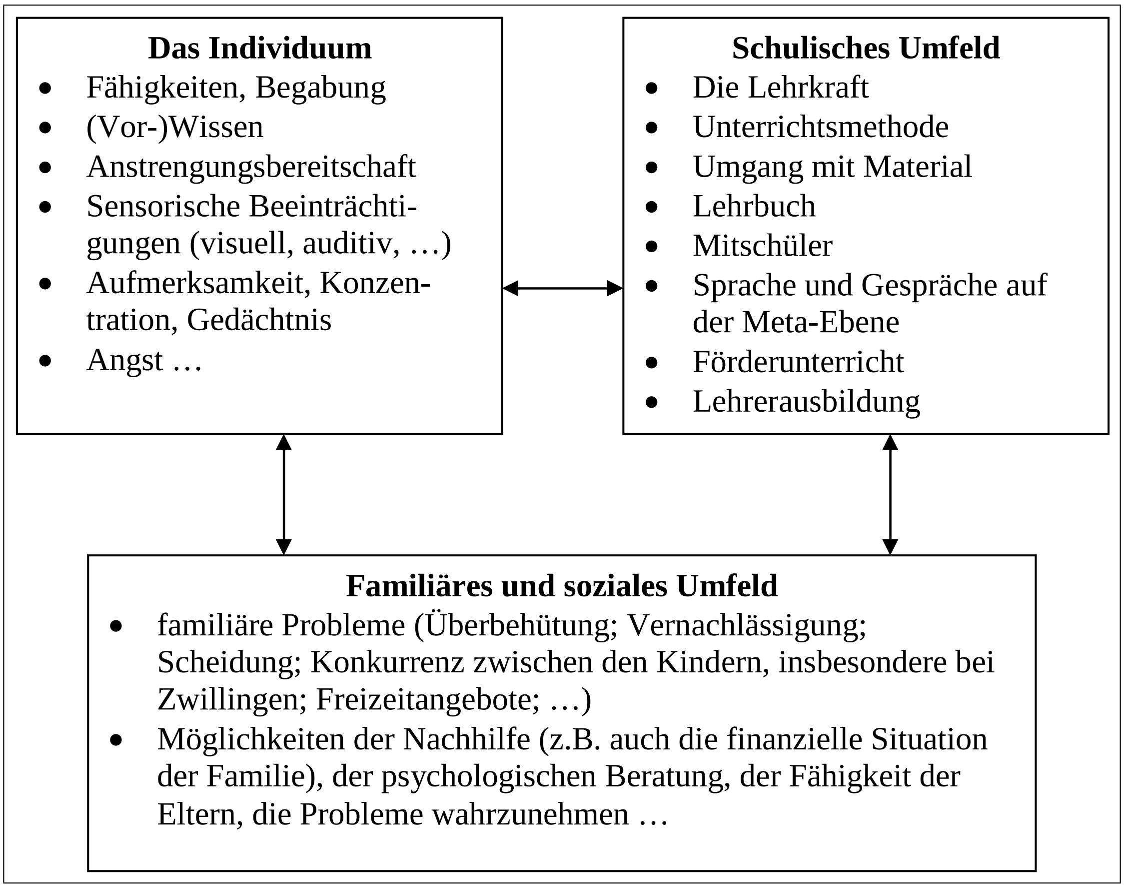


Abb. 2.1: Ursachenfelder von Rechenstörungen (Schipper 2002, 252)

Sowohl das Individuum selbst als auch das schulische Umfeld sowie das familiäre und soziale Umfeld können mehr oder weniger zur Ausprägung einer *Rechenschwäche* beitragen. Damit ist nicht gesagt, dass immer alle Bereiche betroffen sein müssen, wohl aber, dass alle Bereiche einer genaueren Betrachtung unterzogen werden müssen. Um zu einem sinnvollen Ergebnis einer solchen Betrachtung kommen zu können, ist es zwangsläufig notwendig, einen Überblick über die einzelnen Bereiche zu haben.

Konsequenzen für eine empirische Untersuchung
Diese Studie versucht in einer empirischen Untersuchung, einen Blick auf einen Teil des Bereichs des schulischen Umfelds zu werfen. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die anderen Bereiche im Rahmen dieser Studie lediglich ausgeblendet werden, um einen klareren Blick auf das schulische Umfeld zu ermöglichen. Selbstverständlich verlieren die anderen Bereiche damit nicht ihre Gültigkeit. *Rechenschwächen* werden auch hier verstanden als eine spezifische Störung des Rechnens im Mathematikunterricht, zu deren individueller Ausprägung verschiedene Risikofaktoren beitragen können. Damit wird der pauschalen Zuweisung einer *Rechenschwäche* widersprochen. Zu einer Vertiefung des allgemeinen Themas *Rechenschwäche* sei noch einmal auf den Sammelband (Fritz u. a. 2003) hingewiesen.

Es interessiert die Fragestellung, ob man überhaupt von *Rechenschwächen an der Hauptschule* sprechen kann. Oder sind hier bereits höhere mathematische Fertigkeiten – wie in der Definition der WHO genannt – zu leisten, so dass bei deren Nichterfüllung nicht mehr das Kriterium von *Rechenstörungen* erfüllt ist?

Sollen Strategien von Hauptschülern untersucht werden, muss die Frage nach geeigneten Diagnoseverfahren gestellt werden. Schipper stellt fest, dass es (noch) kein geeignetes Verfahren zur Feststellung einer Rechenschwäche im Allgemeinen gibt (vgl. Schipper 2002, 248). Rechentests und Inventare zur Überprüfung von speziellen Rechenfähigkeiten und Rechenfertigkeiten gibt es diverse – zumindest für den Primarbereich. Ob diese das Erkennen von Risikofaktoren zulassen, sei dahingestellt. Für den Primarbereich scheint der OTZ (Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (Van Luit u. a. 2001), (siehe auch Mittelberg 2004) brauchbare Hinweise zu geben. Für die Überprüfung spezieller Hauptschulinhalte eignet er sich jedoch nicht.

2.3 Ein mögliches Vorgehen bei Rechenschwächen – Fehleranalyse

Ein mögliches Vorgehen bei Rechenschwächen im Zusammenhang mit dem schulischen Mathematikunterricht ist die Methode der Fehleranalyse (Radatz 1979; Gerster 1982; Lorenz, Radatz 1993; Gerster 2003, u.a.). An dieser Stelle kann diese Methode nur kurz skizziert werden.

Bereits 1922 ging *Weimer* auf verschiedene Fehler von Schülern ein und versuchte eine fächerübergreifende Katalogisierung zur Erklärung dieser Fehlleistungen aufzustellen. Damit kann er als Begründer der Fehlerforschung in Deutschland angesehen werden. Zunächst unterschied er Irrtum, Fälschung und Fehler, entwickelte seine Kategorisierung dann jedoch weiter, indem er zusätzlich unterschied nach Geläufigkeitsfehlern, Perseverationsfehlern, Ähnlichkeitsfehlern, Mischfehlern sowie gefühls- oder willensbedingten Fehlern. *Seemann* (1929) beschrieb Rechenfehler als gesetzmäßig bedingte Gebilde, die keineswegs Zufallserscheinungen zu sein schienen. Seine Studien zu verschiedenen Fehlergruppen können als erster Versuch einer systematischen Analyse von Schülerfehlern angesehen werden (vgl. Radatz 1979, 16-22).

Die Analyse von Schülerfehlern gehörte laut Lorenz lange Jahre als Problemkenntnis weder zum bekannten Kanon der Richtlinien noch zur Lehrerausbildung. Erst in den letzten 20–30 Jahren wurde die Analyse von Schülerfehlern wieder Gegenstand mathematikdidaktischer Forschung (vgl. Lorenz 1992, 28-29).

Entgegen mancher – auch aktueller – gesellschaftlicher Meinung über Flüchtigkeitsfehler, Leichtsinnsfehler und ähnliche der Mathematik und dem Mathematikunterricht anhaftende Vorurteile stellen sich Schülerfehler in der Regel als höchst systematisch dar. Schülerfehler sind in den seltensten Fällen zufällig oder durch flüchtiges Verhalten erklärbar. Fehler haben ihren Ursprung oft in bestimmten Strategien oder schülereigenen Regeln, die als feste Muster immer wieder *gleichartig falsche Lösungen* hervorbringen. Für viele Schüler bildet die Mathematik oft eine Art „Regelwerk“, zu dem bestimmte Regeln gehören, die jedoch selten im Zusammenhang mit der Realität stehen. Will man eine Aufgabe lösen, so muss man nur den entsprechenden Rechentrick oder eben „die Regel“ beherrschen. In Zweifelsfällen führt dies zur Konstruktion eigener Regeln und Strategien (vgl. Lorenz, Radatz 1993, 59).

> „Kurz: Schülerfehler sind die „Bilder“ individueller Schwierigkeiten und Missverständnisse“ (Lorenz, Radatz 1993, 59).

Um diese individuellen Schwierigkeiten und Missverständnisse sinnvoll aufgreifen zu können, werden Beschreibungen verschiedener Strategien nötig, wie sie bereits in den Anfängen der Fehleranalyse ansatzweise vorhanden waren. Für die verschiedenen Rechenverfahren – mündlich wie schriftlich – liegen eine Reihe von Möglichkeiten vor, Fehlermuster, Fehlertechniken, Fehlertypen zu identifizieren und somit zu analysieren. Dazu bedarf es der Kenntnis von solchen Möglichkeiten und ein gewisses Gespür für den mathematischen Hintergrund falscher Lösungen. Dennoch:

> „Auch wenn ein Schüler sein Fehlermuster in fast allen dafür geeigneten Aufgaben anwendet [. . .], wird dies vom Lehrer häufig nicht bemerkt“ (Gerster 1984, 56).

Fehler sind höchst selten restlos und klar analysierbar, auch wenn meist eine spezielle Lösungsstratgie verfolgt wird. Dennoch lassen sich Vermutungen über diese

Strategien anstellen. Es gibt häufig verschiedene Wege, auf denen die gleiche falsche Lösung zu einer Aufgabe erreicht werden kann. Die Betrachtung von falschen Lösungen führt in solchen Fällen nicht weiter. Doch auch andere Methoden wie das laute Denken, das diagnostische Gespräch, das Bearbeiten diagnostischer Aufgabensätze haben ihre Grenzen und können jeweils nur Aufschlüsse über äußere, curriculare Erscheinungsbilder geben. Nicht analysierbar sind in dieser Weise kognitive Prozesse, die zur Bearbeitung der einzelnen Aufgaben nötig sind (vgl. Lorenz, Radatz 1993, 62; vgl. Radatz 1979, 4).

Im Rahmen dieser Studie wird mittels fehleranalytischer Methoden auf fehlerhafte Lösungsstrategien von Schülern bei der Bearbeitung von Aufgaben einzugehen sein. Die Beurteilung verschiedener Strategien soll Aufschluss geben über Rechenschwierigkeiten und bestimmte Aufmerksamkeitsbereiche.

Kapitel 3

Schriftliche Überprüfungen – ein informeller Test

Ausgangslage für die folgende empirische Untersuchung sind die festgestellten Schwächen von Hauptschülern im Mathematikunterricht. Wie in der Einleitung bereits angesprochen wurde, gibt es in der Hauptschule Schüler, die nicht in der Lage sind, dem Unterricht adäquat zu folgen. Ob sie nun von einer Rechenschwäche betroffen sind, richtet sich nach dem Verständnis dieses Begriffs. Einige Erläuterungen dazu – und wie dieser Begriff hier verstanden werden soll – wurden in Kapitel 2 gegeben. Hier wird davon ausgegangen, dass auch der Mathematikunterricht zu einer Rechenschwäche beitragen kann. Die betroffenen Bereiche und Probleme des Mathematikunterrichts wurden in Kapitel 1 besprochen.

3.1 Hypothesenbildung

Die Bezeichnung *Rechenschwäche* charakterisiert einen nahezu unermesslichen Bereich mathematikdidaktischer, sonderpädagogischer Forschung. Zu einem Großteil ist diese Forschung im Bereich der Primarstufe tätig. Damit wird das Problem *Rechenschwäche* zu einem „Grundschulproblem". Es ist jedoch die Frage zu klären, ob es auch „jenseits der Grundschule" *Rechenschwächen* geben kann. Wie beschrieben, gibt es an weiterführenden Schulen Schüler, die *Schwächen im Rechnen* haben. Ab Jahrgangsstufe fünf fallen rechenschwache Schüler, die evtl. durch Therapie- und Integrationsbemühungen diese Klassenstufe erreicht haben, meist nur noch durch schlechte Noten auf. Abgesehen von der Selektion in leistungsgebundene Kurse findet kaum eine spezifische Förderung statt. Die Vergabe schlechter Noten oder das Markieren falscher Lösungen mit einem ‚roten f' tritt in den Vordergrund. Von *Rechenschwächen* in den weiterführenden Schulformen wird höchst selten gesprochen. Können diese Schüler auch als ‚von *Rechenschwäche* betroffen' im Grundschulsinne bezeichnet werden oder handelt es sich hier um einen prinzipiell anderen Typus von *‚Schwäche im Rechnen'?* Oder ist eine besondere Begrifflichkeit für diese Schulformen nicht mehr relevant? Liegt dies an den Merkmalen, an denen *Rechenschwäche* festgemacht wird?

Einige dieser beschriebenen Schülerinnen und Schüler zeigen auffällig gute Leistungen in anderen Fächern gegenüber ihren schwachen Leistungen in Mathematik. Ist bei Ihnen die Festlegung auf eine Mathematik-Leistungsgrenze gerechtfertigt? Man mag ihnen eine derartige *Rechenschwäche* zuschreiben, aufgrund einer explorativen Studie mit 30 Schülern an einer Integrierten Gesamtschule in Hannover liegt aber auch eine weitere Vermutung nahe:

Es gibt – vermutlich nicht wenige – Schüler, die aufgrund einer ungenügenden Mathematikausbildung in der Grundschulzeit keine gefestigten Fertigkeiten und Fähigkeiten zur Bewältigung der komplexeren Inhalte höherer Klassen besitzen. Ihnen bereiten nicht (ausschließlich) die *neuen* Inhalte Schwierigkeiten, teilweise beherrschen sie diese sogar, sondern sie scheitern im Wesentlichen im grundschultypischen Rechnen.

Sollten im Sinn dieser Annahme bei diesen Schülern *Symptome schwachen Rechnens* vorliegen, deren Beherrschung inhaltlicher Stoff der Grundschule ist, so mag die Bezeichnung *Rechenschwäche* eine Berechtigung erlangen.

Konzentrieren sich die Hinweise im Primarbereich noch auf ein eingegrenztes Feld, scheint in den weiterführenden Klassen das Ursachengefüge zunehmend komplexer. Ein häufig anzutreffendes Phänomen ist die unzureichende Kenntnis und Verinnerlichung von Fähigkeiten und Fertigkeiten, deren Erlernen der Anfangsunterricht (bis Klasse 4) zum Inhalt hat. Viele Schüler sind möglicherweise an starren Methoden verhaftet, die ihnen nicht zu entsprechen scheinen. Auf die Frage, warum sie nicht anders rechnen würden, obwohl sie es offensichtlich könnten, erwidern sie häufig, das sie das so machen müssten. Man habe das eben immer so gemacht.

Es stellt sich die Frage, wie manche Schüler diese Klassenstufen haben erreichen können, obwohl sie nicht oder nur unzureichend über diese grundlegenden Kompetenzen verfügen. In einigen Fällen scheint selbst in der 8. Klasse kaum ein Grundverständnis von Fähigkeiten und Fertigkeiten der 2. Klasse vorhanden. Häufig sind elementare Schwierigkeiten im Einspluseins und Einmaleins anzutreffen (vgl. Mittelberg, Jetter 2000). Letzteres Beispiel zeigt sich insbesondere in zustimmenden und ablehnenden Haltungen bei inhaltsverwandten Bereichen und formalen Zusammenhängen. Da die Divisionsaufgaben aus den Multiplikationsaufgaben hervorgehen, ist bei einer sicheren und flexiblen Beherrschung des kleinen Einmaleins normalerweise auch ein Rückschluss auf die Division möglich. Für viele Schüler sind dies möglicherweise jedoch zwei getrennte Dinge, die für sie keinen Zusammenhang haben.

Auf folgende Art und Weise wird eine Untersuchung dieser Hypothesen umgesetzt:

1. Überprüfung einer genügend großen Zahl von Schülern (8 Hauptschulklassen) auf ihre Leistungen in speziellen Inhalten des Fachs Mathematik ihrer Klassenstufe (gleichzeitig erfolgt ein Vergleich mit zwei gymnasialen Klassen und einer studentischen Gruppe) (in diesem Kapitel).

2. Ausgehend von auffallend schwachen Schülern der unter 1. genannten Erhebung in der Hauptschule folgt eine Überprüfung dieser Schüler (18) im Hinblick auf ihre mathematischen Grundfähigkeiten und -fertigkeiten sowie

ihr Verständnis für den aktuellen Unterrichtsstoff und ihre Fertigkeit in der Anwendung desselben (Durchführung mit Hilfe von Video-Interviews) (siehe Kapitel 4).

Falls sich Rechenschwächen jenseits der Grundschule im oben spezifizierten Sinne nachweisen lassen, stellt sich die Frage, wie diese *gekennzeichnet* werden können bzw. welche *Defizitschwerpunkte* es gibt. Die Bestimmung dieser Schwerpunkte muss erfolgen

– auf der Grundlage der quantitativen Daten sowie
– durch eine inhaltliche und qualitative Analyse der spezifischen Schwierigkeitsmerkmale der Aufgaben – bezogen auf das individuelle Verhalten in den Interviews.

Sollte sich dort ein einheitliches Bild ergeben, können gemeinsame Ursachen für Rechenschwierigkeiten beleuchtet werden. Sollten sich eindeutige Gründe für die Schwierigkeiten in der Beherrschung des Grundschulstoffes ergeben, muss die Bedeutung von unterrichtlicher Gestaltung des Mathematik-Erstunterrichts (Klasse 1-4) in Bezug auf möglicherweise weitreichende Konsequenzen in späteren Klassenstufen betrachtet werden (siehe Kapitel 5).

3.2 Entwurf eines informellen Tests zur Analyse der Rechenleistungen in den Klassen 7 und 8

Will man etwas über die besonderen Schwierigkeiten der Schüler im Mathematikunterricht erfahren, erscheint es sinnvoll, verschiedene Gebiete der Mathematik, aber doch typische Inhalte der Schulmathematik zu berühren. Eine deutlich erkennbare Grenze liegt zwischen den Gebieten der Arithmetik und der Geometrie. Beide Bereiche sind für die Mathematik von entscheidender Bedeutung. Dennoch erleben diese Bereiche in der Schulmathematik häufig eine stark voneinander abweichende Einschätzung der Notwendigkeit. Geometrie nimmt oft – nicht nur in der Grundschule – einen geringeren Stellenwert als Arithmetik ein (vgl. Radatz, Schipper 1983; Radatz, Rickmeyer 1991).

Entsprechend der Verschiedenheit dieser zwei Bereiche liegt es nahe, die Schüler in beiden Bereichen zu überprüfen, sowohl Schwierigkeiten in der Arithmetik als auch der Geometrie zu betrachten.

Als zentrales Thema des 7. Schuljahres der Hauptschule bietet sich das Rechnen mit Dezimalbrüchen an. In der Geometrie nimmt die Bestimmung von Umfang und Fläche einfacher Formen einen Großteil des Unterrichts ein. Beide Themen sind bereits Bestandteil des 6. Jahrgangs, wie sich bei der Analyse der Voraussetzungen zeigen wird. Dennoch werden sie im 7. Schuljahr vollständig aufgegriffen.

3.2.1 Analyse der Voraussetzungen für die Aufgaben

Der konstruierte Test geht auf Fähigkeiten und Fertigkeiten ein, die im Jahrgang 7 der Hauptschulen in Niedersachsen vorausgesetzt werden sollten. Im Folgenden soll gezeigt werden, um welche Voraussetzungen es sich dabei handelt. Diese Voraussetzungen bilden die Grundlage für die Anforderungsstruktur der einzelnen Aufgaben.

3.2.1.1 Grundkompetenzen

Für die Bearbeitung mathematischer Aufgaben sind Grundkompetenzen notwendig, deren Wurzeln bereits in den elementaren Grundlagen aus der Zeit des Schulbeginns liegen. Mit dem Erwerb des Zahlbegriffs (siehe 1.2.1, S. 10) wird ein Fundament gelegt, das durch ständiges Erweitern in späteren Schuljahren genutzt werden soll, um mathematische Problemstellungen adäquat zu lösen. Wissens- und Verstehenslücken aus den Inhalten dieses Fundaments lassen sich später kaum auffüllen, Probleme mit neuen Inhalten – wie sie in den einzelnen Schuljahren gefordert werden – ergeben sich zwangsläufig, da sie fast immer dieses Grundwissen voraussetzen. Das Grundwissen kann für sich nicht mehr alleiniger Stoff des regulären Unterrichts der Hauptschule sein, auch wenn in dieser Schulform wesentlich mehr aus den Inhalten der vorangegangenen Schuljahre aufgegriffen und wiederholt eingeführt wird als in anderen Schulformen. Neueren Inhalten bliebe kein Raum mehr.

Die Hypothesen (siehe oben) legen nahe, dass bei manchen Schülern selbst das Grundwissen aus den ersten Schuljahren nicht – oder nicht mehr – verfügbar ist. Hier soll ein Überblick gegeben werden über notwendiges Grundwissen aus früheren Schuljahren, um die Aufgaben des Tests sinnvoll bearbeiten zu können. Eine nähere Schilderung verschiedener Probleme erfolgt in Kapitel 4, wo individuelle Schwierigkeiten mit Hilfe von transkribierten Videointerviews verdeutlicht werden.

Aufgabe des 1. Schuljahres ist es, die Grundrechenarten Addition und Subtraktion einzuführen, dabei grundlegende Einsichten in den Aufbau der Zahlen und der Rechenoperationen zu vermitteln und elementare Rechenfertigkeiten einzuüben. Nach der Einführung von Addition und Subtraktion – ob gemeinsam oder getrennt – sind zu Additionsaufgaben die zugehörigen Subtraktionsaufgaben (und umgekehrt) zu bilden. Die Zusammengehörigkeit der so genannten Umkehraufgaben soll durch Pfeilbilder verdeutlicht werden (vgl. Niedersächsischer Kultusminister 1984a, 21-23).

„Beispiele für das 1. Schuljahr:		Beispiele für das 2. Schuljahr:	
$6 + \square = 10$	$\underline{4 + \square < 8}$	$48 + \square = 60$	$85 - \square > 79$
$8 - \square = 3$	$4 + 1 < 8$	$75 = 52 + \square$	Lösungen:
$10 = 3 + \square$	$4 + 2 < 8$		$1, 2, 3, 4, 5$
	$4 + 3 < 8$“		

(Niedersächsischer Kultusminister 1984a, 24)

In Aufgabe 2 (siehe 3.2.2, S. 50) finden sich – wenn auch mit Dezimalbrüchen – eben diese Anforderungen bzgl. der Umkehraufgaben (siehe auch *Operative Beziehungen,* 1.2.3, S. 19) .

3.2.1.2 Kompetenzen zum Themenbereich Dezimalbrüche

Grundschule In ihrer Schullaufbahn werden Schüler zum ersten Mal mit Dezimalbrüchen konfrontiert, wenn sie in der Grundschule im Rahmen des Sachrechnens auf Geldwerte stoßen (3./4. Schuljahr). Die Rahmenrichtlinien für die Grundschule nennen als Inhalt und Ziel, Geldwerte in Kommaschreibweise zu lesen und darzustellen sowie Geldbeträge mit Komma zu schreiben. Allerdings wird hier noch nicht auf die besondere Sprechweise der Stellen nach dem Komma Wert gelegt. Es wird jedoch bereits zusätzlich die spätere Sprechweise erlaubt.

„3,27 DM wird gelesen:
drei D-Mark siebenundzwanzig Pfennig oder drei Komma zwei sieben D-Mark“ (Niedersächsischer Kultusminister 1984a, 50).

Durch Alltagserfahrungen und die Vertiefung im Unterricht sollen die Schüler befähigt werden, mit Geldbeträgen – auch in Kommaschreibweise (!) – zu rechnen. Ebenso sei mit Längen und Gewichten, die in Kommaschreibweise gegeben sind, zu rechnen. Das Rechnen schließt hier alle vier Grundrechenarten ein, ausdrücklich werden Schlussrechnung, Verteilen und Mittelwertbildung von Maßzahlen in Kommaschreibweise genannt (vgl. Niedersächsischer Kultusminister 1984a, 50-56).

Diese ersten Begegnungen mit Dezimalbrüchen können nicht bedeuten, dass die abstrakte Begrifflichkeit des Dezimalbruchs Inhalt des Unterrichts sein sollte. Aber sie zeigen, dass der Umgang mit Dezimalbrüchen weder völlig neu noch umweltfremd ist, wenn sich Schüler in späteren Schuljahren thematisch mit Dezimalbrüchen beschäftigen sollen.

Orientierungsstufe, Integrierte Gesamtschule In den Jahrgängen fünf und sechs der Schulformen *Orientierungsstufe* und *Integrierte Gesamtschule* soll laut Rahmenrichtlinien das Konzept der Dezimalbrüche einführend bearbeitet werden.

Zum Pflichtkanon der Orientierungsstufe – also auch für die C-Kurse für leistungsschwächere Schüler – gehört die Einführung in die Bruchrechnung. Obwohl keine Angabe über den Zeitpunkt der Einführung in der Orientierungsstufe gemacht wird, ist davon auszugehen, dass dies im 6. Schuljahr erfolgen wird. Am Ende der umfänglichen Einführung steht die inhaltliche Beschäftigung mit Dezimalbrüchen. Dazu zählen die Rahmenrichtlinien folgende Lernziele und Inhalte:

„5.4.1 Erkennen, dass Dezimalbrüche nur eine andere Darstellungsform von Bruchzahlen sind
5.4.2 Den Aufbau der Dezimalbrüche beschreiben
5.4.3 Die dezimale Schreibweise von Halben, Vierteln, Achteln, Zehnteln, Hundertsteln und Tausendsteln sicher verfügbar haben

5.4.4 Bruchzahlen, die in Form von Dezimalbrüchen gegeben sind, auf Punkte des Zahlenstrahls abbilden
5.4.5 Bruchzahlen, die in Form von Dezimalbrüchen gegeben sind, der Größe nach ordnen
5.4.6 Dezimalbrüche erweitern und kürzen
5.4.7 Dezimalbrüche auf eine bestimmte Stelle nach dem Komma runden“ (Niedersächsischer Kultusminister 1989c, 54-56).

Erst die darüber hinaus gehende Unterscheidung von reinperiodischen Brüchen und gemischtperiodischen Brüchen sowie die gegenseitige Umformung stellen Zusatzinhalte für die leistungsstärkeren Kurse dar.

Insbesondere im Zusammenhang mit dem dezimalen Stellenwertsystem nennen die Rahmenrichtlinien Hinweise, wie das den Schülern aus der Grundschule bekannte System einer Stellentafel um das *Komma* und *weitere Stellen rechts vom Komma* erweitert werden kann. Ausdrücklich wird auf Möglichkeiten des handelnden Umgangs verwiesen (siehe auch 1.2.4, S. 23).

Nach dieser Einführung in die Thematik der Dezimalbrüche werden folgende Inhalte zum Rechnen mit Dezimalbrüchen genannt:

„5.6.1 Dezimalbrüche addieren und subtrahieren
5.6.2 Überschlagsrechnungen bei der Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen durchführen
5.6.3 Dezimalbrüche multiplizieren
– mit Stufenzahlen
– mit natürlichen Zahlen
– mit Dezimalbrüchen
5.6.4 Überschlagsrechnungen bei der Multiplikation von Dezimalbrüchen durchführen
5.6.5 Dezimalbrüche dividieren
– durch Stufenzahlen
– durch natürliche Zahlen
– durch Dezimalbrüche
5.6.6 Überschlagsrechnungen bei der Division von Dezimalbrüchen durchführen“ (Niedersächsischer Kultusminister 1989c, 59-60).

In den Rahmenrichtlinien für die Integrierte Gesamtschule werden folgende übergeordnete Aufgaben bzgl. der Dezimalbrüche genannt:

„Es ist anzustreben, dass die Schüler im 6. Jahrgang Brüche und Dezimalbrüche sicher umformen und mit ihnen (in einem angemessenen Schwierigkeitsgrad) auch sicher rechnen lernen. Das **Rechnen mit Brüchen und Dezimalbrüchen** soll in den folgenden Schuljahren wiederholt und gefestigt werden. [...] Beim Messen und Berechnen ausgewählter Flächen und Körper treten jetzt auch Brüche und Dezimalbrüche sowie weitere Flächeneinheiten auf“ (Niedersächsischer Kultusminister 1984b, 14; Auszeichnung im Original).

Als Lehrziele bzgl. der Dezimalbrüche werden angegeben:

„4. Brüche in Dezimalbrüche und abbrechende Dezimalbrüche in Brüche umformen
5. [...]
6. Brüche und Dezimalbrüche addieren und subtrahieren, multiplizieren und dividieren. Die Gesetze für das Rechnen in $\mathbb{B}$ erkennen, formulieren und anwenden. Rechenvorteile nutzen“ (Niedersächsischer Kultusminister 1984b, 16).

Damit wird deutlich, dass die Anforderungen der Arithmetik-Aufgaben aus dem Test von einem Schüler, der Klasse 6 abgeschlossen hat, erfolgreich erfüllt werden sollten.

Hauptschule Die Aufgaben wurden in den 7. Klassen gegen Ende des Schuljahres durchgeführt. Dadurch war davon auszugehen, dass die oben beschriebenen Inhalte gemäß der Wiederholung durch die Anordnung im Spiralcurriculum erarbeitet worden waren. Sollten Schüler die speziellen Inhalte bzgl. der Dezimalbrüche noch nicht bis zum Erreichen der Klasse 7 erworben haben, so müsste ihnen durch die Vorgaben aus den Rahmenrichtlinien für die Hauptschule ein Erlernen dieser Inhalte ermöglicht worden sein. Hierzu wird in den Rahmenrichtlinien vermerkt:

„Nachdem im 6. Schuljahr das Rechnen mit Brüchen und Dezimalbrüchen eingeführt worden ist, sind im 7. Schuljahr die einzelnen Rechenverfahren und Regeln intensiv zu wiederholen. Wegen der besonderen Bedeutung des Rechnens mit Dezimalbrüchen sollte der Schwerpunkt im Bereich dieser Zahldarstellung liegen. Bei Brüchen sollten komplizierte Aufgabenstellungen vermieden werden. Merkregeln erleichtern die Durchführung der Rechenoperationen“ (Niedersächsischer Kultusminister 1989b, 10).

Als Vertiefung werden zum Thema Dezimalbrüche folgende Stichpunkte angegeben: Verwandeln von Brüchen in Dezimalbrüche; Vergleichen; Runden; Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren; Rechnen mit Dezimalbrüchen bei Größen sowie als Zusatzangebot die Behandlung von nichtperiodischen Dezimalbrüchen. Dieses Angebot mag überraschen, ist es doch lediglich eine Wiederholung von Inhalten vorausgegangener Schuljahre. Klarer wird dies, wenn man bedenkt, dass sich die Klassen 7 der Hauptschulen zusammensetzen aus den schwächeren Schülern der Klassen 6 der Orientierungsstufen. Um einen erfolgreichen Anschluss zu gewährleisten, werden in Klasse 7 Inhalte aufgegriffen, wiederholt oder auch noch einmal neu von Grund auf erarbeitet.

Realschule, Gymnasium Sowohl in den Inhalten des Mathematikunterrichts der Realschule als auch des Gymnasiums erscheinen die Dezimalbrüche nicht mehr als eigenständiges Thema. Es wird vorausgesetzt, dass sie im Rahmen der Bruchrechnung in der Orientierungsstufe erlernt und verinnerlicht wurden, um in neuen Inhalten angewandt zu werden. Während sie in den Rahmenrichtlinien für die Klassen 7 – 10 des Gymnasiums (Niedersächsischer Kultusminister 1989a) keine Erwähnung mehr finden, greifen die Rahmenrichtlinien für die Realschule die Bruchrechnung lediglich als Anknüpfung an das Rechnen mit *Natürlichen Zahlen* $\mathbb{N}$ und mit *Bruchzahlen* $\mathbb{B}$ in der Orientierungsstufe auf, um die *Rationalen Zahlen* $\mathbb{Q}$ einzuführen. Innerhalb dieses Themas sollen die Schüler lernen, rationale Zahlen auf der Zahlengeraden darzustellen, rationale Zahlen zu ordnen sowie die Grundrechenarten in $\mathbb{Q}$ durchzuführen (vgl. Niedersächsischer Kultusminister 1992, 11).

3.2.1.3 Kompetenzen zum Themenbereich Geometrie

Ähnlich den Vorerfahrungen zur Arithmetik sollten Schüler nach den Rahmenrichtlinien bis zur 7. Klasse zahlreiche Erfahrungen mit Inhalten der Geometrie gesammelt haben. Während die Grundschule eher grundlegend in die Bereiche der Geometrie einführt, werden den Schülern für die Klassen fünf und sechs große Lernchancen für Geometrieerfahrungen zugesprochen.

„Das Raumvorstellungsvermögen lässt sich bei zehn- bis zwölfjährigen Schülerinnen und Schülern besonders wirksam und nachhaltig entwickeln und fördern. Aus diesem Grund hat die Geometrie im Mathematikunterricht der Orientierungsstufe einen hohen Stellenwert“ (Niedersächsischer Kultusminister 1989c, 28).

Ob die tatsächliche Beachtung der Geometrie in der Orientierungsstufe dem hier laut Rahmenrichtlinien geforderten Umfang entspricht, kann und soll hier nicht näher untersucht werden.

Grundschule Die Geometrie nimmt im Unterricht der Grundschule selten den Stellenwert ein, den sie aufgrund ihrer Bedeutung für die Entwicklung des Mathematikunterrichts haben sollte. Radatz und Rickmeyer (1991) bemerken, dass die Geometrie in der alltäglichen Unterrichtswelt ein eher nebensächliches Dasein fristet. Sie sehen Gründe hierfür darin, dass die arithmetischen Themen für wichtiger gehalten würden, die Geometrie auch in Schulbüchern isoliert werde, die Arbeit mit Geometrie und dazugehörenden Materialien einige Umstände erfordere und anderes. Dem stellen sie Begründungen gegenüber, warum gerade die Geometrie geeignet sei, die allgemeinen Ziele der Rahmenrichtlinien und Schullehrpläne verschiedener Bundesländer nach Forderung der Lernfreude, Lebensnähe, des spielerischen Lernens, Differenzierens und Förderns, der Selbstständigkeit, des entdeckenden Lernens u.v.a.m. zu erreichen. Spezifisch für den Mathematikunterricht sei es, dass sich viele Anschauungsmittel und Arbeitsweisen geometrischer Grundlagen bedienten. Aus dem Umgang mit der Geometrie ergäbe sich darüber hinaus die Grundlage für konkretes Handeln, das für die ‚abstrakte Arithmetik‘ benötigt werde (vgl. Radatz, Rickmeyer 1991, 4-8).

In den Vorbemerkungen zum Themenkreis Geometrie findet sich in den Rahmenrichtlinien u. a. der Hinweis, dass geometrische Größenbegriffe wie Länge, Flächeninhalt, Rauminhalt zu entwickeln seien. Damit ist nicht gemeint, dass der Flächeninhalt als formalisiertes Thema Gegenstand des Unterrichts sein soll, wohl aber als eine Eigenschaft von Formen und Figuren in der Umwelt erfahren werden kann. Mittels geeigneter Maßeinheiten sollen im 3./4. Schuljahr sowohl Umfang als auch Flächeninhalte von Figuren verglichen und unterschieden werden (vgl. Niedersächsischer Kultusminister 1984a, 59, 66). Dies sollte die notwendige Grundlage darstellen, eine Aufgabe wie Nr. 13 aus dem Test zu lösen (Erkennen einer geeigneten Form als Maßeinheit, siehe 3.2.2, S. 62).

Orientierungsstufe, Integrierte Gesamtschule Im Geometrieunterricht der Orientierungsstufe bestehen – wie oben genannt – vielfältige Chancen, das Raumvorstellungsvermögen zu fördern. Im Einzelnen nennen die Rahmenrichtlinien folgende Punkte:

- „kennzeichnende Eigenschaften von Klassen anzugeben (Klasse der Rechtecke: alle Vierecke mit vier rechten Winkeln, ...)
- Fallunterscheidungen vorzunehmen (Lage von zwei Geraden zueinander, ...)
- Regelmäßigkeiten zu erkennen (abgeleitete Längen-, Flächen-, Raumeinheiten, ...)
- Spezialfälle auszusondern (Quadrat als Sonderfall eines Rechtecks, Würfel als Sonderfall eines Quaders, ...)
- Fachsprache weiterzuentwickeln und auch im Sinne von Definitionen anzuwenden" (Niedersächsischer Kultusminister 1989c, 28).

Bezüglich der Figuren Rechteck, Quadrat, Dreieck, Kreis sehen die Rahmenrichtlinien weiterhin vor, dass deren Eigenschaften erkannt und zur Unterscheidung verwendet werden. Ein zentrales Ziel dieses Lernbereichs ist es, die Konzepte des Umfangs und der Fläche sinnvoll einzuführen, um abschließend die speziellen Formeln für Umfang bzw. Fläche von Rechteck und seinem Spezialfall Quadrat vermitteln. Als Maßzahlen sollen nach natürlichen Zahlen auch die bereits eingeführten Dezimalbrüche verwendet werden (siehe 3.2.1.2, S. 44). Vor zu frühem Formalismus wird gewarnt, zugunsten einer ausführlichen Konzeptvermittlung beispielsweise mittels Streifenbildung von Einheitsquadraten solle die Formel $A = a \cdot b$ erst nach der Einführung der Bruchzahlen verwendet werden (vgl. Niedersächsischer Kultusminister 1989c, 36-37).

Die Rahmenrichtlinien für die Integrierte Gesamtschule sehen eine Einführung in die Konzepte von Umfang und Fläche bereits ausdrücklich für den fünften Jahrgang vor. Darüber hinaus wird gefordert, dass Figuren, die sich in Rechtecke oder Quadrate zerlegen lassen, berechnet werden. Für den sechsten Jahrgang wird empfohlen, beim Messen und Berechnen ausgewählter Flächen und Körper – verstanden als im 5. Jahrgang erworbene Kenntnisse der elementare Geometrie – nun auch Brüche und Dezimalbrüche sowie weitere Flächeneinheiten zu verwenden (siehe auch 3.2.1.2, S. 44) (vgl. Niedersächsischer Kultusminister 1984b, 12-17).

Hauptschule Lediglich die Rahmenrichtlinien für die Hauptschule greifen die Inhalte des Themas Vierecke explizit auf. Alle anderen Schulformen setzen die Beherrschung dieses Themas voraus. Die aus der Orientierungsstufe bekannten Vierecksformen Quadrat und Rechteck seien zu wiederholen, als neue Form käme das Parallelogramm hinzu. In Anwendungsaufgaben solle das Berechnen an den Vierecken den Schwerpunkt der Einheit bilden, um Beziehungen von Fläche und Umfang von Figuren miteinander in Beziehung zu setzen. Das Grundwissen aus der Grundschule wird aufgegriffen, indem Flächen mit einer sinnvollen Vergleichseinheit ausgelegt werden. Anschließend soll aus diesem handelnden Vorgehen noch einmal die Formel für den Flächeninhalt hergeleitet werden (siehe 3.2.2, S. 62).

Realschule, Gymnasium In den Rahmenrichtlinien für die Realschule erscheinen die Grundlagen zur Flächenberechnung lediglich im Jahrgang 8, um sie als Hilfe zur Berechnung von Dreiecken, Parallelogrammen, Trapezen und beliebigen Vielecken zu verwenden. Das Messen und Berechnen des Flächeninhalts von Rechtecken und Quadraten wird als aus der Orientierungsstufe bekannt vorausgesetzt (vgl. Niedersächsischer Kultusminister 1992, 20-21).

In den Rahmenrichtlinien für das Gymnasium erscheint die Berechnung von Flächen nur noch im Zusammenhang von Kongruenzsätzen und Maßbestimmungen, um Flächeninhalte von Vielecken und Rauminhalte von Quadern und senkrechten Prismen zu berechnen (Klasse 8) (vgl. Niedersächsischer Kultusminister 1989a, 14).

3.2.2 Der Test und seine Aufgaben

Der informelle Test dient dem Testen der Hypothesen zu den Schwierigkeiten der Hauptschüler. Aus diesem Grund berühren die Inhalte der einzelnen Aufgaben in großer Breite die bereits genannten Themenbereiche aus der Arithmetik und der Geometrie. Eine Standardisierung des Tests kann nicht erfolgen, eine Vergleichbarkeit ergibt sich aus der Bearbeitung der gleich lautenden Tests. Notwendige Variationen und Vertiefungen der einzelnen Aufgaben und Fragestellungen sind in den später folgenden Interviews möglich (siehe Kapitel 4).

Im Folgenden wird die Anforderungsstruktur der einzelnen Aufgaben systematisch beschrieben. Die Aufgaben sind im Wesentlichen Schulbüchern entnommen, teilweise enthalten die Aufgaben Kriterien (Hürden), die unter Umständen bestimmte Fehler provozieren (ähnlich diagnostischen Tests, siehe Fehleranalyse in 2.3). Dazu sind viele Aufgaben leicht abgeändert, verbleiben jedoch immer noch in einer Form, dass sie Schulbüchern, Mathematikunterricht und üblichen Klassenarbeiten entsprechen.

Aufgabe 1

Rechne im Kopf und notiere das Ergebnis.

a) 70 + 20 = ☐	b) 44 – 6 = ☐	c) 150 + 15 = ☐
d) 820 + 405 = ☐	e) 15000 – 15 = ☐	f) 6 – 0,5 = ☐
g) 12 + 4 = ☐	h) 88 + 62= ☐	

Diese Aufgabe erfüllt in der Untersuchung mehr den Zweck, die zu erwartende Spannung abzubauen, eine Hilfe zu sein, sich auf diesen Test einzulassen. Dennoch sind die einzelnen Teilaufgaben nicht zufällig zusammengestellt, sondern berühren bestimmte Inhalte aus der Grundschule. Die gesamte Aufgabe ist mit dem Grundwissen aus Klasse 3 lösbar.

Als besonders leicht fällt Aufgabe g) in diesem Bereich auf. Dies ist eine Grundaufgabe aus dem Kleinen Einpluseins (s. 1.2.2, S. 14) und sollte bereits seit der ersten Klasse verinnerlicht sein. Demzufolge mag diese Aufgabe als besonders leicht eingestuft und das Ergebnis nur flüchtig niedergeschrieben werden, so dass sich hier eine Fehlerquelle ergeben könnte, die problematisch zu beurteilen ist und nicht überbewertet werden darf.

Als vermutlich schwierigste Teilaufgabe berührt Aufgabe f) das Thema Bruchrechnung. Wenn man jedoch davon ausgeht, dass der Dezimalbruch in Teilaufgabe f) im Zusammenhang mit Maßen als Schreibweise von $\frac{1}{2}$ oder als *Hälfte vom Ganzen* gedeutet wird, ist auch diese Teilaufgabe dem Grundschulbereich zuzuordnen. Spätestens in Klasse 5 sollte auch diese Aufgabe problemlos gelöst werden können. Die Nachbarschaft der Ziffern 5 und 6 in der Zählreihe kann in dieser Aufgabe Ergebnisse provozieren, die in verschiedener Form – sowohl durch Addition als auch Subtraktion – die Ziffer 1 beinhalten.

Um die einzelnen Teilaufgaben zu lösen, ist es denkbar, dass die Probanden auf Aspekte des Kopfrechnens oder verschiedene Abstufungen des halbschriftlichen Rechnens zurückgreifen. Dazu zählen die Verinnerlichung der Aufgaben aus dem Kleinen Einspluseins und dem Kleinen Einsminuseins (s.o.) sowie die Übertragung durch Analogiebildungen dieser Aufgaben in größere Zahlenräume. Insbesondere zu den Aufgaben d), e) und h) kann die Zuhilfenahme des halbschriftlichen oder auch des schriftlichen Rechnens für manche Schüler als eine für sie sinnvolle Strategie erscheinen.

Die ungeordnete Abwechslung der zwei Rechenarten Addition und Subtraktion kann ein Indiz für aufmerksames Lesen der mathematischen Aufgaben sein.

Aufgabe a) ist zu Beginn eine simple Variante der Aufgabe $7 + 2$ aus dem Zehnerraum (im Gegensatz zur leichten Aufgabe g) sogar ohne Zehnerübergang), die durch Analogiebildung im Hunderterraum zum Ergebnis führt.

In Aufgabe b) wird durch die Vieren der 44 und die 6 die Ergänzung zur 10 provoziert und könnte Ergebnisse mit geraden Zehnerzahlen bewirken. Ähnliches gilt für die Aufgabe h), in der sich 8 und 2 zur 10 ergänzen würden.

Die Aufgaben c), d) und e) sind mögliche Indikatoren für Probleme im Verständnis des Stellenwerts (s. 1.2.4, S. 23). Aufgabe e) stellt in diesem Zusammenhang die größte Hürde dar. Die drei Nullen am Ende müssen entbündelt werden, um die Aufgabe korrekt zu lösen. Zu vermuten ist, dass hier die schriftliche Subtraktion als verinnerlichtes Hilfsmittel zum Bündeln bzw. Entbündeln zu Hilfe genommen wird.

Die scheinbare Leichtigkeit dieser Aufgabe 1 darf in der Auswertung nicht übersehen werden. Gerade durch die subjektive Einschätzung der besonderen Leichtigkeit könnten sich Flüchtigkeitsfehler einstellen, die nicht zwingend auf Problemfelder hinweisen, die durch eine Fehleranalyse (siehe 2.3) benannt werden können. Dennoch sollten auch diese Lösungen ernst genommen und ausgewertet werden, da Schülerfehler im Mathematikunterricht höchst selten aus zufälligen oder launenhaften Gründen entstehen, sondern meist auf individuelle Lösungsstrategien hindeuten, die häufig reproduzierbar und damit eigene, sinnvolle Regeln der Schüler sind (vgl. Radatz 1979, 3).

Aufgabe 2

Setze die fehlenden Zahlen ein.

a) $\boxed{} + 5 = 13$ b) $2{,}5 + \boxed{} = 6{,}5$ c) $\boxed{} + 3 = 5{,}6$
d) $6{,}4 - \boxed{} = 3{,}6$ e) $\boxed{} - 7 = 9$ f) $\boxed{} - 7{,}5 = 12$
g) $345 + \boxed{} = 345{,}67$

Aufgabe 2 unterscheidet sich in zwei wesentlichen Punkten von Aufgabe 1. Zum einen kommen hier Dezimalzahlen vor. Zum anderen ist das Ergebnis der einzelnen Aufgaben bekannt, es wird nach einer Zahl vor dem Gleichheitszeichen gesucht. Dies erfordert andere Lösungsstrategien als in Aufgabe 1. Hilfreich ist auch hier die verinnerlichte Kenntnis des Kleinen Einspluseins bzw. Kleinen Einsminuseins. Darüber hinaus ist es jedoch hilfreich, auf operative Beziehungen (s. 1.2.3) zurückgreifen zu können.

Zu Beginn ist auch hier Aufgabe a) mit Hilfe des Kleinen Einspluseins lösbar und berührt zudem nicht einmal das Gebiet der Dezimalbrüche. Es wird nach der Zahl gesucht, die um 5 ergänzt 13 ergibt.

Aufgabe b) erfordert die Zahl, die zu 2,5 ergänzt werden muss, um 6,5 zu erhalten. Durch die gleiche Ziffer hinter dem Komma (bei den zwei gegebenen Zahlen) lässt sich erkennen, dass es sich bei der gesuchten Zahl um eine natürliche Zahl handeln muss. Dadurch wird auch diese Aufgabe zu einer ‚leichten' Aufgabe aus dem Zahlenraum bis 10.

Aufgabe c) entspricht im Prinzip Aufgabe a) mit dem Unterschied, dass der erste Summand eine Dezimalzahl sein muss. Da der zweite Summand eine natürliche Zahl ist, muss bei der gesuchten Zahl die Ziffer hinter dem Komma wie im Ergebnis der Aufgabe lauten. Nach dieser Erkenntnis ist auch diese Aufgabe wiederum im Zehnerraum lösbar.

Erst in Aufgabe d) wird der Schwierigkeitsgrad immens gesteigert. Neben der Subtraktion, die von Schülern subjektiv häufig als schwieriger eingestuft wird, ist hier ein Stellenwertübergang versteckt. Die Ziffern können eine falsche Lösung provozieren, da die Ziffern 4 und 6 auf eine Zehnerergänzung hindeuten. Mit einer Verschiebung des Kommas um eine Stelle nach rechts wird aber auch diese Aufgabe zu einer Aufgabe aus der zweiten Klasse und ist im Hunderterraum zu lösen.

Aufgabe e) ist zusammen mit Aufgabe a) die einfachste Aufgabe, da sie ohne Dezimalbrüche aus dem Kleinen Einsminuseins stammt.

Aufgabe f) könnte eine Ergänzung von 7,5 zur 12 provozieren. Dies wäre eine Erwartung der Kategorie „Ergebnis hinten".

Etwas verwirrend mag möglicherweise Aufgabe g) sein, ist für die Lösung doch kaum ein Rechnen notwendig. Vielmehr wird hier das Erfassen der Stellenwerte der einzelnen Aufgabenteile überprüft.

Bei der Analyse der Ergebnisse muss berücksichtigt werden, dass das bloße Vorhandensein eines Kommas Auswirkungen auf die Bearbeitung der Aufgaben haben kann. So mag das subjektive Empfinden bei der Bearbeitung von Aufgaben mit Dezimalbrüchen Blockaden hervorrufen, die den Blick auf verwandte Strukturen aus dem Bereich der natürlichen Zahlen oder Aufgabenstrukturen aus dem Basiswissen der Grundschule verbauen.

Dennoch darf nicht übersehen werde, dass ähnliche Aufgaben im Zusammenhang mit Maßen bereits in Klasse 3 und 4 erfolgreich bearbeitet werden.

Solche und ähnliche Aufgaben finden sich in vielen Schulbüchern. Sie dienen nach der Einführung in die Thematik der Dezimalbrüche meist der Vertiefung und werden in der Regel ohne zusätzliche Kommentare als Übungsaufgaben angeboten (vgl. Palzkill, Rinkens 1991, 21, 26, 29; vgl. Schröder u. a. 1999, 64; vgl. Schröder u. a. 2000, 54; u.a.).

Aufgabe 3

Ordne folgende Dezimalbrüche der Größe nach.
Trage die kleinste Zahl in das unterste Kästchen ein. Die nächstgrößere Zahl kommt in das Kästchen darüber usw.

0,8	0,769	8,0	0,088	7,7	0,78	0,81	0,77

War das Stellenwertverständnis in den beiden ersten Aufgaben bereits zum Teil hilfreich oder auch nötig, so ist es in dieser Aufgabe notwendig, um die einzelnen Zahlen zu sortieren. Nur mit dem Verständnis des Stellenwerts lassen sich die Zahlen mit gleichen Ziffern sinnvoll ordnen. Eine besondere Bedeutung bekommt hier das Komma, das eine Dezimalzahl von der natürlichen Zahl unterscheidet. Natürliche Zahlen lassen sich nach der Anzahl ihrer Ziffern vorsortieren, um dann eine Stellenunterscheidung vorzunehmen. Dieses Verfahren führt bei den hier gewählten Zahlen nicht zum Erfolg.

Eine Vorsortierung wird durch die zwei Zahlen ermöglicht, die offensichtlich größer als Eins sind. Die Zahlen im Größenbereich zwischen Null und Eins müssen nach ihren Stellen direkt hinter dem Komma verglichen werden.

Mögliche Hilfen wären das Abdecken nachfolgender Ziffern oder das Auffüllen aller Zahlen mit Nullen auf eine gleiche Anzahl von Nachkommastellen. In beiden

Fällen erhielte man Zahlen mit der gleichen Ziffernanzahl, die das Vergleichen der einzelnen Stellen erleichtern könnte.

Denkbare fehlerhafte Sortierungen sind Anordnungen nach der Anzahl der Ziffern, nach der Größe der einzelnen Ziffern oder Mischformen.

Diese Aufgabe soll das Stellenwertverständnis überprüfen. Um die Fehlerquelle einer möglichen Rechts-Links-Vertauschung auszuschließen, sollen die Zahlen untereinander angeordnet werden. Dabei sind sowohl für das Ansteigen der Zahlengröße nach oben als auch nach unten Vor- und Nachteile zu benennen. Deswegen soll die Richtung keine Auswirkungen auf die Bewertung haben.

Auch in Schulbüchern werden Schüler aufgefordert, Zahlen der Größe nach zu sortieren. Zum Teil geschieht dies wie in der beschriebenen Testaufgabe, zum Teil werden andere Hilfmittel wie Zahlenstrahl u.a. angeboten (vgl. Palzkill, Rinkens 1991, 26, 29; vgl. Schröder u. a. 1999, 91; vgl. Schröder 1990, 140; u. a.). Zu finden sind z. B. Merksätze wie der folgende:

„Dezimalbrüche werden der Größe nach verglichen, indem man ihre Ziffern von links nach rechts **stellenweise** vergleicht“ (Schröder 1990, 140).

Aufgabe 4

Rechne im Kopf oder schriftlich und notiere das Ergebnis.

a) $0{,}2 \cdot 0{,}3 = \boxed{}$ b) $0{,}7 \cdot 0{,}8 = \boxed{}$ c) $0{,}4 \cdot 3{,}5 = \boxed{}$ d) $7 \cdot 0{,}6 = \boxed{}$

Bisher war nur das Ordnen sowie die Addition und Subtraktion von Zahlen notwendig. In Aufgabe 4 wird der Bereich der Multiplikation von Dezimalbrüchen behandelt. Auch hier haben sowohl die Rechenfertigkeiten aus dem Bereich der Grundschule (z. B. die Beherrschung des Kleinen Einmaleins) als auch das Stellenwertverständnis eine besondere Bedeutung.

In den einzelnen Teilaufgaben werden Multiplikationsaufgaben aus dem Kleinen Einmaleins benötigt. Diese sollten sich inklusive Aufgabe c) – z. B. durch Aufteilung in zwei Teilaufgaben – im Kopf lösen lassen. Die Beurteilung des Ergebnisses und das Setzen des Kommas muss mit Hilfe des Stellenwertverständnisses oder der Gesetze der Bruchrechnung erfolgen.

Führt die Multiplikation von 7 und 8 zum Ergebnis von 56, so ist das Setzen des Kommas gemeinsam mit einer Null vor der 56 auch das korrekte Gesamtergebnis zur Aufgabe $0{,}7 \cdot 0{,}8$. Weil das Ergebnis zwei Stellen hat, kann man es an das Komma anhängen (Nachkommastellenregel). Mit dem gleichen Verfahren wird man jedoch bei der Aufgabe $0{,}2 \cdot 0{,}3$ scheitern. Hier kann es hilfreich sein, durch Variation eines Faktors eine Vorstellung vom Ergebnis zu erhalten (z.B. $2 \cdot 0{,}3 = 0{,}6$) oder durch Hinzuziehen der ‚Nachkommastellenregel‘ Hinweise zum Setzen des Kommas zu erhalten. Denn auch hier muss das Ergebnis zwei Stellen hinter dem Komma haben. Notwendig für das Verständnis dieser Aufgabe ist jedoch die Rückführung auf die Multiplikation von Brüchen, in diesem Fall $\frac{2}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{100}$.

Zu Aufgabe c) ist zu vermuten, dass sie evtl. mit Hilfe des schriftlichen Multiplikationsverfahrens gelöst wird. Dadurch ergeben sich jedoch unter Umständen neue Stellenwertfehler, da mehrere Nullen an den korrekten Stellen notiert werden müssen.

Die Erläuterung der Dezimalzahlen als andere Schreibweise für Brüche mit Nennern, die Vielfache von 10 darstellen, wird zwar in vielen Schulbüchern erwähnt. Allzu schnell findet man jedoch Regeln zum Rechnen mit diesen Brüchen, die eher einem Schema folgen, als dass sie erläutern, wie man z. B. in einer Stellenwerttafel solche Brüche darstellen kann.

Ein Beispiel für eine solche Regel ist die folgende Nachkommastellenregel:

„Merke:
Zwei Dezimalbrüche multipliziert man so miteinander:
Man rechnet zunächst, ohne die Kommas zu beachten. Anschließend setzt man das Komma so, dass das Ergebnis genauso viele Stellen hinter dem Komma hat wie beide Faktoren zusammen“ (Schröder u. a. 1999, 171).

In ähnlicher Weise verfahren andere Schulbücher. Zum Teil gibt es verschiedene Regeln, die u. a. zusätzlich berücksichtigen, ob einer der Faktoren eine natürliche Zahl ist (vgl. Palzkill, Rinkens 1991, 22f, 29; vgl. Schröder u. a. 1999, 91, 171; vgl. Schröder u. a. 2000, 56; vgl. Schröder 1990, 152; u.a.).

Aufgabe 5

Rechne schriftlich.
a) 6178 + 59 + 116 b) 11,6 + 61,78 + 59

Aufgabe 5 beinhaltet zwei Aufgaben zur schriftlichen Addition, die jeweils aus den gleichen Ziffern bestehen. Durch das Einfügen der Kommas in Aufgabe b) ergibt sich jedoch ein völlig anderes Ergebnis. Bei der Notation beider Aufgaben ist die vertikale Notation der einzelnen Summanden von entscheidender Bedeutung.

Aufgabe a) erfordert die rechtsbündige Notation der einzelnen Summanden. Dies sollte mit dem Wissen aus dem 3. Schuljahr gelingen. Die Bereitstellung eines Karomusters im Sinne von Rechenpapier bedeutet unter Umständen bereits eine Beeinflussung und wird hier vermieden.

In Aufgabe b) verbergen sich mehrere Hürden. Zunächst ist das Wissen notwendig, dass nach dem Stellenwertverständnis jeweils korrespondierende Stellen (Positionen) untereinander zu schreiben sind. Dies ist zwar auch das Prinzip der schriftlichen Addition ohne Dezimalbrüche. Einer gehören unter Einer, Zehner unter Zehner usw. Meist wird jedoch auf Rechtsbündigkeit aller Zahlen verwiesen. Beim Rechnen mit Dezimalzahlen wird diese Regeln oft ersetzt durch die Regel „Komma unter Komma“. Auch hier stehen bei korrekter Notation Einer und Einern, aber auch Zehntel unter Zehnteln, das Prinzip ist beim Rechnen mit natürlichen Zahlen dasselbe wie beim Rechnen mit Dezimalzahlen.

Eine weitere Hürde stellt die Zahl 59 dar. Sie hat kein Komma. Man muss sich also entscheiden, wo man ihr ein Komma hinzufügen soll – gedanklich oder auch tatsächlich. Die Platzierung dieses Summanden könnte bereits Hinweise zum Stellenwertverständnis geben.

Die Addition nach erfolgter Notation – ob korrekt oder unkorrekt – kann nach Maßstäben der Fehleranalyse untersucht werden. Inhalt ist von diesem Punkt an nur noch das Kleine Einspluseins.

Solche und ähnliche Aufgaben finden sich vielfach als Übungsaufgaben in Schulbüchern, auf Arbeitsblättern, in Klassenarbeiten wieder (vgl. Palzkill, Rinkens 1991, 7, 21; vgl. Schröder 1990, 146f, 149; u.a.).

Aufgabe 6

Im Ergebnis fehlt das Komma. Setze es an der richtigen Stelle ein.
a) $2{,}63 \cdot 19{,}7 = 51811$ b) $17{,}9 \cdot 6{,}3 = 11277$ c) $4{,}52 \cdot 167 = 75484$

In Aufgabe 4 wurde mit einfachen Zahlen die Multiplikation von Dezimalzahlen ein erstes Mal berührt. Hier sind Aufgaben bereits mit den vollständigen Ziffern im Ergebnis gelöst. Es fehlt lediglich das korrekt gesetzte Komma. In der Hauptschule wird im Zusammenhang mit der Multiplikation von Dezimalbrüchen häufig die ‚Nachkommastellenregel' erörtert (s.o.). Sollten die Probanden diese Regel erlernt haben, dürften sich keine Probleme mit der Fertigstellung der Aufgaben ergeben.

Ein Hindernis könnte jedoch in Aufgabe c) verborgen sein, da beim zweiten Faktor 167 kein Komma notiert ist. Evtl. ist hier die Zählung der Nachkommastellen problematisch, doch Schulbücher sehen zum Teil eigene Regeln für diese Fälle vor (vgl. Schröder u. a. 1999, 91; u.a.).

Sollte die Regel nur als Assoziations-Reiz (siehe 1.1) erlernt worden sein, könnte es sein, dass die Kommastellen im Ergebnis von der falschen Seite gezählt werden.

Ist die ‚Nachkommastellenregel' nicht erörtert worden, helfen evtl. das Abschätzen der Größenbereiche der einzelnen Aufgaben oder die schriftliche Rechnung.

Aufgabe 7

Im Ergebnis fehlen die Nullen. Ergänze die richtige Anzahl von Nullen.
a) $300 \cdot 70 = 21$____ b) $23000 \cdot 740 = 1702$____
Gib die Ergebnisse dieser beiden Aufgaben jeweils als Wort an.
zu a) ____
zu b) ____

Ähnlich der ‚Nachkommastellenregel' wird häufig eine Regel über das ‚Anhängen von Nullen' von den Faktoren an das Ergebnis aufgestellt. Diese Regel ergibt sich wiederum aus der Kenntnis des Stellenwertsystems. Häufig wird sie jedoch auch ohne diesen Zusammenhang benannt. Eine erste Begegnung machen Schüler häufig in der Grundschule mit dieser Regel, wenn Ihnen Eltern, ältere Geschwister aber auch Lehrer die Multiplikation mit der 10 vereinfachen wollen. (Krauthausen, Scherer 2001, 14-15; Gallin, Ruf 1998, 57).

Ähnlich Aufgabe 6 bestehen auch hier zwei Möglichkeiten: durch Anwenden der Regel oder durch Einschätzung des korrekten Ergebnisses durch eine Größenabschätzung (oder genauer bestimmt durch schriftliche Multiplikation).

Diese und ähnliche Aufgaben finden sich in Schulbüchern, z. B. (Palzkill, Rinkens 1991, 23).

Im zweiten Teil der Aufgabe soll die Versprachlichung einer großen Zahl überprüft werden. Dabei ergibt sich das Problem der fehlenden Korrespondenz zwischen dem Zahlwortsystem und dem vom Stellenwertsystem geprägten Ziffernsystem (siehe 1.2.4, S. 23). Solch ein Vorgehen findet sich kaum in Schulbüchern.

Aufgabe 8

Für den Sieg gegen den VfB Stuttgart im UEFA-Pokal 1989 zahlte der SSC Neapel nur für dieses Endspiel an jeden Spieler 102750,- € (ca. 205500,- DM).
Welchen Stundenlohn hatten die Spieler?
(Ein Fußballspiel dauert 90 min, das sind 1,5 Stunden)

Diese Aufgabe ist die einzige so genannte *Sachaufgabe* des Arithmetik-Teils des Tests und mit lediglich einer kleinen Variation einem Schulbuch der 6. Klasse entnommen (Schröder u. a. 1999, 180). Das Thema *Fußball* orientiert sich an einer breiten Interessengruppe der Probanden. Auch wenn sich nicht alle Schülerinnen und Schüler durch den Inhalt dieser Aufgabe angesprochen fühlen, sollte die Lösung der Aufgabe möglich sein.

Eher unüblich an dieser Aufgabe ist die Bereitstellung verschiedener Informationen, aus denen sich die Schüler die geeigneten Informationen heraussuchen müssen. Sie können sich für die Berechnung des Stundenlohns in DM entscheiden – da im Jahr 1989 dies die aktuelle Währung in Deutschland war – oder auch auf heutige Verhältnisse aktualisiert in Euro ein Ergebnis berechnen. Nicht beachtet wird die Tatsache, dass der Lohn in Italien ausgezahlt wird und demzufolge italienische Lire die korrekte Währung sein müsste. Es geht eher um eine Größenvorstellung des Betrags. Diese könnte möglicherweise durch die extrem hohen Lire-Werte getäuscht werden.

Die Anmerkung ‚Ein Fußballspiel dauert 90 min, das sind 1,5 Stunden' muss daraufhin analysiert werden, welche Zahlen für die Lösung hilfreich sind. Für die Rechnung selbst wird nur einer der beiden Werte benötigt. An dieser Stelle unterscheidet sich die Aufgabe von der Original-Schulbuchaufgabe. Dort steht für die 1,5 Stunden eine Angabe als gemischter Bruch ($1\frac{1}{2}$). Da jedoch lediglich auf Dezimalzahlen eingegangen wird, wurde diese Angabe ersetzt.

Eine Zahl im Aufgabentext – die Jahreszahl 1989 – ist zur Berechnung des Ergebnisses nicht zu verwenden. Ein Verwenden dieser Zahl ist jedoch denkbar, wenn man nach Radatz und Schipper annimmt, dass es Schüler gibt, die in Sachaufgaben lediglich nach einigen Zahlen im Text suchen, um diese mit einer Rechnung zu verbinden (siehe 1.2.3, S. 23; (vgl. Radatz, Schipper 1983, 133)). Darüber hinaus kann es passieren, dass Schüler zusätzliche Zahlen in ihre Aufgabenlösung einbeziehen, die zwar nicht genannt sind, aber zum Kontext der Aufgabe passen, bspw. die Zahl 11 als Symbol für die Anzahl der Spieler einer Fußballmannschaft.

Nach der Analyse der benötigten Zahlen stellen sich mehrere Lösungsmöglichkeiten zur Wahl. Zum einen besteht die Möglichkeit, einen der genannten Geldbeträge durch 1,5 zu teilen. Hier ergibt sich die Schwierigkeit, durch einen Dezimalbruch zu teilen. Durch die im Unterricht erarbeitete Methode des ‚Komma-Verschiebens' sollte dies jedoch lösbar sein. Zum anderen ist die Anwendung des Dreisatzes über die Zeitdauer der Minuten möglich. Nach einem ersten Schritt – dem Teilen durch 90 – folgt ein zweiter: die Multiplikation mit der in der Aufgabe *nicht* genannten Zahl 60.

Im Sinn der eingekleideten Dreisatzaufgabe ist lediglich das Errechnen eines Stundenlohns – bezogen auf die 90 Minuten Spielzeit – gefordert. *Sinnvolle* weitere Überlegungen zur Arbeitszeit – im Gegensatz zum Rechnen mit der Jahreszahl oder der Spieleranzahl – sind möglicherweise folgende Anregungen:

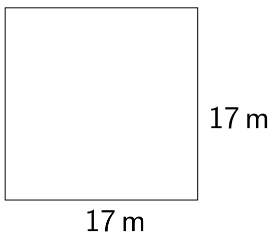
Muss man nicht die Vorbereitungszeit auf das Spiel berücksichtigen? Was ist mit der Halbzeitpause oder der Nachspielzeit? Andererseits ließen sich Spielpausen (Ball im Aus, Verletzung oder kurze Behandlung am Spielfeldrand, Jubel nach Torerfolg) von den 90 Minuten abziehen.

Die Aufgabe kann an verschiedenen Stellen zu Verständnisproblemen führen. Das schon angesprochene Desinteresse könnte die Sachsituation derart verschlüsseln, dass ein sinnvolles Beurteilen der Situation nicht mehr möglich ist.

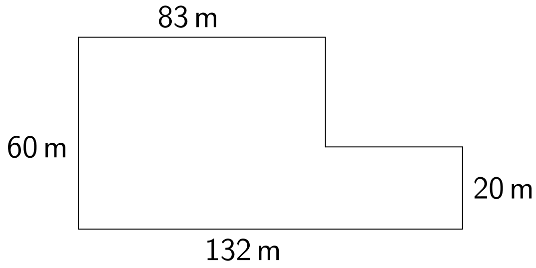
Aufgabe 9

Bestimme den Umfang folgender Grundstücke.
Schreibe deine Rechnung und das Ergebnis auf.

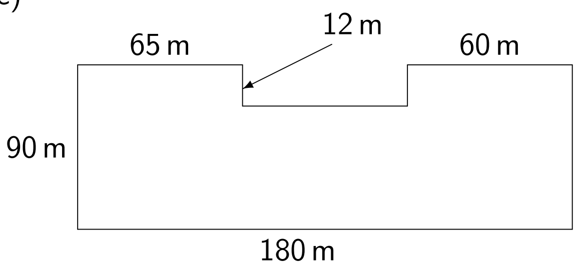
a)



b)



c)



Zu Beginn des Geometrieteils geht es in Aufgabe 9 um das Konzept des Umfangs von Figuren. Sowohl die Grundvorstellung des Umfangs als auch die Formeln für einige regelmäßige Figuren sollten bereits erarbeitet sein. Hier – wie auch im gesamten folgenden Geometrieteil – werden lediglich Figuren wie Rechteck und Quadrat sowie daraus zusammengesetzte Figuren behandelt.

Als Unterscheidung zur nachfolgenden Aufgabe 10 ist es zunächst notwendig zu erfassen, dass es sich hier um den Umfang von Figuren handelt. Dazu ist ein aufmerksames Lesen und Verstehen des ersten Satzes der Aufgabenstellung notwendig. Der zweite Satz der Aufgabenstellung kann durch das Aufschreiben der Rechnung evtl. als Hilfe daran erinnern, sollte dies mit den bekannten Formeln und der Verwendung eines u als Zeichen für den Umfang geschehen.

Um ein Abmessen zu vermeiden, sind die Maße als Größen im Meter-Bereich angegeben. Hinweis darauf ist die Bezeichnung als *Grundstück* in der Aufgabenstellung. Dies kann als ein Hinweis verstanden werden, nicht zum Lineal zu greifen und die einzelnen – insbesondere die fehlenden – Längen abzumesen.

Teilaufgabe a) beginnt mit der Abfrage des wiederholten Stoffes zur Bestimmung des Umfangs eines Quadrats. Dies ist lösbar durch die Anwendung der erlernten Formel zum Umfang $u = 4 \cdot a$, aber auch durch das Addieren aller vier – in diesem Fall gleich langen – Seitenmaße. Sollte also die Formel nicht auswendig gewusst sein, lässt sich durch das Verständnis des Konzepts *Umfang* das Ergebnis bestimmen (siehe 3.2.1.3).

Ein naheliegender Fehler bei der bloßen Verwendung einer Formel, ohne sich das gefragte Konzept dieser Aufgabe vor Augen zu führen, ist die Benutzung der Flächenformel für das Quadrat.

In Teilaufgabe b) ist die Verwendung der Formel zum Umfang wenig sinnvoll. Erst nach bewusster Verdeutlichung des gestellten Problems kann auch hier die Formel – jetzt zur Berechnung des Umfangs eines Rechtecks – hilfreich sein.

Es handelt sich bei der dargestellten Figur um eine aus zwei Rechtecken zusammengesetzte Figur. Für diese Form gibt es keine Formel und kann so zunächst zu Verunsicherung führen. Notwendig ist der Rückgriff auf das Wissen über das Konzept des Umfangs als die Summe der Längen aller Figurkanten.

Wird die Figur wie beschrieben betrachtet, erfolgt nun eine Addition der einzelnen Seitenlängen. Dabei darf nicht übersehen werden, dass nicht alle Seiten mit Maßen versehen sind. Es sind zwei fehlende Maße zu bestimmen. Das Nachmessen verbietet sich aus oben genannten Gründen. Da die gesamte Figur nur rechte Winkel besitzt, ist der Vergleich der zwei Kanten ohne Maße mit den gegenüberliegenden Seiten der Gesamtfigur erlaubt. Durch Differenzbildung lassen sich auf diese Weise die fehlenden Maße bestimmen. Die sich dadurch ergebenden Aufgaben $132 - 83 = 49$ und $60 - 20 = 40$ sind Inhalt der ersten zwei Grundschulklassen. Aufmerksam betrachtet werden sollte also die Verschriftlichung der Lösung dieser Aufgaben.

Die Gesamtfigur lässt sich jedoch auch als ein Rechteck mit einer ‚herausgeschnittenen' Ecke betrachten. Verschiebt man die beiden Seiten mit den fehlenden Maßen nach außen, so ergibt sich ein Rechteck mit den Seitenlängen 132 m und 60 m. Dieses Rechteck hat den gleichen Umfang wie die gezeigte Figur, lässt sich jedoch mit der Umfangsformel für Rechtecke $u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ bestimmen.

Ein Problem – dies gilt auch für Teilaufgabe c) – ergibt sich, wenn die Gesamtfigur als zusammengesetzte Figur gesehen wird und die Umfänge der Teilfiguren bestimmt werden. Zur Verdeutlichung sollte man sich diese Teilfiguren einzeichnen. Es ergibt sich eine neue Teilstrecke, die aus der Berührungsstrecke der beiden Figuren besteht, aber nicht zum Umfang der Gesamtfigur gehört. Bei der Berechnung der einzelnen Umfänge wird diese Strecke jeweils einmal zu jedem Teilumfang addiert. Für den Gesamtumfang ist diese Teilstrecke zu bestimmen und doppelt abzuziehen – eine komplexe Vorgehensweise.

Teilaufgabe c) ist eine weitere zusammengesetzte Figur. Auch hier ist es notwendig, zunächst die drei fehlenden Seitenlängen zu bestimmen. Dies kann durch Vergleich mit gegenüberliegenden Seiten gelingen (90 m und 12 m) sowie durch Berechnung einer Differenz bei dem Vergleich mit einer gegenüberliegenden Seite ($180 - 65 - 60$). Die durch Hinsehen zu vermutende Drittelung der oberen Seite der Figur wird durch genaue Berechnung widerlegt.

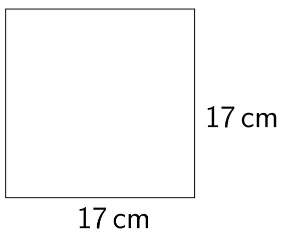
Bei der Analyse der Aufgabenlösungen ist zu unterscheiden nach Rechenfehlern einerseits und Konzeptfehlern andererseits. Aufgrund der Vielzahl der Seiten ist es leicht möglich, ein Maß zu vergessen, so dass der Gesamtumfang nicht korrekt bestimmt wird. Dennoch können sich durch die Vielzahl der Zahlangaben mehrere Rechnungen aus dem Bereich der Grundschule ergeben, die aufschlussreich sein könnten. Sowohl für Aufgabe b) als auch für Aufgabe c) lässt sich somit trennen zwischen den Inhalten der Hauptschule – also dem Konzept des Umfangs von Figuren und der Anwendung von dazugehörigen Formeln – und Inhalten der Grundschule – Rechnen mit einfachen Zahlen im 1000-er-Raum.

In Schulbüchern werden meist die Standardformen behandelt, aber auch zusammengesetzte Figuren kommen zur Anwendung (vgl. Schröder 1990, 149; vgl. Schröder u. a. 1999, 141; u.a.).

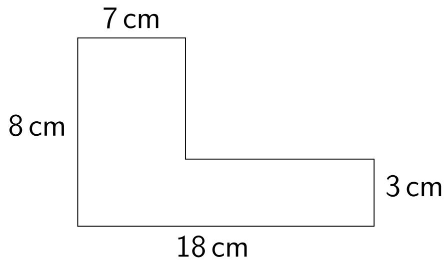
Aufgabe 10

Berechne den Flächeninhalt folgender Figuren. Das sind nur Skizzen, messen hilft nicht!

a)



b)



Im Unterschied zu Aufgabe 9 geht es in dieser Aufgabe um die Bestimmung von Flächeninhalten einfacher Figuren. Ähnlich der vorangegangenen Aufgabe wird dies durch die Aufgabenstellung deutlich. Darüber hinaus folgt hier der explizite Hinweis, dass das Ausmessen fehlender Größenangaben nicht hilfreich ist, da es sich um Skizzen handelt. Die cm-Angaben können also nicht mit der tatsächlichen Größe auf dem Arbeitsblatt übereinstimmen.

Teilaufgabe a) zeigt die gleiche Figur wie Aufgabe 9 a). Durch die veränderte Aufgabenstellung ist hier jedoch eine andere Lösung notwendig. Hier muss die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Quadrats – die Formel für ein Rechteck ist allerdings auch ausreichend – bekannt sein. Das Maß 17 cm erfordert zur Formel $A = a^2$ eine Lösung aus dem Großen Einmaleins, ist aber zugleich eine Quadratzahl. Interessant könnte hier die Rechnung sein, vermutet wird die Lösung durch schriftliche Multiplikation.

Für Teilaufgabe b) als zusammengesetzte Figur gibt es wiederum keine Formel zur Berechnung des Gesamt-Flächeninhalts. Auch hier hilft die Zerlegung in Teilfiguren weiter. Im Unterschied zu Aufgabe 9 lässt sich hier jedoch der Gesamt-Flächeninhalt als Summe der Teil-Flächeninhalte bestimmen.

Zur Lösung der Aufgabe ist es notwendig, sich die einzelnen Teilfiguren zu verdeutlichen, um anschließend die benötigten Maße zu bestimmen. Für die linke Teilfigur reichen die vorhandenen Maße 8 cm und 7 cm aus. Es ergibt sich die Aufgabe $7 \cdot 8$ aus dem Kleinen Einmaleins – häufig als die schwerste Einmaleins-Aufgabe bezeichnet (vgl. Padberg 1996, 129). Für das zweite Rechteck liegt es nahe, auch die vorhandenen Werte 18 cm und 3 cm zu verwenden. Dann jedoch ergibt sich eine Teilfläche, die doppelt verwendet wird. Sinnvoller ist es, die obere Kante (oder auch die untere Kante) des rechten Rechtecks durch Differenzbildung zu bestimmen: $18 - 7 = 11$.

Auch für diese Figur sind Alternativ-Lösungen möglich. Eine Lösung wurde kurz angesprochen. Wenn mit den vorhandenen Maßen 7 cm und 8 cm sowie 18 cm und 3 cm gerechnet wird, ergibt sich ein Stück, das zu beiden Teilflächen gehört und somit zweimal im Gesamt-Flächeninhalt erscheint. Der Flächeninhalt dieses Stücks mit den Kantenlängen 7 cm und 3 cm muss gesondert berechnet und von der Summe der beiden Teil-Flächeninhalte abgezogen werden.

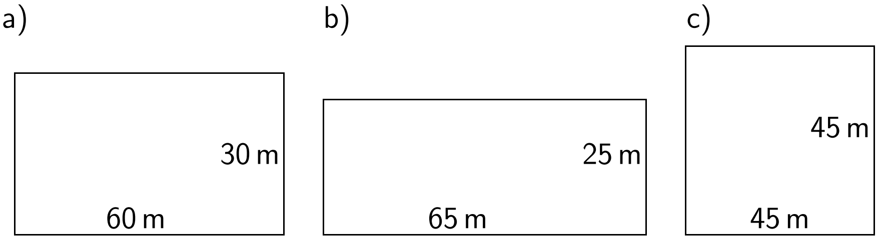
Eine weitere Lösung ist die Bestimmung des Rechtecks mit den Seitenlängen 8 cm und 18 cm. Anschließend muss jedoch der Flächeninhalt des außenliegenden Rechtecks mit den Seitenlängen 5 cm und 11 cm bestimmt und vom zuerst bestimmten Flächeninhalt abgezogen werden. Im Gegensatz zur vorher genannten Alternativlösung, bei der keine unbekannten Seitenlängen berechnet werden mussten, ist hier die Berechnung zweier unbekannter Seitenlängen notwendig.

Für viele Schüler besteht die Unterscheidung zwischen dem Umfang einer Figur und deren Fläche in der Bestimmung der Rechenart. Ist dies beim Umfang die Addition, ist die Bestimmung der Fläche durch Multiplikation möglich. (Anmerkung: Auch beim Umfang kommen Multiplikationsschritte in den Formeln vor!) Bei der Zusammensetzung mehrerer Umfänge ist die Addition notwendig. Wird aber mittels der Rechenarten zwischen Umfang und Fläche unterschieden, ist es denkbar, dass zusammengesetzte Flächen sich auch aus der Multiplikation der Teilflächen ergeben müssen. Die Folge wäre eine Multiplikation der Teilflächeninhalte $56cm^2 \cdot 33cm^2$.

Wie auch bei den Umfangsaufgaben aus Aufgabe 9 werden zur Flächenberechnung in Schulbüchern meist die Standardformen herangezogen. Im Zusammenhang mit Grundrissen werden jedoch auch zusammengesetzte Figuren thematisiert, dann meist auch mit Einteilungen in Einheitsquadrate, die den Bezug zum Flächenbegriff herstellen (vgl. Palzkill, Rinkens 1991, 28, 57; vgl. Schröder 1990, 89, 155; vgl. Schröder u. a. 1999, 140; vgl. Schröder u. a. 2000, 57, 82ff; u.a.).

Aufgabe 11

In einem Neubaugebiet sind drei Grundstücke zu verkaufen. Welches Grundstück hat die größte Fläche, welches die kleinste Fläche?



Auch in dieser Aufgabe sollen Flächeninhalte berechnet werden. Der Vergleich dreier Rechtecke legt es nahe, hier die Formel für Rechtecke anzuwenden. Mit der Formel $A = a \cdot b$ können die Flächeninhalte der drei Figuren bestimmt werden. Notwendig ist zur Lösung der Aufgaben eine Rangfolgenbildung der Flächeninhalte, es reicht nicht aus, lediglich den größten oder den kleinsten Flächeninhalt zu nennen.

Wird die Aufgabenstellung nicht aufmerksam gelesen, könnte es sein, dass einige Schüler den Umfang dieser Figuren berechnen. Wenn sie korrekt rechnen, sollten sie feststellen, dass alle Figuren den gleichen Umfang haben, die Frage der Aufgabenstellung nach ‚größtem' und ‚kleinstem' Umfang (eigentlich: Fläche) sinnlos ist.

Schüler mit einem ausreichenden Überblick über Zahlen und Beziehungen zwischen mehreren Zahlen werden evtl. feststellen, dass alle drei Figuren den gleichen Umfang haben. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass das Quadrat die größte Fläche haben muss. Dies setzt jedoch bereits ein höchst formalisiertes mathematisches Denken voraus.

Vermutet wird die Lösung der Aufgabe durch schriftliche Multiplikation, Inhalt von Klasse 3. Auf diese Weise können grundlegende Rechenfähigkeiten und -fertigkeiten sowie erneut das Verständnis des Stellenwertsystems überprüft werden.

Nicht berücksichtigt wurde bei der endgültigen Erstellung des Tests die Idee, den Vergleich über einen Verkaufpreis pro Quadratmeter zu analysieren. Dies hätte eine weitere Abstraktion durch die Aufgabenstellung bedeutet, jedoch mathematisch lediglich drei weitere Multiplikationen erfordert.

Aufgabe 12

Ein Rechteck ist 7 cm lang und 4 cm breit.
Verdopple Länge und Breite des Rechtecks.
Wie ändert sich die Fläche?

War für Aufgabe 11 analytisches mathematisches Vorgehen nicht notwendig aber möglich, so soll in dieser Aufgabe mathematisches Vorgehen und Denken überprüft werden. Dies ist zunächst beispielhaft mit Hilfe der gegebenen Maße möglich, soll aber dann formal als Vervierfachung des Flächeninhalts benannt werden. Dies kann sowohl in Wortform als auch symbolisch durch eine Angabe wie ‚·4‘ geschehen.

In dieser Aufgabe wird erwartet, dass die Bedeutung des ‚Verdoppelns‘ bekannt ist. Zur kompletten Betrachtung sind mehrere Arbeitsschritte notwendig, die jedoch nicht im Einzelnen aufgezeichnet werden müssen. Für jemanden, dem bewusst ist, dass die Verdopplung der Seiten eine Vervierfachung der Fläche ergibt, mag es überflüssig erscheinen, die einzelnen Schritte darzustellen. (Zur Bedeutung des Verdoppelns und Halbierens siehe (Rottmann 2003).)

Zunächst ist es notwendig, die Fläche mit den gegebenen Maßen zu berechnen: $7\,cm \cdot 4\,cm = 28\,cm^2$. Anschließend sind die die Maße jeweils zu verdoppeln und wieder die Fläche zu bestimmen: $14\,cm \cdot 8\,cm = 112\,cm^2$. Abschließend muss ein Vergleich der zwei Flächen erfolgen mit der Feststellung, dass die zweite Fläche viermal so groß ist wie die erste.

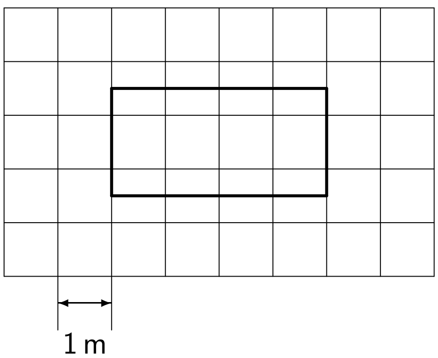
Eine Alternativlösung ist die zeichnerische Konstruktion – evtl. mit Hilfe einer Skizze. Nach der Verdopplung der beiden Seitenlängen eines Rechtecks kann erkannt werden, dass das ursprüngliche Rechteck genau viermal im neu entstandenen Rechteck enthalten ist. (Nachprüfbar durch die Halbierung beider Seiten eines DIN A4-Blattes durch Falten der beiden Seitenhalbierenden. Es entstehen vier postkartengroße DIN A6-Rechtecke (vgl. Steibl 1997)).

Ähnliche Aufgaben zur Analyse von Sachverhalten finden sich in vielen Schulbüchern, z. B. (vgl. Palzkill, Rinkens 1991, 57).

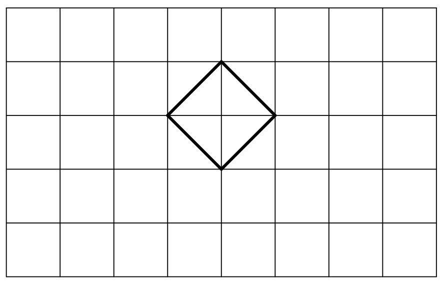
Aufgabe 13

Hier siehst du Grundrisszeichnungen. Welchen Flächeninhalt haben die Figuren mit dem dicken schwarzen Rand? Die Seitenlänge von einem Kästchen entspricht 1 m.

a)



b)



Diese Aufgabe mag unter Gesichtspunkten der Hauptschule als eine der schwierigsten angesehen werden. Betrachtet man diese Aufgabe jedoch im Blickwinkel der Zerlegung in Einheitsflächen, so ist dies eine Aufgabe, die bereits in der Grundschule lösbar sein sollte (siehe 3.2.1.3).

Es geht in dieser Aufgabe darum, geeignete Zerlegungsflächen im Zusammenhang mit dem vorgegebenen Quadratmuster zu finden. In Teilaufgabe a) kann man zum einen auf halbe Quadrate zurückgreifen. Diese lassen sich zählen oder multiplikativ bestimmen. Man erhält 16 halbe Quadrate (oder auch 8 halbe und 4 ganze Quadrate). Die Halbierung der Quadrate erfolgt offensichtlich durch eine Seitenhalbierende. Aus beiden Ansätzen sollten sich die geforderten $8\,m^2$ bestimmen lassen. Zum anderen lässt sich die gesamte Figur auch um ein halbes Quadrat nach oben oder unten verschieben, so dass sich $2 \cdot 4$ oder auch $4 \cdot 2$ Quadrate ergeben.

Aufgabe b) erscheint zunächst etwas komplizierter, da die Flächenberechnung von Dreiecken – womöglich mit Hilfe des Satzes des Pythagoras und demzufolge einer Seitenlänge von $\sqrt{2}\,m$ – nicht Thema dieses Tests ist. Dies wäre allerdings zu umständlich gedacht, da die Zerlegung in halbe Quadrate mittels der Diagonalen zum Erfolg führt. Dies ergibt bei der Figur vier Dreiecke – also halbe Quadrate – und damit einen Flächeninhalt von $2\,m^2$.

Insbesondere Aufgabe b) erfordert das Verständnis des Konzepts *Flächeninhalt,* eine Formel hilft hier nicht weiter.

Wie oben bereits erwähnt, finden sich solche Aufgaben meist im Zusammenhang mit der Bestimmung von Flächen innerhalb eines Grundrisses wieder. Zum Teil werden diese Beispiele jedoch nur zu Beginn einer Einführung aufgegriffen, um dann der formelzentrierten Bearbeitung mehrere Seiten zu widmen (vgl. Palzkill, Rinkens 1991, 57; vgl. Schröder u. a. 2000, 82ff; u.a.).

3.2.3 Durchführungsideen

Der Test umfasst eine Breite, die in einer normalen Klassenarbeit nicht erreicht wird. Aus diesem Grund ist eine gesonderte Einstimmung der Schüler auf die Durchführung der Aufgaben notwendig. Von den Fachlehrerinnen und Fachlehrern sollen die Schüler ohne weitere Informationen zu geben darauf hingewiesen werden, dass sie eine Klassenarbeit schreiben.

Vor der Durchführung des Tests werden die Schüler darüber informiert, dass dieser Test keine Auswirkungen auf ihre Mathematiknote habe, sie aber alle Aufgaben möglichst genau bearbeiten sollten, um eine Hilfe bei der Verbesserung von Mathematikunterricht zu leisten. Dazu sei es nötig, zu sehen, wie bestimmte Aufgaben gelöst würden.

Diese Möglichkeit der Durchführung birgt die Gefahr, dass einige Schüler ohne ein deutliches Bemühen an die Aufgaben herangehen, da es ihnen nicht ‚Gewinn bringend' erscheint, also z. B. in Form von Zensurverbesserungen nützt.

Andererseits besteht die Möglichkeit, dass durch fehlenden Prüfungsdruck ein besseres Bild vom tatsächlichen Leistungsstand gewonnen werden kann, weil die Aufgaben ungezwungener bearbeitet werden.

Um einleitende Erklärungen zu geben sowie Fragen der Schüler bzgl. der Untersuchung zu klären, soll zu Beginn ein zeitlicher Freiraum vorhanden sein. Aufgrund der Inhaltsfülle des Tests wird die Bearbeitungsdauer auf 60 Minuten angelegt. Dazu ist es notwendig, dass für die Durchführung des Tests eine Doppelstunde zur Verfügung steht. Günstig wäre darüber hinaus, wenn es eine Möglichkeit gäbe, dass Schüler, die mit der Bearbeitung fertig sind, den Raum verlassen können.

Der Test wird in zwei aufeinander folgenden Teilen durchgeführt. Dadurch wird die Anzahl der vorliegenden Aufgaben überschaubarer, die Inhalte sind voneinander abgegrenzt. Der erste Teil besteht aus zwei DIN A4-Blättern mit den Aufgaben 1-8 zur Arithmetik, im zweiten Teil folgen die Aufgaben 9-13 aus dem Geometrie-Teil auf zwei weiteren Blättern. Ist ein Schüler mit dem ersten Teil fertig, bekommt er von den Übungsleitern den zweiten Teil ausgehändigt, während der erste Teil eingesammelt wird.

Der Test ist in zwei Varianten verschiedener Farben vorhanden, den Schülern wird jeweils abwechselnd ein grünes bzw. ein gelbes Exemplar gegeben. Dies erweckt evtl. den Eindruck, es könne sich um verschiedene Aufgaben handeln. Tatsächlich sind aber sowohl Aufgaben als auch Anordnung der Aufgaben in beiden Varianten gleich. Der erste Teil des Tests ist jeweils in einem helleren Farbton (also hellgrün oder hellgelb) bedruckt. Dies erleichtert es den Übungsleitern, einen Überblick über das Voranschreiten der einzelnen Schüler zu gewinnen.

3.2.4 Auswahl von Klassen

Nach den explorativen Beobachtungen in der Integrierten Gesamtschule erreicht das Spektrum der Schülerleistungen in den Klassen der Sekundarstufe I eine immense Breite. Der Test sollte mit dem Leistungsstand nach Abschluss der sechsten Kasse erfolgreich bearbeitet werden können. Dass damit nicht unbedingt zu rechnen ist, belegen nicht nur Studien wie TIMSS, PISA und andere (siehe Einleitung). Die Inhalte des Tests sind im Wesentlichen noch einmal Thema des Mathematikunterrichts in Klasse 7 der Hauptschule. Aus diesem Grund liegt der Schwerpunkt der Untersuchung auf diesem Jahrgang.

Wenn in Klasse 7 aufgrund zu hohen Nachholbedarfs noch nicht alle regulären Inhalte erarbeitet werden können, verschieben sich häufig die Themengebiete bis in die 8. Klasse. Zum Durchführungszeitpunkt des Tests dürften jedoch in Klasse 8 alle Inhalte hinreichend erarbeitet bzw. wiederholt worden sein. Deswegen sollen einige Klassen 8 ebenfalls an diesem Test teilnehmen.

Nach der Vorstellung des Untersuchungsvorhabens in zwei Schulen wurde deutlich, dass der Test sowohl für Schüler in Klasse 7 als auch in Klasse 8 geeignet sein könnte. Dies bestätigte das Vorhaben, auch den achten Jahrgang an der Untersuchung zu beteiligen.

Beide Schulen erklärten sich bereit, alle Schüler des siebten Jahrgangs am Test teilnehmen zu lassen. Dies bedeutete für die erste Schule drei und für die zweite Schule zwei Klassen. Darüber hinaus sollte der Test in zwei achten Klassen der ersten und einer weiteren achten Klasse der zweiten Schule durchgeführt werden.

Zum Vergleich sollen die Schulformen Realschule und Gymnasium herangezogen werden. Hier erscheint es sinnvoll, den Test im Jahrgang 7 durchzuführen, da die Inhalte des Tests laut Rahmenrichtlinien in beiden Schulformen nicht weiter thematisiert werden (siehe 3.2).

3.3 Durchführungsbeobachtungen, Reaktionen

Die Erläuterung zum durchzuführenden Test rief sehr unterschiedliche Reaktionen hervor. Die Bearbeitung erfolgte jedoch meist in angemessener Atmosphäre. Nur selten ließen Schüler die Vermutung zu, sie könnten nicht ernsthaft an der Lösung des Tests interessiert sein. Diese Schüler verweigerten zumindest teilweise die Arbeit an einzelnen Aufgaben. Über die Gründe können nur Vermutungen angestellt werden. Es ist denkbar, dass diese Schüler an dem Test kein Interesse hatten, aber auch, dass einzelne Aufgaben sie auf den ersten Blick derart zu überfordern schienen, dass sie keinen zweiten Blick wagten.

In allen untersuchten Klassen war während der Durchführung eine Lehrkraft anwesend, die in der jeweiligen Klasse unterrichtet. Von den beteiligten Lehrkräften wurde bestätigt, dass die jeweilige Arbeitssituation sich nicht von anderen – regulären – Klassenarbeiten unterschieden hätte.

Die zeitliche Varianz der Bearbeitungsdauer des Tests war enorm. Die schnellsten Schüler gaben den Test nach 20 Minuten ab. Darunter waren jedoch einige, die nicht alle Aufgaben bearbeitet hatten. Die langsamsten Schüler waren nach 60 Minuten noch nicht bei Aufgabe 13 angekommen. (Der Schüler mit der besten Leistung aus der Hauptschule (Gesamtlösung: 91 %) kam aus der 7. Klasse und benötigte 60 Minuten.)

Von den Schülern wurden die Testaufgaben kaum in besonderer Weise kommentiert. Einige Schüler waren über bestimmte Inhalte erschrocken, weil diese bereits vor längerer Zeit Thema des Unterrichts waren. Im Allgemeinen wurden die Aufgaben jedoch ohne äußere Widerstände bearbeitet.

Beteiligte Lehrerinnen und Lehrer stuften den Test häufig als ‚zu schwierig' ein. Das Ergebnis scheint diese Annahme zu bestätigen. Ob die Annahme haltbar ist, wenn man das gerechtfertigte Erreichen der Klasse sieben als gegebene Voraussetzung ansieht, wird sich bei einer näheren Betrachtung der Aufgaben zeigen.

3.4 Auswertung und erste Ergebnisse

In die Auswertung gehen ein: 160 Hauptschüler, 44 Gymnasiasten, 38 Studenten. Nicht untersucht wurden geschlechtsspezifische Unterschiede. Die Klassen 7 und 8 zeigen derart ähnliche Ergebnisse, dass ihre Leistungen gemeinsam als Hauptschulgruppe analysiert werden.

3.4.1 Ergebnisse der einzelnen Aufgaben

Im Folgenden werden die Ergebnisse der einzelnen Aufgaben dargestellt. Zunächst erfolgt ein Vergleich der *nicht korrekten Lösungen* zwischen Schülern der Hauptschule, des Gymnasiums und – bei den Arithmetikaufgaben – Studenten. Zu den *nicht korrekten Lösungen* gehören *eindeutig falsche Lösungen,* aber auch *ansatzweise richtige Lösungen* sowie *nicht bearbeitete Aufgaben.* Damit steht eine starke Beachtung *negativer Aspekte* im Vordergrund. Dies mag als antiquierte ‚defektorientierte' Sichtweise angesehen werden. Diese ‚Negativ-Sichtweise' begründet sich aus folgenden Überlegungen:

Bei den Aufgaben ist es nach korrekter Lösung kaum möglich, auf den Lösungsweg zu schließen. Meist sind nur mutmaßliche Schlüsse möglich, da häufig nur Ergebnisse, selten ausführliche Rechenwege notiert werden.

Es geht um ‚rechenschwache' Schüler. Deren Lösungen sind im Endergebnis selten richtig. Es lassen sich jedoch meist Fehlertechniken bestimmen, die aus richtigen Ansätzen entstehen (vgl. Fehleranalyse in 2.3, S. 35). Deswegen ist in einem ersten Schritt eine Erhebung der *nicht oder falsch bearbeiteten Aufgabenlösungen* notwendig, um dann in einem zweiten Schritt Fehlerkategorien zu bestimmen und zuzuordnen. Diese Fehlerkategorien können eventuell Hinweise auf den genauen Ursprung des Fehlers geben. Dazu zählen Kategorien, die eine korrekte Strategie verfolgen, aber durch Rechenfehler zum falschen Ergebnis führen. Andere Kategorien nennen Ansätze, die nicht zum Abschluss gebracht werden – Abbruchkategorien. Oder eben auch Kategorien, deren Ansätze sich als ‚Sackgassen' herausstellen, weil sie keinen Weg zur korrekten Lösung ermöglichen können.

In der Folge kann dann aus den Fehlerkategorien der jeweilige Kenntnisstand bestimmt werden, um unter Bezug auf eine mathematische Sachanalyse vorhandenes Wissen zu nutzen, zu erweitern und mittels einer entsprechenden Förderung den Schülern Alternativen zu ‚Sackgassenstrategien' zu bieten.

Während für die *nicht korrekten Lösungen* die Ergebnisse von Hauptschülern, Gymnasiasten und Studenten verglichen werden, beziehen sich die Daten zu den Fehlerkategorien lediglich auf die Gruppe der Hauptschüler. Die geringe Anzahl der Gymnasiasten und Studenten ermöglicht ein Erfassen der *nicht korrekten Lösungen,* nicht jedoch eine nähere Bestimmung einzelner Strategien innerhalb dieser *nicht korrekten Lösungen* der beiden Vergleichsgruppen.

Obwohl die meisten Fehlerkategorien in den Diagrammen näher bezeichnet werden, wird in Tabelle 3.1 ein Überblick gegeben. Eine ähnliche Übersicht bietet Tabelle 4.3 im folgenden Kapitel zu den Fehlerkategorien der Schüler, die an den Videointerviews teilgenommen haben.

06	A5: 11,6 als 11,06 notiert	n	nicht bearbeitet
1	A13: 1 m^2	N8	A3: 0,088 als kl. Zahl erkannt, sonst NK
2	A7: 2 Nullen	NK	A3: n. Anz. d. Nachkommastellen sortiert
3	A7: 3 Nullen	RB	A5: Zahlen rechtsbündig notiert
18	A9: Teilfläche mit $18 \cdot 3$ berechnet	RF	Rechenfehler
59	A5: 59 als (0,)59 notiert	RR	falsche Rechenrichtung
EH	A2: Ergebnis hinten	S	A8: seltsamer Ansatz
f	A7: falsches Zahlwort	SO	sonstiger Fehler
F	A8: falscher Ans.; A9: Fläche ber.	SW	Stellenwertfehler
FF	A7: Folgefehler	T	A9: Teilumfänge berechnet
H	A8: halber Ansatz	U	Umfang berechnet
I	A9: fehlende Maße ignoriert	U*	A10: nur vorhandene Zahlen addiert
IG	A12: Feststellung: „ist größer“	VD	A12: Werte verdoppelt
KV	A12: kein Vergleich	W	A7: Ergebnis in Worten

Tabelle 3.1: Abkürzungen der Fehlerkategorien in den Auswertungen zum informellen Test

Aufgabe 1

Zu Beginn der Auswertung jeder Aufgabe wird die Aufgabenstellung zum besseren Vergleich noch einmal wiederholt.

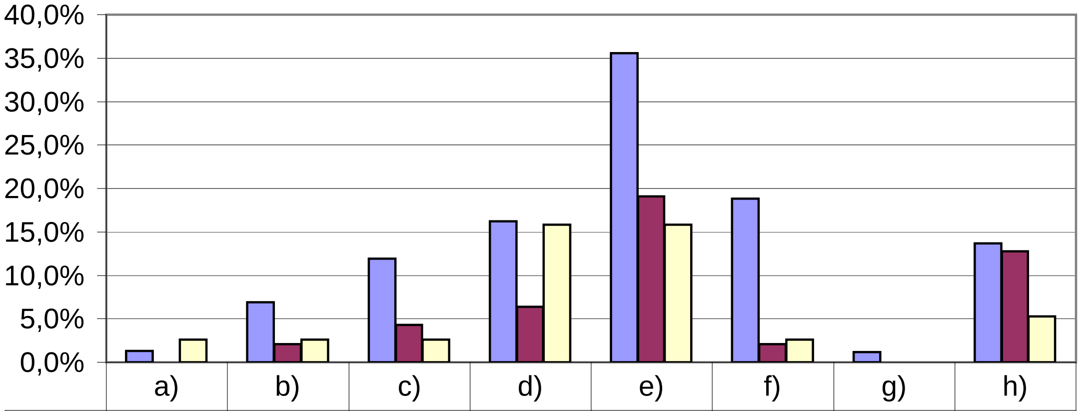
Rechne im Kopf und notiere das Ergebnis.

a) $70 + 20 = \boxed{}$	b) $44 - 6 = \boxed{}$	c) $150 + 15 = \boxed{}$
d) $820 + 405 = \boxed{}$	e) $15000 - 15 = \boxed{}$	f) $6 - 0{,}5 = \boxed{}$
g) $12 + 4 = \boxed{}$	h) $88 + 62 = \boxed{}$	

Wie in der Planung des Tests beabsichtigt, sollte diese Aufgabe die Spannung und Aufregung der Schüler lösen, um sich auf die nachfolgenden Aufgaben einzulassen. Tatsächlich bereiteten jedoch die einzelnen Teilaufgaben vielen Schülern Probleme, die im Folgenden systematisch beschrieben werden. Einige dieser Probleme können Hinweise auf bestimmte Vorkenntnisse der Schüler geben.

Die Aufgaben sollten alle mit dem Kenntnisstand von Klasse 3 einfach lösbar sein. Besondere Hürden beinhalten die Aufgaben (abgesehen von der Verschiedenheit der einzelnen Teilaufgaben) nicht.

Im Diagramm der *nicht korrekten Lösungen* (siehe Abb. 3.1) lassen sich bestimmte Problemaufgaben erkennen. Diese Teilaufgaben (insbesondere Teilaufgabe e) führen sowohl bei den Hauptschülern als auch bei Gymnasiasten und Studenten zu einer erhöhten Fehlerquote. Von den Hauptschülern werden die Aufgaben c), d), e), f) und h) von mehr als 10 Prozent nicht korrekt bearbeitet. Dies fordert eine nähere Betrachtung mit Hilfe von Fehlerkategorien. Die Gymnasiasten liegen bei den Aufgaben e) und h) zwischen 10 und 20 Prozent, die Studenten hingegen bei den Aufgaben d) und e). Die auffallend schwerste Aufgabe scheint Teilaufgabe e) zu sein, sie wird von gut einem Drittel der Hauptschüler nicht korrekt bearbeitet, bereitet aber auch Gymnasiasten und Studenten von allen Teilaufgaben am ehesten



	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
HS	1,3%	6,9%	11,9%	16,2%	35,6%	18,8%	1,2%	13,7%
Gy	0,0%	2,1%	4,3%	6,4%	19,1%	2,1%	0,0%	12,8%
Stud	2,6%	2,6%	2,6%	15,8%	15,8%	2,6%	0,0%	5,3%

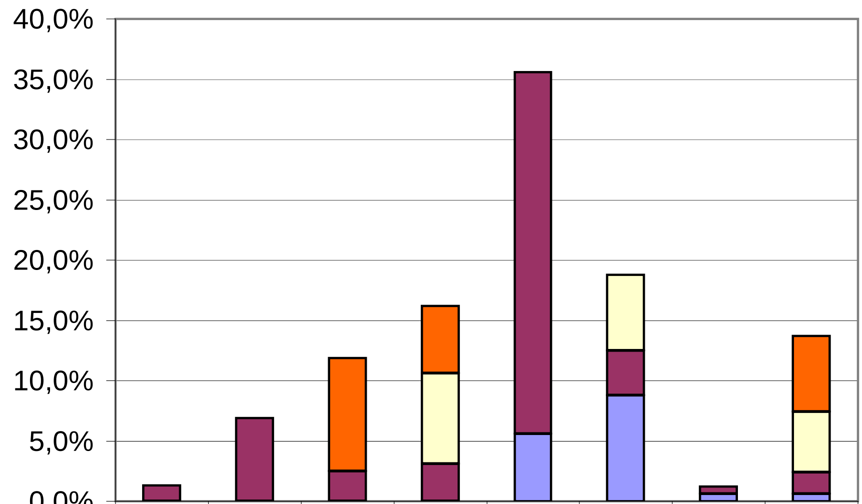
Abb. 3.1: Nicht korrekte Lösungen, Aufgabe 1 (a–h)

Schwierigkeiten (19% und 16%). Meist handelt es sich bei dieser Aufgabe um Fehler im Stellenwertsystem.

Eine vollständig korrekte Lösung der gesamten Aufgabe 1 wird nur von ca. 40 Prozent der Hauptschüler erbracht, 28 Prozent machen einen Fehler bei einer Teilaufgabe, 17 Prozent lösen 2 Teilaufgaben nicht und noch 12 Prozent liefern bei 3 Teilaufgaben ein falsches Ergebnis. Höchst selten kommt der Fall vor, dass 4 bzw. 5 Teilaufgaben nicht korrekt bearbeitet werden.

Zu den einzelnen Teilaufgaben und ihren Fehlerkategorien (siehe Abb 3.2): Die einfache Addition der Aufgabe a) bereitet fast niemandem Probleme, abgesehen von zwei Schülern, die *70 – 20* rechnen. Dies kann auf Stress zurückzuführen sein, wie ein vergleichbarer Wert bei der studentischen Gruppe zeigt.

Bei Aufgabe b) *(44 – 6)* ergeben sich bereits wesentlich mehr falsche Lösungen. Ein Schüler rechnet *plus*, andere Lösungen sind *28, 36, 37, 39, 40, 42, 48*. Viele dieser Lösungen lassen sich nach den Methoden der Fehleranalyse (siehe 2.3, S. 35) bestimmten Strategien des Rechnens zuordnen. Auch wenn über den tatsächlichen Rechenvorgang die Information des Schülers eingeholt werden muss, lässt sich vermuten, dass z. B. die Lösung 39 ein Ergebnis falschen Rückwärtszählens sein könnte ($44 \rightarrow 43 \rightarrow 42 \rightarrow 41 \rightarrow 40 \rightarrow \underline{39}$). Die Lösung *42* lässt sich durch eine Zerlegung der *6* in *4* und *2* erklären. Zunächst wird von *44* bis zur *40* subtrahiert, dann aber die Rechenrichtung gewechselt und *2* addiert. Bei der Lösung *40* wird evtl. der letzte Schritt gänzlich vergessen.



	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
f. Rechenrichtung (RR)			9,4%	5,6%				6,3%
Stellenwert (SW)				7,5%		6,3%		5,0%
sonstige (SO)	1,3%	6,9%	2,5%	3,1%	30,0%	3,7%	0,6%	1,8%
nicht bearbeitet (n)	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	5,6%	8,8%	0,6%	0,6%

Abb. 3.2: Fehlerkategorien, Aufgabe 1 (a–h)

Als eine Nachwirkung von Aufgabe b) kann die Verwechslung der Rechenart (Rechenrichtungsfehler) in Aufgabe c) *(150 + 15)* vermutet werden. Fast 10 Prozent der Schüler verwenden hier die Subtraktion.

Bei Aufgabe d) *(820 + 405)* fällt auf, dass sich hier viele Schüler zum ersten Mal der schriftlichen Addition bedienen. Diese scheint ihnen eine hilfreiche und sichere Methode im gefragten Zahlenraum zu sein. Dennoch ergeben sich diverse Fehllösungen – z. T. bei schriftlicher Lösung, z. T. bei Lösung im Kopf. Knapp 6 Prozent verbleiben auch hier bei der Subtraktion. Ungewöhnliche Lösungen sind: *125, 425, 1025, 1205, 1270.* Problematisch scheint hier für einige Schüler die Tatsache zu sein, dass das Ergebnis eine Stelle mehr hat als die beiden Summanden. Ein weiterer Problemfaktor scheinen die Nullen in den Summanden zu sein, die sich häufig an verschiedenen Stellen in den Lösungen wiederfinden. Beide zuletzt genannten Vermutungen weisen auf ein mangelndes Verständnis des Stellenwertsystem hin.

Noch deutlicher wird dieses Problem bei der Bewältigung der Aufgabe e) *(15000 – 15)*. Ein Großteil der Schüler bedient sich auch hier des schriftlichen Verfahrens. Diese Aufgabe zeigt die meisten unterschiedlichen Lösungen. Die häufigsten Lösungen sind *15085, 14085* sowie Ergebnisse, bei denen die *9* in der Mitte weggelassen wird (also Ergebnisse wie *1485, 1585,* aber auch *1475* u. a.). Bei dieser Teilaufgabe und bei der folgenden Teilaufgabe f) *(6 – 0,5)* führt ein Teil der Schüler keine Bearbeitung durch, während die anderen Teilaufgaben von so gut wie allen Schülern bearbeitet werden. Es scheint möglich, dass hier eine subjektive Selektion des Schwierigkeitsgrades vorgenommen wird, um Zeit für andere Aufgaben zu gewinnen.

Die bei der Erstellung des Tests als problematisch beurteilte Aufgabe f) *(6 – 0,5)* verursacht erwartungsgemäß diverse Probleme. Die Verschiedenartigkeit der Ergebnisse lässt keine Kategorienbildung zu, so dass im Diagramm lediglich die Kategorie *Sonstige* genannt wird, hier jedoch einige Beispiele genannt werden. Auch diese Aufgabe wird relativ häufig mit einem schriftlichen Verfahren angegangen, das wiederum bei einigen Schülern neue Probleme ergibt. Meist führt die Verwendung des schriftlichen Verfahrens zum korrekten Ergebnis. Durch ein rechtsbündiges Schreiben der Zahlen *6* und *0,5* ergibt sich jedoch häufig das Ergebnis *0,1.* Dies legt bereits an dieser Stelle nahe, dass die Bedeutung des Kommas im Zusammenhang mit dem Stellenwertsystem nicht verstanden wurde. Andere Ergebnisse sind *4,5; 5,95* (Stellenwert!); *1; 7,0* sowie trotz schriftlicher Subtraktion das Ergebnis *6,5.*

Aufgabe g) *(12 + 4)* verursacht keine nennenswerten Probleme. Abgesehen von einem Schüler mit der Lösung *10* wird diese Aufgabe des 1. Schuljahres immer korrekt gelöst.

Die letzte Aufgabe h) *(88 + 62)* wird von gut 6 Prozent der Schüler als Subtraktion berechnet. Falsche Lösungen liegen häufig bei den glatten Zehnerzahlen rund um das korrekte Ergebnis: *160, 140, 130.* Dies kann auf Schwierigkeiten im Verständnis des Stellenwerts hinweisen.

Fazit Zusammenfassend lässt sich sagen, dass mehr Schüler als erwartet Probleme mit der Bewältigung der Aufgabe 1 haben. Dies mag daran liegen, dass die einzelnen Aufgaben von vielen Schülern subjektiv als zu leicht empfunden werden, da diese Aufgaben bereits von einem Drittklässler erfolgreich gelöst werden müssten. Die Analyse der Lösungen legt jedoch nahe, dass nicht nur Flüchtigkeitsfehler, sondern eklatante Verständnismängel die falschen Lösungen hervorrufen.

Wie sich auch in den weiteren Aufgaben zeigen wird, ist die Bereitschaft, eine subjektiv als zu schwer empfundene Aufgabe zu lösen, relativ gering. Solch eine Aufgabe wird häufig nicht bearbeitet. In Aufgabe 1 ist zu beobachten, dass relativ häufig die Teilaufgaben e) und f) gemeinsam ausgelassen werden.

Erste Hinweise ergeben sich bei dieser Aufgabenauswahl auf Mängel im Bereich der *Grundrechenarten Addition* und *Subtraktion* sowie im *Verständnis des Stellenwertsystems.*

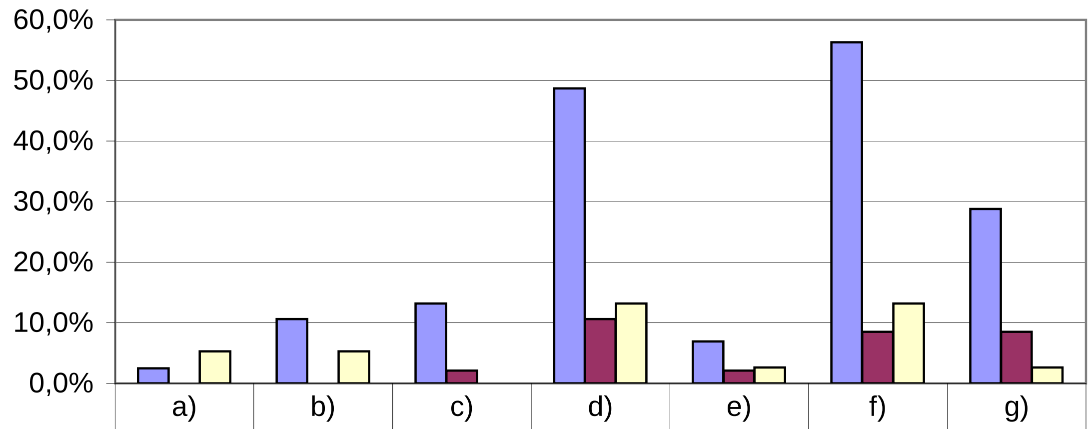
Aufgabe 2

Setze die fehlenden Zahlen ein.

a) $\square + 5 = 13$ b) $2{,}5 + \square = 6{,}5$ c) $\square + 3 = 5{,}6$
d) $6{,}4 - \square = 3{,}6$ e) $\square - 7 = 9$ f) $\square - 7{,}5 = 12$
g) $345 + \square = 345{,}67$

Aufgabe 2 orientiert sich wesentlich mehr an den aktuellen Unterrichtsinhalten der untersuchten Schülergruppe als Aufgabe 1. Aufgrund der komplexeren Anforderungsstruktur der einzelnen Teilaufgaben ergibt sich hier ein breites Fehlerspektrum.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass auch hier wieder subjektiv als zu schwierig erscheinende Aufgaben nicht bearbeitet werden. Des weiteren wird häufig versucht, schwierige Aufgaben mit dem Hilfsmittel der schriftlichen Rechenverfahren zu lösen. Dazu ist jedoch bei diesen Aufgabentypen stets eine Umstellung der einzelnen Aufgabenbestandteile (siehe 1.2.3, S. 19) inklusive eines möglichen Wechsels der Rechenart (Rechenrichtung) notwendig, so dass viele dieser Versuche scheitern.



	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
HS	2,5%	10,6%	13,2%	48,7%	6,9%	56,3%	28,8%
Gy	0,0%	0,0%	2,1%	10,6%	2,1%	8,5%	8,5%
Stud	5,3%	5,3%	0,0%	13,2%	2,6%	13,2%	2,6%

Abb. 3.3: Nicht korrekte Lösungen, Aufgabe 2 (a–g)

Die Übersicht zu den *nicht korrekten Lösungen* (siehe Abb. 3.3) zeigt, dass sowohl für Gymnasiasten als auch für Studenten keine nennenswerten Probleme bei diesen Aufgaben entstehen. Die Quote der *nicht korrekten Lösungen* liegt bei den problematischen Teilaufgaben bei ungefähr 10 Prozent, sonst deutlich darunter.

Für die Gruppe der Hauptschüler stellen sich insbesondere die Teilaufgaben d) *($6{,}4 - \square = 3{,}6$)*, f) *($\square - 7{,}5 = 12$)* und g) *($345 + \square = 345{,}67$)* als Hürden heraus, die bei einem Großteil der Schüler für Probleme sorgen. So wird Aufgabe g) von knapp

30 Prozent, die Aufgaben d) und f) sogar von ungefähr der *Hälfte der Schüler* nicht korrekt bearbeitet.

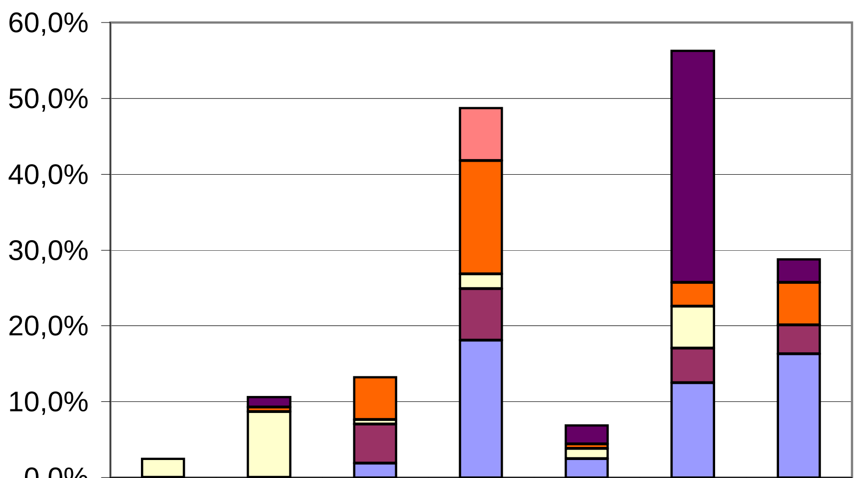
Insgesamt korrekt gelöst wird Aufgabe 2 nur von einem Viertel der Schüler. Jeweils ein weiteres Viertel löst eine Teilaufgabe bzw. zwei Teilaufgaben falsch. Knapp 12 Prozent lösen drei Teilaufgaben falsch, ca. 11 Prozent machen bei vier Teilaufgaben einen Fehler. Eine geringer Anteil von fast 2 Prozent löst fünf Teilaufgaben nicht zufriedenstellend.

Zu den einzelnen Teilaufgaben und ihren Fehlerkategorien (siehe Abb 3.4):

Aufgabe a) *(□ + 5 = 13)* wird meist noch korrekt gelöst, abgesehen von einigen falschen Lösungen *(7, 6, 9).*

Teilaufgabe b) *(2,5 + □ = 6,5)* zeigt bereits mehrere falsche Lösungen, von denen *3,5* am häufigsten genannt wird. Für dieses Ergebnis *3,5* lassen sich mehrere Erklärungen finden. Z. B. kann nach einer Ergänzung von *2,5* zur *3* die *0,5* im Kopf festgehalten werden. Nach der anschließenden Ergänzung zur *6* wird dann die Lösung *3,5* festgehalten, ohne noch ein weiteres Mal *0,5* zu ergänzen.

Auch Aufgabe c) *(□ + 3 = 5,6)* verursacht kaum Probleme, falsche Lösungen sind: *2; 2,3; 5,3.* Lediglich 1,8 Prozent notieren an dieser Stelle gar keine Lösung.



	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
f. Rechenrichtung (RR)				6,9%			
Ergebnis hinten (EH)		1,3%			2,5%	30,6%	3,1%
Stellenwert (SW)		0,6%	5,6%	15,0%	0,6%	3,1%	5,6%
Rechenfehler (RF)	2,5%	8,7%	0,6%	1,9%	1,3%	5,6%	
sonstige (SO)	0,0%	0,0%	5,1%	6,8%	0,0%	4,5%	3,8%
nicht bearbeitet (n)	0,0%	0,0%	1,9%	18,1%	2,5%	12,5%	16,3%

Abb. 3.4: Fehlerkategorien, Aufgabe 2 (a–g)

Aufgabe d) *(6,4 – □ = 3,6)* scheint für viele Schüler problematisch zu sein. Diese Teilaufgabe wird von knapp 20 Prozent der Schüler gar nicht bearbeitet. Wird sie bearbeitet, fallen zwei falsche Ergebnisse besonders auf: das Ergebnis *3,2* wird von 7 Prozent der Schüler genannt, das Ergebnis *10* von 7,5 Prozent. Das Ergebnis *3,2* lässt sich erklären durch ein Abziehen der jeweils kleineren Ziffer von der größeren innerhalb der gleichen Stellenposition einer Zahl (Einerstelle: *6 – 3 = 3;* Zehntelstelle: *6 – 4 = 2).* Dies ist bereits ein typischer Fehler der Subtraktion im Zahlenraum bis 100. Das Ergebnis *10* entsteht aus der Addition von *6,4* und *3,6,* die operative Umstellung der Aufgabe in eine Addition, bei der das Ergebnis am Ende steht, funktioniert hier nicht. Dieser Aufgabentyp erfordert eine Umstellung in eine Subtraktion: $a - \square = b \Leftrightarrow a - b = \square$.

Aufgabe e) *(□ – 7 = 9)* bereitet kaum Probleme, auch wenn in seltenen Fällen als Ergebnis *0,2* eingetragen wird. Bei einer Aufgabe, die im Wesentlichen Dezimalzahlen behandelt, wird anscheinend von einigen Schülern vermutet, dass jede Teilaufgabe Dezimalzahlen enthalten muss.

12,5 Prozent der Schüler bearbeiten Aufgabe f) *(□ – 7,5 = 12)* nicht, knapp 30 Prozent präsentieren das Ergebnis *4,5.* Eine Möglichkeit der Interpretation ist, dass hier schlicht addiert wurde. Eine andere, dass eine versuchte Umstellung folgende Subtraktion ergab: *12 – 7,5 = □,* sozusagen eine „Subtraktion von rechts“. Weitere Ergebnisse sind *3,7; 6,3* als Verständnis- und Rechenfehler sowie *18,5* und *29,5* lediglich als Rechenfehler, da die Umstellung der Lösungsrichtung offensichtlich funktioniert hat.

Als eine Aufgabe, bei der im Prinzip nichts zu rechnen ist, verursacht Teilaufgabe g) *(345 + □ = 345,67)* dennoch eine Nichtbearbeitung von knapp 17 Prozent. Fünf Prozent nennen das Ergebnis *67,* ein Stellenwertproblem. Ein anderes häufiges Ergebnis ist *690,67* als Lösung der Addition *345 + 345,67 = □* .

Fazit In dieser Aufgabe wird durch die hohe Fehlerquote deutlich, dass der Flexibilität in der Handhabung operativer Beziehungen sowie dem Stellenwertverständnis eine große Bedeutung zukommt. Wenn bestimmte Aufgabentypen des aktuellen Unterrichts von *jedem zweiten Schüler* nicht korrekt gelöst werden, ist eine besondere Aufmerksamkeit angebracht.

Aufgabe 3

Ordne folgende Dezimalbrüche der Größe nach.
Trage die kleinste Zahl in das unterste Kästchen ein. Die nächstgrößere Zahl kommt in das Kästchen darüber usw.

0,8	0,769	8,0	0,088	7,7	0,78	0,81	0,77

Bei einigen Schülern ist bereits in den Aufgaben 1 und 2 zu erkennen, dass sie Schwierigkeiten mit dem Stellenwertsystem haben. Diese treten in Aufgabe 3 recht deutlich zu Tage. Das Diagramm der *nicht korrekten Lösungen* zu Aufgabe 3 (siehe Abb. 3.5) stellt das enorme Defizit der Hauptschüler dar, Dezimalzahlen der Größe nach zu ordnen. Unabhängig von der Fragestellung, ob das Sortieren solcher Zahlen einen Sinn macht – denn es kommt zumindest in den Schulbüchern vor –, legt dieses Ergebnis weitere Fragen nahe.

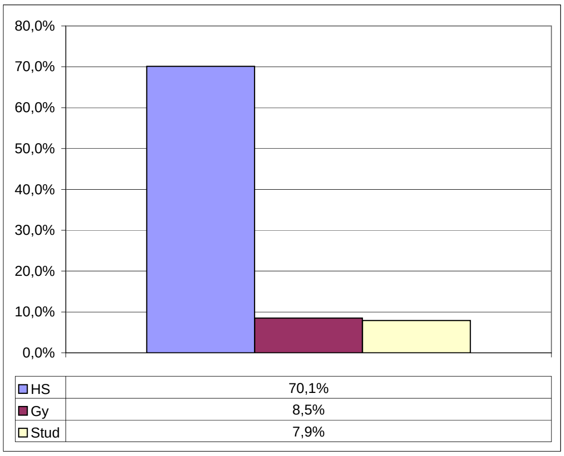


Abb. 3.5: Nicht korrekte Lösungen, Aufgabe 3

Bei der Sortierung der acht Zahlen wird den Schülern zugestanden, zwei Zahlen zu vertauschen, also einen Flüchtigkeitsfehler zu machen. Ebenso wenig wird es als falsch angesehen, wenn die Sortierung von klein-groß von oben nach unten erfolgt. Diese – lässlichen – Fehler gehen nicht in die *nicht korrekten Lösungen* ein.

Trotz dieses Zugeständnisses sind 70 Prozent der Hauptschüler nicht in der Lage, diese Aufgabe sinnvoll zu bearbeiten. Deutlich anders fallen die Leistungen der Gymnasiasten und der Studenten mit jeweils ca. 8 Prozent *nicht korrekter Lösungen* aus. Diese starke Diskrepanz zwingt zu einem genaueren Blick auf die Strategien, die zu den *nicht korrekten Lösungen* führen.

Die Fehler der Gymnasiasten und Studenten lassen sich nahezu ausschließlich durch Flüchtigkeitsfehler erklären. Meist sind es drei Zahlen, die vertauscht werden, oder neben zwei vertauschten Zahlen eine ausgelassene Zahl.

Ein Blick auf die Fehlerkategorien der Hauptschüler (siehe Abb. 3.6) zeigt, dass sich fast alle Schüler in der Lage sehen, diese Aufgabe korrekt bearbeiten zu können.

Lediglich zwei Schüler (1,3 %) bearbeiten diese Aufgabe nicht. Über deren Gründe kann jedoch keine Aussage gemacht werden. Nur *eine* mögliche Erklärung ist die Einschätzung der Schüler, die Aufgabe sei für sie zu schwierig.

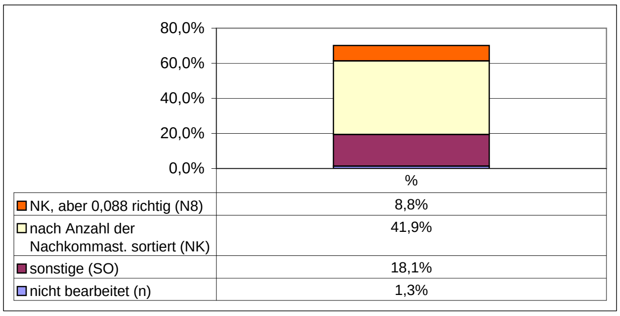


Abb. 3.6: Fehlerkategorien, Aufgabe 3

Die Fehler durch Auslassung oder Vertauschung von Zahlen, wie sie bei Gymnasiasten oder Studenten zu finden sind, treten nur vereinzelt auf. Sehr viel deutlicher erkennbar ist ein Fehlermuster, das sich wiederum in zwei Kategorien einteilen lässt.

Etwas mehr als *die Hälfte der Schüler* sortiert die Zahlen im Grundprinzip nach der Anzahl ihrer Nachkommastellen (siehe Abb. 3.7). Davon behalten knapp 42 Prozent dieses Schema bei allen Zahlen bei, knapp 9 Prozent erkennen zumindest, dass 0,088 eine sehr kleine Zahl ist und notieren sie auch als kleinste Zahl. Den Rest sortieren auch sie nach der Anzahl der Nachkommastellen. Ein vergleichbares Resultat ergibt sich, wenn das Komma jeweils weggelassen wird. Dann werden die Zahlen wie natürliche Zahlen sortiert, dort gibt die Anzahl der Stellen bereits Aufschluss über die ungefähre Größe der Zahl und kann für einen Vergleich herangezogen werden. Hier muss diese Strategie jedoch fehlschlagen und zu einem falschen Ergebnis führen.

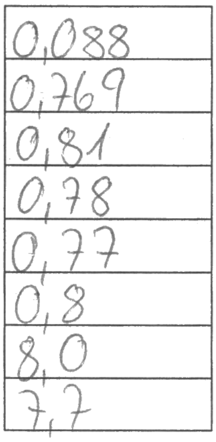


Abb. 3.7: Fehlermuster zu Aufgabe 3

Zu den sonstigen Fehlern zählen zum einen die oben genannten Fehler, die auch bei Gymnasiasten und Studenten zu finden sind (im Wesentlichen Flüchtigkeitsfehler). Zum anderen sind es Muster, die zwar eine gewisse Struktur erkennen lassen, aber nicht eindeutig zuzuordnen sind. Dazu gehört z. B. die Sortierung nach den Zahlen mit den Ziffern *8* und anschließend mit der Ziffer *7*. Meist steht hier die Zahl *0,78* in der Mitte, da sie beide Ziffern enthält. Zum Teil ist hier eine Sortierung nach mehreren gestuften Klassen erkennbar. Z. B. erfolgt erst eine Sortierung nach den Ziffern *7* und *8*, dann eine Sortierung innerhalb dieser Klassen nach der Anzahl der Stellen. Einige wenige Lösungen lassen keine Struktur erkennen. Zahlen werden in nahezu beliebiger Reihenfolge untereinander geschrieben oder ausgelassen. Dort – und auch sicherlich zur Absicherung bei den anderen – kann evtl. nur ein Interview näheren Aufschluss geben.

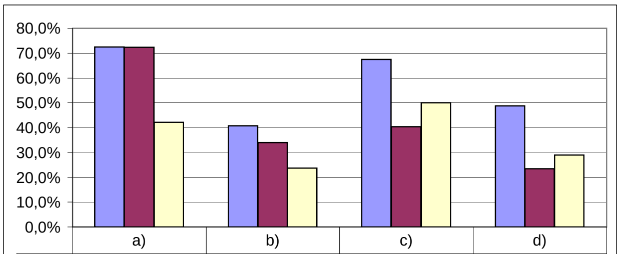
Bei allen Kategorien kommt es vor, dass die Zahlen *7,7* und *8,0* als große Zahlen erkannt werden und damit in der Sortierung eine Sonderrolle einnehmen. Dennoch lässt sich mit Hilfe der übrigen Zahlen zwischen Null und Eins die Kategorienzuordnung vornehmen.

Fazit Der bei den Aufgaben 1 und 2 gewonnene Eindruck, gewisse Schwierigkeiten könnten aus einem unzureichenden Verständnis des Stellenwertsystems resultieren, wird mit der eklatant hohen Fehlerquote und der Analyse der Fehlerursachen bestätigt. Nicht einmal ein Drittel der Schüler ist in der Lage, diese Aufgabe des aktuellen Schulstoffs korrekt zu bearbeiten.

Aufgabe 4

Rechne im Kopf oder schriftlich und notiere das Ergebnis.
a) $0{,}2 \cdot 0{,}3 = \boxed{}$ b) $0{,}7 \cdot 0{,}8 = \boxed{}$ c) $0{,}4 \cdot 3{,}5 = \boxed{}$ d) $7 \cdot 0{,}6 = \boxed{}$

Alle Teilaufgaben der Aufgabe 4 verursachen eine hohe Quote der *nicht korrekten Lösungen.* Auffällig ist die Tatsache, dass sowohl Gymnasiasten als auch Studenten im Vergleich mit den Hauptschülern nicht derart deutlich besser abschneiden, als dies in den vorausgegangenen Aufgabe der Fall war (siehe Abb. 3.8).



	a)	b)	c)	d)
HS	72,5%	40,7%	67,5%	48,8%
Gy	72,3%	34,0%	40,4%	23,4%
Stud	42,1%	23,7%	50,0%	29,0%

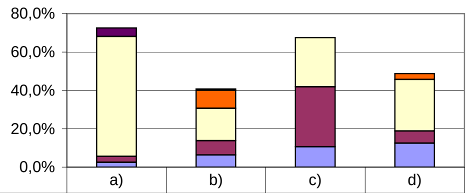
Abb. 3.8: Nicht korrekte Lösungen, Aufg. 4 (a–d)

Die Teilaufgabe a) wird sogar gleichermaßen von Hauptschülern und Gymnasiasten von mehr als 70 Prozent nicht korrekt gelöst. Nur ein wenig besser ist die Gruppe der Studenten, von denen immerhin noch mehr als 40 Prozent die Aufgabe nicht korrekt lösen. Auch bei Teilaufgabe b) liegen Hauptschüler und Gymnasiasten mit ca. 40 Prozent und 34 Prozent noch dicht beieinander. Die Studenten sind wieder geringfügig besser, weisen nur zu knapp einem Viertel eine nicht korrekte Lösung auf. Teilaufgabe c) wird wieder von wesentlich mehr Probanden nicht korrekt bearbeitet, hier machen die Studenten sogar mehr Fehler als die Gymnasiasten, werden aber von 67,5 Prozent der Hauptschüler noch übertroffen. Teilaufgabe d) wird von knapp der Hälfte der Hauptschüler nicht korrekt bearbeitet, von 24 bzw. 29 Prozent der Gymnasiasten bzw. Studenten.

Der Anteil der Hauptschüler, die eine Aufgabe insgesamt korrekt lösen, geht hier noch einmal zurück. Lediglich 13 Prozent lösen alle vier Teilaufgaben mit dem korrekten Ergebnis. Eine falsche Teilaufgabe liefern weitere 13 Prozent, zwei falsche Teilaufgaben 21 Prozent, 28 Prozent lösen drei Teilaufgaben falsch und fast 15 Prozent lösen keine Teilaufgabe korrekt.

Bezüglich der Fehlerkategorien (siehe Abb. 3.9) lässt sich sagen, dass diese Aufgabe im Wesentlichen Fehler im Bereich des Stellenwertverständnisses provoziert. Hier jedoch unterscheiden sich die Haupptschüler von Gymnasiasten und Studenten. Während es bei den beiden letztgenannten Gruppen meist zu Rechenfehlern oder Unachtsamkeiten kommt, liegen die Probleme der Hauptschüler wesentlich mehr im Bereich des Stellenwertsystems.

Häufigste Lösungsmethode ist die Verwendung der schriftlichen Multiplikation. Dadurch ergeben sich neue Probleme, z. B. die korrekte Notation der vielen Nullen im Zusammenhang mit dem Stellenwertsystem. Die Schwierigkeit der Einmaleinsaufgaben hingegen bleibt erhalten, ebenso die Entscheidung zum Setzen des Kommas im Ergebnis.



	a)	b)	c)	d)
Rechenfehler (plus) (RF)	4,4%	0,6%		
Rechenfehler (1x1) (RF)		9,4%		3,1%
Stellenwert (SW)	62,5%	16,9%	25,6%	26,9%
sonstige (SO)	3,1%	7,5%	31,3%	6,3%
nicht bearbeitet (n)	2,5%	6,3%	10,6%	12,5%

Abb. 3.9: Fehlerkategorien, Aufgabe 4

Während die Aufgaben b)–d) vielen Schülern als zu schwierig erscheinen und nicht bearbeitet werden (6–12,5 Prozent), wird Aufgabe a) lediglich von 2,5 Prozent nicht bearbeitet, vermutlich weckt die modifizierte ‚leichte Einmaleinsaufgabe' $2 \cdot 3$ ein sicheres Lösungsempfinden.

Die Teilaufgabe a) reizt zur Lösung *0,6*. Die Nähe von $0{,}2 \cdot 0{,}3$ zur ‚leichten Einmaleinsaufgabe' scheint jedoch trügerisch zu sein. Lediglich 27 Prozent nennen das korrekte Ergebnis *0,06*. Auffälligstes Ergebnis ist eben die genannte Lösung *0,6*. 61 Prozent der Schüler nennen diese Lösung, ein Stellenwertfehler. Andere Lösungen sind: *0,006; 0,4; 3,6* aber auch *6*. 4,4 Prozent scheinen die Zahlen zu addieren und nennen *0,5* als Lösung.

Bei Aufgabe b) $(0{,}7 \cdot 0{,}8)$ lässt sich unterscheiden zwischen Einmaleinsproblemen und Stellenwertproblemen. Lösungen wie *5,6* (14,5 %); *0,056; 56* deuten auf Schwierigkeiten mit dem Stellenwert hin, während Lösungen wie *0,48; 0,54; 0,42; 0,46; 0,65* auf Schwierigkeiten mit dem Kleinen Einmaleins weisen.

Aufgabe c) $(0{,}4 \cdot 3{,}5)$ wird von rund 20 Prozent mit *14,0* gelöst, andere Lösungen lauten *0,14; 1,00; 3,20* oder *140*. Hier scheint es im Wesentlichen ein Problem des Stellenwerts zu sein, die Schwierigkeiten des Kopfrechnens werden durch schriftliche Multiplikation umgangen.

In ähnlicher Weise deuten die Lösungen zur Aufgabe d) $(7 \cdot 0{,}6)$ auf Probleme mit dem Stellenwert hin. Wiederum 20 Prozent nennen als Ergebnis *0,42*. Andere Ergebnisse sind: *5,6; 42; 0,65; 7,42; 13*. Zum Teil lassen sich jedoch auch hier Probleme mit dem Kleinen Einmaleins erkennen.

Fazit Auch diese Aufgabe des zumindest in der Hauptschule aktuellen Schulstoffs weist eine Fehlerquote auf, die zur Aufmerksamkeit zwingt. Wenn auch nur wenige fehlerhafte Lösungen auf Probleme mit dem Kleinen Einmaleins deuten, so ist umso mehr auf Schwierigkeiten mit dem Stellenwertverständnis zu achten. Auf mangelnden Überblick und gewisse Unsicherheiten weist die häufige Inanspruchnahme der schriftlichen Multiplikation hin, die an dieser Stelle weitere Schwierigkeiten mit dem Stellenwertsystem mit sich bringt.

Aufgabe 5

Rechne schriftlich. a) 6178 + 59 + 116   b) 11,6 + 61,78 + 59

Diese Aufgabe bedient sich nun explizit des am häufigsten verwendeten Lösungsverfahrens der Schüler, der schriftlichen Addition.

Während Teilaufgabe a) als reine Grundschulaufgabe des dritten Schuljahres nur von relativ wenigen Testkandidaten aus allen Bereichen durch Rechenfehler – meist im Bereich des Kleinen Einspluseins – fehlerhaft gelöst wird, fällt bei Teilaufgabe b) ein starker Anstieg der Fehler in der Gruppe der Hauptschüler auf. Interessanterweise stellt die Gruppe der Studenten mit mehr als 15 Prozent den höchsten Prozentsatz der fehlerhaft bearbeiteten Aufgabe a). Knapp darunter liegen die Hauptschüler, kaum fehlerhaft bearbeitet wird diese Aufgabe von den Gymnasiasten.

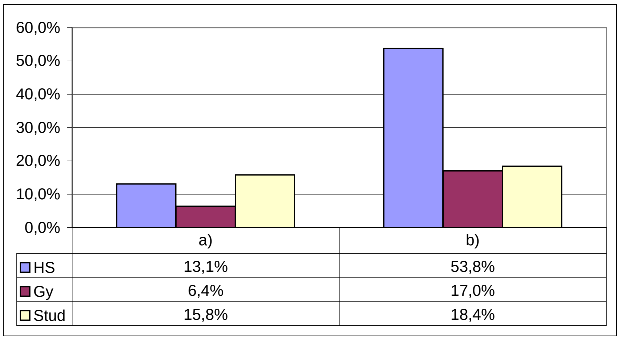


Abb. 3.10: Nicht korrekte Lösungen, Aufg. 5 (a–b)

Bei Teilaufgabe b) liegen Gymnasiasten und Studenten mit ca. 18 Prozent fast gleichauf. Dies ist nur geringfügig mehr – zumindest in der Gruppe der Studenten – als bei Aufgabe a). Dies legt nahe, dass sich unter Stress bei einem gewissen Prozentsatz der Probanden Fehler ergeben.

Der deutlich höhere Wert bei den Hauptschülern in Aufgabe b) lässt sich jedoch kaum durch Stress erklären. Ein Blick auf die Fehlerkategorien (siehe Abb. 3.11) zeigt inhaltliche Gründe. Nur ein kleiner Teil (knapp 4 Prozent) der falschen Lösungen kommt durch Rechenfehler im Bereich des Kleinen Einspluseins oder Abschreibfehler zu Stande. Ca. 36 Prozent der Schüler zeigen ein Problem bei der Notation der einzelnen Summanden an der korrekten Position bzgl. des Stellenwertsystems. Davon notieren knapp 12 Pro-

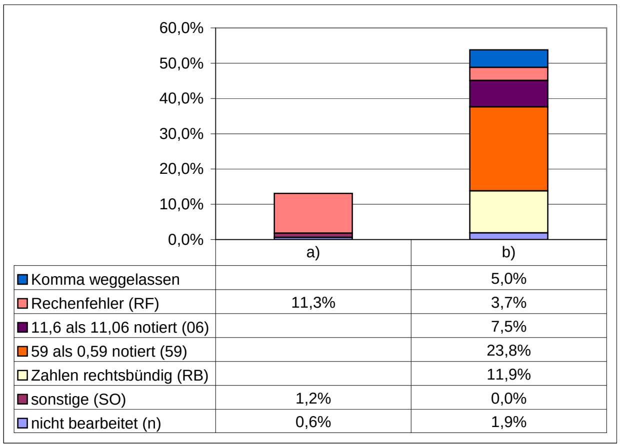


Abb. 3.11: Fehlerkategorien, Aufgabe 5

zent der Hauptschüler alle Zahlen rechtsbündig (vgl. die Auswertung zur Aufgabe 3 auf Seite 74) (siehe Abb. 3.12). Problematisch ist bei dieser Notation das Setzen des Kommas im Ergebnis. Ein Schüler hilft sich dadurch, dass er zwei Kommas in der Lösung setzt (siehe Abb. 3.13). Fast *ein Viertel* der Schüler notiert die Zahl *59* (ohne Komma angegeben) rechtsbündig, während die Zahlen mit Komma entsprechend der Regel ‚Kommas untereinander' notiert werden (siehe Abb. 3.14). Ein Vergleich mit der Notation natürlicher Zahlen bei der schriftlichen Addition ist auch an dieser Stelle angebracht.

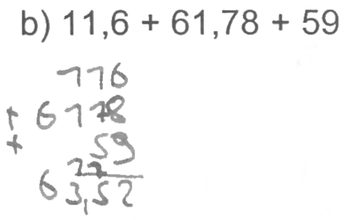


Abb. 3.12: Fehlermuster zu Aufgabe 5

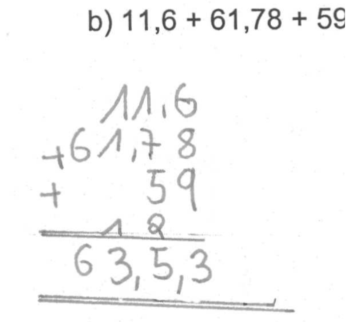


Abb. 3.13: Fehlermuster zu Aufgabe 5

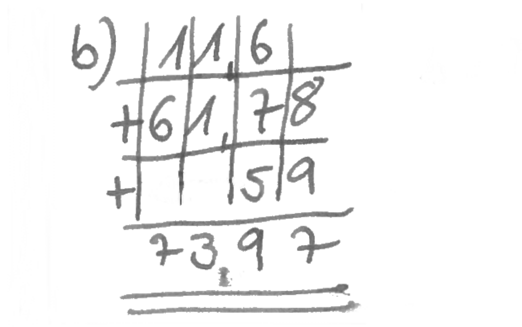


Abb. 3.14: Fehlermuster zu Aufgabe 5

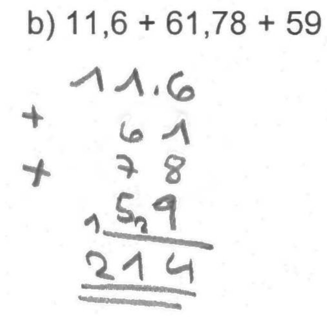


Abb. 3.15: Fehlermuster zu Aufgabe 5

Für manche Schüler scheint es störend, wenn die *11,6* nicht ganz rechtsbündig notiert wird, aber die Kommas untereinander stehen sollen. Sie ergänzen dann mit einer Null die *11,6.* Dies ist erlaubt, solange die Null am Ende der Zahl angehängt, damit sich ein besserer Vergleich der einzelnen Stellen ermöglicht. Einige Schüler fügen jedoch die Null direkt hinter dem Komma zur *11,06* ein, damit diese rechtsbündig notiert werden kann (7,5 Prozent). Das Ergänzen der Null – unabhängig von der Stelle – kann ein Hinweis auf ein unreflektiertes Anwenden der Regel ‚Null anhängen ändert die Zahl nicht' sein.

Eine etwas seltsame Art, die Aufgabe zu lösen wird in Abb. 3.15 deutlich. Hier scheint das Komma als ein Separator weiterer Summanden verstanden worden zu sein. Bei wenigen Schülern war dies der Beginn einer weiteren Aufgabe.

5 Prozent der Schüler notieren und rechnen korrekt, vergessen aber im Ergebnis das Komma, evtl. aus Flüchtigkeit, vielleicht aus Unsicherheit, an welcher Stelle das Komma zu setzen ist.

Die recht geringe Zahl der Schüler, die diese Aufgabe nicht bearbeiten (ein Schüler bei Aufgabe a), drei Schüler bei Aufgabe b) legt nahe, dass sich fast alle Schüler die schriftliche Addition dieser Zahlen zutrauen.

Fazit Die Bearbeitung von Aufgabe 5 macht deutlich, dass das inhaltliche Verständnis der Notation im Stellenwertverständnis möglicherweise an Regeln orientiert ist, nicht jedoch am Konzept von Positionen und Stellenwerten. Der Zusammenhang zwischen dem Stellenwertsystem der Grundschule (mit natürlichen Zahlen) und dem erweiterten Stellenwertsystem mit Dezimalzahlen scheint einem Großteil der Schüler nicht klar. Die hohe Fehlerquote von fast 50 Prozent, nach der nahezu jeder zweite Schüler die Zahlen notiert wie bei den natürlichen Zahlen, legt dies nahe.

Aufgabe 6

Im Ergebnis fehlt das Komma. Setze es an der richtigen Stelle ein.
a) $2{,}63 \cdot 19{,}7 = 51811$ b) $17{,}9 \cdot 6{,}3 = 11277$ c) $4{,}52 \cdot 167 = 75484$

Aufgabe 6 lässt sich mit Hilfe der Nachkommastellenregel einfach lösen. Dazu ist es notwendig, dass diese bekannt und sinnvoll verinnerlicht ist. Die Aufzeichnungen ergeben, dass viele Schüler des Gymnasiums die Aufgabe jedoch per Überschlagsrechnung oder schriftlich gelöst haben.

Die Fehllösungen bei den Gruppen der Gymnasiasten und Studenten bewegen sich jeweils im Bereich um 5 Prozent. Der Prozentsatz der Hauptschüler ist mit 18 bis 30 Prozent jeweils deutlich höher.

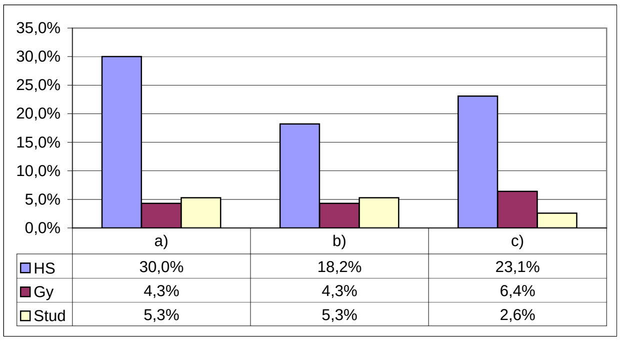
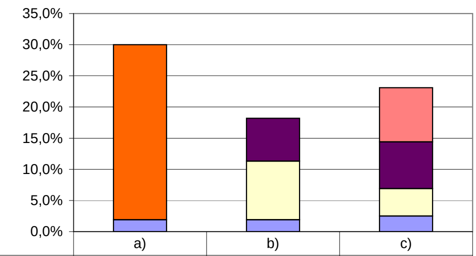


Abb. 3.16: Nicht korrekte Lösungen, Aufg. 6 (a–c)

Dennoch gibt es bestimmte auffällige Fehllösungen (siehe Abb. 3.17). Zu vermuten ist, dass diese Schüler die Lösung geraten haben, geschätzt haben, sich verzählt haben oder evtl. doch nur zufällig das Komma an der falschen Stelle eingetragen haben.

Mehr als 28 Prozent der Schüler gibt bei Aufgabe a) *(2,63 · 19,7 = 51811)* als Lösung *518,11* an. Dies lässt mehrere Schlüsse zu. Zum einen können Sie nach der Nachkommastellenregel verfahren sein, im Ergebnis jedoch die gezählten drei Stellen vor dem Komma abgetragen haben. Sie können aber auch schon bei den einzelnen Faktoren die Stellen vor dem Komma abgezählt haben.

Aufgabe b) *(17,9 · 6,3 = 11277)* wird zu weiten Teilen korrekt gelöst, dennoch geben ca. 9 Prozent *1127,7* als Lösung an. Die Erklärung dieser Lösung kann mehrere Ursachen haben. Zum einen ist es denkbar, dass das Komma zufällig falsch gesetzt wurde (evtl. sind zwei Stellen gezählt worden). Zum anderen ist es denkbar, dass beim Zählen der Nachkommastellen ein Faktor ausgelassen wurde. Dadurch ergibt sich nur eine Nachkommastelle. Sollten die Stellen vor dem Komma gezählt worden sein, müsste zusätzlich auch hier ein Abzählfehler im Ergebnis hinzukommen. Aufgrund der Vielzahl möglicher Erklärungsansätze kann an dieser Stelle nur die direkte Befragung weiterhelfen. Knapp 7 Prozent setzen das Komma wie folgt ein: *11,277.* Letztere Lösung lässt wiederum ein Zählen der Stellen vor dem Komma vermuten.



	a)	b)	c)
x,xxxx			8,7%
xx,xxx		6,9%	7,5%
xxx,xx	28,1%		
xxxx,x		9,4%	4,4%
sonstige (SO)	0,0%	0,0%	0,0%
nicht bearbeitet (n)	1,9%	1,9%	2,5%

Abb. 3.17: Fehlerkategorien, Aufgabe 6

Die letzte Teilaufgabe *(4,52 · 167 = 75484)* zeigt neben der korrekten Lösung drei Fehllösungen, die relativ häufig genannt werden. 8,7 Prozent nennen die Lösung *7,5484,* 7,5 Prozent nennen die Lösung *75,484* und 4,4 Prozent nennen die Lösung *7548,4.* Ein besonderes Problem scheint hier der zweite Faktor ohne Komma darzustellen. Für die *Stellenzähler* kann dies zu dem Konflikt führen, ob diese drei Stellen vor oder hinter dem Komma zu zählen seien. Die Lösung mit einer Nachkommastelle *(7548,4)* lässt den Schluss zu, dass lediglich die Stellen vor dem Komma (in diesem Fall die *4* aus dem ersten Faktor und alle *3* Stellen aus dem zweiten Faktor) gezählt wurden und im Ergebnis dementsprechend auch vor dem Komma abgezählt wurden. Die Lösung mit einer Stelle vor dem Komma *(7,5484)* lässt vermuten, dass lediglich die *4* aus dem ersten Faktor gezählt wurde, die *3* Stellen des zweiten Faktors jedoch nicht. Im Ergebnis wird wiederum vor dem Komma gezählt. Das Ergebnis *75,484* könnte eine Kombination aus Stellen nach dem Komma in den Faktoren (genau zwei bei *4,52,* keine bei *167)* und Stellen vor dem Komma in der Lösung sein.

Eine besonders trickreiche Lösung, die das Problem, kein Komma im zweiten Faktor zu haben umgeht, ist es, dort selbstständig ein Komma einzutragen: *4,52 · 16,7 = 75,484.*

Die Nichtbearbeitung spielt bei dieser Aufgabe eine untergeordnete Rolle. Lediglich 1,9 bzw. 2,5 Prozent tragen keine Lösung ein.

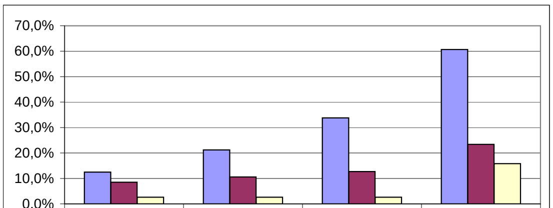
Fazit Die Verwendung der Nachkommastellenregel birgt mehrere Probleme in sich, da diese Regel bei Anwendung nur einzelner Aspekte (z. B. dem Zählen irgendwelcher Stellen) in den meisten Fällen eine falsche Lösung produzieren muss. Sinnvoller scheint hier tatsächlich die schon beim Entwurf der Aufgaben geäußerte Vermutung, durch ein Abschätzen der Größenbereiche die Lösung zu ermitteln. Die Lösungsansätze der Gymnasiasten zeigen z. T. Entsprechendes. Die Aufzeichnungen der Hauptschüler geben keinen Anlass zu dieser Vermutung, es liegt nahe, dass hier viele nach der – zumindest teilweise unverstandenen – Nachkommastellenregel verfahren haben.

Aufgabe 7

> Im Ergebnis fehlen die Nullen. Ergänze die richtige Anzahl von Nullen.
> a) $300 \cdot 70 = 21\_\_\_\_$ b) $23000 \cdot 740 = 1702\_\_\_\_$
> Gib die Ergebnisse dieser beiden Aufgaben jeweils als Wort an.
> zu a) ____________________
> zu b) ____________________

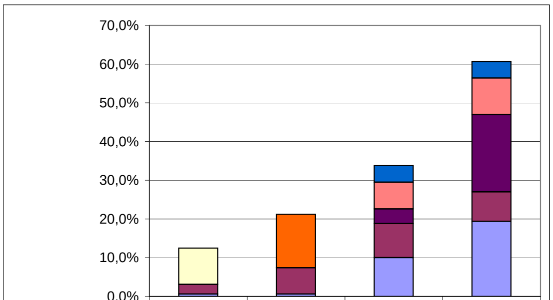
Auch diese Aufgabe lässt sich durch das Anwenden einer Regel – das Anhängen der Nullen aus den einzelnen Faktoren – lösen.

Sieht man sich die Lösungen an, fällt jedoch auch hier auf, dass die Hauptschüler im Vergleich zu den anderen Gruppen bei allen Teilaufgaben den höchsten Prozentsatz der *nicht korrekten Lösungen* erreichen. Das Anfügen der Nullen bereitet bereits Probleme. Die Benennung der Ergebnisse als Wort ist bei vielen Hauptschülern nicht möglich (Ein Drittel bei Aufgabe a), fast zwei Drittel bei Aufgabe b). An dieser Stelle spielen jedoch die Komponenten der Sprache und des Sprachverständnisses ein große Rolle und dürfen nicht überbewertet werden.



	a)	b)	aa)	bb)
HS	12,5%	21,2%	33,8%	60,7%
Gy	8,5%	10,6%	12,7%	23,4%
Stud	2,6%	2,6%	2,6%	15,8%

Abb. 3.18: Nicht korrrekte Lösungen, Aufg. 7



	a)	b)	aa)	bb)
Worte (W)			4,3%	4,3%
Folgefehler (FF)			6,9%	9,4%
falsch (f)			3,8%	20,0%
3 Nullen (3)		13,8%		
2 Nullen (2)	9,4%			
sonstige (SO)	2,5%	6,8%	8,8%	7,6%
nicht bearbeitet (n)	0,6%	0,6%	10,0%	19,4%

Abb. 3.19: Fehlerkategorien, Aufgabe 7

Häufigster Fehler bei Teilaufgabe a) ist das Anhängen von nur zwei Nullen (9,5 Prozent). Bei Aufgabe b) hängen 4 Prozent nur zwei Nullen an, 13 Prozent nur drei Nullen – also in der Regel zu wenig Nullen.

Alle Schüler tragen bei diesem ersten Teil der Aufgabe eine Lösung ein. Erst im zweiten Teil – dem Nennen des Zahlwortes – liefern viele Schüler keine Lösung. Die Verschriftlichung des Zahlwortes wird im Fall der Teilaufgabe a) von 11 Prozent nicht bearbeitet, im Fall von Teilaufgabe b) von knapp 20 Prozent. Als Folgefehler muss das die falsche Lösung aus dem ersten Teil korrekt benennende Zahlwort angesehen werden. Dies ist bei Aufgabe a) bei 7 Prozent der Fall, bei Aufgabe b) bei 9,5 Prozent. Ein falsches Zahlwort nennen im Fall a) 4 Prozent, im Fall b) 20 Prozent.

Ca. 4 Prozent verstehen unter der Lösung des zweiten Teils eine Formulierung in Worten der folgenden Art: *„Bei a) kommt 21000 raus“* oder *„3 Nullen“*.

Fazit Zum wiederholten Mal ist festzustellen, dass Schwierigkeiten im Verständnis des Stellenwertsystems einen Großteil der Schwierigkeiten ausmachen. Jedoch ist es auch denkbar, dass auch bei dieser Aufgabe das fehlerhafte Anwenden einer Regel zu den falschen Ergebnissen geführt hat (siehe 3.2.2, S. 55, bei der Multiplikation mit 10 eine Null ergänzen).

Aufgabe 8

Für den Sieg gegen den VfB Stuttgart im UEFA-Pokal 1989 zahlte der SSC Neapel nur für dieses Endspiel an jeden Spieler 102750,- € (ca. 205500,- DM).
Welchen Stundenlohn hatten die Spieler?
(Ein Fußballspiel dauert 90 min, das sind 1,5 Stunden)

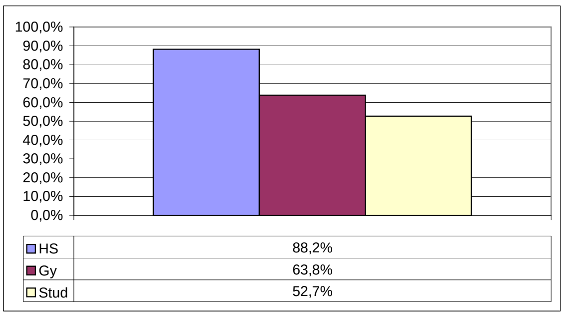


Abb. 3.20: Nicht korrekte Lösungen, Aufg. 8

Die Sachaufgabe 8 (aus einem Schulbuch der Klasse 6) wird von vielen Probanden nicht korrekt bearbeitet. Verschiedene Faktoren spielen einen Rolle. Besondere Beachtung muss die Tatsache erhalten, dass zur vollständigen Lösung neben sinnvollem Textverständnis mehrere Schritte notwendig sind. Wenn von diesen einer – zum Beispiel durch Stress – nicht gelingt, kann die Aufgabe insgesamt nicht korrekt gelöst werden. Aus diesem Grund fallen bei der Betrachtung der *nicht korrekten Lösungen* jene Probanden heraus, die sich lediglich *einen* Rechenfehler geleistet, sonst jedoch das korrekte Lösungsschema durchgeführt haben. Dies erklärt die etwas günstigere Darstellung bei den *nicht* *korrekten Lösungen* gegenüber den genauer analysierten Lösungsstrategien (siehe unten).

Dennoch wird diese Aufgabe von fast 90 Prozent der Hauptschüler, aber auch von fast 64 Prozent der Gymnasiasten und mehr als der Hälfte der Studenten nicht korrekt gelöst. Insbesondere bei den Hauptschülern macht der Anteil derjenigen, die diese Aufgabe nicht bearbeitet haben, bereits einen Großteil dieser Angaben aus. Dadurch wird die genaue Erfassung bestimmter Strategien derjenigen, die die Aufgabe bearbeitet haben eingeschränkt, weil nur noch fast die Hälfte der Hauptschülerlösungen zur Analyse herangezogen werden kann.

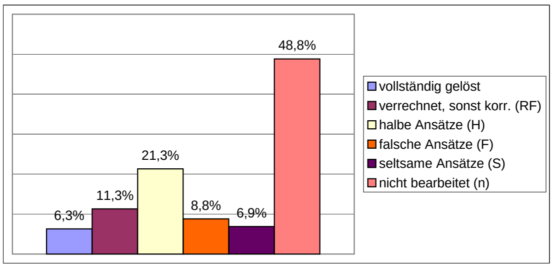


Abb. 3.21: Fehlerkategorien, Aufgabe 8

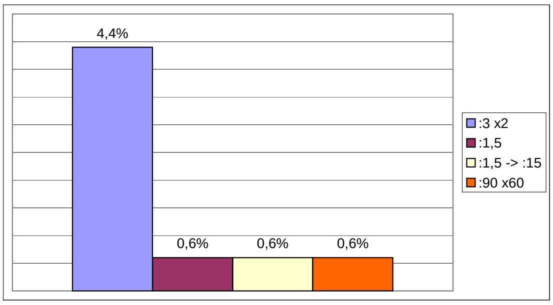


Abb. 3.22: Richtige Lösungsstrategien, Aufg. 8

Bei dieser Aufgabe scheint der Schwierigkeitsgrad von vornherein derart hoch, dass viele Hauptschüler diese Aufgabe gar nicht bearbeiten (ca. 49 Prozent, siehe Abb. 3.21). Die Lösungen der Schüler, die diese Aufgabe bearbeitet haben, lassen sich in diverse Kategorien unterteilen. Darunter sind fehlerhafte Strategien, aber auch richtige Strategien, die zum korrekten Ergebnis führen. Letztere enthalten sowohl Schüler, die das korrekte Ergebnis notiert haben, als auch Schüler, die sich bei der Verwendung einer erfolgreichen Strategie verrechnet haben. Zu den fehlerhaften Strategien zählen Lösungen von Schülern, die halbe Ansätze notiert haben, ohne die Aufgabe zu beenden, falsche Ansätze, die nicht zu einer korrekten Lösung führen können und kuriose Ansätze, die exemplarisch dargestellt werden sollen. Auf die Kategorie der vollständig richtig gelösten Aufgabe entfallen 6,3 Prozent, auf die Gruppe, derjenigen, die sich bei richtiger Strategie verrechnet haben entfallen 11,3 Prozent. Den größten Teil der falschen Lösungen machen mit 21,3 Prozent diejenigen aus, die zwar einen richtigen Ansatz verfolgen, aber die Aufgabe nach unvollständiger Bearbeitung abbrechen. Knapp 9 Prozent bzw. knapp 7 Prozent machen diejenigen aus, die entweder falsche oder kuriose – aber eben auch falsche – Ansätze verwendet haben.

Nur wenige Hauptschüler (6,3 Prozent) lösen die Aufgabe vollständig richtig. Diese Schüler nutzen vier verschiedene Strategien (siehe Abb. 3.22): den Hauptteil macht die Lösungsstrategie $(:3 \cdot 2)$ aus. Jeweils ein Schüler kommt mit einer der folgenden Strategien erfolgreich zur korrekten Lösung: $(:1{,}5)$, $(:1{,}5 \to :15)$, $(:90 \cdot 60)$.

Bis auf die letzte werden diese Strategien auch von den Schülern verwendet, die sich bei der Fertigstellung der Lösung verrechnen (siehe Abb. 3.23). Dabei überwiegt hier die Strategie, durch *1,5* teilen zu wollen. Mit dieser Division kann die Aufgabe in einem Schritt gelöst werden, birgt aber Gefahren durch den Dezimalbruch als Divisor. Einige Schüler lösen dies mit einer Division durch *15*. Durch das Verschieben der Stelle im Divisor muss eine Null an den Dividend oder an das Ergebnis angehängt werden – wiederum eine Regel, die bei teilweiser Anwendung zu einem fehlerhaften Ergebnis führen muss. Ähnlich viele Schüler nutzen die Strategie *(: 3 · 2)*.

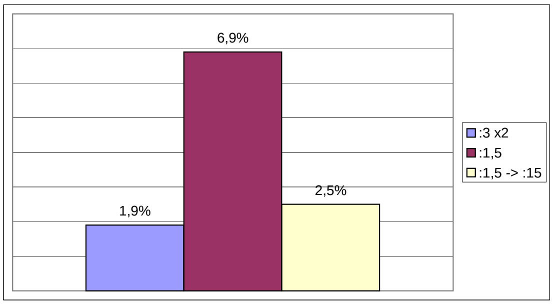


Abb. 3.23: richtige Strategien, aber verrechnet, Aufg. 8

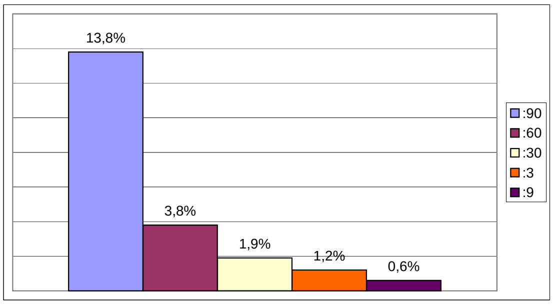


Abb. 3.24: Halbe Ansätze, Aufgabe 8

Ein Teil der Schüler beginnt mit einer richtigen Strategie, führt sie jedoch nicht zum Ende. Über die Gründe des Abbruchs können an dieser Stelle nur Vermutungen angestellt werden. Möglich ist, dass die Aufgabe als vollständig bearbeitet empfunden wurde. Dafür spricht der oft notierte Antwortsatz. Es ist aber auch denkbar, dass aufgrund steigender Schwierigkeit die Lösung nicht mehr fortgesetzt wurde. Auch an dieser Stelle kann nur eine direkte Befragung nähere Auskünfte ergeben.

Ca. 21 Prozent lösen einen solchen ersten Schritt der Aufgabe, indem sie einen der Geldwerte durch *90* (knapp 14 %), durch *60* (knapp 4 %) oder durch *30* (1,9 %) teilen, häufig aber die dann erhaltene Zahl bereits in einem Antwortsatz als Ergebnis notieren (siehe Abb. 3.24).

Eher ungewöhnlich sind Lösungen, die nicht erkennen lassen, ob sich ein mögliches korrektes Konzept hinter dem Lösungsansatz verbirgt, der jedoch abgebrochen wurde. Die Multiplikation mit *90* kann auf eine Verwechslung der Rechenrichtung hindeuten. Die Multiplikation stammt vermutlich aus der Angabe *1,5 Stunden.* Eine Multiplikation mit *11* weist auf eine Interpretation einer Fußballmannschaft bestehend aus elf Spielern in, die Multiplikation mit *2* lässt sich kaum schlüssig erläutern. 2,5 Prozent verwenden die Jahreszahl *1989* bei ihren Berechnungen (vgl. Abb. 3.25 und Abb. 3.26).

Es fällt auf, dass nur wenige Schüler in dieser Aufgabe eine Dreisatzaufgabe entdecken, aktueller Unterrichtsinhalt in Klasse 7.

In Abbildung 3.27 finden sich einige Beispiele aus den Lösungen zu Aufgabe 8.

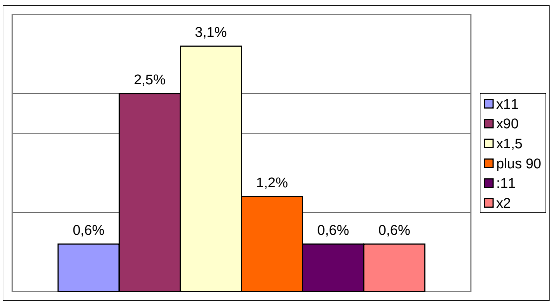


Abb. 3.25: Falsche Strategien, Aufgabe 8

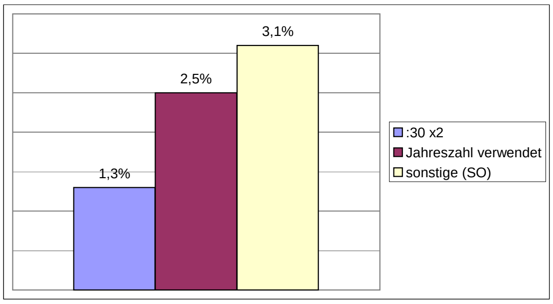


Abb. 3.26: Seltsame Lösungen, Aufgabe 8

Fazit Die Aufgabe 8 kann als schwierigste Aufgabe des gesamten Tests bezeichnet werden. Die Fehlerquote ist eklatant hoch. Verwertbare Hinweise gibt diese Aufgabe nur bedingt. Vielmehr sind es Hinweise auf die unterschiedlichsten Bereiche.

Die Tatsache, dass gerade die einzige Sachaufgabe des Test für derartige Schwierigkeiten sorgt, ist wiederum mit Aufmerksamkeit zu beachten. Im Sinn von angewandter Mathematik liegt hier ein – vermutlich zu schwieriges – Beispiel vor, in dem eine Situation aus der realen Welt mathematisiert werden soll. Unter diesem Blickwinkel muss die hohe Fehlerquote dramatisch erscheinen.

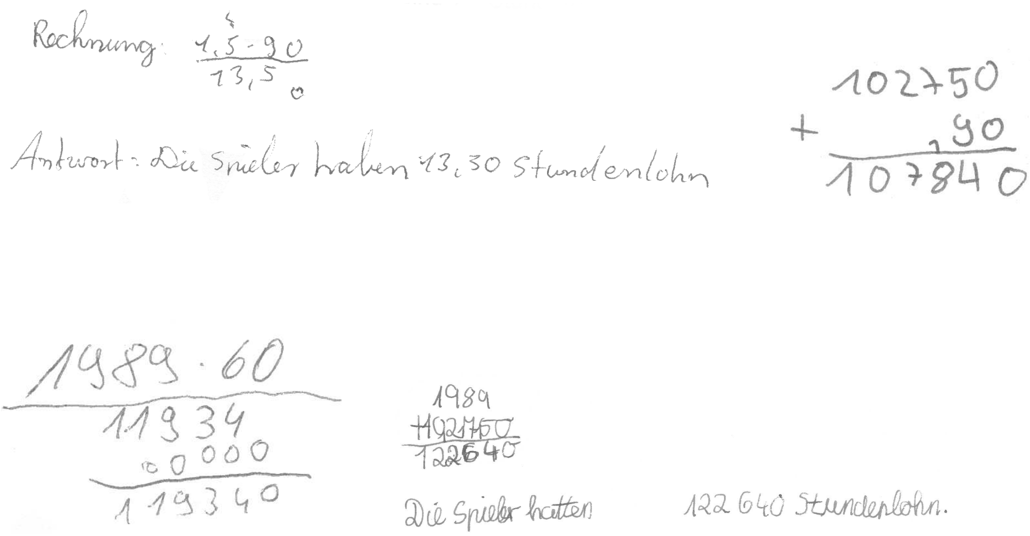
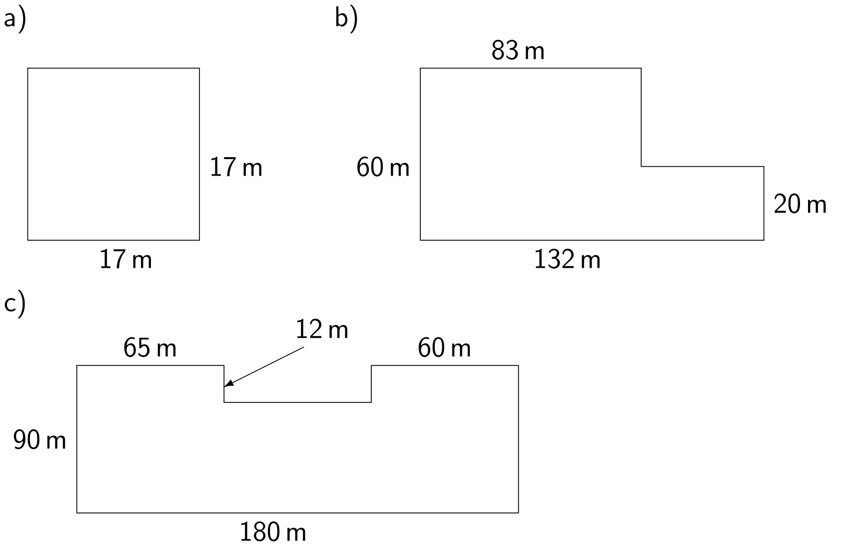


Abb. 3.27: Fehlermuster zu Aufgabe 8

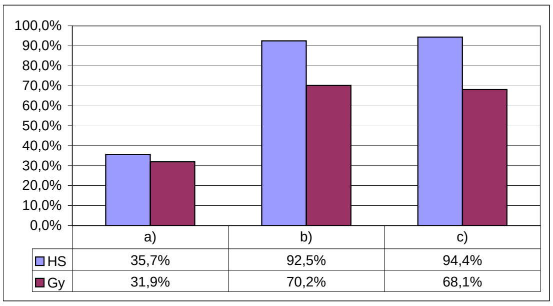
Aufgabe 9

Bestimme den Umfang folgender Grundstücke.
Schreibe deine Rechnung und das Ergebnis auf.



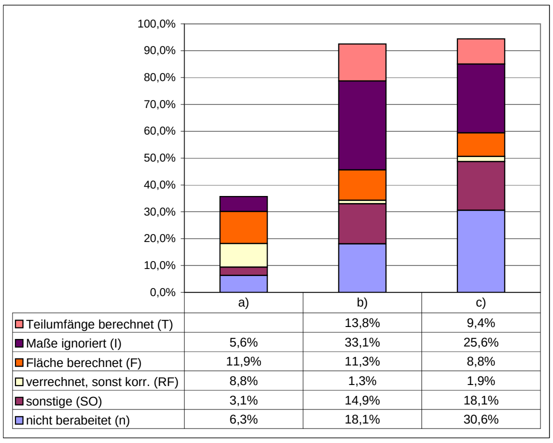
Aufgabe 9 ist die Aufgabe mit der geringsten Lösungsquote. Lediglich 2,5 Prozent der Schüler lösen diese Aufgabe vollständig korrekt. Die Betrachtung der *nicht korrekten Lösungen* gibt nähere Hinweise zur Interpretation.

Während Aufgabe a) sowohl bei den Hauptschülern als auch bei den Gymnasiasten von einem Drittel der Schüler nicht korrekt bearbeitet wird, steigt der Anteil der *nicht korrekten Lösungen* bei den Aufgaben b) und c) drastisch an. Mehr als 90 Prozent der Hauptschüler sind nicht in der Lage, diese Aufgaben zu lösen, unerwartet hoch ist jedoch auch der Prozentsatz von ca. 70 Prozent bei den Gymnasiasten. Ein Blick auf die Fehlerkategorien kann Aufschluss über die Gründe geben.



	a)	b)	c)
HS	35,7%	92,5%	94,4%
Gy	31,9%	70,2%	68,1%

Abb. 3.28: Nicht korrrekte Lösungen, Aufg. 9



	a)	b)	c)
Teilumfänge berechnet (T)		13,8%	9,4%
Maße ignoriert (I)	5,6%	33,1%	25,6%
Fläche berechnet (F)	11,9%	11,3%	8,8%
verrechnet, sonst korr. (RF)	8,8%	1,3%	1,9%
sonstige (SO)	3,1%	14,9%	18,1%
nicht berabeitet (n)	6,3%	18,1%	30,6%

Abb. 3.29: Fehlerkategorien, Aufgabe 9

Die Fehlerkategorien der Gymnasiasten werden hier nicht explizit angeführt. Die hohe Zahl der *nicht korrekten Lösungen* kommt jedoch meist durch Rechenfehler zu Stande. Dass dies bei den Hauptschülern kaum der Fall ist, zeigt Abb. 3.29).

Während Teilaufgabe a) lediglich von gut 6 Prozent der Hauptschüler nicht bearbeitet wird, steigt der Prozentsatz der Nichtbearbeitung der Aufgaben b) und c) auf 18 bzw. fast 31 Prozent. Dennoch sind diese Angaben zu den nicht bearbeiteten Aufgaben anders als bei Aufgabe 8 kaum dazu geeignet, als Hauptgrund für die besonders hohe nicht korrekte Bearbeitung angesehen zu werden. Im Vergleich mit den Gymnasiasten fällt auf, dass diese meist das richtige Konzept zur Lösung der Aufgaben verwenden, sich jedoch relativ häufig verrechnen. Rechenfehler sind bei den Hauptschülern eher selten. In der Regel ist das Konzept nicht geeignet, die korrekte Lösung zu erreichen. Dass bei einem falschen Konzept zusätzlich noch Rechenfehler entstehen können, wird an dieser Stelle nicht berücksichtigt. Bei der Berechnung des Umfangs des Quadrats in Aufgabe a) verwenden knapp 9 Prozent das richtige Konzept, verrechnen sich jedoch. In den Aufgaben b) und c) sinkt der Anteil dieser Fehlerkategorie auf 1,3 bzw. 1,9 Prozent.

Aufgabe a) ist als Standardform meist noch bekannt, dazu wird eine Formel erlernt. Ist jedoch nur bekannt, dass es sich hier um eine Formel zum Quadrat handeln muss, liegt es nahe, ‚aus Versehen' die Formel für den Flächeninhalt zu verwenden. Immerhin fast 12 Prozent der Schüler verwenden die Flächenformel. Entweder haben sich diese Schüler schlicht für die falsche Formel entschieden oder sie haben sich bewusst wegen einer falschen Konzeptvorstellung für diese Formel entschieden. Dies könnte ein Hinweis auf eine häufig sinnlose, konzeptunabhängige Erarbeitung von Formeln in Sinn von Merksätzen sein.

Diese Vertauschung mit der Flächenformel ist nur selten eine generelle Vertauschung der Konzepte. Bei den folgenden Aufgaben b) und c), die anstelle des Quadrats Rechtecke enthalten, wird von einigen Schülern die Umfangsformel – oder zumindest eine erkennbar ähnliche Form der Umfangsformel – verwendet. Innerhalb von Aufgabe 9 wechseln 7 Prozent der Schüler erkennbar die Konzepte von Umfang und Fläche. Ein konsequentes Verwechseln der Konzepte Umfang und Fläche – oder ein Tausch der jeweils zugehörigen Formel – zwischen den Aufgaben 9 und 10 lässt sich jedoch nur bei 2 Prozent der Schüler beobachten.

Die Fehlerkategorie mit dem höchsten Prozentsatz ist zumindest in den Aufgaben b) und c) das *Ignorieren der fehlenden Angaben.* Selbst bei der (sehr bekannten) Figur in Aufgabe a), dem Quadrat, werden von 5,6 Prozent der Schüler lediglich zwei Seiten addiert. Denkbar ist, dass sie sich in Anlehnung an die Flächenformel ($a \cdot a$) erinnert haben, dass bei der Berechnung des Umfangs addiert wird. Somit ersetzen sie den *‚Mal-Punkt'* durch ein *‚Plus'* und erhalten *34* als Ergebnis, so sie richtig rechnen. Eine weitere Möglichkeit der Interpretation besteht darin, dass diese Schüler sich erinnern, dass die Seitenlängen addiert werden müssen. Da jedoch nur zwei Seiten mit Maßen versehen sind, werden auch nur diese zwei Maße addiert.

Die Aufgaben b) und c) erfordern eine Bestimmung fehlender Seitenmaße, diese werden jedoch von 33 bzw. 25 Prozent ignoriert. Über die Motivation, so zu verfahren, können nur Vermutungen angestellt werden. Ähnlich den Schülern, die in Aufgabe a) nur zwei Maße addieren, ist es denkbar, dass in Teil b) auch nur die vorhandenen Maße wahrgenommen werden, jedoch nach Konzept des Umfangs addiert werden. Der geringere Anteil bei Aufgabe c) erklärt sich nicht etwa durch ein besseres Verständnis dieser Aufgabe als vielmehr dadurch, dass viele Schüler diese Aufgabe bereits gar nicht mehr bearbeiten.

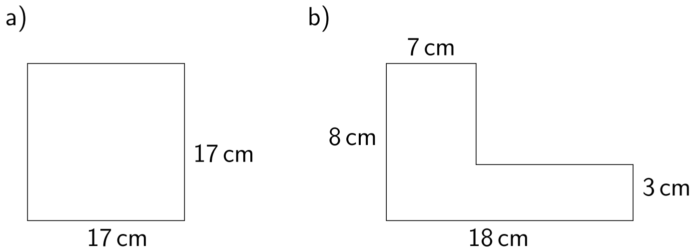
Eine interessante Lösung ist das Zerlegen der Gesamtfigur in Teilfiguren, um anschließend deren Umfänge zu berechnen. Dieses Vorgehen funktioniert bei der Bestimmung der Fläche, nicht jedoch beim Umfang, da sich die zwei Teilfiguren an einer Linie berühren, die im Inneren der Gesamtfigur liegt und damit zweimal fälschlich in die Summe der Teilumfänge eingeht. Diese Strategie – eigentlich ein eleganter Ansatz – wird jedoch nur von knapp 14 bzw. knapp 10 Prozent der Schüler verfolgt.

Wenige Schüler versuchen, nach Augenmaß die fehlenden Maße zu schätzen und addieren immerhin sechs Maßzahlen. Knapp 2 Prozent der Schüler fällt auf, dass nicht alle Maße vorhanden sind. So berechnen oder schätzen sie zumindest eines der zwei fehlenden Maße.

Fazit Geprägt von der Kenntnis einiger Formeln versuchen viele Schüler, die gegebenen Zahlen in möglicherweise passende Formeln einzupassen. Dies geschieht teilweise ohne erkennbares Konzept. Selbst innerhalb der Aufgabe wird zwischen den Konzepten Umfang und Flächeninhalt von Figuren gewechselt. Dies mag man zunächst annehmen. Denkbar ist jedoch eine konzeptlose und damit vollkommen willkürliche Anwendung bekannter Formeln zur jeweiligen Figur.

Aufgabe 10

Berechne den Flächeninhalt folgender Figuren. Das sind nur Skizzen, messen hilft nicht!



In dieser Aufgabe lassen sich Ergebnisse finden, die als Umkehrung zu Aufgabe 9 zu sehen sind. Die Verwechslung der Formeln zur Berechnung von Umfang und Flächeninhalt macht auch hier einen nicht zu vernachlässigenden Anteil aus.

Die Werte der *nicht korrekten Lösungen* sind ähnlich Aufgabe 9 unerwartet hoch. Mehr als 60 Prozent der Hauptschüler, aber auch mehr als die Hälfte der Gymnasiasten sind nicht in der Lage, die Fläche des Quadrats mit der Kantenlänge 17 cm korrekt zu bestimmen. Bei der zusammengesetzten Figur erhöhen sich Prozentsätze auf fast 90 Prozent bei den Hauptschülern bzw. 55 Prozent bei den Gymnasiasten.

Auch bei dieser Aufgabe fällt auf, dass die Gymnasiasten im Wesentlichen Rechenfehler begehen, die Hauptschüler aber häufig mangels des richtigen Konzepts nicht in Lage sind, die Aufgabe erfolgreich zum Abschluss zu bringen.

Der Anteil der Schüler, die die Flächenberechnung des Quadrates nicht durchführen, liegt mit 16,4 Prozent deutlich höher als die Nichtbearbeitung der Aufgabe 9a). Mit 30,2 Prozent versucht fast ein Drittel erst gar nicht, eine Lösung zu Aufgabe b) zu finden.

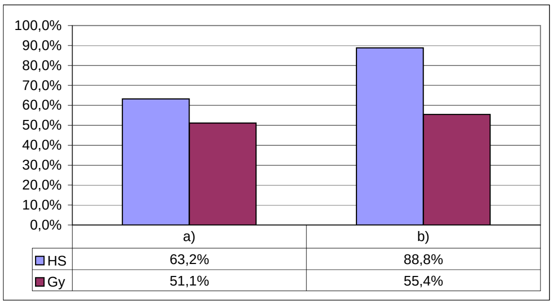


Abb. 3.30: Nicht korrrekte Lösungen, Aufg. 10

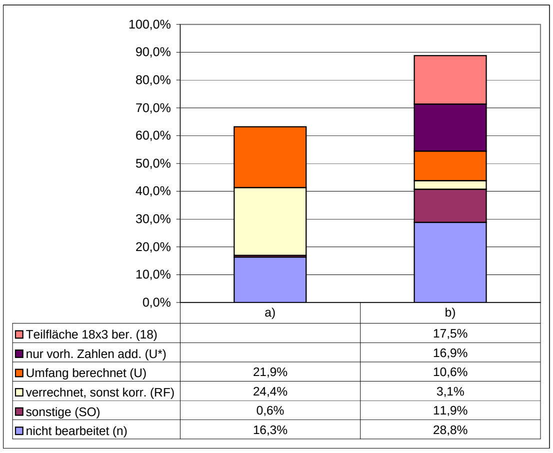


Abb. 3.31: Fehlerkategorien, Aufgabe 10

Die Multiplikation *17 ·17* wird von vielen Schülern schriftlich gelöst. Als Rechenfehler sind diejenigen anzusehen, bei denen die korrekte Multiplikationsaufgabe notiert wird oder diese zumindest offensichtlich ist. Dies ist bei 24,4 Prozent der Fall, die Quadratzahl – die jedoch nicht im Bereich des kleinen Einmaleins liegt – ist so gut wie nie direkt verfügbar.

Ca. 22 Prozent verwenden die Formel zur Berechnung des Umfangs. Nur ein Teil dieser Schüler verwendete umgekehrt in Aufgabe 9 die Formel für den Flächeninhalt (s. o.). Ein Teil dieser Schüler addiert lediglich die beiden vorhandenen Maße. Dies lässt eine weitere Ähnlichkeit zu 9 a) erkennen. Aus diesem Grund wird dieses Vorgehen zur Kategorie *Umfang berechnen* gezählt.

Nur wenigen Schülern gelingt es, einen richtigen Lösungsansatz für Aufgabe b) zu finden. Zu denen, die mit einem korrekten Lösungsansatz auch zur korrekten Lösung gelangen, kommen lediglich 3 Prozent hinzu, die sich schlicht verrechnen. Ca. 10 Prozent verwenden auch bei dieser Aufgabe die Formel zur Berechnung des Umfangs, 17 Prozent addieren lediglich die vorhandenen Zahlen.

Es gibt Schüler, die die Fläche über zwei Teilflächen berechnen wollen. Die meisten dieser Schüler bestimmen für die erste Fläche die Maße 7 cm und 8 cm. Für die zweite Fläche verwenden sie jedoch die zwei anderen vorhandenen Maße 18 cm und 3 cm, bemerken dabei aber nicht, dass sie damit eine Teilstück doppelt verwenden. Ca. 17,5 Prozent der Hauptschüler gehen auf diese Weise vor.

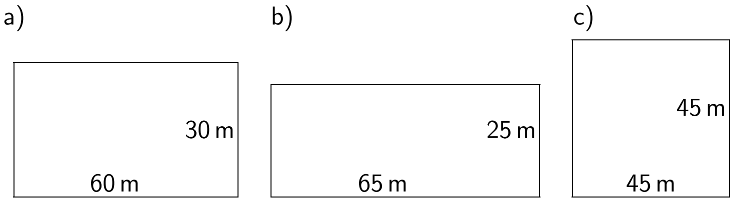
Ein geringer Teil von fast 4 Prozent bestimmt zwei Teilflächen. Um aber die Gesamtfläche zu erhalten, multiplizieren diese Schüler die Flächeninhalte beider Teilflächen.

Fazit Auffallend ist, dass es keineswegs ein konsequentes Vertauschen der Konezpte zum Umfang und zum Flächeninhalt zu geben scheint. Man kann in gemeinsamer Betrachtung von Aufgabe 9 und Aufgabe 10 nicht davon ausgehen, dass jemand, der bei Aufgabe 9 die Fläche der Figuren berechnet hat, nun bei Aufgabe 10 den Umfang der Figuren berechnet. Häufig wird auch innerhalb der Aufgaben das Konzept gewechselt.

In beiden Aufgaben ist das Fehlen von Maßangaben für viele Schüler kein Grund, diese zu bestimmen. Es wird vielfach mit den gegebenen Maßen etwas gerechnet – ob dies in das jeweilige Konzept (oder auch nur die jeweilige Formel) passt oder nicht spielt keine Rolle.

Aufgabe 11

In einem Neubaugebiet sind drei Grundstücke zu verkaufen. Welches Grundstück hat die größte Fläche, welches die kleinste Fläche?



Mit Aufgabe 11 steht eine weitere Aufgabe zur Flächenberechnung an. Hier geht es zum einen um die Bestimmung dreier Flächeninhalte, zum anderen um den Vergleich der Größe dieser Flächeninhalte. Dazu sind sowohl die größte als auch die kleinste Fläche zu benennen.

Mit 77,5 Prozent der Hauptschüler ist der Anteil derer, die diese Aufgabe nicht korrekt bearbeiten, wiederum sehr hoch. Bei den Gymnasiasten sind es aber immerhin auch noch 40 Prozent, die nicht zu einem vollständig richtigen Ergebnis kommen. Da die meisten Schüler bei den Gemometrieaufgaben keine Maße notieren, werden fehlende Maße in der Auswertung nicht berücksichtigt. Sonst lägen die Werte wesentlich höher.

Die meisten Schüler der Hauptschule trauen sich die Bearbeitung der Aufgabe 11 zu. Lediglich 10,6 Prozent versuchen sich erst gar nicht an dieser Aufgabe.

Fast 27 Prozent verwenden auch bei dieser Aufgabe die Formel – oder Teile der Formel – zur Umfangsberechnung. Bei der Berechnung des Umfangs führen

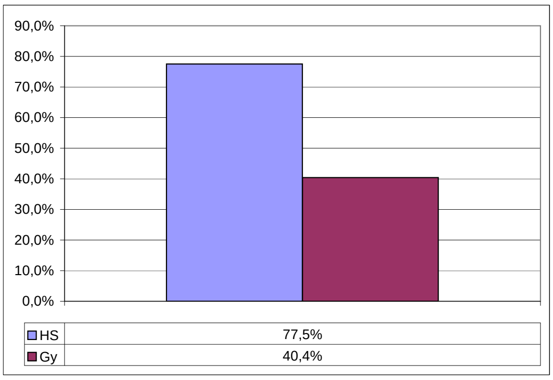


Abb. 3.32: Nicht korrrekte Lösungen, Aufg. 11

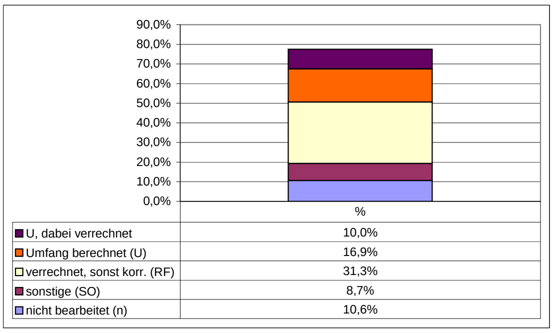


Abb. 3.33: Fehlerkategorien, Aufgabe 11

17 Prozent diese Berechnung korrekt aus und kommen zu dem Ergebnis, dass der Umfang (die Fläche) bei allen Figuren gleich groß ist. Manche formulieren dies in einer Antwort. 10 Prozent verrechnen sich jedoch bei der Bestimmung des Umfangs. Auch hier wechseln einige Schüler innerhalb der Aufgabe zwischen den Formeln zur Umfangsberechnung und der Flächenberechnung (6,4 Prozent).

Bei der Berechnung des Flächeninhalts verrechnet sich fast ein Drittel der Schüler bei korrekter Verwendung der Flächenformel. Auffälligste Fehler sind Probleme im Stellenwertsystem bei der Verwendung der schriftlichen Multiplikation.

Viele Schüler bearbeiten die Aufgabe lediglich durch Berechnung einiger Ergebnisse, geben jedoch keinen abschließenden Vergleich der Flächen an (22,5 Prozent).

Fazit Viele Schüler konzentrieren sich bei dieser Aufgabe nur auf das Berechnen von Lösungen. Dabei beachten sie weder Maßangaben noch formulieren sie die geforderte Lösung. Auch bei dieser Aufgabe wird deutlich, dass häufig nicht nach dem Konzept, sondern nach willkürlich benutzten Formeln vorgegangen wird.

Aufgabe 12

Ein Rechteck ist 7 cm lang und 4 cm breit. Verdopple Länge und Breite des Rechtecks. Wie ändert sich die Fläche?

Aufgabe 12 fordert ein hohes sprachliches Verständnis, um den Sachverhalt zu verstehen und eine entsprechende Lösung zu geben. Beispielhaft zur Erläuterung herangezogene Rechnungen können hilfreich sein, jedoch auch Irrwege begründen.

Der hohe Schwierigkeitsgrad spiegelt sich in den 92 Prozent der Hauptschüler wider, die diese Aufgabe nicht korrekt bearbeiten können. Von den Gymnasiasten sind es ‚nur' fast 40 Prozent, die diese Aufgabe nicht korrekt bearbeiten.

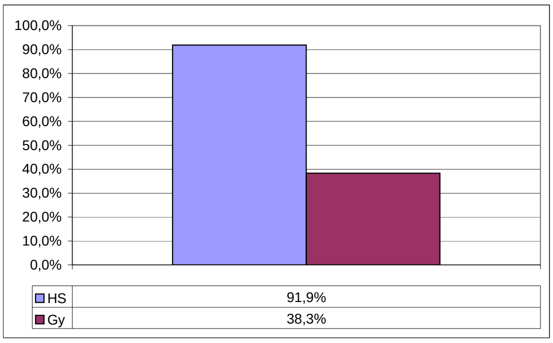


Abb. 3.34: Nicht korrrekte Lösungen, Aufg. 12

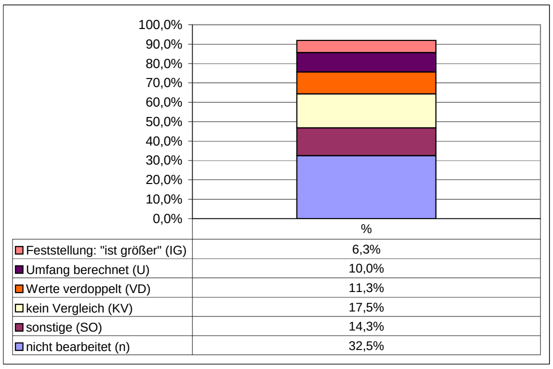


Abb. 3.35: Fehlerkategorien, Aufgabe 12

Bei einer Betrachtung der Fehlerkategorien fällt auf, dass ein Drittel der Hauptschüler diese Aufgabe nicht bearbeitet. Die anderen scheitern an diversen Strategien.

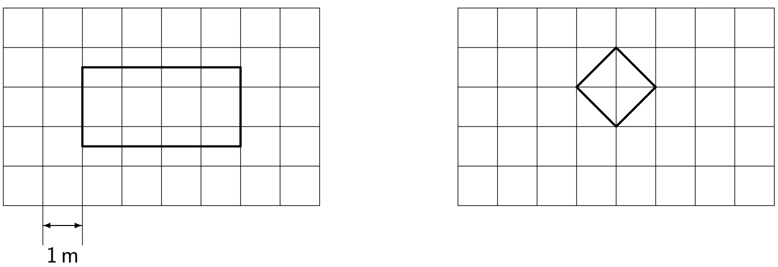
Zu nennen sind folgende Kategorien: Wie schon in den vorausgegangenen Aufgaben versuchen auch hier einige Schüler (10 Prozent) mit dem Konzept des Umfangs zum Erfolg zu kommen. Ca. 11 Prozent kommen zu dem Ergebnis, dass sich der Flächeninhalt bei der Verdopplung der Kantenlängen auch verdoppelt. 17,5 Prozent berechnen zwar etwas – meist auch die vervierfachte Fläche – stellen jedoch keinen Vergleich an. Gut 6 Prozent stellen lediglich fest, dass der Flächeninhalt größer wird – womit sie recht haben.

Fazit Ähnlich wie in Aufgabe 11 werden auch hier häufig Berechnungen angestellt, ohne den geforderten Vergleich durchzuführen und zu notieren. Die hohe Fehlerquote legt nahe, dass fast kein Hauptschüler in der Lage ist, derartige Aufgaben, die der abstrakten Mathematisierung von Sachverhalten entsprechen, auszuführen.

Aufgabe 13

Hier siehst du Grundrisszeichnungen. Welchen Flächeninhalt haben die Figuren mit dem dicken schwarzen Rand? Die Seitenlänge von einem Kästchen entspricht 1 m.

a) b)



Aufgabe 13 ist eigentlich eine Aufgabe aus dem Bereich der Grundschule. In die Irre geführt werden kann man durch vorausgegangene Berechnungen von Flächen unter zu Hilfenahme von Formeln oder auch durch die Kenntnis vom *Satz des Phytagoras*. Dass dies alles dazu nicht notwendig ist, sondern die Lösung auch ausschließlich durch günstiges Zählen von Teilflächen möglich ist, übersehen viele Schüler.

Bei der Teilaufgabe a) sieht sich noch ein Teil der Schüler in der Lage, das richtige Ergebnis zu bestimmen. Dennoch schaffen es auch hier rund 65 Prozent der Hauptschüler nicht, den korrekten Flächeninhalt (auch ohne Maßeinheit!) zu nennen. Fast ein Viertel der Gymnasiasten macht hier einen Fehler. Bei dem auf die Ecke gestellten Quadrat (Teilaufgabe b) sind fast 86 Prozent der Hauptschüler und mehr als 70 Prozent der Gymnasiasten nicht in der Lage, die Aufgabe erfolgreich zum Abschluss zu bringen.

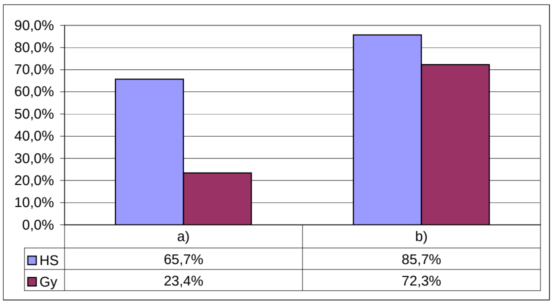


Abb. 3.36: Nicht korrrekte Lösungen, Aufg. 13

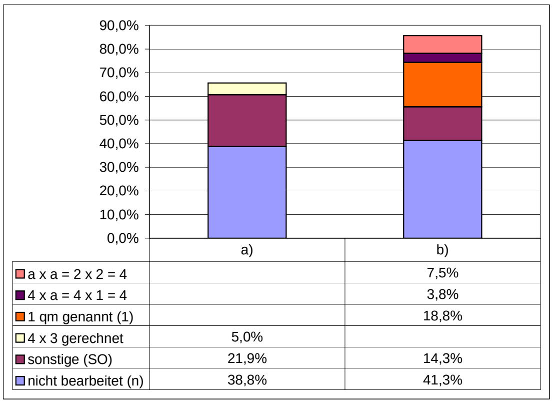


Abb. 3.37: Fehlerkategorien, Aufgabe 13

Dass diese Aufgabe durchaus ungewöhnlich für Schüler der Klassen 7 und 8 zu sein scheint – auch wenn die Einführung der Flächenbestimmung in Klasse 7 dies verlangt, legt die hohe Nichtbearbeitung von ca. 40 Prozent nahe. Der auffälligste Fehler ist bei Aufgabe b) im Ergebnis *‚1'* zu sehen. Hier scheint die Wahrnehmung der Diagonale als *1* ein Grund zu sein. Die Quadrierung von *1* bleibt somit *1*.

Fazit Die hohe Fehlerquote bei dieser Aufgabe ist erstaunlich, handelt es sich bei den beiden Teilaufgaben doch um Einführungsbeispiele zur Flächenberechnung. Die Verwendung von Formeln in den Aufzeichnungen lässt vermuten, dass viele Schüler keinen Zusammenhang zwischen einer Zerlegung in Einheitsquadrate und der Berechnung einer Fläche mit Hilfe einer Formel sehen.

3.4.2 Zusammenfassung

Die Betrachtung der Fehlerkategorien legt nahe, dass es einige essentielle Bereiche gibt, die einer besondere Aufmerksamkeit bedürfen. Im Sinn der Annahme gibt es tatsächlich vier solcher Aufmerksamkeitsbereiche, die als Schlüsselbereiche mathematische und mathematikdidaktische Inhalte beschreiben, die im Wesentlichen Stoff der Grundschule sind. Diese Inhalte werden zwangsläufig für die erfolgreiche Bearbeitung der neuen Hauptschulinhalte vorausgesetzt. Die Ergebnisse und Auswertungen des Tests zeigen jedoch, dass die Beherrschung dieser Inhalte bei einer *deutlich hohen Anzahl* von Hauptschülern nicht gegeben ist. Daraus resultiert, dass gerade diese Bereiche der Primarstufenmathematik einer besonderen Aufmerksamkeit bedürfen.

Die vier vorgestellten Bereiche sind nicht als für sich abgeschlossen zu verstehen, sie benennen vielmehr bestimmte Bereiche, die beachtet werden müssen. Damit ist nicht ausgeschlossen, dass sich die Bereiche überschneiden. Einige Fehlerkategorien sind mehreren Bereichen zuzuordnen, die Ursachen liegen vielfach in gemeinsamen Beziehungen, die diese Bereiche ausmachen.

Überblick über die Zahlenräume

Vielen Schülern scheint ein erfassender Überblick über die Zahlenräume zu fehlen. Dies macht es häufig schwer, eigene Lösungen bzgl. ihrer Sinnhaftigkeit zu beurteilen.

Anlass zu dieser Vermutung geben die Schwierigkeiten in verschiedenen Aufgaben. In den Aufgabe 1, 2 und 4 gelingt es auffallend vielen Schülern nicht, die Lösungen hinsichtlich ihrer Sinnhaftigkeit zu überprüfen – so sie es überhaupt versuchen. Von den Hauptschülern sind mehr als 35 Prozent nicht in der Lage, die Aufgabe *15000 – 15* korrekt zu lösen, teilweise liegt die Lösung nicht in der Nähe der korrekten Lösung. Wenn als Lösung *1485* genannt wird, müssen Schüler zu ihrer Lösung befragt werden. Als Ergebnis einer Abschätzung wäre diese Lösung interessant. Vermutlich liegt ihr aber eine andere Erklärung zu Grunde: Unverständnis oder massive Schwierigkeiten im Verständnis des Stellenwertsystems (s. u.).

Es stellt sich die Frage, wie Schüler an solch eine Aufgabe herangehen. Versuchen Sie, die Aufgabe, die Zahlen und damit auch das Ergebnis vorstellend zu erfassen? Oder sind sie vielmehr lösungsorientiert daran interessiert, ein Ergebnis zu erhalten? Aufgrund schriftlich vorliegender Lösungen kann keine Aussage darüber gemacht werden, nähere Auskünfte können evtl. die Schülerinterviews geben.

Gründe können in einer möglicherweise vorhandenen Haltung liegen, ungenaue Ergebnisse nicht zu tolerieren. Damit bleibt dem Schätzen von Größen und Anzahlen wenig Freiraum, genaue Angaben erfordern genaue Verfahren. Die Lösung bietet sich Schülern häufig durch die schriftlichen Rechenverfahren. Diese scheinen ihnen präzise, verlässlich und besonders einfach zu sein.

Diese Annahme wird bestätigt durch jene Schüler, die auch eine Aufgabe wie 6 – 0,5 mit der schriftlichen Subtraktion zu lösen versuchen. Aber erst die schriftliche Notation führt sie zu weiteren Schwierigkeiten; ein Überblick über den Zahlenraum hätte die Lösung evtl. sofort ermöglicht, zumal hier neben den Schritten der natürlichen Zahlen lediglich Halbschritte nötig sind. Der Zahlenstrahl der Grundschule hätte – mit Erweiterung der x,5-Schritte – hilfreich sein können.

Weiterhin trägt zu dieser Annahme bei, dass viele Schüler in den Geometrieaufgaben Ergebnisse erhalten, die bei einer ersten Abschätzung zu einem Widerspruch hätten führen müssen. Doch auch hier vertrauen viele Schüler auf Verfahren, die ohne Bedacht angewandt werden.

Bezüge zur Grundschule

In den Vorüberlegungen zur Konstruktion der Aufgaben wurde bereits der Bezug zu den Inhalten der Grundschule hergestellt. Zusammenfassend für diesen Bereich der Zahlenräume finden sich folgende Grundschulthemen, die für diese Schüler möglicherweise sinnvoll gewesen wären bzw. in einer Förderung sein könnten:

– Schätzen von Größen und Anzahlen
– Beurteilung von Sachsituationen mit angemessenen Zahlen
– Sinn mathematischer Denk- und Beurteilungsprozesse

Flexibilität bei operativen Beziehungen

Ein zweiter Bereich – in Teilen eng verwandt mit dem ersten – findet sich in der mangelhaft ausgeprägten Fähigkeit, mathematische Operationen flexibel zu handhaben. Insbesondere Aufgabe 2 macht deutlich, dass auch bei diesen Aufgaben nach Mustern vorgegangen wird, die nicht einem flexiblem Umgang mit operativen Beziehungen entsprechen (siehe 1.2.3).

Selbst mit einfachen natürlichen Zahlen sind einige Schüler aus den Klassen 7 und 8 nicht in der Lage, eine Aufgabe mit Platzhaltern so umzuformen, dass der Platzhalter nach der Umformung am Ende der Aufgabe steht. Sie versuchen häufig, den Platzhalter durch Raten zu bestimmen. Auffälligster Fehler ist die Methode „Ergebnis hinten“. Aufgabe 2 f) *(□ – 7,5 = 12)* wird von einem Drittel der Schüler mit dem Ergebnis *4,5* (oder ähnlich, dann zusätzlich mit Rechenfehler) gelöst. Sie scheinen die *12,* die *7,5* und das *Minus-Zeichen* wahrzunehmen und rechnen mit diesen Zeichen *12 – 7,5 = □* .

Aufgaben werden häufig nach einem Schema gelöst, ohne zu erfassen, warum genau etwas getan wird. Gleichungen können oft nicht mit anschaulichen Situationen verknüpft werden, eine Überprüfung auf Sinnhaftigkeit kann dadurch nicht erfolgen. Das, was in der Didaktik mit operativem Üben – als Üben der Zusammenhänge – verstanden wird, scheint in der Realität selten zu helfen. Auch hierzu gehört wiederum die Beurteilung von Sachsituationen und deren Zusammenhängen (z. B. Kaufsituation) und die Einordnung in Zahlenräume.

Bezüge zur Grundschule
– operative Beziehungen
– Aufgaben mit Platzhaltern
– Aufgaben zu Ergebnissen finden

Verständnis des Stellenwertsystems

Viele Fehler werden durch die Kategorie „Stellenwertfehler“ näher bezeichnet. Das Dezimalsystem ist als Positionssystem (siehe 1.2.4) häufig nicht verinnerlicht. Aufgaben werden oft nur schematisch nach einem bekannten Algorithmus abgearbeitet. Wiederum ist eine Beurteilung auf Sinnhaftigkeit des Vorgehens nicht möglich. Es kommt leicht zu Verwechslungen innerhalb eines – nur unzureichend gefestigten – Algorithmus eines schriftlichen Verfahrens. Besonders deutlich wird dies an den Bearbeitungen der Aufgaben 3 und 5. Kriterien der Betrachtung durch die Schüler sind vielfach nicht die Positionen, sondern die Ausrichtung der Zahlen. Die Fehlerkategorien, die sich auf das rechtsbündige Notieren oder das Sortieren nach der Anzahl der Nachkommastellen beziehen, zeigen dies deutlich. Das letztgenannte Verfahren wird von *jedem zweiten Hauptschüler* verwendet.

Werden Aufgaben schriftlich gelöst – evtl. aus Gründen, die oben bereits erläutert wurden – ergeben sich durch die Problematik des Stellenwertverständnisses neue Schwierigkeiten. Beispiele dafür geben die Lösungen zu Aufgabe 4 (s. o.).

Bezüge zur Grundschule
– die Bedeutung von Positionen und Ziffern im Stellenwertsystem
– die Prinzipien des Bündelns und Entbündelns
– Nutzen und Verständnis der schriftlichen Rechenverfahren

Unverständnis von elementaren geometrischen Konzepten, Lösung aus der Blackbox der Formelsammlung

Insbesondere im Bereich der Geometrie fällt auf, dass häufig Formeln verwendet werden, die nicht zum Kontext passen (Formel für den Flächeninhalt bei Aufgabe 9 – Umfangsaufgaben). Oder es werden Formeln ohne deren genaue Überprüfung auf die gegebene Situation verwendet (Aufgabe 9: Umfangsformeln für Quadrat und Rechteck, auch bei zusammengesetzten Figuren).

Aber auch das willkürliche Verwenden von Regeln in den Arithmetikaufgaben fällt in diesen Bereich. Es scheint, als seien häufig gewisse Regeln nur bruchstückhaft bekannt, so dass lediglich Teile daraus zur Anwendung kommen, das Ergebnis der Aufgabe somit nicht bestimmt werden kann. Ein Beispiel bietet die ‚Nachkommastellenregel‘. Einigen Schülern scheint bekannt zu sein, dass es hier um das Zählen von Stellen geht. Ob diese Stellen jedoch vor oder nach dem Komma zu zählen sind, scheint nicht klar zu sein und führt zu fehlerhaften Ergebnissen.

Die hinter den Formeln und Regeln stehenden Konzepte scheinen nur selten vorhanden und darüber hinaus verstanden. Es stellt sich die Frage nach dem Sinn von Regeln und Formeln. Werden Formeln gelernt, um eine Lösungshilfe als Anreiz zu geben? Sind sie dann nicht vielmehr Merkmale einer passivistischen Haltung? Wie viele Formeln sind ausreichend? Eine vielleicht etwas gewagte Anfrage: Warum benötigt man verschiedene Formeln für den Umfang des Quadrats, des Rechtecks? Für zusammengesetzte Figuren helfen beide nicht. Notwendig ist das *Konzept Umfang,* nicht die Formel. Die Abgrenzung zum Flächeninhalt ist notwendig durch eine *inhaltliche Diskussion, nicht durch Formelunterscheidung.* Eine weitere kühne Anfrage: Warum heißt die Einheit bei der Fläche des Rechtecks auch ‚Quadratmeter ‘ und nicht ‚Rechteckmeter‘ (oder eben Meterquadrat, oder Meterrechteck)?

Bezüge zur Grundschule
– Begriffe Umfang, Fläche, Zerlegungen in Teilfiguren
– Bestimmung möglicher ‚Einheitsteilstücke‘.

3.4.3 Konsequenzen für die Untersuchung

Die Nennung von Aufmerksamkeitsbereichen ergibt weitergehende Fragen, die durch das Betrachten der schriftlich vorliegenden Lösungen und die Analyse der Fehlerkategorien nicht beantwortet werden können. Notwendig ist eine Vertiefung der Fragestellungen in Schülerinterviews, die sich an den Aufgaben des schriftlichen Test orientieren, darüber hinaus jedoch auch die Aufmerksamkeitsbereiche und damit mögliche Grundschulinhalte einbeziehen. Abschließend können diese Aufmerksamkeitsbereiche erneut diskutiert werden, siehe dazu 4.5.

Kapitel 4

Qualitative Aspekte der Studie – Videointerviews

Die Auswertung der Testaufgaben legte das Fundament für die Planung der folgenden Interviewgestaltung. Vielfach konnten in der Analyse nur Vermutungen über Gründe der nicht korrekten Bearbeitung der einzelnen Aufgaben angestellt werden. Es ergaben sich Auffälligkeitsbereiche mit eindeutigen Hinweisen auf bestimmte Schwächen. Aber die genaue Problematik lässt sich erst durch direkte Kommunikation mit den Schülern erreichen. In Interviews besteht die Möglichkeit zum gezielten Nachfragen und Vertiefen. Darüber hinaus ist es möglich, andere Bereiche einzubeziehen, die den Rahmen der schriftlichen Tests überschritten hätten.

4.1 Zur Durchführung

Will man die erfassten Daten der aufgezeichneten Interviews bewerten, ist es zunächst notwendig, verschiedene Methoden für die Durchführung der Interviews zu kennzeichnen, zu diskutieren, um daran anschließend geeignete Interviewsituationen zu schaffen. Umfassende Erläuterungen zu Vor- und Nachteilen verschiedener Aspekte mehrerer Methoden finden sich bei Hasemann (1986), Ginsburg (1977, 1983), Wittmann (1982) sowie Zimmermann (1977). Im Folgenden werden lediglich einzelne Aspekte zusammengefasst, die unmittelbare Bedeutung für die durchzuführenden Interviews haben. Für eine tiefergehende Betrachtung sei auf die angesprochenen Werke verwiesen.

Zimmermann (1977) diskutiert verschiedene Vor- und Nachteile der Methode des „lauten Denkens“ sowie des „Klinischen Interviews“. Da die Methode des „lauten Denkens“ weitgehend frei von Einflüssen durch den Interviewer ist, kann der Interviewte seine Gedanken unverfälscht verbal äußern, während er die gestellte Aufgabe bearbeitet. Zimmermann entscheidet sich für das „laute Denken“, um eine möglichst große Objektivität bei der Beurteilung der gegebenen Antworten zu gewährleisten. Damit sei nach Ginsburg u. a. (1983) die Erforschung sowohl der komplexen Aktivitäten, die das Problemlösen ausmachen, als auch der zugrunde liegenden internen symbolischen Mechanismen möglich, da der Befragte seine Gedanken als eine Art unbeeinflusster Bericht über die Aufgabenlösungen ungestört mitteilen könne (vgl. Ginsburg u. a. 1983; Hasemann 1986; Zimmermann 1977).

Das „Klinische Interview“ oder auch die „informelle Befragung“ (Ginsburg 1977) – im Wesentlichen von Piaget entwickelt – erlaubt ein tieferes Eingreifen in die Bearbeitung der Aufgaben – insbesondere, wenn von Schülern zunächst kein Lösungsansatz gefunden wird. Dem Dialog zwischen Interviewer und Interviewtem kommt eine größere Bedeutung zu, die Rolle des Interviewers ist nicht mehr derartig neutral, wie es beim „lauten Denken" der Fall ist (vgl. Hasemann 1986, 23). Im Vorwort zu (Piaget 1976) beschreibt Piagets Lehrer Claparède diese Methode Piagets wie folgt:

> „Die Neuheit der Methode liegt darin, dass der Interviewer die Antwort des Kindes auf eine Frage nicht einfach registriert, sondern es zum Reden bringt [...] Das Ziel dabei ist es, die hinter den Antworten liegenden verborgenen Strukturen aufzudecken. Es handelt sich um eine Art geistiges Abhorchen [...] man steckt nicht auf, wenn das Kind eine unverständliche oder widersprüchliche Antwort gibt: im Gegenteil, man versucht mit dieser Methode, den fliehenden Gedanken des Kindes immer näher zu kommen, bis man das Rätsel ihrer Struktur lösen kann" (Piaget 1976, Vorwort, zit. n. Wittmann 1982).

Eine Vergleichbarkeit der verschiedenen Interviews ergibt sich durch die Festlegung von Aufgaben und Fragen, die allen Schülern gleichermaßen gestellt werden. Erst der weitere Verlauf des Interviews gestaltet sich individuell, der Versuchsleiter hat die Möglichkeit mit seinen Fragen und Vertiefungen ganz auf das Kind einzugehen. In dieser Form des Interviews ist es möglich, die vorher aufgestellten Hypothesen zu testen, indem das Denken auf die betreffenden Bereiche hin kanalisiert wird. Dazu können bestimmte Variablen festgeschrieben bleiben, aber auch je nach Situation verändert werden, um gezielt verschiedene Bereiche abzudecken (vgl. Wittmann 1982).

Die letztgenannten Merkmale des „klinischen Interviews" sind durch eine starke Beeinflussung durch den Interviewer gekennzeichnet. Von seinen Fähigkeiten hängt es ab, welche Äußerungen von Schülern produziert werden. Dazu ist es notwendig, Situationen zu vermeiden, die dem Interviewten im Sinne der Hypothesen wünschenswerte Antworten aufdrängen. Das Verhalten des Interviewers muss sich bzgl. des Tempos, des Ablaufs des Interviews aber auch bzgl. der Sprache auf das Niveau des Interviewten und seine Fähigkeiten einstellen. Klinische Interviews unterliegen häufig dem Vorwurf mittels suggestiver Situationen gewünschte Antworten zu provozieren. Das Weiterfragen des Interviewers ist jedoch eher zu verstehen im Sinne alternativer hypothetischer Fragen, die keineswegs die richtige Antwort vorgeben oder in eine bestimmte Richtung lenken sollen.

> „Der Interviewer muss zwanglos für möglichst viele Äußerungen des Kindes sorgen und gegebenenfalls vorsichtig gegenargumentieren; während des Interviews muss er sich ganz in das Kind hineinversetzen, aber trotzdem kritisch bleiben und die Authentizität der kindlichen Äußerungen prüfen" (Hasemann 1986, 29).

> „Es ist klar, dass ein fähiger Interviewer mehr Informationen aus einem Kind herauslocken kann, als ein weniger begabter. Zwar lässt sich die Fähigkeit zur Interviewführung durch Training steigern, aber Unterschiede bleiben doch bestehen, insbesondere bei mathematisch anspruchsvollen Themen" (Wittmann 1982, 39).

Selter und Spiegel formulieren in einem Leitfaden neun wesentliche Aspekte zur Durchführung klinischer Interviews, die als Orientierungshilfe gelten können.

„1. Zielgerichtete Flexibilität
2. Angenehme Gesprächsatmosphäre
3. Transparenz
4. Herausforderung statt Belehrung
5. Annahme von Rationalität
6. Erzeugung (sozio-)kognitiver Konflikte
7. Entdeckung der Langsamkeit
8. Achtung vor Gesprächsroutinen
9. Relativität der Information“

(Selter, Spiegel 1997, 107-108)

Zur Vertiefung sei auf die ausführlichen Anmerkungen zu diesen neun Punkten an der angegebenen Stelle verwiesen.

4.2 Auswahl der Schüler

Die Auswahl der Schüler erfolgte nach der Analyse der Testaufgaben. Es sollten die besonderen Bereiche der einzelnen Fehlerkategorien mit Schülern beispielhaft erörtert werden, um durch Nachfragen tiefere Einblicke zu erhalten. In Absprache mit den beteiligten Lehrern wurden Schüler ausgewählt, die Schwierigkeiten in bestimmten Bereichen des Tests gezeigt hatten, die jedoch meist auch im Unterricht Probleme aufwiesen, die einer näheren Betrachtung bedurften. Für diese intensive Betrachtung wurden 18 Schüler ausgewählt. Von diesen waren zum Zeitpunkt des Interviews 16 Schüler in Klasse 8 (Beginn des Schuljahres, der informelle Test wurde vier Monate vorher durchgeführt). 2 Schülerinnen waren zum Zeitpunkt des Interviews in Klasse 9, hatten den Test in Klasse 8 geschrieben. Ein Schüler besuchte zum Zeitpunkt des Tests Klasse 8, nahm jedoch nach einer Rückversetzung zum Zeitpunkt des Interviews ein weiteres Mal am Unterricht der Klasse 8 teil.

In Tabelle 4.1 findet sich eine Übersicht über die Lösungen der Videoschüler bei den schriftlichen Testaufgaben. Richtige Antworten sind mit ‚r‘ gekennzeichnet, falsche Antworten mit ‚f‘ und nicht bearbeitete Aufgaben mit ‚n‘.

In Tabelle 4.2 sind die falsch bearbeiteten Aufgaben nach Fehlerkategorien benannt worden, um einen Überblick zu erhalten. Diese Fehlerkategorien entsprechen im Wesentlichen denjenigen, die bereits für die Auswertung der schriftlichen Testaufgaben in 3.4.1 verwendet wurden. Eine kurze Erläuterung zu den Abkürzungen der Fehlerkategorien findet sich in Tabelle 4.3.

4.3 Konstruktion von Interviewsituationen

Die Schülerlösungen des Tests zeigten, dass sich bestimmte Fehlermuster häufig wiederholen. Um diese Fehlermuster zu überprüfen, wurden mit ausgewählten Schülern

Name	A1								A2							A3	A4				A5		A6			A7				A8	A9			A10		A11	A12	A13	
	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)		a)	b)	c)	d)	a)	b)	a)	b)	c)	a)	b)	aa)	bb)		a)	b)	c)	a)	b)			a)	b)
Andrea	r	r	r	f	f	n	r	f	f	r	r	n	r	n	n	f	f	r	r	f	f	f	r	f	f	f	f	f	f	f	r	f	f	f	f	f	n	n	n
Aniela	r	f	r	r	f	f	r	r	r	r	r	f	r	f	n	f	f	f	r	f	r	f	r	r	r	r	r	r	n	f	f	f	f	f	r	f	n	n	n
Aylin	r	r	f	f	f	f	r	f	r	r	r	f	r	f	r	f	f	r	f	r	r	f	f	f	f	r	r	f	f	n	f	f	f	f	f	f	f	r	r
Bilal	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f	f	r	f	f	r	f	r	f	r	r	r	r	f	n	r	n	n	n	n	n	n	n	n
Corinna	r	r	r	r	f	n	r	r	r	r	r	r	r	f	r	f	f	r	f	n	r	f	f	f	f	r	r	r	r	n	r	f	f	f	r	f	f	r	r
Cornelius	r	f	r	f	r	f	r	r	r	f	r	f	f	f	r	f	f	r	f	f	f	r	r	r	r	r	r	r	r	f	f	f	n	r	f	f	f	f	f
Darius	r	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	n	r	f	r	f	r	f	r	r	r	r	r	r	r	r	f	fr	r	f	f	r	f	f	n	f	f
Erdem	r	r	f	r	f	r	r	r	r	f	r	n	r	f	f	f	f	f	r	f	f	f	f	f	f	r	r	r	n	n	r	f	n	f	f	f	n	r	r
Frauke	r	f	r	r	f	r	r	r	r	r	f	f	r	n	f	f	f	f	f	n	r	f	r	f	r	r	f	r	f	f	f	f	f	n	n	f	n	f	f
Jennifer	r	r	r	r	n	r	r	r	r	r	f	n	r	n	n	f	r	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	n	n	n	r	f	n	n	n	f	f	n	n
Jessica	r	r	r	f	r	f	r	r	r	r	f	n	r	n	n	f	r	f	f	f	f	f	f	r	f	r	r	f	f	n	f	f	f	r	f	r	f	n	n
Jörn	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	f	r	f	r	f	r	r	f	r	r	f	f	r	r	f	f	n	n	f	f	f	f	f	f	f	f	r	r
Kerim	r	r	r	r	f	r	r	r	r	r	f	n	r	n	f	f	f	f	r	r	r	f	f	f	f	r	r	r	f	n	r	n	n	f	n	r	f	r	r
Milena	r	r	r	r	f	f	f	r	r	r	r	f	r	r	f	f	f	f	f	f	f	f	r	r	r	r	r	f	f	n	r	f	f	f	f	f	n	n	n
Mirka	r	f	r	n	n	f	r	r	r	r	r	n	r	f	n	f	f	f	f	f	f	f	r	r	r	r	r	f	f	n	r	f	f	f	f	f	f	r	f
Natascha	r	r	f	r	f	f	r	r	r	r	f	f	r	n	n	f	f	r	n	f	r	f	f	f	r	r	r	n	n	n	f	f	n	n	n	n	n	n	n
Özlem	r	r	r	r	f	f	r	r	r	r	f	f	r	f	n	r	f	f	f	r	r	f	r	f	f	f	r	f	r	f	f	f	n	r	f	f	f	f	f
Silke	r	r	r	r	f	f	r	f	r	f	f	f	r	f	r	f	f	f	f	f	f	f	r	r	r	r	f	r	f	f	f	r	f	f	f	f	f	f	f

Tabelle 4.1: Ergebnisse der Video-Schüler

Name	A1								A2							A3	A4				A5		A6			A7				A8	A9			A10		A11	A12	A13	
	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)		a)	b)	c)	d)	a)	b)	a)	b)	c)	a)	b)	aa)	bb)		a)	b)	c)	a)	b)			a)	b)
Andrea				SW	SW	n		SW	RF			n		n	n	NK	SW			SW	RF	59		2	2	SO	SO	FF	FF	F		T	T	U	U	RF	n	n	n
Aniela		SW			SW	SO						SO		EH	n	NK	SW	RF		RF		59							n	H	F	SO	SO	RF		RF	n	n	n
Aylin			RR	RR	SW	SW		RR				SO		EH		NK	SW		SW			59	3	4	1			W	W	n	SO	SO	SO	SO	SO	SO	IG		
Bilal															SW	NK	SW		RF	SW		06		2					F	n		n	n	n	n	n	n	n	n
Corinna					SW	n								SW		NK	SW		SW	n		59	3	2	2					n		I	I	RF		SO	SO		
Cornelius		SO		RR		SW				EH		GS	EH	EH		SO	SW		RF	SW	RF									H	I	I	n		18	RF	SO	SO	1
Darius			SW									GS		n		SO		SW		SW									F			I	I		SO	RF	n	U	U
Erdem			SW		SW					RF		n		EH	SW	SO	SW	RF		SW	SW	RB	3	2	2				n	n		T	n	RF	18	RF	n		
Frauke		Z			SW						SW	GS		n	SO	NK	SW	RF	RF	n		RB		1			SO		F	S	F	T	F	n	n	U	n	U	U
Jennifer					n						SO	n		n	n	N8						RB						n	n	n		I	n	n	n	RF	U	n	n
Jessica				SW		SW					SW	n		n	n	NK		RF	RF	RF	RF	59	3		4			W	W	n	RF	T	T		18		U	n	n
Jörn												SW		EH		NK			SW			RB	3			2	3	n	n	H	RF	I	I	U	U	U	VD		
Kerim					SW						RF	n		n	SO	NK	SW	RF				RB	3	2	1				F	n		n	n	RF	n		KV		
Milena					SW	SW	SO					RR			RF	SO	SW	RF	RF	SW	SW	RB						W	W	n		I	I	RF	18	RF	n	n	n
Mirka		SO		n	n	SO						n		EH	n	NK	SW	RF	SW	SW	SW	RF						W	W	n		RF	I	RF	U	RF	SO		1
Natascha			SW		SW	SW					SW	GS		n	n	NK	SW		n	SW		RB	3	4				n	n	n	I	I	n	n	n	n	n	n	n
Özlem					SW	SW					SO	SO		EH	n		SW	SW	SW			RB		2	1	2		FF		F	F	F	n		18	SO	VD	SO	SO
Silke					SW	RR		SW		RF	RF	SO		RF		NK	SW	RF	RF	SW	RF	59					3		F	S	F		I	RF	U	RF	U	U	U

Tabelle 4.2: Fehlerkategorien der Video-Schüler

06	A5: 11,6 als 11,06 notiert	KV	A12: kein Vergleich
1	A6: x,xxxx; A13: 1 m^2	N8	A3: 0,088 als kl. Zahl erkannt, sonst NK
2	A6: xx,xxx; A7: 2 Nullen	NK	A3: n. Anz. d. Nachkommastellen sortiert
3	A6: xxx,xx; A7: 3 Nullen	RB	A5: Zahlen rechtsbündig notiert
4	A6: xxxx,x	RF	Rechenfehler
18	A9: Teilfläche mit $18 \cdot 3$ berechnet	RR	falsche Rechenrichtung
59	A5: 59 als (0,)59 notiert	S	A8: seltsamer Ansatz
EH	A2: Ergebnis hinten	SO	sonstiger Fehler
F	A8: falscher Ans.; A9: Fläche ber.	SW	Stellenwertfehler
FF	A7: Folgefehler	T	A9: Teilumfänge berechnet
GS	A2: gr. Stelle minus kl. Stelle	U	Umfang berechnet
H	A8: halber Ansatz	VD	A12: Werte verdoppelt
I	A9: fehlende Maße ignoriert	W	A7: Ergebnis in Worten
IG	A12: Feststellung: „ist größer“	Z	Zählfehler

Tabelle 4.3: Abkürzungen der Fehlerkategorien in Tabelle 4.2

Interviews geführt. Die Interviews nahmen zum einen Inhalte des Tests auf, um Nachfragen zu erlauben, zum anderen wurden zusätzliche Inhalte behandelt, die eine genauere Analyse der Rechenfähigkeiten und -fertigkeiten erlauben sollten. Im Folgenden werden die Rahmenaufgaben der Interviewsituationen vorgestellt. Aus diesen Rahmenaufgaben ergaben sich in den einzelnen Interviews häufig Situationen, die ein individuelles Nachfragen notwendig machten. Ergab sich aus den Antworten, dass ein Schüler an einer bestimmten Stelle überfordert gewesen sein könnte, wurden Aufgaben auch ohne korrekte Lösung ohne Kommentar abgebrochen, andere Aufgaben (s. u.). zum Teil zusätzlich hinzugezogen. Beschreibungen dieser indivuellen Situationen und damit einhergehend Beschreibungen individueller Rechenfertigkeiten und Rechenschwierigkeiten erfolgen in 4.4 ab Seite 112.

4.3.1 Einleitung des Interviews

Die Schüler wurden mit einer standardisierten Einleitung begrüßt, um sie auf die Situation einzustimmen und ihnen möglichst die Anspannung zu nehmen:

„Ich möchte mit dir über Mathematik und Mathematikunterricht sprechen. Du sollst dabei auch einige Aufgaben lösen. Ich möchte gerne sehen, wie du diese Aufgaben löst. Wir können uns darüber unterhalten. Du bist nicht ausgewählt worden, weil du besonders gut oder besonders schlecht im Mathematikunterricht bist, sondern weil mir ein paar Dinge an deinem Test aufgefallen sind. Wir werden das Interview auf Videoband aufnehmen. Das hilft mir später zu verstehen, wie du rechnest, wie du an einige Aufgaben herangehst. Ich kann mir das nicht alles merken, deswegen nehmen wir das auf."

Die Interviews dauerten in der Regel eine Schulstunde, also 45 Minuten. Sie wurden mit Hilfe einer Videokamera aufgezeichnet, die von einer studentischen Hilfskraft bedient wurde. Die Schüler hatten die Möglichkeit, sowohl auf den Aufgabenblättern als auch auf Extrablättern Berechnungen oder Notizen anzufertigen.

Die Bereitschaft, sich auf diese Interviews einzulassen, war bei allen ausgewählten Schülern sehr hoch, die Konzentration meist über die gesamte Zeit vorhanden. Auf Nachfrage äußerten einige Schüler, die Situation habe ihnen Spaß gemacht.

4.3.2 Bereich 1: Mathematikunterricht

In der ersten Phase des Interviews werden Fragen zum Mathematikunterricht gestellt. Ein umfassende Untersuchung zu den Gedanken und Beurteilungen von Schülerinnen und Schülern zum Mathematikunterricht findet sich bei Winter (1998). Die Schüler sollen Auskunft geben über ihre subjektive Einstellung zum Mathematikunterricht, zu Erinnerungen, zu positiven wie negativen Eindrücken und Verbesserungsvorschlägen. Zum einen dient dies der Eingewöhnung, einem Sich-Einlassen auf Themen und Aufgaben des Mathematikunterrichts. Zum anderen ist es denkbar, dass sich Hinweise zu Gründen für Lücken, Misserfolge und Einstellungen zur Mathematik herausfinden lassen. Folgende Fragen werden – in sinngemäßer Formulierung – bearbeitet:

Interview-Aufgabe 1.1

Was fällt dir ein, wenn du an Mathematikunterricht denkst?
Warum ist das so, hast du eine Erklärung?

Zunächst geht es lediglich um einen Einstieg in eine ungewohnte Interviewsituation. Dieser soll jedoch bereits eine erste Annäherung, eine erste Einschätzung der Befindlichkeit gegenüber dem Mathematikunterricht ermöglichen. Sind es pauschale, allgemeine Urteile, die den Schülern einfallen? Sind es persönliche Gefühle, die die Antworten prägen? Werden bereits hier spezifische Themen genannt? Nach Winter sind viele Schüler bereits bei dieser wenig spezifischen Aufgabenstellung in der Lage, differenzierte Aussagen über den Mathematikunterricht, ihre Leistungen, Gründe für guten oder schlechten Erfolg im Mathematikunterricht zu geben (vgl. Winter 1998, 4)

Interview-Aufgabe 1.2

Gibt es etwas im Mathematikunterricht, das du (besonders) gern magst?
Gibt es etwas im Mathematikunterricht, das du gar nicht magst?

Etwas genauer als in der Eingangsfrage soll es nun darum gehen, bestimmte Vorlieben oder Ablehnungen gegenüber speziellen Inhalten des Mathematikunterrichts zu benennen. Wenn der Mathematikunterricht zunächst pauschal als unbeliebt abgelehnt wird, kann es dennoch sein, dass bestimmte Inhalte subjektiv als angenehm empfunden werden, während andere Inhalte eher gemieden werden. Auch Schüler, die sich schon bei der ersten Frage differenziert geäußert haben, können mit dieser Eingrenzung evtl. nähere Informationen zu ihrem Empfinden gegenüber speziellen Inhalten geben.

Interview-Aufgabe 1.3

Kannst du dich an den Mathematikunterricht in deiner Grundschulzeit erinnern?
War da der Unterricht genauso wie heute oder gab es Unterschiede?

Bei besonders schwachen Schülern liegt die Vermutung nahe, dass sie in der Regel wenig Freude am Fach Mathematik haben. Es stellt sich die Frage, ob dies bereits während der Grundschulzeit der Fall war oder ob eine eventuelle Ablehnung erst später einsetzte. Generell ist es interessant zu wissen, ob bestimmte Inhalte erinnert werden können, ob Zusammenhänge zwischen vielleicht ‚einfacherer' Grundschulmathematik und aktueller Mathematik hergestellt werden können.

Interview-Aufgabe 1.4

Was hast du in der Grundschule in Mathe gern gemacht?
Was hat dir dort gar nicht gefallen?

Vielleicht gibt es spezielle Inhalte der Grundschulmathematik, die diesen Schülern besonders in Erinnerung geblieben sind und damit eine Auswirkung auf den aktuellen Mathematikunterricht haben könnten. Dies können allgemeine Erlebnisse aus dem Mathematikunterricht sein, aber auch konkrete Inhaltsbeispiele.

Interview-Aufgabe 1.5

Meinst du, dass Erfolg im Mathematikunterricht von deinen Lehrern abhängt?

Eine unter Schülern und Studenten oft formulierte Antwort bzgl. Mathematikunterricht ist die Abhängigkeit des Erfolgs von der unterrichtenden Lehrkraft. Hier soll der explizite Versuch unternommen werden, die Schüler auf eine mögliche Abhängigkeit zu stoßen, sofern sie dies noch nicht bei vorherigen Fragen geäußert haben. Möglich ist also die Zustimmung zu dieser Frage, aber auch die Ablehnung in Form von Antworten, dass der Erfolg eher von den Schülern oder vom Inhalt abhängen könnte.

Interview-Aufgabe 1.6

Hast du Verbesserungsvorschläge?

Auch wenn dies eine eher theoretische Frage darstellt, soll den Schülern die Möglichkeit gegeben werden, sich Gedanken über mögliche Verbesserungswünsche bzgl. des Mathematikunterrichts zu machen. Wenn Schüler sich tatsächlich differenzierter über ihren Mathematikunterricht äußern, als allgemein angenommen wird, kann es ebenso sein, dass sie ganz konkrete Dinge benennen können, die ihnen im Unterricht nicht behagen, gleichzeitig aber auch Alternativen aufzeigen.

4.3.3 Bereich 2: Zahlvorstellung, Stellenwert, Dezimalbrüche

Aufgabe 3 des Tests (siehe *Aufgabe 3* in 3.2.2, 3.4.1) zeigt, dass auffallend viele Schüler nicht in der Lage sind, die dort verwendeten Dezimalzahlen der Größe nach zu ordnen. Warum dies so ist, lässt sich zunächst nur vermuten. Deswegen wird im Bereich 2 der Interviews u. a. nach der Anordnung von Zahlen gefragt. Zunächst sollen natürliche Zahlen angeordnet werden, um zum einen Verständnisprobleme über das Anordnen zu klären und um zum anderen möglicherweise fehlende Grundkompetenzen zu entdecken. Im Anschluss daran sollen Dezimalzahlen angeordnet werden, die unterschiedlich viele Stellen hinter dem Komma aufweisen.

Interview-Aufgabe 2.1
Kannst du diese Zahlen der Größe nach ordnen?

365	6	456	1089	3650	1088

Interview-Aufgabe 2.2
Kannst du auch diese Zahlen der Größe nach ordnen?

7,5	6,7	7,4	7,5	7,45

Diese Zahlen ähneln denen des schriftlichen Tests. Um diese Zahlen ordnen zu können, ist neben dem Wissen über die Rangfolge der Ziffern für sich ein klares Verständnis der Bedeutung der einzelnen Stellen (Positionen) vor und nach dem Komma vonnöten. Während man sich bei den natürlichen Zahlen mit der Anzahl der Stellen behelfen kann, um eine Vorsortierung zu erhalten und dann – bei gleich langen Zahlen – nach dem Wert der Ziffern zu urteilen, hilft dieses Verfahren bei Dezimalzahlen nicht weiter.

Im Unterricht wird meist auf die Möglichkeit des Vergleichs zweier Zahlen durch ein *Anhängen von Nullen* hingewiesen. Dazu ist es notwendig, vom Konzept her verstanden zu haben, dass ein Anhängen einer Null hinter dem Komma den Wert der Zahl – anders als bei den natürlichen Zahlen, wo dies einer Verzehnfachung gleichkommt – *nicht* verändert. Ohne dieses Verständnis bleibt das Anhängen der Null ein Trick, der bei Vergessen der genauen ‚Regel' ungenau – und damit falsch – verwendet werden kann (siehe 3.2.2, S. 55).

Ein Problem der Sortierung kann die lineare Anordnung der Zahlen sein. Diesem war bei der Gestaltung der *Testaufgabe 3* (siehe 3.2.2) mit einer Tabelle entgegnet worden, die ein vertikales Sortieren vorschrieb. Damit bestand die Möglichkeit, nach der Methode ‚Kommas untereinander' zu verfahren. Bei der schriftlichen Addition muss auf diese Weise verfahren werden. Diese Möglichkeit soll in den Interviews jedoch erst in einem zweiten Schritt angeboten werden.

Interview-Aufgabe 2.3
Rechne schriftlich: 11,6 + 61,78 + 59

Das schriftliche Rechnen provozierte diverse Fehler, die z. T. im Verständnis des Stellenwertsystem zu liegen schienen (siehe *Aufgabe 5* in 3.2.2, 3.4.1). Mit dieser Aufgabe wird die Möglichkeit gegeben, dies im direkten Gespräch genauer zu klären. Ein besonderer Blickpunkt ist die rechtsbündige Notation von natürlichen

Zahlen, will man schriftlich addieren. An dieser Stelle muss dieses Vorgehen jedoch fehlschlagen, es kollidiert evtl. mit der Regel ‚Kommas untereinander'.

Interview-Aufgabe 2.4

Ich sage dir eine Zahl. Nenne mir den Nachfolger dieser Zahl.
45, 80, 89, 369, 200, 999, 3899

Interview-Aufgabe 2.5

Ich sage dir wieder eine Zahl. Nenne mir den Vorgänger dieser Zahl.
45, 89, 80, 520, 100, 301, 3020

Diese Aufgaben sollen einen Einblick in die Vorstellung des Zahlenraums bis 10000 ermöglichen. Vorgesehen sind diese Aufgaben für Schüler, die Schwierigkeiten in der Anordnung der natürlichen Zahlen zeigen und dienen damit im Wesentlichen einer genaueren Eingrenzung ihrer Schwierigkeiten.

Interview-Aufgabe 2.6

Löse die folgenden Aufgaben.
a) $\boxed{} + 5 = 13$ b) $2{,}5 + \boxed{} = 6{,}5$
c) $6{,}4 - \boxed{} = 3{,}6$ d) $\boxed{} - 7{,}5 = 12$

In den schriftlich gelösten Aufgaben (siehe *Aufgabe 2* in 3.2.2, 3.4.1) waren bei den Lückenaufgaben diverse Probleme aufgefallen. Anhand dieser vier Aufgaben sollen Bearbeitungs- und Vorstellungsstrategien der Schüler deutlich gemacht werden. Hilfen können das Anbieten von Umformmöglichkeiten oder die Übertragung auf Sachsituationen mit Geldwerten sein. Insbesondere die Situation des „Bezahlens" könnte helfen, die abstrakte Darstellung der Lückenaufgaben sinnvoller erscheinen zu lassen.

Interview-Aufgabe 2.7

Berechne die folgenden Aufgaben.
a) $0{,}7 \cdot 0{,}8 = \boxed{}$ b) $0{,}2 \cdot 0{,}3 = \boxed{}$

Zum Abschluss des Arithmetikteils werden zwei Multiplikationsaufgaben aus den schriftlichen Aufgaben aufgegriffen (siehe *Aufgabe 4* in 3.2.2, 3.4.1), um das Verständnis des Stellenwerts aber auch die Verwendung der eingeübten ‚Nachkommastellenregel' zu überprüfen. Darüber hinaus ist es möglich, die Zusammenhänge zwischen Dezimalbrüchen und gemeinen Brüchen zu thematisieren. Sollte hier wie in den Lösungen der Testaufgaben auch die schriftliche Multiplikation verwendet werden, besteht die Möglichkeit, nähere Informationen über die vermeintliche – subjektive – Sicherheit dieser Lösungsform zu erhalten.

4.3.4 Bereich 3: Umfang und Flächen von einfachen Figuren

In der Geometrie der Hauptschule ist es notwendig, Grundschulwissen über geometrische Grundkenntnisse aufzugreifen, diese zu vertiefen und mit den *neuen Inhalten* in Verbindung zu bringen. Bei notwendigen Berechnungen wird neben den geometrischen Kenntnissen die Beherrschung arithmetischer Grundfertigkeiten vorausgesetzt.

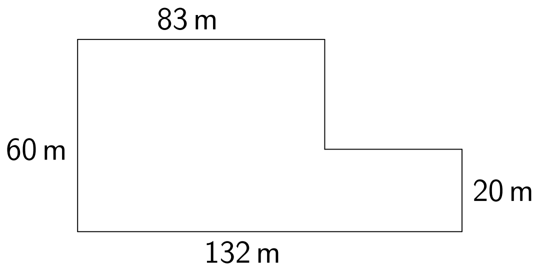
Interview-Aufgabe 3.1

Erkläre mir, was der Umfang von einer Figur ist (keine Formel)!
Was musst du kennen, wenn du den Umfang einer Figur bestimmen willst?

Diese Fragen dienen einem Einstieg in das Thema der Geometrie. Sie sollen einen ersten Eindruck davon ermöglichen, ob die Schüler eine Vorstellung vom Konzept des Umfangs haben. Die schriftlichen Lösungen haben gezeigt, dass an dieser Stelle viele Verwechslungen stattfinden, sei es mit dem Konzept des Flächeninhalts oder seien es Unsicherheiten im Umgang mit einzelnen Bestandteilen des Konzepts Umfang.

Interview-Aufgabe 3.2

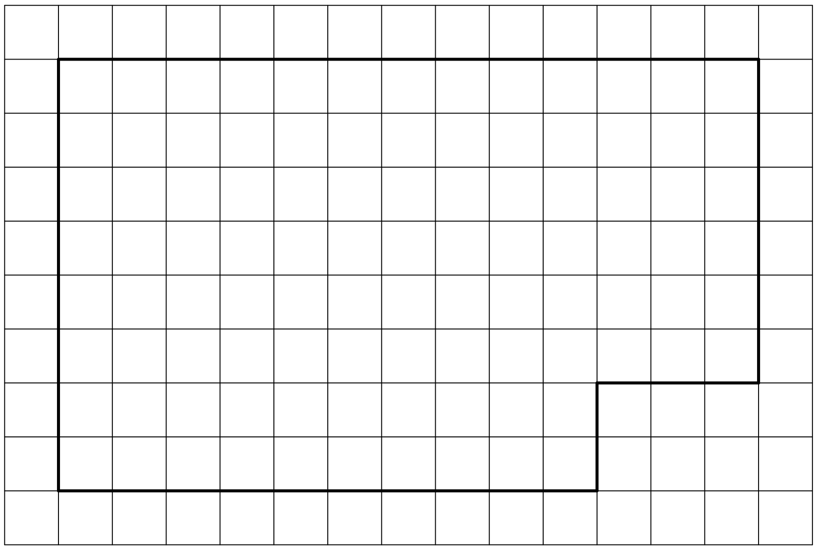
Wie bestimmst du den Umfang dieser Figur?



Nach den allgemeinen Fragen zum Umfang einer Figur folgt nun eine konkrete Aufgabenstellung, die sich auf eine aus zwei zusammengesetzten Rechtecken bestehende Figur bezieht. Dies ist die gleiche Figur, die die Schüler bereits in der Aufgabe 9b des schriftlichen Tests (siehe *Aufgabe 9* in 3.2.2) zu bearbeiten hatten. Es gibt keine Formel für diese Figur, notwendig ist der Bezug zum Konzept des Umfangs.

Interview-Aufgabe 3.3

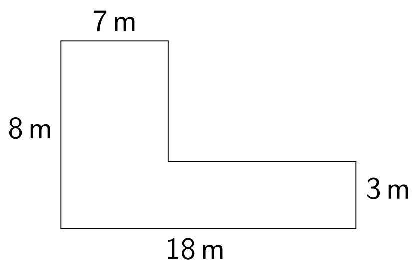
Hier siehst du den Grundriss von einem Zimmer. Darin sollen große Fliesen verlegt werden. Wie viele Fliesen brauchst du?



Zur Erarbeitung des Verständisses des Flächeninhalts dienen häufig Zeichnungen (z. B. Grundrisse) mit vorgegebenen Einheitsflächen – meist Quadrate. Dies greift diese Aufgabe auf, indem die Schüler veranlasst werden, die Anzahl der eingezeichneten Fliesen (Einheitsquadrate) zu bestimmen. Dieses Vorgehen sollte bereits in der Grundschule sowohl im Geometrieunterricht (siehe 3.2.1.3) als auch im Arithmetikunterricht (z. B. durch Punktfelder) thematisiert worden sein.

Interview-Aufgabe 3.4

Hier siehst du noch eine Figur - wieder ein Zimmer. Welchen Flächeninhalt hat dieses Zimmer?



Zum Abschluss des Geometrieteils soll diese Aufgabe zur Berechnung des Flächeninhalts als Anknüpfung an die vorherige Aufgabe stattfinden. Auch diese Aufgabe war als Aufgabe 10b bereits Bestandteil der schriftlichen Überprüfung (siehe *Aufgabe 10* in 3.2.2). Für die Gesamtfigur gibt es wiederum keine Formel, notwendig ist auch hier das Verständnis des Konzepts des Flächeninhalts. Allerdings ist hier nach einer Zerlegung in zwei Teilfiguren (Rechtecke) die Verwendung von Formeln möglich.

4.3.5 Bereich 4: Verbindungen zu anderen Inhalten der Grundschule

Dieser vierte Bereich von Aufgaben wird nur bei einigen Schülern angesprochen werden. Kriterien für die Auswahl dieser Aufgaben werden spezielle Probleme bei den vorangegangenen Aufgaben sein, die entweder ein Nachfragen erforderlich machen oder zum Abbruch der vorangegangenen Aufgaben führen.

Interview-Aufgabe 4.1

Dies ist ein ‚Mal-Quadrat'. Ergänze die fehlenden Zahlen.

·	2	3		
4				28
5			30	
		6		
	14			

Mögliche Kriterien, das Einmaleins-Quadrat zu bearbeiten, sind deutliche Schwierigkeiten im Kleinen Einmaleins oder auch massive Probleme in der Flexibilität bei operativen Beziehungen. Hier werden Grundschulfähigkeiten und -fertigkeiten angesprochen, die verinnerlicht sein sollten, um ein effektives Arbeiten mit den *neuen Inhalten* der Hauptschule zu ermöglichen. Zum einen ist dies die Beherrschung der Einmaleinsergebnisse verschiedener Reihen, wenn zu zwei gegebenen Faktoren das Ergebnis bestimmt werden muss. Zum anderen ist es die flexible Handhabung der einzelnen Aufgaben der verschiedenen Einmaleins-Reihen. So muss es möglich sein, zu einem bekannten Faktor und einem Ergebnis den zweiten Faktor zu bestimmen. Dies kann mittels einer Umstellung zu einer Divisionsaufgabe erfolgen, aber auch aus der einfachen Kenntnis der Einmaleinsreihen und der zugehörigen Aufgaben. Sind diese Grundkompetenzen der Grundschule nicht vorhanden oder nur bruchstückhaft verfügbar, nehmen diese Bereiche innerhalb des Aufgabenkontextes *neuer Inhalte* einen derart hohen zeitlichen und gedächtnisspezifischen Rahmen ein, dass die Konzentration auf die Schwierigkeit der *neuen Inhalte* zwangsläufig verhindert wird.

Interview-Aufgabe 4.2

Am Kiosk kosten 3 Dosen Cola 2,40 €. Was kosten 2 Dosen?

Die interviewten Hauptschüler haben im aktuellen Mathematikunericht vor nicht langer Zeit das Thema *Proportionalität – Antiproportionalität* behandelt. Für diese typische Aufgabe des Dreisatzes ist es notwendig, sich den Kontext zu verdeutlichen, um zu entscheiden, welche Form der Zuordnung vorliegt. Ist die Zuordnung proportional oder antiproportional? Erst nach dieser Entscheidung ist sinnvolles Rechnen möglich. Dieses Rechnen wird in der Regel durch das Aufstellen einer geeigneten Tabelle ermöglicht, in der zunächst der Preis für eine Dose berechnet wird, um dann durch Multiplikation dieses Einheitspreises die Lösung der Aufgabe zu erhalten. Dass diese Aufgabe auch von Grundschülern ohne die Kenntnis der schematischen Dreisatzmethode sinnvoll bearbeitet werden kann, sei an dieser Stelle lediglich angemerkt. Inhaltlich bedient sich diese Aufgabe einfacher Zahlen, so dass die Aufgabe im Zusammenhang mit Geldwerten und dem Kleinen Einmaleins im Kopf gelöst werden kann.

Interview-Aufgabe 4.3

Zwei Gärtner brauchen 3 Stunden, um den Rasen auf einem Sportplatz zu mähen. Wie viele Gärtner braucht man, um diesen Platz in einer Stunde zu mähen?

Wie bereits bei der vorangegangenen Aufgabe ist es auch bei dieser Aufgabe *zunächst* notwendig, die Form der Zuordnung zu bestimmen. Erst *dann* kann sinnvoll gerechnet werden.

Interview-Aufgabe 4.4

Ein Schulchor mit 10 Schülern braucht für ein Lied 5 Minuten. Wie lange braucht ein anderer Chor mit 20 Schülern?

Diese Form von Aufgaben wird häufig als eine ‚nicht sinnvolle' Aufgabenstellung kritisiert, da es nichts zu rechnen gäbe. Dennoch ist es auch bei dieser Aufgabe an erster Stelle notwendig, zu erfassen, um welche Situation und welche Zusammenhänge es hier geht. Dies kann unter der Fragestellung passieren, ob es sich um eine proportionale oder eine antiproportionale Zuordnung handelt. Es ist zu vermuten, dass es Schüler gibt, die sich rezeptartig für eine der beiden Formen entscheiden und dann Rechnungen anstellen. Eventuell wird diese Entscheidung durch die gerade zuvor im Unterricht behandelte Form beeinflusst. Demzufolge ist sowohl die Antwort *10 Minuten* als auch die Antwort *2,5 Minuten* zu erwarten. Im Gespräch kann thematisiert werden, ob die gleiche ‚sinnlose' Aufgabe in einem anderen Sachkontext (z. B. Lied im Radio, von der CD; Kochen mehrerer Eier) eher erkannt würde.

4.4 Auswertung der Interviews

Die Auswertung der Interviews erfolgte im Wesentlichen nach Methoden der qualitativen Inhaltsanalyse, wie sie bei Mayring (1990) beschrieben werden. Demzufolge dient die Auswertung der gesamten Interviews einer Zusammenfassung. Diese Zusammenfassung hat zum Ziel, die jeweiligen Abstraktionsebenen schrittweise zu verallgemeinern – damit wird die Zusammenfassung schrittweise abstrakter. Durch Betrachtung einzelner Fragmente der Interviews können bestimmte Aspekte herausgegriffen werden. Das Material wird zunehmend reduziert, damit wesentliche Inhalte herauskommen. Durch die Abstraktion entsteht ein überschaubarer Corpus, der ein Abbild des Grundmaterials darstellen kann. In einer abschließenden Strukturierung werden wiederum bestimmte Aspekte herausgefiltert, die unter Ordnungskriterien einen Querschnitt durch das Material belegen und eine Einschätzung aufgrund bestimmter Kriterien ermöglichen (vgl. Mayring 1990, 52-55; vgl. Strauss 1994).

Die auf Videoband aufgenommenen Interviews wurden von studentischen Hilfskräften als Wortprotokoll transkribiert und anschließend vom Autor mit inhaltsanalytischen Verfahren ausgewertet.

Im Folgenden werden zur Erläuterung Ausschnitte aus diesen Interviews wiedergegeben. Die vollständigen Transkripte finden sich im Anhang B. Die Passagen des Interviewers werden mit *I:* eingeleitet, die Passagen der Schülerin oder des Schüler mit *S:*. Kurze Pausen (z. T. auch sehr undeutliche Passagen) werden durch drei Punkte („. . . “) gekennzeichnet. Längere Pausen durch die Angabe *(Pause)*, zum Teil mit Zeitangabe. Weitere Hinweise und Bemerkungen werden ebenfalls in Klammern und *kursiv* angegeben. Einige paradigmatische Aussagen werden **fett** dargestellt, um zum Abschluss des Kapitels in einem Fazit aufgegriffen zu werden.

4.4.1 Aussagen zum Mathematikunterricht

Die Schüler können zum Teil sehr differenzierte Angaben darüber machen, was ihnen im Mathematikunterricht gefällt oder eher Unbehagen bereitet. Häufig sind es die einfachen Aufgaben zu den Grundrechenarten, die ihnen Spaß bereiten, von denen Sie sagen, dass sie diese mögen. Doch auch bei diesen Antworten wird eine klare Differenzierung deutlich: Während Addition und Multiplikation eher zu den bevorzugten Rechenarten gehören, erfahren Subtraktion und – noch sehr viel deutlicher – Division eine klare Ablehnung.

Corinna, S. 225
I: Gibt es etwas im Matheunterricht, was du besonders gerne machst?
S: Malrechnen.

Mirka, S. 249
I: Gibt es etwas im Matheunterricht, das du besonders gerne machst?

S: Ja, das äh plusnehmen, also plus …

⋮

I: Ja. Gibt es etwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Ja, geteilt.
I: Geteilt?
S: Ja.
I: Hast du eine Erklärung, warum?
S: Ja, also wenn's so viele, also wenn's so größere Zahlen sind, dann fällt mir das so schwer, das äh in gleiche Teile zu teilen.

Bilal, S. 269
S: Also Mathe hat. Es gibt viel in Mathearten so, es gibt Sachen, sagen wir so plus untereinander rechnen und die ganzen Malaufgaben *(unverständlich)* und das mag ich und so, das macht auch Spaß. Da würde ich auch manchmal weitermachen, aber wenn es um diese Dezimalweise, drei Fünftel mal sonst wie was, da komme ich eigentlich schon mit, aber manchmal verstehe ich das nicht mehr und dann muss ich immer irgendwie nachfragen und so. Und deswegen …

Cornelius, S. 347
I: Und was machst du gar nicht gerne?
S: Division von Dezimalzahlen. Überhaupt Division.

Özlem, S. 474
I: Und gibt es irgendwas, was dir vielleicht gefällt, was du gern gemacht hast?
S: In Mathe?
I: Hmm.
S: Plusaufgaben.

Frauke, S. 373
I: Gibt es irgend etwas, was du besonders gerne machst im Matheunterricht?
S: Ja, plus und mal und minus und geteilt und so.
I: Gibt es irgendwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Ja, Brüche.

Jessica, S. 458
I: Aha, was denn, gefällt dir etwas besonders gut?
S: Plus.
I: Plus?
S: Ja.
I: Gibt es auch etwas was du nicht magst, so gar nicht?
S: Mhm, minus.

Einzelne Schüler benennen Themen des aktuellen Unterrichts als etwas, das sie gerne machen – meist sind diese Themen individueller Auswahl jedoch eher auf der Negativ-Seite zu finden. Zu diesen Themen gehören explizit die Dezimalbrüche, die

Bruchrechnung allgemein, die Prozentrechnung, hin und wieder auch die Geometrie oder der Dreisatz.

Erdem, S. 235
I: Gibt es etwas im Matheunterricht, was du besonders gerne machst?
S: Geometrie.
I: Geometrie. Gibt es auch etwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Eigentlich nicht.

Andrea, S. 385
I: Gibt es etwas, was du besonders gern machst im Matheunterricht?
S: Geometrie.
I: Geometrie machst du gerne.
S: Ja.
I: Gibt's auch irgendwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Prozentrechnung.

Corinna, S. 225
I: Gibt es auch etwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Dezimalbrüche.

Aylin, S. 415
I: Gibt es irgendetwas Gutes, was du gerne machst oder irgendwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Schreiben mach ich gerne.
I: In Mathe.
S: Ja.
I: Was schreiben?
S: Ja, die, die Aufgaben oder so abschreiben, das mach' ich gern.
I: Gibt es irgendwelche Matheinhalte, die du gerne machst?
S: Ähm, nee.

Özlem, S. 474
I: Gibt es irgendwas Besonderes, was du besonders schlecht findest, was du gar nicht magst?
S: Ja, ja. Prozentrechnung.

Darius, S. 444
I: Was fällt dir ein, was Gutes oder nicht? Machst du das gerne?
S: Ja, Mathe ist mein Lieblingsfach.
⋮
I: Gibt es auch etwas, was du nicht so gerne magst, auch wenn dir Mathe eigentlich gut gefällt?
S: Eh, die Geometrie, zeichnen.

Jennifer, S. 318
I: Hmm. Gibt es jetzt etwas, was du gar nicht magst, oder was du besonders gern magst?
S: Also gar nicht mag ich zur Zeit dieses, ahm, das machen wir jetzt gerade, mit x und y und so was, ist ehh.
I: Hmm, das magst du gar nicht.
S: Nee, und Prozentrechnung, das fand ich eigentlich immer ganz gut.

Jessica, S. 458
I: Noch etwas, was Ihr da macht, was dir nicht gefällt?
S: Hmm. Dreisatz.

Einige Schüler bemerken zum Mathematikunterricht, dass dieser insgesamt langweilig, „nicht ihr Ding“ sei. Für diese Schüler löst oft schon der Gedanke an Mathematikunterricht eine negative Haltung aus.

Kerim, S. 302
S: Ja, ich weiß nicht, Mathe ist nicht so mein Ding, ich weiß nicht, wie soll ich es erklären.
I: Magst du nicht so gerne?
S: Nee, Mathe nicht.
I: Gibt es irgendwas, was du gerne machst in Mathe? Irgendwas.
S: Nee, eigentlich nicht.
I: Gar nix.
S: Nee in Mathe gar nichts.

Jennifer, S. 318
I: Was fällt dir ein, wenn du an Matheunterricht denkst?
S: Langweilig.
I: Langweilig?
S: Ja.
I: Warum? Kannst du mal sagen, warum es so ist?
S: Ich weiß nicht, weil ich es nicht so gut kann, denke ich mal. Weil Mathe war noch nie mein Ding. Also weiß nicht, noch nie.

Cornelius, S. 346
I: Was fällt dir eigentlich ein, wenn du an Matheunterricht denkst?
S: Lauter Zahlen im Kopf.
I: Lauter Zahlen im Kopf?
S: Ja.
I: Ist das was Gutes oder nicht so Gutes? Hast du eher positive Gefühle oder negative?
S: Negative.
I: Negative, warum?
S: Weil ich … eine Arbeit sehe, ist wie Black out.
I: Ja. Du guckst auf den Zettel und dann ist Schluss, ne.
S: *(nickt)*

Özlem, S. 474
I: Gut. Was fällt dir ein, wenn du an Matheunterricht denkst?

S: Scheiße.

An die Grundschulzeit können sich viele Schüler kaum erinnern, meist scheinen ihre Erfahrungen dort jedoch positiver Art gewesen zu sein. Dies zeigen Aussagen wie: „Da war ich besser.“ „Da hat es mehr Spaß gemacht.“ Interessant ist die Bemerkung einer Schülerin, dass dort Beispiele aus der Erfahrungswelt der Schüler eine tragende Rolle gespielt hätten. So seien die Schüler häufiger aufgefordert gewesen, selbstständig Beispiele für die Anwendung verschiedener Aufgaben zu finden. Dies entspricht in etwa dem Erfinden von Rechengeschichten (siehe 1.2.3, S. 23). Insbesondere beim Blick auf die Grundschule fällt vielen Schülern ein, dass sie zwar die Multiplikation, nicht jedoch die Division gemocht haben.

Frauke, S. 373

I: Denk mal zurück an die Grundschule, kannst du dich da an den Matheunterricht erinnern?
S: Ja.
I: Wie war das da? War das gut, hat das Spaß gemacht?
S: Leicht.
I: War leicht?
S: Ja.
I: Hat dir auch Spaß gemacht?
S: Ja.
I: Gibt es da was Besonderes, was du da gerne gemacht hast?
S: Ja, diese Kettenaufgaben. Also, wo jetzt drei mal fünf plus bla gleich, so was.
I: Hast du da schon irgendwas gar nicht gern gemacht?
S: Kann ich mich nicht so dran erinnern.

Mirka, S. 249

I: Kannst du dich an den Matheunterricht deiner Grundschule erinnern?
S: Ja, hmhm.
I: Ja? Gibt es da etwas besonders Gutes, was dir einfällt oder etwas, was du gar nicht gemocht hast in der Grundschule?
S: Ja, was ich gemocht habe, als wir das so, das so gerechnet haben und dann sollten wir immer dazu so was sagen, wie wir das herausgekriegt haben und so, also so Beispiele dazu machen.
I: Hmhm.
S: Also zum Beispiel, wir haben hier 6 Bälle und so was, und wenn wir andere Figuren oder so hatten.

Bilal, S. 270

I: Gut. Gucken wir mal ein bisschen in der Zeit zurück. Kannst du dich an den Matheunterricht deiner Grundschulzeit erinnern?
S: Ja, sogar sehr gut.
I: Gut? Gab's da Ursachen? Hat dir was gut gefallen oder hat dir irgendwas nicht so gut?
S: Ja, da hat mir alles eigentlich gut gefallen.
I: Ja.
S: Weil damals waren die Aufgaben viel zu leicht für mich.
I: Ja, war also alles besser als hier.

S: War alles besser. Also ich konnte die Aufgaben, so fünf, sechs Stück aus der Klasse und bei den sechs war ich auch *(unverständlich)* und da konnten wir, wie soll ich sagen, alles war leicht und also immer hatten wir sehr viel Spaß. Wir wollten immer nur Mathe machen. Egal was Frau P., Freistunden hatten, Klassenfahrt, irgendwo, haben Mathe gemacht, weil das hat uns Spaß gemacht.

⋮

I: Gibt es etwas, das dir in der Grundschule nicht gefallen hat?
S: Ne.

Jennifer, S. 318
I: Kannst du dich noch an Dinge aus der Grundschule erinnern? Was gut war oder was überhaupt nicht gut war?
S: Ja, ich weiß noch, das Mal-, also Malrechnen, konnte ich nie so richtig. Und geteilt konnte ich immer besser, da dachte ich, weiß nicht, warum konnte ich das jetzt besser, obwohl das eigentlich schwerer war?
I: Das ist komisch, ne? Die meisten sagen es umgekehrt.
S: Mhm.
I: Hat dir besser gefallen, geteilt?
S: Hmm.
I: Ahm, gab es etwas, was du gar nicht so gern gemacht hast in der Grundschule?
S: Ja, gut, so fällt mir jetzt nichts ein, was ich unbedingt, also gar nicht gemocht habe.

Kerim, S. 303
I: Gab es da, was du gern mochtest, oder war Mathe da auch schon so?
S: Ja, da ging, normal, außer geteilt.
I: Das mochtest du nicht.
S: Nee, geteilt gar nicht.
I: Mhm.
S: Große Zahlen auch nicht.
I: Ja, aber mal und plus war O.K.?
S: Mal und plus war O.K. Ja.

Andrea, S. 385
I: Gab's da etwas, was du besonders gern gemacht hast oder was du gar nicht gemocht hast?
S: Gemocht habe ich plus und minus und mal.
I: Ja.
S: Und Schwanzrechnung habe ich nicht so gemocht.
I: Schwanzrechnen?
S: Ja.
I: Du meinst geteilt rechnen, glaub ich.
S: Ja, ja, ja.

Die Frage nach der Abhängigkeit von der Lehrerin oder dem Lehrer wird meist dahingehend beantwortet, dass Erfolg im Mathematikunterricht tatsächlich auch vom Lehrer abhängig ist. Dennoch verneinen einige Schüler diesen Kausalzusammenhang, sehen ihre Schwächen eher darin begründet, dass sie zu wenig übten oder kein Interesse an Mathematik hätten.

Mirka, S. 249

I: Meinst du, Erfolg im Matheunterricht hängt von den Lehrern ab?
S: Von den Lehrern ab, also, wie die uns das beibringen. Ja, weil manche Lehrer, die erklären schnell und die anderen langsamer, manche deutlicher und die anderen, die *(unverständlich)* so ganz schnell.
I: Du meinst also, das ist nicht nur von dir abhängig, sondern auch von den Lehrern.
S: Auch von den Lehrern, wie sie das erklären.

Bilal, S. 269

S: Ich weiß nicht, ich denke mal, ich mag Mathe nicht so gerne und ich weiß auch nicht, warum. Mathe hat meist auch was mit der Lehrerin zu tun.
⋮
I: Und das hängt vom Lehrer ab? Meinst du?
S: Ne, eigentlich nicht.
I: Also, kann beim einen Lehrer gut sein und beim anderen ...
S: Nein, eigentlich nicht. Alle Lehrer wollen doch die Besten, das Beste für ihre Schüler.
I: Gut. Klar.
S: Und. Ich sag ja nicht, dass die Frau *(unverständlich)* was Schlechtes für mich will oder sonst wie.
I: Nein.
S: Aber wie soll ich sagen? Für mich ist sie nicht so'n Typ für Mathe.
I: Hmhm.
S: Sie ist irgendwas anderes. Chemie oder so. Da ist sie ja gut.
⋮
S: Wenn es gut drauf kam und man eine gute Lehrerin hat und sie erklärt auch jedem was. Am Anfang in der Stunde muss die Lehrerin auch erst manchmal fragen: Wie geht es Ihnen denn? Und nicht immer gleich hier Mathebücher rausholen und so und so und so.
I: Ja.
S: Und das macht Frau *(unverständlich)* immer nicht. Das ist das Problem.

Kerim, S. 303

I: Meinst du, dass Erfolg im Matheunterricht von deinen Lehrern abhängt?
S: Ich weiß nicht, glaube ich nicht.
I: Meinst, es liegt an dir, weil du Mathe nicht magst?
S: Ja. Weil ich es nicht kann, nicht mag und kein Interesse habe.

Jennifer, S. 319

I: Gut, meinst du, dass bestimmter Erfolg im Matheunterricht von Lehrern abhängt?
S: Mhm, das glaube ich, weil ich ...
I: Ja? Schon viele Lehrer gehabt?
S: Ja, ich war ein Jahr lang auf der Realschule.
I: Mhm.
S: Der Lehrer hat immer nur seinen Stoff durchgezogen, also hier, er hat sich um gar nichts gekümmert, nur gesagt, das macht ihr jetzt.

I: Hmm.
S: Ja, da konnte ich das gar nicht und jetzt kann ich es eben bei Frau M. besser. Weil die ist irgendwie besser.
I: Erklärt es anders.
S: Ja.

Andrea, S. 386
I: Meinst du, dass der Matheunterricht und wie du ...
Pausenglocke
I: ... Erfolg hattest im Matheunterricht von den Lehrern abhängig ist? Oder liegt das mehr an dir?
S: Das liegt mehr an mir.

Cornelius, S. 347
I: Meinst du, dass diese Leistung oder diese Einschätzung von Mathematik von deinen Lehrern abhängen? Was ... ob du dadurch besser oder schlechter wirst? Ja?
S: Kann sein. Ein bisschen aber nur.
I: Ein bisschen.
S: Ja.
I: Aha. Also du meinst, es liegt auch an dir einiges?
S: *(nickt)*

Jessica, S. 459
I: Ja, meinst du, dass Erfolg im Matheunterricht von deinen Lehrern abhängt?
S: Ein bisschen.
I: Ein bisschen. Wann zum Beispiel?
S: ...
I: Wenn du nicht klar kommst?
S: Naja, gut. Mit Herrn P. komme ich eigentlich ganz gut klar.

Zur Verbesserung des Mathematikunterrichts hatten die meisten Schüler keine Vorschläge. Einige jedoch nannten klare Wünsche. Zum Beispiel die Forderung nach einem besseren Tafelbild, mehr Anwendungsbezug(!), die Forderung nach mehr Spaß anstelle von Eintönigkeit u. ä.

Mirka, S. 250
I: Hast du Verbesserungsvorschläge für deinen Matheunterricht? Was du gerne hättest?
S: Ähm.
I: Wie du vielleicht besser werden könntest?
S: Ähm, ja, also irgendwie so, die sollen mehr Aufgaben machen, nicht so einfach nur, jetzt rechne das, sondern was dazu machen, wo man sich das vielleicht merken kann, so mit Sachen, also, zum Beispiel.

Jörn, S. 333
I: Was würdest du besser machen?
S: Ja, mehr Spaß und nicht so eintönig machen.
I: Mhm.

S: Man müsste mehr Witz machen vielleicht.

Natascha, S. 402
I: Hast du Verbesserungsvorschläge, was sollte man anders machen, damit dir Mathe wieder Spaß macht?
S: Ja, weiß nicht.
I: Mehr Zeit?
S: Mehr Zeit, ja genau.
I: Besser erklären?
S: Besser erklären, ja.

Aylin, S. 416
I: Aha, gut. Was sollte man im Matheunterricht verbessern? Was würdest du anders machen?
S: Also, ich würde nicht mehr reden, nicht mehr stören und besser aufpassen.
I: Von dir.
S: Ja.
I: Und was sollten wir so als Lehrer vielleicht besser machen, dass dir das mehr Spaß macht?
S: Ja, nicht so viel reden.
I: Sondern?
S: Ja, mehr schreiben lassen oder so, ich weiß nicht.
I: Mehr üben lassen?
S: Ja.

In ihrer Konsequenz nicht durchzuführen, aber dennoch ernstzunehmen sind folgende Bemerkungen:

Darius, S. 445
I: Hast du Verbesserungsvorschläge, was wir als Lehrer besser machen sollten?
S: Eigentlich nicht. Geometrie auslassen.

Cornelius, S. 347
I: Hast du Verbesserungsvorschläge, was man im Matheunterricht anders machen sollte, damit es dir besser gefällt?
S: Gar kein Matheunterricht. Das wäre Klasse.

Zusammenfassung Die Schüler sind durchaus in der Lage, differenzierte Äußerungen über ihren Mathematikunterricht zu formulieren. Ihre Hinweise auf Unterrichtsinhalte, Lehrerverhalten und eigenes Lernverhalten, Wünsche und Verbesserungsvorschläge sind ernst zu nehmen. Selbst Schüler, die zunächst mit Pauschalantworten aufwarten, sind auf Nachfrage meist in der Lage, ihre Meinung spezifischer darzulegen. Gründe für Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht werden nicht ausschließlich dem Fach selbst oder der Lehrerin angelastet, sondern häufig genau benannt.

4.4.2 Anordnung von Zahlen

Die ersten Aufgaben der Interviews behandeln die Anordnung von Zahlen (siehe 4.3.3). Zunächst galt es, natürliche Zahlen in die korrekte Reihenfolge zu bringen, anschließend war dies bei gleicher Aufgabenstellung mit Dezimalzahlen gefordert.

Die natürlichen Zahlen anzuordnen bereitete den Schülern keine Probleme. Abgesehen von der einen oder anderen Erläuterung bezüglich von Wortbedeutungen lief die Bearbeitung dieser Aufgabe meist wie folgt ab.

Jennifer, S. 319

I: Wir gucken uns einfach ein paar Aufgaben an. Die erste ist gar nicht schwer, es geht darum, Zahlen zu sortieren. Diese Zahlen dort sind unterschiedlich groß.
S: Ja.
I: Du sollst die einfach nur der Reihe nach, von klein nach groß, aufschreiben. Ach so, kommt da rein, ich hab das nur hingelegt, damit dich das nicht stört, was wir da unten haben.
S: Ach so, dann soll ich sie jetzt einzeln.
I: Da kommt die Kleinste rein, da die Nächste und so weiter.
S: Ach so, mhm. *(schreibt)*
I: OK. Das war leicht.
S: Ja.

Ein vollkommen anderes Ergebnis zeigte die Bearbeitung der zweiten Aufgabe zur Anordnung von Zahlen. Die Dezimalzahlen sorgten hier regelmäßig für Probleme, die im Folgenden näher dargestellt werden sollen.

Die erste Bearbeitung dieser Aufgabe führte bei allen Interview-Schülern in die falsche Richtung. Vielfach wurde nach der Anzahl der Nachkommastellen sortiert oder durch das Weglassen der Kommas eine Analogie zur ersten Aufgabe hergestellt.

Corinna, S. 226

I: Gut, machen wir das ein bisschen schwieriger. Du hast ja gesagt, das magst du, deswegen machen wir das auch. Das ist genau das Gleiche. Das sind auch normale Zahlen und die sind unterschiedlich groß. Ordne die von klein bis groß.
S: *(rechnet)*
I: Hmm. Wie fängst du an?
S: Mit der kleinsten?
I: Ja, welches ist die kleinste?
S: Weiß ich nicht.
I: Weißt du nicht. Du hast das hier oben auch rausgekriegt, welches die kleinste Zahl ist. Wonach guckst du hier? Da sind Kommas dabei.
S: Dann lass ich das Komma weg.
I: Wenn du das Komma weglässt, hilft dir das schon?
S: Ja.
I: Ja, was passiert dann, wenn du das Komma weglässt?
S: Dann, … *(unverständlich)*

Eine besondere Stellung in der Reihe der zu sortierenden Zahlen nahm häufig die Zahl *6,7* ein. Viele Schüler erkannten diese Zahl als kleinste Zahl, zeigten aber deutliche Schwierigkeiten bei der Sortierung der verbleibenden Zahlen, die allesamt mit *7* beginnen.

Aylin, S. 416
S: *(denkt nach – Ratlosigkeit – sortiert)*
I: Bist du dir sicher? Du guckst so, als würdest du sagen, ich weiß nicht. Was stört dich?
S: Ja, ich weiß nicht.
I: Bei der Ersten warst du dir ganz sicher.
S: Ja.
I: Das ist die Kleinste.
S: Ja.
I: Kannst du mir sagen, warum?
S: Weil da ne, weil das, weil's die Kleinste von den Ganzen ist.
I: Ja.
S: Also auch wenn das Komma hier nicht wär, dann wär das die Kleinste.

Cornelius, S. 348
I: Du scheinst dir ja immer noch nicht ganz sicher zu sein. Ich mache dir mal einen Vorschlag. Nimm mal einmal diese Zahl hier vorne da! Die scheint ja kleiner zu sein, die hast du als erstes hingeschrieben. Bist du dir da sicher?
S: *(nickt)*
I: Warum? Kannst du es erklären?
S: 6 steht als erstes.
I: Eine 6 steht vorne, ist kleiner als die 7.
S: Ja.

Trotz der anfänglichen Überzeugung, richtig gehandelt zu haben, ließ sich eine Schülerin durch die Nachfrage verunsichern, ob dies tatsächlich die kleinste Zahl sei.

Andrea, S. 387
I: Aha, warum meinst du, das ist die kleinste?
S: Ja, weil sechs.
I: Gut, okay. Sehe ich ein. Bist du dir sicher?
S: Jetzt irgendwie nicht.
I: Weil ich nachgefragt habe oder ...
S: Ja.
I: ... hast du ohnehin schon Bedenken gehabt?
S: Nee, vorher nicht.

Bei den verbleibenden Zahlen wurde meist der Teil hinter dem Komma im Sinne der natürlichen Zahlen verglichen – häufig auch als solche ausgesprochen (z. B. *Sieben Komma Fünfundvierzig* für *7,45*). Entscheidend war für diese Schüler die Länge der Zahlen. Einige Schüler argumentierten zunächst mit der Länge der Zahlen, waren sich jedoch später nicht mehr sicher, ob Länge und Größe von Zahlen gleichzusetzen sei.

Jörn, S. 334

I: Wie ist das mit den anderen Zahlen? Wie kann man die in eine Reihenfolge bringen? Da steht ja vorne immer eine 7.
S: Ja, hier.
I: Hmm. Kann man von hinten gucken? Oder muss man erst mal ...?
S: Erst die Vorderen und dann die Hinteren.
I: Aha. Ich gebe dir noch mal einen Tipp. Schreib mal diese vier Zahlen, die du hier hast, hier noch mal untereinander! Also alle die, die mit der 7 beginnen.
S: *(schreibt)*
I: Fällt dir schon was auf?
S: Dass die am größten ist, also länger ist.
I: Ja, die ist länger, richtig.
S: Ja, länger. Aber muss nicht größer sein.
I: Aha. Muss nicht größer sein. Gut, das ist richtig. Sie ist die Längste, aber sie muss nicht die Größte sein. Du kannst jetzt feststellen, ob das die Größte ist. Guck sie dir noch mal im Vergleich zu den anderen Zahlen an!

Frauke, S. 374

I: Was fällt dir auf?
S: Die werden immer größer, also.
I: Größer oder länger?
S: Ja.
I: Die werden länger. Heißt das auch, dass die größer sind?
S: Mhm. *(nickt)*
I: Ja?
S: Ja.

Andrea, S. 388

I: Sind sie das jetzt geworden oder waren sie das vorher schon? Ich habe gerade gesagt, dass durch das Anhängen von Nullen bei Kommazahlen sich nichts ändert an der Zahl.
S: Ja, aber mit der Null werden die Zahlen größer. Fünfundvierzig und jetzt vierhundertfünfzig.
I: Ja. Durch das Komma sieht das anders aus.

Um sich der Anordnung der Zahlen zu nähern, wurde den Schülern angeboten, die Zahlen auf einem gesonderten Blatt noch einmal zu notieren. Dazu gab es den Hinweis, die Zahlen mit ihren Kommas untereinander zu notieren. Diese Notation brachte einige Schüler dazu, ihre anfängliche Anordnung zu revidieren und über eine andere Reihenfolge nachzudenken.

Eine Lösung der Aufgabe war an dieser Stelle jedoch meist noch nicht möglich. Daraufhin wurde ihnen als Tipp angeboten, dass man Kommazahlen am Ende mit Nullen verlängern kann. Dieses Vorgehen der Erweiterung sollte ihnen aus dem Mathematikunterricht bekannt sein. Den meisten Schülern war dieses Konzept bekannt. Dennoch war die Umsetzung zu einer sinnvollen Verwertung dieses Tipps nicht immer gegeben. Sinn und Zweck dieser ‚Regel' schien bei vielen Schülern nicht deutlich.

Als Beispiel dient ein Schüler, der sich fragend äußerte, wo er denn eine Null ergänzen solle.

Kerim, S. 304
I: Nicht schlimm, eine Sache ist noch. Ich gebe dir mal einen Tipp, du kannst solche Zahlen, die ein Komma haben, mit Nullen verlängern. Das darf man machen, so was habt Ihr auch mal gemacht. Du kannst da zum Beispiel eine Null dranhängen, vielleicht hilft dir das.
S: Kommt da eine Null hinter oder davor?

Andere Schüler nahmen diesen Tipp jedoch auf und konnten nach einer Verlängerung der Zahlen auf die gleiche Anzahl von Stellen nach dem Komma einen sinnvollen Größenvergleich leisten.

Bilal, S. 273
I: Man darf Zahlen mit Nullen verlängern.
S: Ja, genau so.
I: Stimmt das? Stimmt das?
S: Ja.
I: Wann und wo darf man das machen?
S: Keine Ahnung. Ach, OK. Ich raffs.
⋮
S: Dann muss man hier zwei Nullen noch dranschreiben.
I: Mach das mal! Darf man das machen? Wird das jetzt eine andere Zahl oder bleibt das die gleiche Zahl?
S: Das bleibt die gleiche Zahl nur mit zwei Nullen.
I: Ja, OK. Kann man das bei den anderen Zahlen auch machen?
S: Denk schon.
I: Probier mal aus! Willst du da auch zwei Nullen dranhängen? Warum hast du da nur eine drangehängt?
S: Ja, weil das ...
I: Aha. Fällt dir was auf an den Zahlen jetzt?
S: Ja.
I: Kannst du die jetzt sortieren?
S: Ja.

Mirka, S. 252
S: Weil dann hier 7,4 und 4, dann ist die glaube ich größer, weil da ist glaube ich nur eine 5.
I: Ja, jetzt brauchen wir doch 'ne Null. Darf man da Nullen hinten dran hängen an die 7,4?
S: Ja, hinten aber nur.
I: Mach mal! Wie viele Nullen hängst du an? Wie viele möchtest du?
S: Ja, zwei.
I: Ja.
S: *(unverständlich)* Reicht eine schon, weil da ist eine 5.
I: Ja, welche ist denn jetzt größer?
S: Das hier.

I: Eben hast du noch gesagt, die andere ist größer.
S: Oh.
I: Hilft dir die Null?
S: Ja, eigentlich ist die kleiner, weil da ist die Null.
I: Ja.
S: Ja, und da, die ist größer, weil da die 5 ist.
I: Ja.
S: Also erkennt man durch die Null, ob die größer oder kleiner ist.

Jennifer, S. 320
S: Jetzt müssen wir da eine Null hinschreiben.
I: Darf man das machen?
S: Also ich hab es so gelernt in der Grundschule.
⋮
S: *(schreibt)*
I: Fällt dir jetzt was auf?
S: Ja, die ist höher, die 7 Komma 50.

Bei mehreren Schülern gelang auch nach diesem Tipp noch keine sinnvolle Anordnung der Dezimalzahlen. Das Anhängen der Nullen ist für viele Schüler ein Rezept, das nicht verstanden wurde. So passiert es einigen Schülern, dass sie auch Nullen vor dem Komma rezeptartig anhängen, ohne zu bemerken, wie sie die Zahl dadurch verändern. Im Folgenden reflektiert ein Schüler dieses ‚Anhängen von Nullen':

Bilal, S. 274
I: Ja? Erzähl, was ist dir aufgefallen?
S: Wenn man das in Gedanken einfach so macht, einfach so die Null dahinter setzt oder davor setzt, ey davon kann man's nicht, ey davon kann man's nicht, aber dahinter – dann konnte man gleich was checken, aha …
I: Hmhm.
S: Und es ist OK. Dich interessiert, wie wie ich das mache?
I: Hmhm. *(Pause)* OK. Jetzt guck dir noch mal deine Reihe an!

Einige Schüler verwechseln die Bezeichnungen der Dezimalbrüche mit den Bezeichnungen der gemeinen Brüche. Es geht zwar um Bruchteile, die evtl. damit verbundene Sprechweise „…tel" ist hier jedoch nicht zutreffend und kann für Unklarheiten sorgen (siehe auch 4.4.4).

Corinna, S. 227
I: HmHm. Bleiben wir mal bei deinen Torten. 7,5 Torten. Hast du da ne Vorstellung? Wie sieht das aus?
S: Sieben Fünftel.
I: Ne, wie schreibt man sieben Fünftel? Schreib das mal hin, sieben Fünftel!
S: *(Pause)*
I: *(schreibt $\frac{7}{5}$)* … Ist das das Gleiche?
S: Ne.

Zusammenfassung Die Anordnung der natürlichen Zahlen gelingt den Schülern in der Regel problemlos. Die Anordnung der Dezimalzahlen hingegen führt bei fast allen Interview-Schülern zu einem Scheitern. Es fällt auf, dass einige Regeln zwar rezeptartig vorhanden zu sein scheinen, die Anwendung dieser Regeln jedoch aus Unverständnis, aus Unsicherheit oder auch aus Gedankenlosigkeit misslingt. Bei der Anordnung der Dezimalzahlen wird häufig nur das Merkmal der *Stellenanzahl* – bekannt von den natürlichen Zahlen – beachtet, der Begriff des *Stellenwerts* – mit dem Komma als Positionshilfe innerhalb einer möglichen Stellenwerttafel – scheint zur Anordnung nicht herangezogen zu werden. Erst die Aufforderung, die Zahlen vertikal anzuordnen lenkt den Blick auf die Wertigkeit einzelner Positionen innerhalb der Stellenwerttafel.

4.4.3 Schriftliche Addition

Nur wenige der Interview-Schüler waren in der Lage, die schriftliche Addition der drei gegebenen Dezimalzahlen im ersten Versuch korrekt zu notieren und durchzuführen. Zur Notation war den meisten jedoch bekannt, dass die Kommas untereinander geschrieben werden müssen. Dies konnten sie auf Nachfrage meist auch klar benennen.

Corinna, S. 228

I: Ich muss da mal zurückfragen. Warum hast du die da so angeordnet hier? *(Pause)* Gleich mal vorweg. Das ist richtig, aber warum schreibst du die Zahlen so hin und nicht irgendwie anders?
S: Komma muss unter Komma stehen.
I: Aha. Komma muss unter Komma stehen.
S: Sonst geht das nicht.

Erdem, S. 238

S: So? Weil, weil hier sind die Komma und die Komma müssen immer untereinander.

Jennifer, S. 322

S: Das Komma muss ja untereinander.

Aylin, S. 418

S: *(Schülerin ergänzt Nullen, setzt Kommas korrekt untereinander, auch im Ergebnis)*
I: Warum hast du das gemacht?
S: Ja, genau wie da, dass ich das besser rechnen kann.
I: Ja. Und dann hast du das hier noch komisch aufgeschrieben. Warum hast du die so geschrieben?
S: Ja, wie komisch aufgeschrieben?
I: Ja, wenn du das hier wegnimmst, dann rutschen die alle nach hinten rüber.
S: Ja, dann hab ich noch ... *(unverständlich: Nullen angehängt zum vergleichen)*
I: Du hast das richtig gesagt, man kann das besser vergleichen, deswegen hast du Nullen angehängt.

S: Ja.

Darius, S. 447
I: Was heißt schriftlich rechnen?
S: Aufschreiben.
I: Genau, dann mach das mal!
S: Darf man da auch Nullen hinter setzten?
I: Ahm, wie du möchtest, mal gucken.
S: *(schreibt)*
I: Ja, ist in Ordnung, ist richtig. Du musst mir nur noch beantworten, warum du das so komisch hingeschrieben hast – hier?
S: Damit man das besser berechnen kann.
I: Aha, worauf hast du geachtet beim Hinschreiben?
S: Dass das Komma untereinander ist.
I: Ah, und warum hast du beim Ergebnis das Komma grad an die Stelle gesetzt?
S: Weil es dahin kommt.
I: Auch untereinander?
S: Ja.

Das Komma im Ergebnis zu setzen, bereitete manchem Schüler Probleme. Entweder wurde es vergessen oder per Regel eingesetzt. Die Regel ‚Kommas untereinander' greift hier und wurde wie oben gezeigt häufig auch in dieser Art begründet. Einige Schüler benannten jedoch eine Regel, die zwar zum richtigen Ergebnis führte, im Prinzip aber aus einem anderen Kontext stammt. Mit der *Nachkommastellenregel* lässt sich nur argumentieren, wenn sie auf den Summanden mit der höchsten Anzahl an Nachkommastellen bezogen wird.

Özlem, S. 478
I: Warum hast du das Komma im Ergebnis an genau die Stelle gesetzt?
S: Ja, weil Komma muss ja unter Komma.

Kerim, S. 306
I: Und das Komma im Ergebnis, ...
S: ... ich weiß nicht wie ich das erklären soll.
I: Hast du mir vorhin schon gesagt.
S: Muss immer untereinander sein.

Mirka, S. 254
S: Ja und dann muss man die zählen, so von hinten, ne, so eins zwei, also eins zwei, dann Komma.

In der schriftlichen Bearbeitung war aufgefallen, dass viele Schüler die Zahlen rechtsbündig – also analog der schriftlichen Addition natürlicher Zahlen – notieren. Dies wiederholte sich hier zum Teil.

Natascha, S. 407
S: (Schülerin notiert alle Zahlen rechtsbündig)

I: Gut. Die erste hast du nach oben geschrieben, dann kommt die zweite und die dritte da drunter. Das ist in Ordnung. Jetzt möchte ich noch fragen: Warum schreibst du das in dieser Richtung so auf? Meinst du, dass das so richtig ist?
S: Ja.
I: Ich geb dir einen Tipp, vielleicht hast du den auch irgendwo mal gehört. Kommazahlen muss man so schreiben, dass das Komma immer untereinander steht. Schon mal gehört? Nie gehört? ... Du hast recht, du musst die so aufschreiben wenn das Zahlen ohne Komma wären, hier. Dann schreibt man die alle nach ganz rechts, das stimmt. ... Die Kommas gehören untereinander. Haben wir die jetzt untereinander?
S: Nein.

Meist jedoch gelang die Notation der Zahl *11,6* durch die Regel ‚Kommas untereinander' korrekt, so dass als Problemstelle die Notation der Zahl *59* übrig blieb. Da bei der Zahl *59* zunächst einmal kein Komma gegeben ist, stellt sich das Problem der Notation innerhalb der schriftlichen Aufgabe, wenn nach der Regel ‚Kommas untereinander' verfahren wird. Viele Schüler scheinen im Sinne kaskadierender Regeln zunächst die Kommas untereinander zu schreiben, sobald jedoch eine Zahl kein Komma enthält, sich an die Notation natürlicher Zahlen – sozusagen als übergeordnete Regel – zu erinnern. Damit wird die *59* am rechten Rand des schriftlichen Aufgabenblocks notiert und erhält den Wert der Zahl *0,59.* Dass damit zunächst keinerlei Vorstellung verbunden wird, zeigen die nachfolgenden Ausschnitte aus den Diskussionen über die Gleichheit oder Ungleichheit der Zahlen *59; 5,9* und *0,59.* Auf die Frage, ob denn die Möglichkeit bestehe, die Zahl *59* auch mit einem Komma zu schreiben, um sie gemäß der Regel ‚Kommas untereinander' zu notieren, ergaben sich unterschiedliche Antworten.

Einigen Schülern hilft die Nachfrage, ob man die Zahl 59 auch mit einem Komma schreiben könne bereits weiter.

Kerim, S. 306
I: Kann man die Zahl 59 so schreiben, dass man trotzdem ein Komma mit dahin schreibt?
S: 59 Komma.
I: 59 Komma?
S: Null.
I: Komma Null, kann man machen.
S: Ja.
I: Ja, gucken wir uns das noch mal an. Das hast du mir jetzt gesagt, 59 ist das Gleiche wie 59,0. Stimmt das?
S: *(überlegt)* Ja.
I: Ja, würde ich dir auch zustimmen. Das kann man machen, man darf hinter dem Komma Nullen dranhängen.
S: Ja.

Silke, S. 364
I: Kannst du die 59 auch mit einem Komma schreiben?
S: Ja.
I: Ja? Mach mal!
S: *(Notiert 59,0 separat)*

I: Ist das das gleiche wie 59, wie hier? Ja, ne.
S: Ja.
I: So, stimmt dann die Stelle, wo du die 59 hingeschrieben hast?
S: Nee, hier.
I: Aha. Ist was anderes, ne. Und dann wird auch das Ergebnis anders.

Eine Schülerin behauptet auf die erste Nachfrage, ob man die Zahl *59* mit einem Komma schreiben könne, dass dies nicht möglich sei.

Natascha, S. 408
I: Jetzt kommt die dritte Zahl. Bevor du die hinschreibst, da ist gar kein Komma drin. Was ist denn das für eine Zahl, wie heißt die?
S: Neunundfünfzig, also Zehnerzahl.
I: Genau. Kann man die mit Komma schreiben?
S: Nein.

Andere Schüler scheuen sich nicht, auf diese Nachfrage das Komma in die Mitte zu setzen, so dass sie die Zahl *5,9* erhalten.

Erdem, S. 238
I: Schreib mal hier 59 hin! *(Schüler schreibt)* So, wo würdest du jetzt ein Komma hinschreiben?
S: Hierhin. *(setzt das Komma in die Mitte)*
I: Halt, jetzt wird das eine ganz andere Zahl. Was ist das jetzt für eine Zahl?
S: 5,9.
I: Ist das das Gleiche wie 59?
S: Wenn man das Komma wegmacht.

Bilal, S. 275
I: Hmhm. Du kannst die 59 wie die hier steht ja auch mit einem Komma schreiben, ne? Man kann jede Zahl mit einem Komma schreiben.
S: Wie, 5,9 oder wie?
I: Ist das das Gleiche, 5,9 und 59?
S: Ne.
I: Ne. Also schreib hier 59 hin und setz hier mal ein Komma an diese Zahl, so dass es 59 bleibt! Jetzt hast du 5,9 daraus gemacht. Das ist aber nicht gleich. So. Ist es immer noch 59?
S: Ja.
I: Ja? OK. Kannst du noch eine Null oder so was da hinschreiben? Wir haben vorhin was gesagt von wegen Nullen anhängen.
S: Hmhm.
I: Darf man das?
S: Denke schon.
I: Hinter dem Komma immer, ne? Ist das jetzt das Gleiche wie 59?
S: Ne!
I: Das da, was hier steht?
S: Meine ich nicht …
I: 59,0. Ich schreib da mal ne 59 davor. Ist das gleich 59,00?
S: Ne. *(Kopfschütteln)*
I: Nein, sicher nicht?
S: Doch, eigentlich schon.

I: Ja?
S: Na ja.

Jennifer, S. 322
I: Darfst du ein Komma hinschreiben bei solch einer Zahl?
S: Ja, ich weiß nicht, das überlege ich ja gerade, zwischen die 5 und die 9. Mal gucken.
I: Hmm. Müssen wir uns überlegen. Du hast jetzt diese Überlegung, du hast jetzt gedacht, 59 kann man aufschreiben mit Komma, ... 5 Komma, ist das die gleiche Zahl? *(zeigt)*
S: Ja.
I: Ja? Ist das die gleiche Zahl? Wie heißt die?
S: 59 und das ist 5,9.
I: Das ist 5,9. Ist das das Gleiche?
S: Nee, eigentlich, ja.
I: Hmm. Ja oder nein?
S: 5,9 ist eigentlich kleiner als.
⋮
S: Vielleicht irgendwie davor mit Null oder so?
I: Probieren wir mal aus. 59 haben wir hier oben stehen. *(zeigt)* Ist das das Gleiche?
S: Ja, wegen der Null, ... ist kleiner.
I: ... Null ist kleiner.
S: Oder dahinter.
I: Probier aus mit dahinter.
S: *(schreibt)* Ja, das ginge.
I: Das geht?
S: Ja.
I: Ist das das Gleiche wie das?
S: Ja.

Weitere Schüler lösen die Problematik, indem sie vor die rechtsbündig notierte Zahl *59* ein oder zwei Nullen und ein Komma setzen.

Milena, S. 292
I: Die kann man auch mit einem Komma schreiben. Das kann man ja machen. Wo würdest du das hinsetzen, das Komma?
S: Komma?
I: Hmhm.
S: Hier schreibe ich *(unverständlich)* und zwei Nullen dazu. *(notiert 00,59)*
I: Kann man das machen?
S: Ja.

Jörn, S. 336
I: Stopp, noch eine Frage. Warum steht die 59 da ganz hinten? Ist das richtig so?
S: Ja.
I: Warum?
S: Weil man kann die ganz nach vorne schieben.
I: Die Zahl ist die einzige, die kein Komma hat.
S: Hmm.
I: Ist das auffällig?
S: Eigentlich nicht.

I: Kann man die mit einem Komma schreiben?
S: 5,9.
I: Ist das das Gleiche wie 59?
S: Nein.
I: Nein. Man kann sie aber mit einem Komma schreiben. Aber wo kommt das dann hin?
S: In die Mitte.
I: Dann haben wir die 5,9. Du hast ja grad gesagt, das ist nicht das Gleiche.
S: Nein, hier vorne.
I: Vorne? Wenn du da vorne ein Komma davor setzt, dann musst du auch eine Zahl davor setzen.
S: Eine Null.
I: Eine Null. Ich schreib das mal auf. Du hast jetzt vorgeschlagen, wir machen das so, 0,59. Das ist das Gleiche wie 59. Stimmt das?
S: Ja.
I: Ist das das Gleiche?
S: Hmm.
I: Sicher?
S: Hmm.

Ein Schüler scheint sich an die notwendige Rechtsbündigkeit bei der schriftlichen Addition zu erinnern und notiert die *11,6* als *11,06*. Damit erreicht er einerseits, dass die Zahl am rechten Rand mit der vorgegebenen *6* aufhört, aber auch die Kommas korrekt untereinander stehen. Er fügt damit zwei Regeln nahezu gleichwertig zusammen.

Bilal, S. 275
I: Da steht 11,6. Was steht da bei dir in der zweiten Zeile?
S: Wie in der zweiten?
I: Na hier, in dieser.
S: Statt 11,6 habe ich 11,06.
I: Ist das das Gleiche wie 11,6? Schreib das mal hier drüben hin!
S: Ne . . .
I: auf deinen Zettel. . .
S: Ne . . . *(unverständlich)*
I: Ist das das Gleiche?
S: Ne.
I: Also müssen wir ein ‚ungleich‘ daraus machen.
S: Ne, die Zahl ist kleiner.
I: Stimmt. Warum schreibst du dann 11,06 da hin?
S: So ist das. Weil . . . ich krieg ’ne Krise.
⋮
I: Ach ja, noch mal diese Frage zu der zweiten Zeile. Bist du jetzt der Meinung, dass das richtig ist? 11,6?
S: Ja, *(unverständlich)*
I: Das kann man machen, das muss man nicht machen.
S: Muss man aber – eine Hilfestellung.
I: Genau, richtig. Wenn man die 6 nämlich nach hier verschiebt, dann muss da was zwischen. Eine Null zum Beispiel und das passt nicht. Wie wir festgestellt haben. OK.

Jörn, S. 337
I: Ja. Wie schreibt man das hin?
S: *(schweigt)*
I: ... also 6 Cent. 11 Euro 6 Cent. Da stand aber etwas von 11,6 Euro. 11,6 Euro sind 11 Euro 60 Cent.
S: Ach so.
I: Nullen darfst du hinten anhängen, aber nicht einfach dazwischen schieben, das geht nicht.
S: *(schreibt)* Ja, das mal.

Um den Schülern, denen die korrekte Notation Schwierigkeiten bereitete, eine Hilfestellung zu geben, wurde ein Vergleich zu Geldwerten herangezogen. Nach der Aufforderung, die vorliegenden Zahlen als Geldbeträge anzusehen, gelang einigen Schülern auf Anhieb die korrekte Lösung, während es anderen auch mit dieser Hilfe nicht möglich war, die korrekte Notation zu bewerkstelligen.

Jörn, S. 337
I: 59, du hast 59 Euro und das da sind 0,59 Euro. Ist das das Gleiche?
S: Nein.
I: Nein, also ist das ...
S: Weil das 59 Cent sind.
I: Aha. ...
S: 59,0.
I: Hmm. Das passt, ne? 59,0 Euro ist das Gleiche wie 59 Euro. Stimmt das?
S: Mhm.
I: So, jetzt denk mal über diese Aufgabe oben nach! Ist das dann so richtig?
S: Nein. Muss so sein ...
I: Hmm. Guck dir die anderen beiden Zahlen auch noch mal genau an! Ob die so stimmen. Bleib ruhig dabei, dir etwas in Euro vorzustellen. Es kostet etwas, 11,6 Euro, es kostet etwas 61,78 Euro und es kostet da etwas 59 Euro. Und du möchtest wissen, was das zusammen macht.
S: ...

Andrea, S. 390
I: Denk mal an Geld. Da sind 59 Euro und das da?
S: 5,9.
I: 5 Euro 90 Cent.
S: Ja.
I: Ist das das gleiche?
S: Nein.
I: Nee, ne. Machen wir einen Strich durch. Wie kann man das denn schreiben mit Komma, die 59 Euro?
S: Vielleicht 5,9 und Null?
I: Mach, mach mal, schreib mal hin, also diese, diese 59 Euro, ne. Und jetzt kriegen wir da ein Komma hin.
S: 59 Komma Null.
I: Ja, das kann man machen. Ist das das gleiche dann?
S: Ja.
I: Ja, würde ich dir zustimmen. 59 Euro, 0 Cent.

S: Ja.
I: Kann man machen. So, jetzt überleg noch mal das da. Stimmt das dann?
S: 59 unter der 61 ...
I: Ja.
S: ... und dann Komma null.

Ein seltsame Interpretation der Aufgabe *11,6 + 61,78 + 59* wurde von zwei Schülern gezeigt. Sie notierten die *61* und die *78* als natürliche Zahlen untereinander, bzw. rechneten in einer ersten Aufgabe *11,6 + 61,* um anschließend *78 + 59* als zweite Aufgabe zu bearbeiten.

Jörn, S. 336
I: Frage, stopp. Bevor du rechnest, was hast du für Zahlen da aufgeschrieben?
S: 11,6.
I: Hmm.
S: Jaa, 61. Ahhh Komma 78.
I: Aha. Also das ist eine Zahl. Gar nicht zwei Zahlen. Mit Komma.
S: Hab ich übersehen.

Jennifer, S. 321
I: Was kommt dann? Plus, und dann?
S: Ja, 61 Komma 78.
I: Aha. Was hast du hier hingeschrieben?
S: Ich hab mich, 78, also.
I: Jaa, da steht die 61 in einer einzelnen Zeile, warum schreibst du die nicht zusammen in einer Reihe?
S: Weiß nicht, hab ich irgendwie.
I: Das ist eine Zahl hier, ne? Von hier bis da. Das ist eine Zahl. Das ist eine Zahl. Und das. Die 3 Zahlen sollen zusammen gezählt werden.

Zusammenfassung Ähnlich wie bei der Aufgabe zur Anordnung der Zahlen stellt auch hier der Begriff des Stellenwertverständnisses im Zusammenhang mit den Dezimalzahlen eine deutliche Hürde zur korrekten Bearbeitung dar. Die *rechtsbündige Notation* – als Regel der schriftlichen Addition wiederum bekannt von den natürlichen Zahlen – verhindert die Beachtung des *Stellenwerts.* Die Regel ‚Kommas untereinander' soll zwar auf die besondere *Wertigkeit der einzelnen Positionen* hinweisen, wird aber meist nur als Rezept verstanden – und weggelassen – oder zum Teil mit der Rechtsbündigkeit kombiniert. Letzteres mit der Folge, dass aus der Zahl *11,6* die Zahl *11,06* entsteht, um beiden ‚Regeln' zu entsprechen.

4.4.4 Lückenaufgaben

Nur ein Schüler hat keinerlei Probleme mit den Lückenaufgaben. Viele Schüler sind nicht in der Lage, die Struktur der Aufgaben zu erfassen. Sie nehmen zwar die Werte der einzelnen Komponenten sowie die Rechenzeichen wahr, verbinden dann aber häufig diese einzelnen Elemente in beliebiger Weise; meist dahingehend, als stünde die gefragte Lösung am Ende des Rechensatzes (Ergebnis hinten). Dies erklärt die Lösung *4,5* zur Aufgabe $\square$ – *7,5* = *12.* In diesem Fall werden die vorhandenen Bestandteile der Aufgabe vermutlich interpretiert als *12* – *7,5* = $\square$. Im Folgenden sollen einzelne Phänomene näher betrachtet werden.

Die Aufgaben und ihre Lösungen liegen allesamt im Zahlenraum bis 20, es gibt bei allen Zahlen maximal eine Stelle nach dem Komma. Für manche Schüler scheint jedoch das Vorhandensein von Kommas oder Platzhaltern in den Aufgaben eine Blockade auszulösen, die sie daran hindert, die Aufgaben sinnvoll anzugehen.

Frauke, S. 375
I: Was stört dich daran, an der Aufgabe?
S: Das Komma. Also lass ich das Komma weg. *(rechnet)*

Andrea, S. 391
I: Da kommen Aufgaben mit Lücken. Du sollst diese Lücken füllen.
S: Das kann ich nicht.

Natascha, S. 409
I: Es geht hier um Aufgaben und zwar mit Löchern drin.
S: Oh nee.
I: Die erste ist gar keine Kommaaufgabe. Die erste ist, glaube ich, ganz leicht.
S: *(rechnet)* Ach, das ist ja minus.
I: Ja, da steht minus. Genau.
S: *(rechnet)* Ach du Scheiße. Ah nee, so Aufgaben kann ich nicht.

Jennifer, S. 323
I: Wo ist dein Problem?
S: Ja, mit dem Komma, mit dem Minus und . . .
I: Und weil in der Mitte ein Loch ist, ne?
S: Ja.

Diese Unsicherheit im Umgang mit Dezimalzahlen drückt sich bei einigen Schülern auch in der Sprechweise dieser Zahlen aus. Sie verwechseln anscheinend die Dezimalbruchzahlen mit gemeinen Brüchen. In der Diskussion kann dies zu Missverständnissen und damit auch zunehmender Unsicherheit führen. Dieses Phänomen war bereits bei der Anordnung der Zahlen (siehe 4.4.2) zu beobachten.

Frauke, S. 377
I: Okay. Ähnliches Problem, diesmal ist die Lücke vorne. – Sicher? Guck es dir genau an!
S: Vier Fünftel.
I: Vier Fünftel? Das nennt man nicht so, das ist schon mal . . .
S: 4,5.
I: 4,5. Vier Fünftel ist was anderes.
S: Ja.

Corinna, S. 227
I: HmHm. Bleiben wir mal bei deinen Torten. 7,5 Torten. Hast du da 'ne Vorstellung? Wie sieht das aus?
S: Sieben Fünftel.
I: Ne, wie schreibt man sieben Fünftel? Schreib das mal hin, sieben Fünftel.
S: *(Pause)*
I: *(schreibt $\frac{7}{5}$)* ... Ist das das Gleiche?
S: Ne.

Andrea, S. 392
S: Ja, drei Sechstel ...
I: Halt! Drei Komma sechs.
S: Boah, wieso sag ich immer drei Sechstel, drei Komma sechs plus sechs Komma vier.

Ein interessantes Vorgehen zeigt ein Schüler, der sich bei der dritten Aufgabe *(6,4 – □ = 3,6)* an die Lösung herantastet. Er probiert zunächst *6,4 – 3,* stellt fest, dass er damit zu viel weggenommen hat, probiert es mit *6,4 – 2* und kommt schließlich zur korrekten Lösung.

Erdem, S. 240
S: Ja, ja, also ich probiere also wie viel 3,6, also was dahin kommt.
I: Hmhm. Was hast du dann da probiert? Beschreib mir das doch mal!
S: Erstmal habe ich probiert ... Also $6,4-3$, noch was. Also -3 kommt da auf jeden Fall irgendwas hin. Und dann gucke ich, die 6 also *(unverständlich)*
I: Du hast gesagt, mit drei kommt da irgendwas hin. Probier doch mal aus. $6,4-3$ ist?
S: Das sind 3, *(unverständlich)* Das sind dann 3,4 oder?
I: 6,4 minus drei sind 3,4 da stimme ich dir zu.
S: Also dann muss ich ... Das geht ja nicht. 3,4 geht ja nicht. Dann muss ich ...
I: Haben wir zu viel weggenommen, ne.
S: Minus 2, ...
I: Das habe ich nicht ganz verstanden.
S: Also ich muss jetzt. Also drei – drei geht ja nicht. Also muss ich irgendwas mit zwei nehmen.
I: Ja?
S: 2,8?
I: Passt das? Probier es aus!
S: *(unverständlich)* Das sind 3,6. Das passt.

Einige Schüler berechnen bei der gleichen Aufgabe die Lösung *3,2,* lassen sich auch durch die Aufforderung, dies zu überprüfen, nicht von ihrer Lösung abbringen. Vermutlich subtrahieren sie zunächst die jeweils kleinere Stelle von der größeren, lassen sich dann bei der Probe jedoch durch die Reihenfolge verwirren. Auch bei anderen Schülern funktioniert die Probe durch Einsetzen des bestimmten Ergebnisses und erneuter Rechnung nur teilweise. Die Zusammenhänge zwischen ursprünglicher Aufgabe und Probe werden kaum erfasst. Damit sind für diese Schüler zwei (fast) unabhängige Aufgaben mit jeweils eigenem Schwierigkeitsgrad zu berechnen.

Kerim, S. 307
I: Gleich, hmm. Mal probieren.

S: 3 Komma 2.
I: Sicher? Probier das mal aus, ob das stimmt! Denn du kannst die 3,2 hier einsetzten. Mal gucken, ob das stimmt.
S: *(schreibt)*
I: Wenn das stimmt, dann ist ja O.K.
S: Stimmt.

Mirka, S. 256
I: Hmhm. Fang damit mal an!
S: Ja. Das sind 4,5.
I: So und jetzt guck dir das mal an. Stimmt die Aufgabe, wenn du da vorne 4,5 rein schreibst?
S: Hmhm. *(Zustimmung)*
I: Ja? Schreib mal rein und dann lies mir die Aufgabe noch einmal vor!
S: 4,5. Aber das ist minus.
I: Ja. Also 4,5 minus 7,5 ist 12. Stimmt das?
S: Hm. Nein, das sind also plus, wenn schon zwei.
I: Ja, aber da steht nicht plus.
S: Ja, aber minus.
I: Wenn da minus steht, dann wird das ja kleiner, ne?
S: Hmhm.*(Zustimmung)*
⋮
I: Von dieser Zahl hier vorne ...
S: Hm.
I: ... ziehst du 7,5 ab ...
S: Ja.
I: ... und dann kommen 12 raus?
S: Ach was.
I: Ist die Zahl hier vorne größer oder kleiner als 12?
S: Die ist kleiner. Auf jeden Fall.

Natascha, S. 409
I: Ich geb dir einen Tipp. Du hast in deinem Portmonee Geld, du weißt aber nicht genau, wie viel. Dann kaufst du dir etwas, das kostet sieben Euro fünfzig, das weißt du, stand da vielleicht auf dem Teil, was du dir gekauft hast, drauf. Und nachher hast du nur noch zwölf Euro in deinem Portmonee. Wie viel waren vorher drin?
S: Sieben Euro fünfzig? Fünf Euro irgendwas?
I: Halt. Du hast was rausgenommen, um was zu kaufen. War vorher mehr oder weniger Geld drin?
S: Mehr.
I: Aha. Können das dann fünf Euro gewesen sein? Nachher sind noch zwölf drin. Sind das vorher mehr oder weniger als zwölf gewesen?
S: Weniger.
I: Weniger? Du hast eben was anderes gesagt.
S: Ich mein mehr.
I: Mehr. Also noch mal. Du kaufst etwas von dem, was da drin ist, das weißt du aber nicht, was da drin ist, das kostet sieben Euro fünfzig. Und nachher sind in deinem Portmonee zwölf Euro drin. Also vorher müssen ...

S: ... fünf Euro sein.
I: Vorher.
S: Ja vorher waren es zwölf.

Um den Schülern eine Hilfe zu geben, erhielten sie teilweise den Tipp, die Aufgabe derart umzustellen, dass der Ergebniskasten am Ende stehen würde. Dies entspricht dem flexiblen Hantieren mit operativen Beziehungen (siehe 1.2.3, S. 19), wie es in der Grundschule in verschiedenen Zahlenräumen geübt werden sollte. Es ist dazu nicht notwendig, sich auf die recht abstrakten Methoden der Term- und Gleichungsumformungen zu stützen. Für einige Schüler war dieser Tipp durchaus eine Hilfe, andere Schüler waren auch nach diesem Tipp mit den Aufgaben überfordert. Zum Tragen kommen an dieser Stelle vermutlich Defizite in der Vorstellung von Zahlenräumen, von der Anordnung von Rechenoperationen auf einem gedachten Zahlenstrahl oder auch Zahlenstrich sowie in der Kenntnis von Zusammenhängen zwischen den verschiedenen Grundrechenarten.

Erdem, S. 241
I: Gäb's nicht ne Möglichkeit, wie man diese Aufgabe anders rechnen kann? Dass man auf 19,5 kommt und zwar, so dass du als Ergebnis 19,5 hast. Ja? Ich schreib dir mal was auf. Da passiert was, da rechnest du was, da passiert was und dann steht hier gleich 19,5. Ne, das ist ja eine Aufgabe, wie man sie rechnen möchte. Man hat hier etwas, man rechnet, man hat noch eine Zahl und dann kriegt man ein Ergebnis raus.
S: Was für ne Rechenart?
I: Ja, das weiß ich nicht. Hier oben soll etwas, soll minus oder plus oder mal, ich weiß es nicht so genau. Gibt es da etwas, wie du diese Aufgabe, wie sie da steht, umdrehen kannst, dass du als Ergebnis 19,5 hast? Dann musst du nämlich nicht probieren.
S: *(schreibt)*
I: Wie bist du darauf gekommen?
S: Ich habe einfach die plus gerechnet, also.
I: Dann musst du nicht probieren, ne! Hast du gleich das Ergebnis.

Mirka, S. 254
I: Kann man die Zahlen irgendwie so umdrehen, dass dort eine Aufgabe steht, wo du das Ergebnis hinter dem Gleichheitszeichen bekommst? Also ich möchte eine Aufgabe haben, wo steht: Da ist eine Zahl, dann kommt ein Rechenzeichen, da ist eine Zahl, wie viel ist gleich?
S: Hmhm.
I: Und hinten kommt ein Ergebnis hin. Das sollst du mir sagen. Was kommt da für ein Rechenzeichen, welche Zahlen. Du hast ja alles. Kann man ja so umdrehen.
S: Ja.
I: Dann mach das mal!
S: Also als Ergebnis, äh, 6,4, ne?
I: Hm, das Ergebnis ist leer, hier. Das, was hier ein Kasten ist, ist hier auch ein Kasten. Diese beiden Zahlen möchte ich hier vorne irgendwo haben. Kannst du das, kann man das rechnen?
S: Ja, 6,4 minus 3,6.
I: Ja. Das kann man machen?
S: Ja.

Jennifer, S. 323
I: Können wir denn diese Aufgabe so umstellen, dass das Loch am Ende ist?
S: Ich würde jetzt ...
I: Also so, du hast hier eine Zahl, mit der du rechnest. Dann kommt noch eine Zahl, gleich, und dann haben wir hinten unser Kästchen. Kriegst du so was hin?
S: Ja, ich würde sagen, 6,4 ...
I: Hmm
S: Minus 3,6.

Milena, S. 296
I: Geht nicht? Also soweit waren wir schon mal richtig, ne? Da kann 7,5 stehen und da 12 oder umgekehrt. Stimmt das Minus dann?
S: Ich weiß nicht mit dem Minus. Hm. Plus, ne?
I: Probieren wir mal, wenn da plus steht ...
S: Da ist aber minus hier.
I: Da ist minus, ja. Aber das ist ja auch eine andere Aufgabe, ne? Ich zeichne noch mal auf. *(Pause)* Ne?
S: Plus?

Jörn, S. 339
I: Kannst du rückwärts rechnen? Du willst ja von hier nach da *(von rechts nach links)*. Das weißt du. Und du willst das ja praktisch von da nach da lösen. Wie kann man das machen? Das geht, ne?
S: Hmm. Ja, 12 minus 7,5.

Um den Schülern mit Problemen in der Vorstellung dieser Aufgaben eine weitere Hilfe zu geben, wurde der Bezug zu Geldwerten hergestellt. Dieser Tipp konnte von einigen Schülern sinnvoll verwertet werden – die Aufgaben wurden mit dieser Hilfe korrekt gelöst –, während andere Schüler auch diesen Tipp nicht verwerten konnten.

Andrea, S. 393
I: Sicher? Ich geb dir mal ein Beispiel dazu. Du hast Geld in deinem Portmonee und nimmst du sieben Euro fünfzig raus und bezahlst damit etwas und nachher bleiben zwölf Euro in deinem Portmonee drin. Waren vorher mehr oder weniger als zwölf Euro drin?
S: Mehr.
I: Aha.
S: Also kommt da mehr raus. Ich rechne jetzt einfach.
I: Gut.
S: Neunzehn Komma fünf.

Frauke, S. 376
I: Wir machen mal ein Beispiel daraus. Das ist Geld und das hast du in deinem Portmonee. Sechs Komma vier Euro, sechs Euro und vierzig Cent sind das. Jetzt kaufst du dir was, das ist ja irgendwas wie minus rechnen und in deinem Portmonee bleiben nachher drei Euro sechzig. Wie teuer war denn das, was du gekauft hast?

S: Aufrunden.
I: Aufrunden?
S: Ja, von der zu der Zahl.

Aniela, S. 438
I: Ja, jetzt ein Beispiel: Du hast Geld, du weißt nicht, wie viel in deinem Portmonee ist. Jetzt kaufst du dir etwas, nämlich für genau 7 Euro 50, ja? Dann guckst du nach und du hast genau 12 Euro drin. Wie viele waren vorher drin?
S: Hm.
I: Waren es vorher mehr oder weniger?
S: Ja, mehr.
I: Mehr.
S: 12 minus 7,5.
I: Wird das dann mehr oder weniger?
S: Ja, weniger.
I: Es war ja vorher mehr Geld im Portemonnaie!
S: Hm.
I: Du bezahlst und ich gebe dir ja was zurück, dann hast du ja wieder Geld drin. Was passiert, wenn ich dir Geld gebe?
S: Ja, dann plus.
I: Ja, du hast 12 und ich gebe dir noch 7 Euro 50.
S: Dann, dann vielleicht das plus das?
I: Ja.

Özlem, S. 479
I: Du hast Geld in der Tasche, du weißt aber gar nicht genau wie viel. Du kaufst dir etwas, das kostet 7 Euro 50. Das steht da.
S: Ja.
I: Und jetzt guckst du nach. Du möchtest ja wissen, wie viel Geld übrig geblieben ist. Du stellst fest, du hast noch 12 Euro übrig. Wie viel hattest du am Anfang?
S: 7 Euro 50.
I: Die hast du ja ausgegeben. Du hast irgendwas gekauft was 7 Euro 50 gekostet hat, ne? Die sind weg, du hast 12 Euro übrig. Wie viel hattest du vorher? Hattest du vorher mehr oder weniger als 12 Euro?
S: Mehr.
I: Mehr, du hast ja was ausgegeben, genau. … Das kannst du hier ausrechnen. Das hast du übrig nachher, das hast du ausgegeben. Die beiden Zahlen hast du.
S: Ja.
I: Wie kannst du das rechnen?
S: *(überlegt)* irgendwas mit 67 Euros?

Der bei den schriftlichen Arbeiten gewonnene Eindruck, dass sich viele Schüler bei Aufgaben dieser Art der – vermutlich sicheren – schriftlichen Verfahren bedienen, konnte hier nur teilweise bestätigt werden. Dennoch greifen einige Schüler auf diese Verfahren zurück – mit den damit einhergehenden Schwierigkeiten der Notation der einzelnen Stellen.

Andrea, S. 392
I: Da hast du dich verrechnet. Hilft es dir ...
S: Drei.
I: ... hilft es dir, wenn du das schriftlich rechnest? Sechs Komma vier minus drei Komma sechs.
S: *rechnet korrekt*
I: Aha.
S: Zwei Komma acht.
I: Ist was anderes als drei Komma zwei.
S: Ja.

Jörn, S. 340
S: 7,5 plus 12. ***(Schreibt die 1 unter die 7; die 2 unter die 5)***
I: Halt, bedenk die Stelle, bedenk das Komma, ne!
S: *(schreibt)*
I: Genau.
S: *(rechnet)* ... ,5.

Mirka, S. 255
I: Wie kann man das rechnen?
S: 12 minus 7,5. Also 12 Ganze minus 7,5.
I: Ja? Probier mal. *(Pause, rechnet dann schriftlich minus, rechtsbündig)*
S: Das sind 13,7.
I: Das hast du aber komisch gerechnet.
S: Ja?
I: Hmhm. Du hast vorhin was gesagt von Komma untereinander schreiben. Das hast du hier sehr schön gemacht. Wenn du so schräg schreibst, dann wird das schwierig mit dem Komma untereinander. Ne?
S: Hmhm.
I: Dreh dir den Block mal entsprechend hin.
S: Ja, OK. *(Pause)* Ach so, ich weiß jetzt, was der Fehler war. Das sind 12 Ganze, ne?
I: Ja.
S: Und ich glaube hier muss die 7 hin und da kommt das Komma.
I: Ja, genau.
S: Ja, ja, ja. Also ...
I: Hmhm.
S: Also hier mehr Nullen hin.
I: Hmhm. Fang damit mal an.
S: Ja. Das sind 4,5.

Eine Schülerin stellt die Aufgabe $6{,}4 - \square = 3{,}6$ folgendermaßen um: $6{,}4 \cdot 3{,}6 = \square$ und beginnt mit der schriftlichen Multiplikation. Für diese Schülerin ist das Umstellen der Zahlen nicht nachvollziehbar, sie greift wahllos zu anderen Rechenarten.

Unsicherheiten im Kleinen Einspluseins erschweren zumindest zwei Schülerinnen über die Problematik der Dezimalzahlen hinaus den Überblick über die Aufgaben sowie die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Bestandteilen der Aufgaben.

Corinna, S. 228
I: Hmhm. 4 minus 6, 6 Komma 4, was hast du gerechnet? Was hast du genau gerechnet? Beschreib das mal!
S: 4 minus 6.
I: 4 minus 6, und dann kommst du auf die 2. OK.
S: *(nickt)* Ja.

Aniela, S. 437
S: Und das sind 14.
I: Ja, ist richtig, minus 6.
S: Minus 6 und das sind 4. Nein, Ahm . . . , ich glaube, ich mache das die ganze Zeit schon falsch.
I: Nein, ist schon richtig, nur die 9 ist falsch.
S: Mhm . . .
I: 14-6.
S: 14-6?
I: Ja . . .
S: Ist 5? Nein warten Sie, ich kann das gar nicht mehr.
I: Doch, 14-6 brauchst du nur zu rechnen.
S: Hm.
I: 14-4?
S: Ist 10.
I: 14-5?
S: Ja . . . 9.
I: 14-6?
S: 14-6, ich hab, glaube ich, minus 9 gemacht.
I: Du hast minus fünf gerechnet. 14-4 ist klar?
S: Ja 10.
I: 14-5 ist 9 und 14-6, noch ein weniger.
S: Hm, 8?
I: 8. OK.

Das oben bereits mehrfach angesprochene Phänomen, als Lösung von Aufgabe d) das Ergebnis *4,5* zu erhalten, tritt bei vielen Schülern auf. Zum Teil werden einfach Lösungen ausprobiert, die sich in der Umgebung von *4,5* befinden, der Lösungsansatz bleibt jedoch der gleiche.

Zusammenfassung Während die Aufgabe aus dem Bereich des Kleinen Einspluseins weitgehend korrekt gelöst wird, stellen die Aufgaben mit Dezimalzahlen Hürden dar, die in der Regel nicht überwunden werden. Die wesentliche Qualifikation, diese Lückenaufgaben zu lösen, liegt in der flexiblen Handhabung der operativen Zusammenhänge, insbesondere die Wahrnehmung der notwendigen Rechenrichtung und möglicher Umstellungen, um eine Aufgabe zu erhalten, bei der das gesuchte Ergebnis am Ende steht. Dazu gehört die Einsicht in die Zusammenhänge von Addition und Subtraktion im Sinn von Umkehr- oder Probeaufgaben. Es fällt auf, dass die Umstellung der Aufgabe meist schwer fällt und nicht durchgeführt wird, trotzdem aber die Lösung einer Gleichung gesucht wird, bei der das Ergebnis am Ende steht. Daraus entsteht eine mehr oder weniger willkürliche Kombination der vorhandenen Zahlen mit dem vorhandenen – oder auch einem anderen – Rechenzeichen. Die mentale Vorstellung von Zahlenräumen, in der beispielsweise auf einer Zahlengeraden oder einem Zahlenstrich die Richtung des Rechnens im Zusammenhang mit der Lage der Zahlen auf dieser Geraden oder diesem Strich ‚gesehen' werden kann, ist nicht vorhanden oder wird nicht deutlich gemacht und damit nicht zur Lösung der Aufgaben verwendet.

4.4.5 Multiplikation

Die zwei Aufgaben zur Multiplikation wurden von einigen Schülern gut gelöst. Sie zeigten dabei unterschiedliche Lösungsstrategien. Zum Teil benutzten diese – aber auch andere – Schüler die schriftliche Multiplikation.

Corinna, S. 229
S: *(rechnet)*
I: Wie kommst du darauf jetzt?
S: 8 mal 7 sind 56
I: Hmhm. Und jetzt kommt noch die Frage des Kommas, ne?
S: *(schreibt 0,56)*
I: OK. Was hast du gemacht, du hast gerade gezählt, ne, habe ich gesehen.
S: Zwei Stellen.
I: Ja. OK. Super.
S: *(schreibt 0,06)*
I: Ja, da hast du eine Null dazwischen geschrieben. Warum? Erklärst du mir das noch?
S: Auch wieder zwei Stellen.
I: Auch wieder zwei Stellen hinter dem Komma. Ne?
S: Sonst geht das nicht.

Jörn, S. 341
S: *(rechnet und schreibt 0,06)*
I: OK. Warum nicht 0 Komma 6? ...
S: Weil zwei Stellen.

Darius, S. 448
S: Ja. *(schreibt beider Ergebnisse korrekt)*
I: Eine Rückfrage, warum machst du das Komma an der Stelle?
S: Weil zwei, eine Stelle hinter dem Komma, zwei hinter dem Komma, dann noch eine, sind zwei *(zeigt jeweils bei ‚eine ‚auf die beiden Faktoren).*
I: Hmm, völlig richtig.

Wenn die Aufgaben schriftlich gelöst werden sollen, stößt man auf mehrere Teil-Multiplikationen mit null. Dazu ist eine saubere Notation innerhalb der Positionen notwendig, um nicht einzelne Stellenwerte fälschlich zu verwenden. Dies war bei den schriftlichen Lösungen häufig nicht der Fall, so dass in der abschließenden Addition Fehler zu Stande kamen, die bei einer Lösung der Multiplikation im Kopf nicht aufgetreten wären. Trotz korrekt durchgeführter schriftlicher Lösung bleibt das Problem der Kommasetzung bestehen. Dies ergibt sich nicht aus der schriftlichen Multiplikation und muss anders konstruiert werden, z. B. mit der Nachkommastellenregel.

Erdem, S. 241
S: Hmhm. *(beginnt schriftliche Multiplikation)*
I: Was rechnest du zuerst?
S: Das ist doch auch null mal null ..
I: Ja.
S: . . . und dann acht mal null.
I: Hmhm.
S: *(führt die Aufgabe a) zum Ergebnis 0,56 korrekt zu Ende)*
I: Ja, stimme ich dir zu. Mal gucken, ob das da auch funktioniert? *(rechnet schriftlich Aufgabe b), kommt zum Ergebnis 0,6)* Ist das richtig? Wenn der schon so fragt, ne?
S: Hmhm.
I: Das ist nicht ganz richtig! Habt ihr mal was mit Stellen zählen gemacht? *(Pause)*
S: Aha.
I: Stellen hinter dem Komma zählen war das, glaube ich.
S: Das sind zwei Stellen, also kommt da null sechs.

Jessica, S. 465
S: Soll ich das auch schriftlich machen?
I: Kannst du auch schriftlich machen, klar.
S: *(schreibt)* Ja, sind 56.
I: Hmm.
S: Komma *(setzt das Komma bei 5,6 ein).*
I: Hmm, bist du sicher, dass das Komma an die Stelle kommt? Wie kann man das rausfinden, wo das Komma hinkommt?
S: Ach ja, zwei. Also eins zwei.
I: Hmm.
S: Dann kommt es . . .
I: Wo kommt das Komma hin? Was hast du mir eben gesagt mit eins zwei?
S: Hier, da, da.
I: Ja. Was heißt das?
S: Ja, um zwei Stellen verschieben.
I: Ja.
S: Also jetzt eins zwei. Nee, Quatsch hier eins zwei.
I: Ja, . . .
S: Da *(setzt das Komma vor die 56)* und dann . . . *(fügt eine Null vor ,56 ein)*
I: Genau, und vor dem Komma muss irgendwas stehen und wenn nicht, dann kommt da eine Null hin, ne?
S: Ja, aber kommt *(unverständlich)*
I: Genau, Stellen hinter dem Komma zählen und beim Ergebnis das Gleiche tun.
S: *(rechnet schriftlich, kommt zum korrekten Ergebnis 0,06)*
I: Gut. Ist ganz hervorragend. Warum hast du da eine Null zwischen stehen noch? Kannst du mir das noch mal erklären?
S: Also, also 0 mal 2 ist 0 und 2 mal 0 ist auch 0.

I: Ja.
S: 3 mal 2 ist 6.
I: Ja.
S: Ja 6. Also 3 mal 0 ist auch null.
I: Ja.
S: 6 hier hinten. Und dann mal null plus null sind null.
I: Ja.
S: Und eine Null kommt dahin.
I: Ja. Wie hast du dich entschieden, dass das Komma dahin kommt?
S: Das sind auch wieder zwei Stellen.

Die für diese Aufgaben übliche ‚Nachkommastellenregel' ist den meisten Schülern bekannt, kann aber nur zum Teil korrekt angewendet werden (siehe oben). Einige Schüler kommen zunächst nicht auf die Idee, diese Regel zu verwenden, können den Hinweis, diese Regel zu verwenden, jedoch sinnvoll aufgreifen. Obwohl sie die Regel dem Wortlaut nach kennen, sorgt die klare Bestimmung von Nachkommastellen bei einigen Schülern für Probleme. Sie kennen neben dieser Regel auch die Regel zum Anhängen der Nullen, um Zahlen besser vergleichen zu können (siehe oben). Dies führt augenscheinlich zur Verwirrung, wenn Nachkommastellen bestimmt werden sollen. So kam es hier wiederholt vor, dass die Zahl *0,60* als eine Zahl mit zwei Nachkommastellen bezeichnet wurde. Dies ist aus einer bestimmten Sichtweise nicht falsch, führt in diesem speziellen Fall aber nicht zur gewünschten Lösung, da die ‚Nachkommastellenregel' eine andere Auffassung der Stellen hinter dem Komma beinhaltet als die ‚Regel zum Auffüllen mit Nullen'.

Andrea, S. 394
I: Sicher? Ihr habt bestimmt Stellen hinter dem Komma gezählt. Erinnerst du dich? Wie viel Stellen sind hier hinter dem Komma?
S: Ja eine.
I: Und da?
S: Auch eine.
I: Was heißt das für das Ergebnis?
S: Ja zwei vielleicht hinter.

Erdem, S. 242
I: Ja, ich habe dir ja ein Stichwort gegeben. Was meinte das?
S: Hmhm. Weil man, weil wir die Stellen hinter dem Komma noch zählen sollten. Also.
I: Wo? Also das beschreib mir noch einmal genau. Wo du die gezählt hast?
S: Also *(unverständlich)* eins, zwei.
I: Ja, da eine und da eine Stelle dahinter. Und das heißt, im Ergebnis sind das dann wie viele Stellen hinter dem Komma?
S: Zwei.
I: Zwei.
S: Null Komma null ...
I: Deswegen müssen wir die Null einfügen. So ähnlich, wie wir das hier auch schon mal hatten. Da hatten wir auch Nullen eingefügt. Ne?
S: Wenn zwei Stellen hinter dem Komma sind, dann kommt da immer eine Null.

Kerim, S. 309

S: Malaufgaben, hmm. *(schreibt 0,56 und 0,6)*
I: Bist du dir sicher?
S: Beide mal.
I: Ich gebe dir mal einen Tipp, guck mal hier. Erster Teil hat hier, wie viele Stellen hinter dem Komma?
S: Ahhh, da kommt hier.
I: Stopp, stopp, stopp. Dieser Teil, 0,7 hat wie viele Stellen hinter dem Komma?
S: Eine.
I: Eine. 0,8?
S: Auch eine.
I: Ja. Und zusammen?
S: Zwei.
I: Stimmt, also zwei Stellen hinter dem Komma?
S: Ja. Da auch.
I: 0,2?
S: Eine.
I: 0,3?
S: Auch eine.
I: Wie viele Stellen hast du da hinter dem Komma?
S: Ahm, da, auch eine.
I: Eine, ahm, soll das eine sein?
S: Nein.
I: Wie viel müssen das sein?
S: Zwei (verschiebt das Komma zu 06,)
I: Zwei, . . . , 6 Komma 0, wie viele Stellen hast du jetzt hinter dem Komma?
S: Zwei.
I: Wo? Nee. Hinter dem Komma.
S: Ahh, ich weiß 0,06.

Bilal, S. 278

S: OK. Zwei drei sechs. Kommt 0,; ne, 0,06 nicht ,6.
I: Denk drüber nach.
S: Zwei Null. Ja, 0,06. Das geht gar nicht!
I: Das geht alles, ähm. Musst mir erst mal erklären warum. Ob nun 0,6 oder 0,06.
S: Ne, 0,6 nicht.
I: Sicher?
S: Ja. *(wirkt aber unsicher)*
I: Nun überleg noch mal wie, wie kommst du darauf? Wie entscheidest du, ob du das Ergebnis 0,06 oder 0,6 nimmst?
S: Weil 0,2 mal die 0,3 dann muss ich doch einfach die 0 mal 0 geht ja nicht.
I: Das ist richtig.
S: Dann muss ich 2 mal 3, . . .
I: Ja.
S: . . . kommt da 6 und dann sind da noch die zwei Nullen.
I: Wie war das mit den Nachkommastellen?
S: Irgendwann muss dann ja eine 6 hinter sein.
I: Wo muss ne 6 hinter sein?

S: Ja, davor also ... hinter der 6 muss ne Null sein.
I: Hinter der 6?
S: Hinter nach der 6, Nachkommastellen nach der 6. Weil ... Hä. Ja zwanzig. Null Komma zwanzig. 0,20 mal 0,30 ...
I: Das ist aber das Gleiche, ne? Das ist egal, ja. Aber im Ergebnis möchte ich noch was wissen.
S: 0,6.
I: Du hast eben was von 0,6 oder was von 0,06 gesagt. Guck dir ruhig mal die erste Aufgabe an. Da steht 0,7. Wie viele Nachkommastellen?
S: Eine.
I: 0,8. Wie viele Nachkommastellen?
S: Eine.
I: 0,56. Wie viele Nachkommastellen?
S: Zwei.
I: Aha.
S: 0,0; äh 0,60.
I: Halt, 0,2.
S: Eine.
I: 0,3.
S: Eine.
I: Wie viel sind das?
S: Zwei.
I: Zwei Nachkommastellen.
S: Ja. Also kommt da 06 oder 6. Ne, 06 06. Bin mir sicher.
I: 0,06 ist etwas anderes als 0,6; ne? Das ist etwas anderes, ne?
S: Ja. Aber 0,60.
I: Ist das was anderes als 0,6?
S: Ne.
I: Ne, dann nicht.
S: Ne.
I: Also wir hatten das schon richtig.
S: 0,60.
I: 0,60, dann kannst du auch gleich schreiben 0,6. Das ist doch das Gleiche wie 0,60.
S: Ja. Doch, ja.
I: Das kann dann doch nicht ganz stimmen.
S: Das gibt's doch nicht.
I: Noch mal. Eine Nachkommastelle 0,2.
S: Eine.
I: Eine bei 0,3.
S: Eine.
I: Im Ergebnis müssen wie viele Stellen sein?
S: Zwei. Ich habe das Problem, das entweder 0,06 oder 0,60 oder 0,060.
I: Also bei 0,60 kannst du hinten die Null weglassen, dann haben wir eine Stelle nur.
S: Ja ...
I: Da kann also irgendwas nicht stimmen. Die Null kann ich weglassen, da kann was nicht stimmen.
S: Krieg die Krise.

Das häufigste Ergebnis der zweiten Aufgabe war bei den schriftlichen Bearbeitungen aller Gruppen die Antwort *0,6*. Auch in den Interviews gaben viele Schüler diese Antwort.

Aylin, S. 422

S: Zwei mal drei sind sechs. Also kommt da null Komma sechs.
I: Ganz sicher? Du hast eben hier was gezählt hier unten, als du das Komma hingesetzt hast. Was hast du da gezählt?
S: Ah, 0,06.
I: Wie kommst du darauf?
S: Weil ich musste zwei Komma und ich kann ja nur das Komma, nur 'ne Null davor.

Özlem, S. 480

S: 0 Komma 6.
I: Bist du dir sicher?
S: Ja.
I: Schreib erst mal das Eine hin. Wo kommt das Komma hin?
S: Hinter der 6, nein vor der 6.
I: Ja? Wie kannst du sicher sein?
S: 0 Komma 6 oder?
I: Wie kannst du dir sicher sein, wo das Komma eigentlich hin soll? Wie findest du das raus?
S: Ja, zwei Zahlen, zwischen zwei Zahlen ist so ein Komma.
I: Ja.
S: Also muss da auch ein Komma hin.
I: Ja, eins oder zwei? Ihr habt so was gemacht, mit Stellen hinter dem Komma zählen. Du hast da schon hinter dem Komma gezählt, wie viel sind das?
S: Eine.
I: Und da? Auch eine.
S: Ja.
I: Was heißt das für das Ergebnis?
S: 0,06.

Für einige Schüler lautete das Ergebnis der ersten Multiplikation *5,6*. Zu einer genauen Lösungsstrategie konnten diese Schüler nichts Näheres sagen.

Jennifer, S. 324

S: *(schreibt 5,6 bei Aufgab a)* ... nee, irgendwie
I: Über was stolperst du gerade? Was stört dich?
S: Ja, 0,7 und 0,8 kann ja nicht 5,6 sein.
I: Mhm. Was stört dich da?
S: ...
I: Hmm.
S: ... vielleicht davor.
I: Hmm, hast du eine Erklärung warum?
S: Weiß nicht, irgendwie sieht das dann logischer aus.

Andrea, S. 394

S: Ja, kommt sechsundfünfzig raus, fünf Komma sechs.

Natascha, S. 410
S: Ist das mal?
I: Das ist mal, genau.
S: *(rechnet 5,6 und 0,6)*
I: Stimmt das?
S: Nein, zufrieden? *(keine weitere Bereitschaft, die Aufgaben zu lösen)*

Zu einer Verwechslung führte bei einer Schülerin offensichtlich eine Regel für die schriftliche Division von Dezimalzahlen. Ihr war bewusst, dass gewisse Kommastellen gezählt werden müssen, das Komma verschoben werden kann, sie wusste aber nicht genau, wie sie die Aufgabenlösung begründen sollte.

Mirka, S. 258
I: Das musst du noch mal genau erklären.
S: Ja, beim das Komma, das bleibt immer so stehen, wie es in der vorigen Zahl ist. Also zum Beispiel wir hatten gerade so ein Thema, das war Bruchrechnen, das war bei, bei geteilt glaube ich. Da muss man immer hinten so die Zahl, die Zahl rechnen und dann von hinten auch die Kommazahl äh die Stelle schreiben.
I: Hmhm. Von hinten die Kommazahl schreiben?
S: Zum Beispiel hier so in 'ner Aufgabe, ne. Also das, das sagen wir mal so. Und dann kommt hier ist ein Komma, ne?
I: Ja.
S: Und dann hier so 13. Dann hier 'n Komma. Wir sollten das Komma eigentlich verschieben, hier. Und da.
I: Und das wird auch verschoben.
S: Dann ist das ein Ganzes.
I: Genau, das kann man da machen.
S: Wenn wir da zählen, dann müssen wir so zählen, wie viel da hinten frei ist, zum Beispiel die 1. Also kommt, von hinten zählen, also das ist 'ne schöne Zahl, dann hier ein Komma hin.

Bei dieser Aufgabe wurden zum Teil auch Einmaleins-Schwierigkeiten deutlich. Da waren die Inhalte zur Multiplikation zweier Dezimalzahlen zwar bekannt, führten jedoch aufgrund falscher Teilergebnisse nicht zum korrekten Gesamtergebnis. Eine Schülerin empfand diese Aufgabe als problematisch, weil sie die Nullen störten. Objektiv gesehen hatte sie jedoch bereits bei der Lösung der Einmaleinsaufgabe Schwierigkeiten.

Milena, S. 297
I: Da geht's um mal. *(lange Pause)* Was rechnest du?
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm.
S: *(unverständlich, lange Pause)*
I: Schwierig? Was stört dich?
S: Die Nullen.
I: Nullen. Lass die Nullen doch mal weg. Kannst du dann irgendwas rechnen?
S: *(unverständlich)*
I: Ja. Was denn?

S: 63? So?
I: Spielen die Nullen eine Rolle?
S: Nein.
I: Da ist ja ein Komma dabei, ne? 0,7 mal 0,8.
S: Ich find die Nullen wichtig. Soll man da schreiben 0,62?
I: Hmhm.
S: Ja?

Silke, S. 365
S: *(rechnet 0,7 · 0,8 = 1,48)*

Frauke, S. 380
I: Okay, kriegst du auch die Aufgabe raus?
S: Meine Hassaufgabe, genau die.
I: Haha, das sagen ganz viele. 7 mal 8. Fällt dir noch darum eine Aufgabe ein, die dir leichter fällt? 7 mal 7 vielleicht oder 8 mal 8?
S: 7 mal 5.
I: 7 mal 5 geht auch.
S: Soll ich das ändern?
I: Nein, das sollst du nicht ändern, wir wollen das doch rauskriegen. Aber vielleicht hilft dir das, wenn du dich da annäherst? 7 mal 8, weißt du 6 mal 8 vielleicht?
S: Warte mal, ich weiß gar nicht was ich jetzt mache. Ich denk mir erst mal 7 mal 5. 35. Noch mal 7 zu der 35 dazu und noch mal 7.
I: Blöde Aufgabe, ne?
S: Aber das geht doch gar nicht?
I: Wollen wir die weglassen?
S: Ja.
I: Ich sag es dir, 56. 7 mal 8 ist 56. Egal, brauchen wir nicht darüber nachdenken. Ist nicht unsere Aufgabe jetzt, okay.
S: Hätten sie fragen können 6 mal 9, dann hätte ich das auch lösen können.

Aylin, S. 422
I: Da kommt noch ein bisschen mal.
S: 0,48.
I: Mit dem Komma bin ich einverstanden, mit der 48 nicht so ganz. Was hast du gerechnet? 8 mal 7 oder 7 mal 8?
S: Ja.
I: Ist?
S: 56.
I: Okay, gut.

Zusammenfassung Zwei Bereiche werden bei der Betrachtung der Bearbeitungen zu den Multiplikationsaufgaben deutlich. Zum einen ist es die Unsicherheit im Kleinen Einmaleins, die die Chance, eine korrekte Lösung zu erhalten, erschwert.

Zum anderen ist es wiederum das Verständnis des Stellenwerts, das notwendig ist, um neben der Anwendung von Regeln eine ‚verstandene' Lösung zu produzieren. Auch hier wird häufig eine Regel – in diesem Fall die ‚Nachkommastellenregel' – verwendet, deren genaue Anwendung durch das Verständnis von zu zählenden Stellen deutlich erschwert wird. In diesem Zusammenhang erhält die Null eine besondere Bedeutung. Viele Schüler erkennen nicht, wann die Null eine Stellenbedeutung hat oder wann man sie weglassen kann, sie somit keine Bedeutung für den Wert der Zahl hat. Die als sichere Hilfe verwendete schriftliche Multiplikation vermag dieses Problem nicht zu lösen, es bleibt am Ende dennoch die Entscheidung, an welche Stelle das Komma zu setzen ist. Es fällt auf, dass einige Schüler die Nachkommastellenregel verwenden – ob korrekt oder nicht –, andere hingegen lediglich eine Lösung ausprobieren. Eine Erläuterung, die sich der allgemeinen Bruchrechung bedient, wird von keinem Schüler angewandt.

4.4.6 Zum Konzept Umfang

Fragt man Schüler nach dem Umfang einer Figur, wollen viele Schüler eine Formel zur Berechnung des Umfangs nennen. Meist sind dies die Formeln für das Quadrat oder das Rechteck. Erst auf erneute Nachfrage ergeben sich ansatzweise Gespräche über das Konzept des Umfangs. Dennoch ist auffällig, wie wenig das Konzept in Worte gefasst werden kann. Der Bezug zur realen Lebenswelt bleibt oft verborgen, den Schülern fallen meist keine oder nur unpassende Beispiele ein. Letztere beziehen sich häufig auf den Inhalt einer Fläche. Manche Schüler scheinen das Konzept Umfang generell mit dem Konzept Fläche zu verwechseln und nennen bereits zu Beginn die Formeln für den Flächeninhalt von Quadrat oder Rechteck.

Darius, S. 448

S: Was für einer Figur?
I: Irgendeine, was bedeutet der Umfang von einer Figur?
S: Ja… die Seiten berechnen.
I: Was heißt das, die Seiten berechnen?
S: a mal b.

Jörn, S. 341

S: Ahm, ein Beispiel. … eine Wohnung und … 100 Quadratmeter und ein Haus hat das Doppelte, hat 200 Quadratmeter.
I: Hmm.
S: Und der vom Haus ist größer, der Umfang.
I: Hmm. Halt, ich glaube, du bist bei was anderem gelandet. Quadratmeter ist …
S: Fläche.
I: Steht für eine Fläche, genau. Was ist Umfang? Das war das andere, ne?
S: Ja genau.

Es gibt jedoch auch Äußerungen von Schülern, die – zuweilen nach einem Anstoß – recht deutlich ein Verständnis vom Konzept Umfang zeigen.

Mirka, S. 260
S: Der Umfang ist, man muss die Längen zusammenzählen.

Kerim, S. 310
I: Also sag mir mal vorweg, was du unter dem Umfang einer Figur verstehst.
S: Umfang?
I: Was ist der Umfang einer Figur? Was habt ihr gemacht?
S: *(überlegt, beginnt Formel zu schreiben)*
I: Ich möchte keine Formeln wissen, du sollst es nur beschreiben, von irgendeiner Figur, Quadrat, Rechteck oder Dreieck. Was ist der Umfang?
S: *(schweigt)* ... außen.

Bilal, S. 280
S: Umfang einer Figur ist, also sagen wir mal kann ich das mal ... Hier das ist die Figur.
I: Ja.
S: Und wie lang die Figur ist, also wir machen das einfach so ...
I: Die Figur ...
S: Das ist der Umfang hier, das hier.
I: Ah. OK.
S: Und das muss man dann sehen, zwei Kästchen sind 1 Zentimeter. Zwei Zentimeter, vier Zentimeter, sechs Zentimeter, acht Zentimeter den Umfang eben. *(zählt die außenliegenden Kästchen)*
I: Ja, OK. Du hast das zusammengezählt.
S: Hm.

Frauke, S. 381
S: Ja Umfang, die Seiten, wie lang die sind.

Aniela, S. 439
S: Ja, ich glaube, Umfang ist. Mmm. Das hier, was drum rum ist.

Jessica, S. 466
S: Das ist so, was außen rum ist.

Darius, S. 448
I: Du hast zwei Sachen durcheinander geschmissen, die Fläche innen drin? Aber was ist der Umfang?
S: Die Linien und so berechnen.
I: Was heißt die Linien? Kannst du ein Beispiel zeigen?
S: Ja, zum Beispiel so und dann so. Dann muss man die Seite plus die Seite plus die Seite plus die Seite.

Folgende Beispiele werden auf die Frage genannt, wo im realen Leben der Umfang einer Figur eine Rolle spielen könnte.

Erdem, S. 242

I: Hmhm. OK. Könntest du dir irgendwas vorstellen wo man das im Leben gebrauchen kann. Weil du vorhin gesagt hast, Mathematik kann man für das Leben gebrauchen.
S: Ja, bei zum Beispiel, zu werden, heißt das Architekt oder, die zeichnen Häuser oder so.
I: Ja.
S: Und da könnten die das glaube ich gut gebrauchen. Oder ... ich weiß nicht, irgendwas.

Mirka, S. 261

S: Oh. Ich könnte mir nur vorstellen bei einer Wohnung.
I: Ja.
S: Bei einem großen Haus oder so.
I: Ja. Da gibt es so was, wo man so gebrauchen kann. Fällt dir ...
S: In der Natur?
I: Ja, in der Natur? Muss nicht Natur sein, Haus ist schon OK.
S: Ja? OK.
I: Fällt dir ein Beispiel ein? Ein ganz konkretes Beispiel?
S: Ja, zum Beispiel messen, so wenn du tapezieren willst oder so was, dann musst du ja wissen, wie lang die Wand ist, damit du weißt, wie viele Meter oder so du kaufen musst.
I: Ja, richtig.
S: Oder auch für Teppich, also wie groß.
I: Da kommt noch etwas anderes ins Spiel. Ich glaube, du meinst so etwas wie eine Fläche.
S: Ja, genau so Kästcheninhalt und ...
I: Das ist aber etwas anders als Umfang.
S: Ach, ja.

Kerim, S. 310

S: Umfang? ...
I: Hmm.
S: Teppich
I: Ja, zum Beispiel. Braucht man da den Umfang?
S: Nee, Fläche.

Frauke, S. 381

S: In der Wohnung, also ausmessen, die Seiten ausmessen, zum Beispiel Teppich kaufen.

Cornelius, S. 356

S: Haus *(keine weitere Erläuterung).*

Aylin, S. 422

S: In Mathe.
I: In Mathe. Ja, aber wo brauchst du das in deinem Leben?
S: Bei den Fenstern für die Gardinen oder so, ich weiß nicht.
I: Ja, ne Gardine hängt man nicht so ganz so um die Fenster drum rum, ne. Das ist nicht ganz so.
S: Vielleicht für einen Bilderrahmen.

Darius, S. 449
I: Ja, fällt dir ein Beispiel da ein?
S: Steine berechnen.

Jessica, S. 467
S: Oder Zaun.
I: Ja, Zaun. Zaun ist ein gutes Ding. Braucht man beim Zaun den Umfang?
S: Ja.

Ein klassisches Beispiel für den Umfang ist die Längenberechnung eines Zaunes. Kamen die Schüler nicht auf ein zutreffendes Beispiel, wurde ihnen als Tipp von einem Schaf auf einer Wiese erzählt. Einige Schüler kamen daraufhin auf die Idee, einen Zaun zu nennen, andere benötigten zusätzlich noch die Frage, was sie dagegen tun könnten, dass das Schaf wegliefe.

Erdem, S. 243
I: Du hast eine Wiese. Und da steht ein Schaf drauf. Und das Schaf soll nicht weglaufen, was machst du?
S: N' Zaun drum. Also n' Zaun.

Mirka, S. 261
I: Aber das Schaf läuft weg. Was kannst du dagegen tun, dass das Schaf weg läuft?
S: Na ja, 'n Zaun drum machen.
I: Aha. Wie lang muss so 'n Zaun sein?
S: Na, so viel Platz, wie du brauchst.

Kerim, S. 310
I: Ich gebe dir mal einen Tipp. Du hast eine Wiese. Auf dieser steht ein Schaf. Das Schaf soll aber nicht weglaufen.
S: Ja.
I: Was machst du?
S: Ja, Dings, ein Rand so.
I: Ein Rand?
S: Ja.
I: Wie? Zaun?
S: Ja, Zaun.
I: Gut. Baust einen Zaun drum rum. Haben Zaun und Umfang was gemeinsam?
S: Nein.
I: Nein?
S: Doch, doch, doch. Das ist auch Dings.
I: Ist auch drum herum, ne? Du hast was von außen gesagt.
S: Ja, außen rum ist das.

Jennifer, S. 325
I: Hast du ein Beispiel aus der Umwelt, irgendwas aus deiner Umgebung? Wo könnte man so was gebrauchen, so einen Umfang?

S: *(schweigt)*
I: Keine Idee?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Ich mach dir mal einen Vorschlag. Du hast eine große Wiese und auf der Wiese steht ein Schaf. Das Schaf soll aber nicht weglaufen, was machst du?
S: Ein Zaun drum und das ist ja ein Umfang.

Cornelius, S. 357
I: Nein. Da ist ein Schaf drauf, auf der Wiese und kein Haus. Und dieses Schaf soll nicht weglaufen. Was kannst du tun?
S: Ein Zaun drum.
I: Aha. Wie lang muss so ein Zaun sein?
S: Das sollte man dann ausrechnen.

Lediglich zwei Schüler präsentierten Antworten, die zwar durchaus zu erwarten und korrekt waren, jedoch nichts mit dem Konzept Umfang zu tun hatten.

Natascha, S. 411
I: Wie kannst du verhindern, dass das Schaf wegläuft?
S: Hinterherlaufen.

Özlem, S. 481
I: Das Schaf soll nicht weglaufen, was kannst du machen?
S: *(undeutlich, murmelt etwas wie ‚festbinden')*
I: Sag mir nicht, das Schaf festbinden. … Zaun … Geht das?

Da die Geometrie zum Zeitpunkt der Interviews nicht mehr Gegenstand des aktuellen Unterrichts war, antworteten viele Schüler spontan, dass sie nichts mehr über den Umfang wüssten.

Corinna, S. 230
I: Was ist der Umfang von solch einer geometrischen Figur. Wenn du es jemandem erklären müsstest, dann musst du es jemandem sagen können.
S: Weiß ich nicht mehr.

Milena, S. 298
I: Was ist der Umfang von dieser Figur. Wie kannst du den Umfang einer solchen Figur bestimmen? *(lange Pause)* Was ist der Umfang von einer Figur. Weißt du das?
S: Ich hab das vergessen.

Cornelius, S. 356
I: Kannst du mir erklären, was der Umfang von einer Figur ist? Irgendjemand weiß das nicht und dem sollst du das erklären.
S: Ich habe es grad vergessen.

Eine Schülerin verwechselt den Umfang einer Figur mit Gradzahlen.

Mirka, S. 260
I: Kannst du mir sagen, was der Umfang einer Figur ist?

S: Der Umfang? Also ich weiß im, Moment, also 180 ist die Halbe, 360 die Ganze.
I: Du meinst Gradzahlen.
S: Ja. Ach so.

Zusammenfassung Einige Schüler wissen zum Konzept Umfang zumindest, dass damit der ‚äußere Rand' einer Figur gemeint ist. Andere Schüler können das Konzept Umfang nicht mit eigenen Worten beschreiben, finden auch keinen Bezug zum Thema Umfang in der realen Lebenswelt. Eine erste Antwort ist meist der Versuch, eine spezielle Formel zu nennen, die jedoch nur eine spezifische Figur beschreiben kann. Auffallend oft werden die Konzepte zum Umfang und zum Flächeninhalt durcheinander gebracht.

4.4.7 Umfang einer Figur

Kaum ein Schüler konnte die gestellte Aufgabe ohne Probleme lösen. Die Probleme, die sich den einzelnen Schülern stellen, sind allerdings vielschichtig. Sie treten zum Teil isoliert, zum Teil in mehrfacher Kombination auf. Die Besonderheit der Figur ist ihre Abweichung von einer einfachen Standardfigur. Solch eine zusammengesetzte Figur erfordert eine Betrachtung, die nicht mit Hilfe einer standardisierten Formel gelöst werden kann, sondern ein Verständnis des Gesamtkonzepts erfordert.

Es gab Schüler, die beim Anblick dieser Aufgabe zunächst keine Idee hatten, wie sie vorgehen sollten. Diese Schüler waren z. T. erst nach mehreren Tipps in der Lage, die Aufgabenlösung anzustreben.

Corinna, S. 230
I: Weißt du nicht mehr? Dann gucken wir uns eine Figur an. Da ist eine solche Figur und da stehen Zahlen dran. Wie bestimmst du den Umfang dieser Figur? Jetzt müssen wir uns doch darüber verständigen, was eigentlich der Umfang ist.
S: *(überlegt)*
I: Fällt dir nicht mehr ein? Ich erinnere mich aber an unser Gespräch. *(nach dem schriftlichen Test)* Wir hatten nämlich über so was gesprochen damals. Und ich glaube, wir haben über Zäune gesprochen. Erinnerst du dich?
S: *(nickt)*
I: Fällt dir jetzt was ein, zum Umfang?
S: *(Kopfschütteln)*

Kerim, S. 311
I: Gut. Dann gucken wir uns eine Figur mal an. Und diese Figur zeigt uns ein Grundstück, das ist eine Zeichnung davon. Da stehen auch ein paar Längen dran. Kannst du dir vorstellen, das ist die Wiese. Die hat so eine komische Form. Und um diese Wiese wollen wir einen Zaun stellen. Wie lang muss der Zaun sein?
S: *(überlegt)*
I: Wie fängst du an?

S: Ahm. *(Keine Vorstellung)*

Cornelius, S. 357

I: Ja, genau. Ein Grundstück und da stehen ein paar Zahlen dran. Auch das Grundstück soll eingezäunt werden. Und die Frage lautet, wie lang muss der Zaun sein?

S: ...

I: Jaa. So lang ist das gar nicht her.

S: Schon wieder vergessen.

Silke, S. 365

I: Gut. Ich hab ein paar Zahlen hier, ich hab auch eine Figur. Dieses ist ein Grundstück, die Zeichnung von einem Grundstück und ich möchte gerne wissen, wie lang der Umfang ist. Ich möchte nämlich einen Zaun um dieses Grundstück bauen und ich möchte ja wissen, wie lang ich diesen Zaun einkaufen soll. Wie kriegen wir das raus?

S: Sechzig mal zwanzig? *(geraten, keine weitere Vorstellung)*

Aniela, S. 440

I: Das könnte eine Wiese sein, eine große Wiese, ja? *(undeutlich)* und ich möchte einen Zaun um diese Wiese bauen. Ich möchte gerne wissen, wie lang der Zaun sein muss. Wie viel Zaun muss ich kaufen?

S: Ich hab das gemacht, ich hab das voll vergessen. Mit Formeln und so.

Jessica, S. 467

I: Und ich möchte wissen, wie viel Zaun ich kaufen muss. Kannst du mir das sagen? – Wie kriege ich das raus?

S: Ehf ... wie war das denn, ich hab alles wieder vergessen.

Einigen von diesen Schülern half es, sich den gesamten Zaun als stückweise auf die Kanten gestellte Einzelzäune vorzustellen. Sie begannen auf einen Tipp hin, zunächst ein Teilstück zu verwenden, ein zweites dazuzustellen und dann die Summe dieser beiden Teilzäune auszurechnen.

Andere Schüler kamen von sich aus auf die Idee, ‚alles zusammenzurechnen'. Was das im einzelnen bedeutete, ist weiter unten zu lesen. Wenn auch das Konzept in diesen Worten enthalten war, so stellte die korrekte Ausführung bei dieser Aufgabe häufig ein Problem dar.

Corinna, S. 230

I: Die Frage ist, wie lang muss dieser Zaun eigentlich sein?

S: Muss ich ausrechnen.

I: Das kann man ausrechnen. Wie kann man das ausrechnen? Was kann man da machen? Was sollst du tun? Erzähl mir was dazu. *(8 Sekunden Pause)* Wie fängst du an? *(Pause)* Wollen wir das gemeinsam machen?

S: *(Schulterzucken)*

I: Wir stellen einen Zaun auf diese Grundstücksseite hier. Von da nach da. Das können wir auch einzeichnen. Ich fange an und gleich machst du weiter. *(zeichnet)* So. Wie lang ist der Zaun, der auf diesem roten Stück am Grundstück steht?

S: 83 Meter.
I: 83 Meter, OK. Jetzt bist du dran. Wie machen wir weiter? Welche Seite des Zaunes zeichnen wir jetzt ein?
S: Die hier?
I: Gut, zeichne die mal ein. Kannst du auch rot machen. Wie viel Zaun brauchen wir jetzt schon?
S: *(unverständlich)* ... zusammenrechnen.

Milena, S. 298
I: Hmhm. *(Pause)* Hast du eine Idee, was du rechnen musst?
S: Hier?
I: Hmhm. *(lange Pause)* Wir stellen ein Stück vom Zaun auf. Pass mal auf, das machen wir hier. Da stellen wir schon mal ein Stück Zaun hin. Wie lang muss dieser Zaun sein?
S: Wie lang?
I: Wie lang?
S: *(unverständlich)* Schaf ...?
I: Na, erst mal geht es nur um den Zaun dort. Wie lang ist dieser Zaun, auf dieser Seite. Das steht da dran.
S: Ja, 83 Millimeter.
I: Meter, genau. Jetzt stellen wir noch einen Zaun auf diese Seite hier. Wie lang ist der Zaun auf dieser Seite?
S: 60 Meter.
I: Wieviel Zaun haben wir jetzt schon aufgestellt.
S: 2.
I: 2 Zäune. Und wie lang ist das insgesamt? Das und das? *(Pause)*
S: 143?
I: Hmhm. OK. Wie müssten wir jetzt weitermachen? Das wollen wir jetzt nicht ausführlich machen. Sag mir nur, was wir jetzt weiter machen müssten, denn noch kann das Schaf ja weglaufen. Was müssen wir noch machen?
S: Hier bauen oder so?
I: Hmhm. Genau. Dann kommt noch mehr Zaun dazu. Wie viel? Steht da auch schon.
S: Ja. 132 kommt dann.
I: Genau und was noch?
S: Die Tür.

Kerim, S. 311
I: Ich mache dir mal einen Vorschlag. Ich würde an einer Seite anfangen. Ich stelle ein Stück Zaun schon mal hier hin.
S: Ja.
I: Wie lang ist das Stück Zaun?
S: Das?
I: Ja.
S: 83.
I: O.K. So. Das ist aber noch nicht alles. Wenn du jetzt nicht mehr machst, dann rennt das Schaf weg. Was müssen wir weiter machen?
S: Ahh, 83 mal 4.
I: Sicher?
S: Ja klar.

I: Guck dir noch mal diese Figur an, wo würdest du jetzt einen Zaun hinstellen?
S: Hier.
I: Ja, mach mal, zeichne mal ein.
S: Mhm. Dann würde ich hier.

Andrea, S. 395
I: Ich zeichne erst mal ein Stück Zaun ein. Da zeichne ich einen Zaun ein. Wie lang ist das Stück Zaun?
S: Dreiundachtzig Meter.
I: Gut, Okay. Ich zeichne Zaun da ein.
S: Sechzig Meter.
I: So, das sind dann wie viel zusammen, wie viel Zaun muss ich jetzt schon kaufen, wie viel habe ich aufgestellt?
S: Muss ich jetzt das plus rechnen. 133.
I: Nicht ganz. 143.
S: Ja.
I: Aber das können wir gleich noch machen. Wir gehen erst mal weiter, sind noch nicht fertig. Dann stellen wir da einen Zaun hin, so und wie geht's weiter?
S: Auch das plus rechnen.
I: Können wir gleich machen. Wo kommt noch Zaun hin? Zeichne mal ein mit dem roten Stift.
S: Hier.
I: Ja, genau. So und wo noch?
S: Und hier.
I: Ja. Wo kommt noch ein Zaun hin?
S: Hier.

Özlem, S. 481
I: Und wie lang muss der Zaun sein, den wir einkaufen?
S: Muss man zusammen rechnen.
I: Was muss man zusammen rechnen?
S: 60 Meter, 83 Meter, alles zusammen rechnen.
I: Ja. Wie rechnet man zusammen plus, minus, mal?
S: Plus.

Mirka, S. 262
I: Wie viel Zaun brauchen wir?
S: Die muss ich alle zusammenrechnen.

Bilal, S. 281
I: Um dieses Grundstück einen Zaun aufstellen wollen. Wie kriegst du den Umfang raus?
S: Indem ich hier alles so zusammenrechne.
I: Dann mach das bitte mal.
S: Und da stehen die schon oder?
I: Ja.
S: Soll ich untereinander rechnen oder?

I: Ja, kannst du machen.
S: Hmhm.

Jennifer, S. 326
I: Wir gucken uns jetzt ein Grundstück an und das sieht so aus. Ich möchte von dir gern wissen, wie groß der Umfang ist.
S: Ja, so würde ich erst mal die alle zusammen rechnen.

Cornelius, S. 357
I: Wie können wir das rauskriegen? Wie lang muss der Zaun sein?
S: OK. ... *(überlegt)*
I: Wo fängst du an?
S: Tja, ich würde sagen, ich rechne das alles plus.
I: Ja.
S: Alles drum.

Aniela, S. 440
I: Wie würdest du anfangen, wenn man ein Zaun bauen wollte?
S: Alles plus rechnen.
I: Ja, ganz genau.
S: Alle Seiten.
I: Dann lass uns das mal machen. Wo fängst du an?
S: Egal wo.

Wenn der Gesamtumfang berechnet werden soll, ist es unter Umständen notwendig, die Längen der nicht mit Maßen versehenen Seiten zu bestimmen (s. u. zu einer alternativen Lösung). Viele Schüler vergaßen bei der Bestimmung des Gesamtumfangs zunächst die fehlenden Maße, ignorierten sie in ihrer Summe. Erst auf Nachfrage bemerkten sie, dass auch diese Längen zum Gesamtumfang gehören. Das Bestimmen dieser einzelnen Längen brachte wiederum eigene Probleme mit sich. Zunächst galt es, einen Anhaltspunkt für die Längenbestimmung zu finden. Der bot sich in der gegenüberliegenden Seite. Dies konnte nur unter der Voraussetzung gelingen, dass die Gesamtfigur zu einem Rechteck ergänzt wurde und die Maße der unbestimmten Seiten mit der gegenüberliegenden Rechteckseite verglichen wurde. Durch Differenzbildung war es dann möglich, die fehlenden Maße zu bestimmen. Ein weiteres Problem stellte sich in der Differenz *132 – 83*. Die Rechnung an sich betrifft Fähigkeiten der Grundschule. Mangelnde Rechenfertigkeiten in der Anwendung dieser Fähigkeiten beeinflussen die Gesamtleistung.

Mirka, S. 262
I: Wie viel Zaun kommt denn auf dieses Stück drauf? Kriegen wir das raus?
S: Ja, weil hier sind 20. Würd sagen fast die Hälfte von hier, also 40. Oder?
I: Wo, na also, dieser Zeichnung würde ich nicht vertrauen. Die habe ich gemacht. Das kann sein, dass ich mich da ganz blöd verzeichnet habe. Aber man kann das ausrechnen.
S: Hm. Ja, keine Ahnung. Ja, ich weiß wie. Gucken Sie mal ne, hier sind doch 60 Meter ne, also das kann man doch so lang ziehen.

I: Ja.
S: Und dann rechnen Sie einfach minus 20 ...
I: Ja.
S: ... vielleicht?
I: Ja.
S: So richtig?
I: Ja. Kann man machen.
S: Ja dann ...
I: Was bleibt dann übrig?
S: 40.
I: Wo, wo kommen die 40 hin?
S: Ja, bei der hier.
I: Ja, darfst du hier auch da dran schreiben. Hast du alles?
S: Nein, da fehlt ...
I: Da fehlt auch noch was. OK.
S: Wie soll ich denn das rechnen? Ja, hier sind 132 Meter, ne ...
I: Ja.
S: Und hier haben wir zwei, ja ne das geht hier, doch 83. Also müssen wir jetzt 132 minus 83.
I: Mach das mal. Dann kannst du mir deine Zahl da hinschreiben.
S: OK. *(schreibt, unverständlich)* Ja, ähm. 49.
I: Dann sind das wohl 49 Meter.

Bilal, S. 282
I: So, haben wir alle?
S: Ne, noch nicht.
I: Da fehlt noch was! *(Pause)* Tja, da steht aber nichts dran.
S: Ah. Alter, wie soll ich dann das wissen?

Jennifer, S. 326
I: Aber du hast schon recht, da fehlt uns noch was. Also müssen wir da ein Stück Zaun hinstellen und dort auch. Wie kriegen wir das raus?
S: *(überlegt)*
I: Keine Idee?
S: Nee.

Frauke, S. 381
I: Okay. Wo stellst du noch einen Zaun hin?
S: Hier.
I: Zeichne mal ein. Mach mal einen schönen großen Zaun gleich.
S: Dann alles plus rechnen.
I: Genau. Wo noch?
S: Hier. Aber hier nicht.
I: Warum nicht?
S: Weil da keine Zahlen stehen.
I: Ja, und da baust du keinen Zaun hin?
S: Muss ich ja.

I: Sonst läuft das Schaf weg.
S: Ja.

Andrea, S. 396
I: Ja. Hilft uns das jetzt doch was, was du gerade gezeichnet hast?
S: Schon irgendwie.
I: Ja, wie genau?
S: Da müssen wir zwei mal zwanzig Meter rechnen.
I: Halt. Sind das da oben auch noch mal zwanzig?
S: Nee, mehr.
I: Mehr. Wie viel genau?
S: Dreiundachtzig Meter?
I: Ja, die sind da oben.
S: Sechzig Meter.
I: Aha.
S: Das ist doch gleich hier.
I: Ja, genau.

Ein Schüler bemerkte, dass ein Maß fehlte, konnte es aufgrund der ‚leichten Aufgabe' *60 – 40* auch sofort bestimmen. Allerdings vergaß er dann die Bestimmung des zweiten fehlenden Maßes.

Erdem, S. 244
I: Das kannst du machen. Wir können gleich mal gucken, was du davon gerechnet hast. *(Pause)* Hast du alle?
S: Hmhm.
I: Ich gebe dir mal einen roten Stift und zeichne mir mal bitte die Maße ein, die du hier schon, äh, verwendet hast und dort, wo schon ein Zaun steht. Also du hast hier einen Zaun von 60 Meter Länge, der kommt dahin. Zeichne den mal in rot ein.
S: Wo, hierhin?
I: Ja, genau, mal mal ein einfach die Kante rot an. OK. Und das machen wir mit den anderen Kanten auch, die du schon dort hast.
S: Hmhm. *(unverständlich)*
I: Ja, was du da schon hast, kannst du anmalen.
S: Eigentlich habe ich alle.
I: Da du die 20 genommen hast fehlt dir noch einer.
S: 40
I: Hmhm. So, ist die Wiese jetzt eingezäunt, oder kann das Schaf noch weglaufen?
S: Das Schaf kann noch weglaufen durch die Tür. *(meint die fehlende Seite von 49m Länge)*

Das Berechnen der fehlenden Maße sorgte bei einigen Schülern für leichte Rechenfehler im Bereich der Grundschulaufgaben.

Aylin, S. 425
I: So, jetzt müssen wir noch rausfinden wie weit, wie lang das Stück ist.
S: Wir, genau, hundertzwei, ne, dreiundachtzig und hundertzweiunddreißig.
I: Ja. Nur aufpassen, wie rum du das rechnen musst. Kannst du das so rechnen?
S: Ne, falsch. Entschuldigung.
I: Aha, so rum geht's besser.
S: Neunundfünfzig.

I: Du hast dich um eine Zehnerstelle vertan. Guck noch mal genau hin.
S: Eins plus eins dazu.
I: Zehnerstelle.
S: Drei und vier, Zehnerstelle. Drei plus zwölf sind acht neun.
I: Ja, ist richtig.
S: Eins acht neun. Neun plus dreizehn vier.
I: Aha, genau.
S: Neunundvierzig.
I: Ja, darfst du dran schreiben. Haben wir jetzt alles?
S: Ja.

Silke, S. 367
S: Also minus wieder.
I: Okay, mach mal.
S: 51.
I: Was hast du minus gerechnet, sag mir mal die Aufgabe.
S: 83 – 132.
I: Geht das?
S: Andersrum.
I: Andersrum, ne. 132 – 83. Ist nicht ganz 51, – 49. Bisschen verrechnet, aber das macht nichts, aber das Prinzip ist richtig. So, dann weißt du, dass das 49 ist. Und das da, hier oben, das ist erst 49 und das?
S: Auch.

Von vielen Schülern kam der Vorschlag, die fehlenden Seiten auszumessen. Auch der Hinweis, dass dies nur eine Skizze sei, führte manche Schüler dennoch – vermutlich mangels rechnerischer Alternativen – wiederholt zum gleichen Vorschlag: die Seiten auszumessen.

Milena, S. 299
I: Fehlt noch was?
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm. Genau. Da steht aber nichts dran. Kann man das rauskriegen?
S: Messen.
I: Messen? Messen klappt nicht. Das ist ja nur eine Zeichnung.
S: Weiß nicht, ich find das ... *(Pause)*
I: Kann man das berechnen? *(lange Pause)*
S: Hm. Ach so jetzt die zusammenzählen?

Silke, S. 366
I: Da, zeichne mal ein. Eben, wir wissen nur nicht, wie lang der Zaun an der Stelle ist. Können wir das rauskriegen?
S: Ja.
I: Wie denn?
S: Messen.
I: Messen können wir nicht, weil das ja nur eine Skizze ist. Aber man kann das ausrechnen.
S: Noch was dazu machen.
I: Ja, hilft uns das?
S: Ja.

I: Ja, du darfst dir gerne Hilfslinien einzeichnen. Was hilft uns das?
S: *(Pause)*
I: Kommen wir damit weiter?
S: Ja.
I: Ja, dann sag mir mal wie. Ich glaube auch dass wir damit weiter kommen, du musst mir aber erklären wie.
S: Das muss man ausmessen.

Frauke, S. 382
I: Das ist nicht gut. Müssen wir nur noch rauskriegen, wie lang der Zaun an der Stelle eigentlich ist.
S: Durch messen und hier auch.

Andrea, S. 396
I: Gut. Wie können wir das ausrechnen?
S: Mit einem Lineal.

Aniela, S. 440
I: Jetzt müssen wir nur herausfinden, wie lang dieses Stück ist.
S: Hm.
I: Wie kriegen wir das hin?
S: Messen.

Ähnlich dem Vorschlag, die fehlenden Maße durch messen zu bestimmen, versuchten es einige Schüler mit einer Schätzung der ungefähren Längen. Dass man diese Längen mit rechnerischen Mitteln genau bestimmen konnte, schien ihnen nicht klar zu sein.

Jörn, S. 342
I: Nein kriegen wir so raus. Wie könnte man das raus kriegen? Das Schöne ist, dass es ...
S: Wenn das 20 sind, ja, ungefähr 30 ... 35.

Natascha, S. 412
I: Aha, gut, ja. Und wie geht's jetzt weiter? Wie lang ist denn dann dieses Stück?
S: Also das ist auf jenen Fall mehr als zwanzig.
I: Ja.
S: 25?
⋮
I: ... Gut, dann können wir uns fragen, das hier ist dann so lang wie das, wie lang ist das eigentlich?
S: 50?
I: Hast du auch geraten.
S: Ja.

Darius, S. 449
I: Das fehlt, ja, ja. Hast du noch nicht aufgeschrieben, ne? Dummerweise steht da keine Zahl dran. Wie rechnet man das aus?
S: *(überlegt und nuschelt)* 44 darein.

Die Lösung, den Gesamtumfang über die Teilumfänge zu erhalten – wie es als Fehlerkategorie in der schriftlichen Überprüfung zu sehen war – versuchten in den Interviews nur drei Schüler. Der eine Schüler ignoriert den rechten Teil der Figur und rettet sich damit zunächst zur bekannten Form des Rechtecks. Eine andere Schülerin wollte die Teilumfänge bestimmen, hatte aber auch an dieser Stelle Probleme mit der Bestimmung der fehlenden Maße. Die dritte Schülerin versucht die Kombination der einzelnen Umfänge über die Multiplikation.

Kerim, S. 312
I: ... Zeichne mal ein. Wir müssen uns darüber unterhalten, wie lang der auf diesen Strecken eigentlich ist. Zeichne erst mal ein.
S: Ich würde es eigentlich so machen. *(trennt das rechte Teilrechteck ab)*
I: So, dieses Stück da?
S: Ja, bis hierhin. Da würde ich was anderes machen.
I: Ja, aber das Schaf, das muss da auch hinkönnen. Sonst musst du ja den Rasen mähen. Das kann doch das Schaf tun, oder?
S: Ja, aber ... das kleine Stück da.
I: Das Stück ist egal?
S: Egal.

Andrea, S. 395
I: Ja. Wo kommt noch ein Zaun hin?
S: Hier. *(Zeichnet Trennlinie zwischen den zwei Rechtecken ein.)*
I: Ja. Da auch?
S: Wo?
I: Da.
S: Ja, das gehört doch eigentlich zu allem.
I: Kommt kein Zaun hin, nein auf keinen Fall. Haben wir nachher einen Zaun mitten auf unserem Grundstück, das wollen wir nicht.

Aylin, S. 423
S: Dann muss ich jetzt das, das, das, das malrechnen. *(Meint Multiplikation der beiden Rechtecke)*
I: Malrechnen? Sicher?

Die oben bereits angesprochene Alternative zur Bestimmung der fehlenden Maße ist die Erkenntnis, dass die ‚eingeklappte Ecke' die gleiche Länge hat, wenn man sie auf die Umrisse des Rechtecks verschiebt, das durch der Verlängerung der Seiten von *83 m* und *20 m* entsteht.

Bilal, S. 282
S: Hmhm. Müssen wir das hier so ... 132 hier noch mal das Gleiche 132 und 60 hier hinkommt.

I: Ja, kann man machen.
S: Kann man machen. Mach mal.
I: Ja, mach mal.
S: OK.
I: Ist das das Gleiche, als wenn du den Zaun darauf stellst?
S: Ne.
I: Nein?
S: Ne, doch das Gleiche, natürlich …
I: Ja?
S: … sieht zwar nur so aus, so.

Cornelius, S. 358
I: Das macht nix. Das ist nur eine Skizze. Das sind 60, hast du gesagt. Wie hilft uns das jetzt?
S: … werden da auch 60 gebraucht.
I: Richtig, genau. So. Jetzt haben wir nur noch ein Problem. Das Stück von der Wiese gehört uns nicht.
S: Schenken wir dem …
I: Haha. Nein, das geht nicht. Er möchte ja nicht, dass der Zaun da steht. Er möchte, dass der Zaun da steht. Das ist ein Problem.
S: *(nuschelt)*
I: Was würdest du machen?
S: *(schweigt)* Tja. Da würde ich. … nicht so viel. *(Will die Zäune vom Rand auf die ‚eingeklappte Ecke' ziehen)*
I: Dein Vorschlag war OK.
S: Dann ziehen wir … nach, so hoch.
I: An Stelle von hier, da.
S: Ja, ja.
I: Ist das das Gleiche?
S: Ja natürlich.
I: Ja?
S: Ja.

Frauke, S. 382
I: Ja, genau. Dann würdest du den Zaun bis dahin bauen? Das gehört uns aber gar nicht mehr, das Grundstück.
S: Das denke ich mir einfach nur, weil ich ja für hier auch einen Zaun brauche und der ist dann, wenn ich das ausmesse, kommt dann das beides und das beides sind dann sechzig und das ist auch gleich und das ist, ergibt das dann, hier dieses.
I: Ja. Das heißt, du meinst diesen Zaun, den wir uns jetzt denken, den stellen wir nachher woanders auf. Wo denn?
S: Na hier.
I: Ja, ist das gleich lang? Also dieses Stück dann dahin, ja? Und dieses Stück dann dahin? Passt das?
S: Ja, weil das ist ja so lang und das ist ja so lang.

Auch wenn diese Aufgabe vollständig ohne Formeln zu lösen ist, weil es keine Formel für die Gesamtfigur gibt, versuchen einige Schüler immer wieder, Formeln für den Umfang oder auch für die Fläche zu verwenden.

Aniela, S. 440

I: Das könnte eine Wiese sein, eine große Wiese, ja? *(undeutlich)* und ich möchte einen Zaun um diese Wiese bauen. Ich möchte gerne wissen, wie lang der Zaun sein muss. Wie viel Zaun muss ich kaufen?

S: Ich hab das gemacht, ich hab das voll vergessen. Mit Formeln und so.

I: Formeln brauchen wir nicht. Wir machen das einfach so, wie wir kriegen das so raus?

Darius, S. 448

I: Irgendeine, was bedeutet der Umfang von einer Figur?

S: Ja... die Seiten berechnen.

I: Was heißt das, die Seiten berechnen?

S: a mal b.

⋮

I: *(es geht immer noch um den Umfang)* Aber vielleicht fällt dir an der ganzen Figur irgendwas auf?!

S: Ein Rechteck.

I: Aha, was weißt du über Rechtecke?

S: A mal a plus b mal b.

Zusammenfassung Das Konzept Umfang ist häufig derart wenig verinnerlicht, dass viele Schüler keine Vorgehensweise finden, den Umfang bei dieser zusammengesetzten Figur zu bestimmen. Ist ihnen dann deutlich, dass sie die Summe der Seitenlängen bestimmen müssen, entstehen Schwierigkeiten bei der Betrachtung der Seiten mit fehlenden Maßen. Diese Maße von gegenüberliegenden Seiten abzuleiten oder durch Verschiebung eine rechteckige Gesamtfigur mit bekannten Maßen zu erhalten – bei der dann sogar die bekannte Formel eingesetzt werden könnte –, ist für die meisten Schüler ein Vorgehen, das höchst komplex erscheint und häufig nicht selbstständig gelöst werden kann. Eine besondere Schwierigkeit liegt anscheinend darin, dass den Schülern kaum Anwendungen solcher zusammengesetzten Figuren bekannt sind, sie in diesem Zusammenhang nur Standardfiguren erwarten, für die sie eine Formel zur Berechnung kennen. Letzteres ist besonders auffällig, wenn man sieht, wie leicht die Formeln für die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt verwechselt werden. Erschwerend kommt zu diesen Problemen hinzu, dass Flexibilität und Sicherheit im Umgang mit den zu dieser Aufgabe gehörenden Rechnungen – allesamt im Bereich der natürlichen Zahlen zwischen 1 und 500 – bei vielen Schülern kaum gegeben sind.

4.4.8 Fläche mit Einheitsquadraten

Zu dieser Aufgabe hatten fast alle interviewten Schüler eine Idee, sich der Lösung zu nähern. Die einzelnen verwendeten Strategien sahen jedoch recht unterschiedlich aus. In der Regel wurde versucht, sich die Fliesen in passende, sinnvolle Teilstücke einzuteilen, um dann die Anzahl der Fliesen dieser Teilstücke zu bestimmen. Einige wenige Schüler begannen damit, die einzelnen Fliesen auszuzählen.

Silke, S. 368

I: Schön, dann können wir ein Stück weiter machen. Da siehst du einen Grundriss von einem Zimmer. Das dick Umrandete ist ein Zimmer, in dem Fliesen ausgelegt sind, die hab ich eingezeichnet. Wie viele Fliesen liegen in dem Zimmer?
S: Fünfunddreißig.
I: Fünfunddreißig, hast du das geraten oder wie bist du darauf gekommen?
S: Nee, ich hab die gezählt, also.
I: Alle gezählt? Muss man alle zählen? Ich glaub das sind mehr als fünfunddreißig. Wie machst du das?
S: Ja hier jedes einzelne Kästchen zählen.

Natascha, S. 414

I: Wie viele davon liegen in diesen dick umrandeten Feld?
S: Oha, da muss man ja zählen.
I: Muss man zählen? Musst du alle zählen? Oder kann man das anders hinkriegen? Wo würdest du anfangen?
S: Hier.

Kerim, S. 315

I: Du siehst hier den Grundriss von einem Zimmer. Das schwarze, dick Umrandete ist das Zimmer und in diesem Zimmer liegen Fliesen. Wie viele Fliesen sind das?
S: Wie viele?
I: Ja. In diesem Schwarzen hier.
S: Ich weiß nicht.
I: Wie kannst du das raus kriegen?
S: ... zählen.
I: Du zählst die? Alle der Reihe nach?
S: Ja.
I: Alle.
S: Ja. ...
I: ...
S: Messen.
I: Nein. Zählen ist schon gar nicht schlecht. Aber warum musst du alle zählen?
S: Weil alles, das, das und das und das.
I: Mach mal.
S: Alle zählen? *(zählt)* Ich würde jetzt einfach so alle zusammen rechnen.
I: Alle zählen, ich würde das ein bisschen anders machen. Machst du das auch anders oder zählst du alle einzeln?
S: ...
I: Würdest du gar nicht machen, ne? Würdest du schätzen, wie viel das sind?

S: Ich würde das jemand anders zählen lassen.
I: Ach so, dann hättest du jemandem gesagt: Zähl mal!
S: Ja.

Cornelius, S. 359
I: Da siehst du ein Zimmer, einen Grundriss von einem Zimmer. Das ist dieses dick umrandete. Und in diesem Zimmer sind Fliesen gelegt. Wie viele Fliesen liegen in diesem Zimmer?
S: Eh, eh. Tja, das ...
I: Gut, wir müssen uns annähern. Wie kriegen wir das raus?
S: Also, wenn das da die Fliesen sein sollen, dann ...
I: Hmm. Genau, die Kästchen da sind die Fliesen.
S: Dann zählt man die halt.

Jennifer, S. 328
I: Wie viel sind das insgesamt da drin?
S: Muss man ja, haha, alle abzählen.
I: Muss man die zählen? Das kann man machen.
S: Muss man nicht, aber ...

Die häufigste Lösungsstrategie bestand darin, zunächst die Fläche von *8 · 9 Fliesen* zu bestimmen, dann die zweite Fläche von *3 · 6* auszurechnen und abschließend die Summe zu bilden.

Mirka, S. 263
I: Wie viel Fliesen sind das in dem Zimmer? Das Zimmer ist durch dieses dunkle, schwarze gekennzeichnet.
S: Hmhm. Äh, 72 ne?
I: Hmhm, kannst du mal hinschreiben, 72.
S: 72, das sind 18.
I: Hmhm.
S: So. *(rechnet die Summe 90 aus)*

Bilal, S. 283
I: Wie rechnest du das aus? Wie kriegst du das raus? Wie viele Fliesen sind da?
S: 8 mal ... 9 mal 8 sind 72.
I: Hmhm.
S: 72.
I: Darfst du ruhig hinschreiben. um dir das zu merken. Ich vergess so was immer wieder.
S: 72 plus ..., 6 mal 3, 18, 80, 90 Fliesen sind da.

Özlem, S. 483
I: Wie viele Fliesen sind in diesem Zimmer?
S: *(überlegt)* 72 bis hier.
I: Hmm. Gut, aber ...
S: Da sind 18 ... 72.
I: Hmm.

S: *(rechnet)* 90 Fliesen.

Corinna, S. 232
I: Wie kriegst du das raus?
S: *(überlegt lange und zählt dann die Seitenfliesen)*
I: Was machst du gerade? Bzw. was denkst du gerade?
S: *(unverständlich)* ... gezählt, wie viel das sind. ...
I: Hmhm. Acht mal neun. OK. Schreib mal hin. 72. Hmhm. Kannst ja mal dranschreiben, wie viel das sind. So an der Seite. Hmhm. Und hier drüben dann festhalten: Das sind 72. Hast du damit schon alle Fliesen gezählt?
S: Ne.
I: Ne? *(lange Pause)*
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm, hmhm. Mach mal. *(lange Pause)* Was hast du gerechnet? Plus, mal?
S: Plus.
I: Plus, aha. Warum?
S: *(unverständlich)*
I: Ja, genau. Ich möchte noch mal verstehen, was du gerade gemacht hast. Ich glaube du hast erst, so hast du mir das gezeigt, diesen Teil hier ausgerechnet. Acht mal neun. Ja richtig? Habe ich das richtig verstanden?
S: Ja.
I: Und dann hast du hier diesen Teil genommen. Das sind sechs mal drei. Das sind achtzehn. Und das und das zusammen sind alle Fliesen. Völlig korrekt. Das ist genau richtig. Das ist die Fläche.

Erdem, S. 246
I: Ja, ist in Ordnung. Ich möchte noch einmal verstehen, was du gemacht hast. Ich zeichne hier mal einen Strich rein.
S: Hm.
I: Du hast erst diesen Teil ausgerechnet, wie viel das sind.
S: Das sind 72.
I: Ja. Dann hast du dir diesen Teil hier angesehen. Das sind 18 hast du mir da ...
S: Hmhm.
I: ... und das hast du zusammengezählt.
S: Zusammen, also mal genommen.
I: Mal genommen?
S: Ja, plus genommen. Also ...
I: Plus.

Darius, S. 452
I: Ich möchte von dir wissen, wie viel Fliesen da drin liegen.
S: Hmm, 200 *(zählt und schreibt)*
I: Was hast du jetzt gezählt?
S: Das hier habe ich hier zusammen gezählt, das sind 8 mal 9.
I: Hmm, ja. Das ist?
S: 61.
I: Quatsch.

S: 62. 8 mal 9?
I: 8 mal 9.
S: Ach, 72.
I: Aha.
S: Hab ... gerechnet.
I: Ja.
S: Und das ist 6 und 3 sind ...
I: Ja, völlig OK.
S: Und die zusammen rechnen.
I: Ja, richtig.
S: 90.
I: Sind 90 Fliesen?
S: Ja.

Andere Zerlegungen waren z. B. über die 6er-Reihe: *2 ·(6 ·6) = 72 (als Ergänzung dann 2 ·9 = 18)* oder über 24er Blöcke: *3 ·(3 ·8) = 72 (Ergänzung: 3 ·6 = 18)* oder auch über *6 ·12 und 2 ·9.*

Cornelius, S. 359
I: Du musst mir noch sagen, warum.
S: Na ja, ich hab jetzt gezählt bis dahin. ... 5, 6.
I: Jaa.
S: ... na ja und ... sind halt 30.
I: Jaa. 6 mal 6. Das sind 6 und das sind 6. 3 mal 6, 4 mal 6, 5 mal 6, 6 mal 6 sind 36.
S: Ja, ja.
I: Was machst du mit diesem hier?
S: ... Tipp ...
I: Nein. ...
S: Ahm. Das sind auch noch mal 6 mal 36, sind 70, Quatsch 72.
I: Hmm.
S: So.
I: Jetzt hast du auch diese 6, diese hier, ne. OK. Was fehlt uns noch?
S: Und dann die da.
I: Hmm.
S: Das sind dann ... *(nuschelt und rechnet)*
I: Ja, und jetzt noch diese 18 dazu.
S: So, das sind 90.

Natascha, S. 414
I: Ja. Hilft dir das, wenn das da erst mal so abgetrennt ist? Ja, gut. Dann fang mal an!
S: Also hier sind es achtzehn.
I: Wie kommst du darauf? Hast du gezählt?
S: Ja.
I: Alle?
S: Nein.
I: Du hast noch was gerechnet.
S: Ja, also hier sind neun und hier sind auch neun.
I: Aha, okay. Hast dir also Blöcke gebildet. Gut, kannst ja schon mal festhalten, dass das da achtzehn sind. Schreib mal irgendwo dran oder daneben. Das sind schon mal achtzehn. So, wie viel sind denn in dem anderen Teil?

S: Vierundzwanzig.
I: Vierundzwanzig? In welchem Teil?
S: Diesem zweiten Teil.
I: Aha, okay. Musst du erst wieder einen Strich machen. Könnte ja sein, dass wir was doppelt zählen später. Gut, kannst du auch noch drunter schreiben. Wie geht's weiter? Wieder zählen? Kommt dir was ähnlich vor?
S: Ja.
I: Ja?
S: Achtundvierzig.
I: Wo?
S: Also hier hab ich das genauso gemacht.
I: Ja. Und wo ist jetzt achtundvierzig. Alle zusammen oder nur die Reihe?
S: Alles zusammen.
I: Ach so, okay, jetzt versteh ich es. Musst du mir nur noch mal genau zeigen, wo ist die achtundvierzig.
S: Also hier alles.
I: Von hier bis hier oder dies alles?
S: Also diese beiden.
I: Ja. Das sind vierundzwanzig und das sind dann noch mal vierundzwanzig. Sind achtundvierzig. Und hier, die fehlen ja noch.
S: Hier sind auch vierundzwanzig.
I: Auch noch mal vierundzwanzig. Ja, gut. Wie viel haben wir dann insgesamt?
S: Insgesamt?
I: Ja, letzte Frage.
S: Sechsundneunzig, diese drei Kästen. Kann ich das untereinander rechnen? *(Verdoppelt am Ende 48 anstatt noch einmal 24 zu addieren)*
I: Kannst du auch untereinander rechnen.
S: Hundertvierzehn. *(hat die zu Beginn bestimmten 18 addiert)*

Aylin, S. 425
I: Ich möchte von dir wissen, wie viele Fliesen in diesem Zimmer liegen.
S: Acht mal zwölf.
I: Mhm.
S: Aber hier ist ja diese . . .
I: Stört das?
S: Ja. Also erst mal muss ich diese hier.
I: Aha.
S: Sechs mal zwölf. Zweiundsiebzig.
I: Ja.
S: Jetzt muss ich noch diese. Vierundzwanzig. Sechsundneunzig Stück.
I: Ja, was hast du jetzt gerechnet?
S: Ich hab jetzt die weggelassen und die gezählt, das sind die zweiundsiebzig.
I: Ja, genau.
S: Und dann diese zusammen gezählt.
I: Ja, nur die letzten, das, was hast du da gemacht, zum Schluss hier?
S: Ah, nee die hier, die Reihe. Zwei mal neun muss ich machen.
I: Aha.
S: Neunzig.

Wie schon bei der vorangegangenen Aufgabe zeigten sich manche Schüler durch die ‚fehlende Ecke' der Figur verunsichert. Für diese Gesamtfigur war ihnen keine Formel bekannt, eine Zerlegung war ihnen erst im zweiten Schritt möglich.

Frauke, S. 383

I: Ja, mach mal einen Vorschlag.
S: Ich zähle nur die hier von den Seiten. *(Versucht so etwas wie den Umfang zu bestimmen)*
I: Ja, von allen Seiten?
S: Nee, das hier müsst ich wieder ergänzen, oder? Es würde leichter sein.

Eine etwas andere Lösung ist die Berechnung der Fliesenanzahl im Rechteck ($12 \cdot 8 = 96$), um dann die Ecke von ($2 \cdot 3 = 6$) Fliesen wieder abzuziehen.

Jörn, S. 343

I: Wie viele Fliesen sind in diesem Zimmer ausgelegt?
S: *(überlegt)* 96 Fliesen und wie lang das Stück ist mitrechnen. *(meint das $2 \cdot 3$-Quadrat)*
I: Ja. Aber das ist nicht dabei.
S: 96, also 90 Fliesen sind das.
I: Gut. Du hast sie nicht alle gezählt, du hast sie gerechnet und das hast du weggenommen das Stück, ne?
S: Ja, da habe ich 6 weggenommen.

Andrea, S. 398

S: Ja. Zwölf mal acht. Moment mal, sechsundneunzig.
I: Was hast du jetzt, jetzt hast du diese hier. Stimmt das?
S: Ja.
I: Was ist denn mit dieser blöden Ecke hier? Die gehört gar nicht zu dem Zimmer dazu.
S: Ja, kaufen wir die Fliesen und dann schneiden wir ab.
I: Ja, ist ja in Ordnung, aber das sind eigentlich zu viele Fliesen. Ich möchte wissen, wie viele in das Zimmer reingehen. Wie viel haben wir denn jetzt zu viel?
S: Ja, dann kommt neunzig, minus sechs.

Aylin, S. 425

I: Ich möchte von dir wissen, wie viele Fliesen in diesem Zimmer liegen.
S: Acht mal zwölf.
I: Mhm.
S: Aber hier ist ja diese ...
I: Stört das?
S: Ja. Also erst mal muss ich diese hier.
⋮
I: Ja. Erst hattest du sechsundneunzig. Du hast sechsundneunzig gesagt.
S: Sechsundneunzig, ja.
I: Da fehlen genau diese sechs. Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs.
S: Ja.
I: Das wolltest du am Anfang machen, zwölf ...
S: Dann noch mal zwölf, wollte ich wieder machen hier.

Aniela, S. 442
S: Mal ... *(schreibt)* 96.
I: Jawohl.
S: Mhm, dieser, vielleicht, ich weiß nicht.
I: Was ist mit denen? Stört dich da, ne?
S: Ja, das fehlt.
I: Fehlt das?
S: Oder minus sechs vielleicht?
I: Ja, denn die hast du bisher mitgezählt, ne?
S: Aha, 90.
I: 96 – 6 ist 90.
S: Ja 90.
I: Gut, was du einfach am Anfang gemacht hast, war das hier – 8 mal 12. Das wäre dieses Ganze hier gewesen, ne? Hast du richtig erkannt, das hier wegnehmen, ist wieder abgezogen. Vollkommen richtig.

Ein Schüler zeigte bei der Bestimmung der Teilprodukte Schwierigkeiten im Kleinen Einmaleins. Infolgedessen bearbeitete dieser Schüler später auch das Einmaleins-Quadrat (siehe 4.4.10), konnte dies jedoch problemlos ausfüllen.

Zusammenfassung Diese Aufgabe wird von verhältnismäßig vielen Schülern einwandfrei gelöst. Abgesehen von kleineren Schwierigkeiten sind die meisten Schüler in der Lage, die Anzahl der Quadrate in der Gesamtfigur zu bestimmen. Die Wege, auf denen die Lösung erreicht wird, sind jedoch höchst verschieden. Fast immer läuft dies auf eine bestimmte Zerlegung der Figur in Teilflächen heraus, deren Quadratanzahlen leicht bestimmt werden können – die Gesamtanzahl ergibt sich aus der Summe der Anzahlen der einzelnen Teile.

4.4.9 Fläche einer Figur

Diese Aufgabe ist vom mathematischen Inhalt mit der vorangegangenen Aufgabe zu vergleichen. Wurde die letzte Aufgabe jedoch von fast allen Schülern korrekt bearbeitet, ergaben sich hier wesentlich mehr Schwierigkeiten. Obwohl diese Aufgabe direkt nach der Flächenaufgabe mit den Fliesen bearbeitet wurde, die Überleitung auch entsprechend gestaltet wurde, versuchten 9 von den 12 Schülern, denen diese Aufgabe gestellt wurde, den Umfang der Figur zu bestimmen.

Erdem, S. 246
I: Jetzt habe ich eine Fläche, da sind keine, da sind keine, äh, Kästchen mehr eingezeichnet.
S: Hmhm.
I: Und trotzdem möchte ich gerne wissen, wie groß diese Fläche insgesamt ist. Wie kannst du das dort machen?
S: Rechne ich zusammen. Also, hier sind ja wieder 8 cm ...
I: Hmhm.
S: 18, 3, 7 cm. Hier 5, also hier runter.
I: Hmhm, kannst du mal ran schreiben.
S: Und hier, jetzt ist wieder wie da oben, das sind ja 18 cm und denn da 7 cm. Dann müssen wir da ... *(unverständlich)*

I: OK. Und jetzt geht es hier, richtig, nicht um Umfang, sondern um die Fläche.

Mirka, S. 264
I: Ja. So und jetzt möchte ich gerne wissen, wie groß die Fläche ist. Was tust du?
S: Ja, ich rechne die alle zusammen.
I: Ja? Wie? Plus?
S: Ja, plus.

Bilal, S. 284
I: Ja, genau. Zwei Rechtecke. Kriegst du die Flächen von diesen zwei Rechtecken raus?
S: Ja.
I: Ja? Wie geht das?
S: Indem ich hier, ... Das ist wie beim Umfang, 18, 18 ...
I: Hm. Ich möchte nicht den Umfang, ich möchte nur die Fläche haben.
S: Was ist denn die Fläche noch mal?
I: So was, was wir hier gemacht haben.

Einige Schüler versuchen sich auch für diese Gesamtfigur an eine Formel zu erinnern, um die Lösung daraus abzuleiten.

Erdem, S. 246
I: Kennst du eine Formel für das Ganze?
S: Wir hatten die mal aufgeschrieben, aber ...
I: Ich kenne keine Formel für das Ganze.
S: Da war irgendwas mit U =
I: U das ist was mit Umfang, ne. U Umfang.
S: A. A.
I: Ja, genau.
S: A = 2 mal ne.
I: Das wäre bei U.
S: Ja, ja, $1 \cdot a$ $1 \cdot b$ **mal plus**
I: Laß mal die Formel weg.
S: Jetzt habe ich es vergessen.

Nach einer Diskussion über die Gesamtfigur versuchten die meisten Schüler, eine Zerlegung in Teilfiguren vorzunehmen. Die erste Teilfläche ist in der Regel das linke Rechteck $(7 \cdot 8)$, dessen Fläche meist auch korrekt bestimmt wird. Das zweite Rechteck wird von vielen dieser Schüler dann jedoch mit $18 \cdot 3$ angegeben. Sie bemerken häufig nicht die Überlappung oder sind nicht in der Lage, dieses Problem zu lösen.

Aniela, S. 443
S: Hier muss man 18 mal 3.
I: Halt, 18 ist von hier bis hier. Vorsicht, den Teil haben wir aber schon. Jetzt müssen wir raus finden, wie viel ist es hier eigentlich!
S: Hm. Ah dann 18 minus 7 und das sind 11.
I: Ja.
S: Und 11 mal 3.
I: Ja, also das sind 33 und das hier sind 56, und zusammen?

S: Sind ... 89.

Corinna, S. 232
I: Genau. Und wie groß ist dieser Teil?
S: 54.

Mirka, S. 266
S: Ja, jetzt müssen wir auch noch ...
I: Was ist mit dem Teil? Hmhm.
S: Ja, 18 mal 3.
I: Sicher?
S: Mal 11 oder wie?
I: Frage ich dich. Welchen Teil kriegst du denn, wenn du 18 mal 3 rechnest?
S: 11 mal 11 muss ich jetzt doch rechnen.
I: 11 mal ...
S: Ja, weil 18 darf ich doch nicht nehmen.
I: 18 geht bis hier. Dann nimmst du diesen Teil doppelt hier. Denn haben wir aber schon.
S: Hmhm.
I: Deswegen *(unverständlich)*.
S: Also 11 mal 11.
I: 11 mal 11?
S: *(unverständlich)*
I: Du kannst dir da auch Hilfslinien reinzeichnen, dass du solche Fliesen kriegst.
S: 11 mal 3 muss das ...
I: Ach, aha.
S: 33. Sind drei Zentimeter.

Bilal, S. 285
I: Was ist mit der anderen Fläche dort?
S: Machen wir das Gleiche.
I: Mach mal.
S: 3 mal 18, das sind ...
I: Richtig? 3 mal 18 stimmt das?
S: Ja.
I: Zeig mir mal die $3 \cdot 18$-Fläche. Mal dir die mal grün ein, die $3 \cdot 18$-Fläche.
S: Oh, das geht doch gar nicht 3 mal 18.
I: Was geht nicht? Also, soll ich mal einzeichnen 3 mal 18?
S: Ja.
I: Das sind 18 hier.
S: Hm.

Darius, S. 454
S: Und jetzt 18.
I: Sicher?
S: Oder 3.
I: Vorsicht. Die 18 steht da ein bisschen blöd.

S: Ach nee, ich hab das ja eingeteilt.
I: 18 Meter ist das alles hier.
S: Jaa, ich hab's schon.
I: Was passiert, wenn du jetzt 18 mal 3 rechnest?
S: 11 mal 3 sind 33.

Haben diese Schüler erkannt, dass die Länge der unteren Seite 18 cm beträgt, sie aber nur einen Teil dieser Seite benötigen, fällt es einigen Schülern schwer, die korrekte Länge zu bestimmen.

Jörn, S. 345
I: Und noch ein Rechteck. Kannst du die Fläche von Rechtecken bestimmen?
S: Ja, das und das sind gleich lang.
I: Jaa, Vorsicht. Das hier unten sind 18 Meter insgesamt.
S: Hmm. Ja, ne. ... bis hier. – Das müsste ... die Hälfte sein.
I: Hmm. Kannst du das genau sagen, wie lang das hier ist, dieses Stück?
S: Wenn das 18 sind, dann müssten das 9 – 7. Ungefähr 7 sein.
I: Nee, kann man genau bestimmen. Weißt du, wie lang das Stück ist, hier?
S: Nein.
I: Warum? Das weißt du.
S: 7.
I: Aha. Weißt du jetzt, wie lang das Stück daneben ist?
S: Mhm, 11.
I: Aha. Gut, dann kannst du es dran schreiben.

Corinna, S. 233
I: Wo sind die 18 Zentimeter?
S: *(unverständlich)*
I: Ja? Sicher?
S: *(unverständlich)*
I: Aha, genau. Weißt du, was du gerade gemacht hast? Du hast in diesem, dieses Teil gerechnet. Siehst du auch, ne? Irgendwas ist nicht ganz in Ordnung. Was müssen wir machen. Den Teil hast du nämlich schon. Ne? Was brauchen wir?
S: *(unverständlich)*
I: Dieses hier. Dieses Stück. Das kann man ausrechnen.
S: *(unverständlich)*
I: Du brauchst dieses Stück, wie lang das ist? Du musst erst mal gucken, wie lang das ist, dieses Stück. Diese Linie da oben. Da unten sind 18, von da bis da. Und das ist kürzer, ne, also weniger als 18 cm.
S: 15
I: Wie kommst du auf 15?
S: 18 minus 3.
I: Die 3 sind doch hier. Da. Dann müssten das ja hier 3 Zentimeter sein. Ne? Sind das 3? Ne. Wie viel ist denn das hier?
S: 4.
I: 4? Wie kommst du darauf? Geschätzt?
S: Gleich 7.
I: Gleich 7! Warum 7?
S: Weil die gleich groß ist.
I: Ist gleich groß? Warum?

S: Weil ein Rechteck.
I: Das ist beim Rechteck so, ne. Du hast eben gerechnet 7 mal 8. Da hat man wahrscheinlich auch 8. OK.
S: *(unverständlich)*
I: Halt. Du hast mir gerade gesagt, das hier, das hier unten sind 7. Kann man auch dranschreiben, ne? Dieses hier sind 7. Das insgesamt sind 18. Die Striche hier sind ein bisschen blöd. Das sieht so aus, als sind das da 18. Wie lang ist dieser Strich?
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm. Würdest du sagen, das Stück sind 7 und insgesamt sind das 18.
S: *(unverständlich, murmelt irgendwie 11)*

Aylin, S. 428
I: Wie kriegen wir raus, wie viel das eigentlich hat?
S: Achtzehn mal drei.
I: Halt. Achtzehn ist die ganze Länge da unten.
S: Aja.
I: Was würdest du bekommen wenn du achtzehn mal drei rechnest? Das hier. Das wollen wir aber nicht, weil das haben wir ja schon. Ich möchte nur wissen, wie groß das Stück ist. Müssen wir rausfinden ...
S: Das sind hier die acht, die acht.
I: Ne, ne, das sind, wie viele sind das hier?
S: Das sind acht, ne sieben.
I: Genau, sieben sind das. Richtig.
S: Und das sind drei, also sind das zusammen einundzwanzig.
I: Nein, halt, halt, halt.
S: Ach achtzehn sind das.
I: Müssen wir genau hingucken, langsam. Achtzehn sind das hier unten.
S: Ach so.
I: Das sind achtzehn, ja. Und das hier sind, hast du eben gesagt, wie viele?
S: Sieben.
I: Und wie viele bleiben dann hierfür übrig, für dieses Stück?
S: Wie jetzt?
I: Das alles hier sind achtzehn.
S: Ja.
I: Das sind sieben. Wie lang ist denn dieses Stück von hier bis da?
S: Neun?
I: Nicht raten.
S: Nein, aber ich habe sieben ...
I: Ach so.
S: Elf.
I: Elf. Also kann man sagen, das hier ist das Stück, von da nach da. Kannst du auch hinschreiben.
S: Wohin, hier?
I: Nee, da, das sind ja sieben. Da, ne. So weißt du jetzt, wie viel das Stück hier drüben ist, dies hier, bis hier hin nur?
S: Elf, elf Zentimeter.

Viele Schüler haben Probleme damit, die Bedeutung der Maße an den einzelnen Seiten zu erfassen. Häufig interpretieren sie diese Längenangaben als einzelne Summanden, so dass sie schließlich zur Bestimmung des Umfangs kommen. Ein Vergleich mit der vorherigen Aufgabe gelingt ihnen nicht. Erst der Tipp, einzelne Kästchen einzuzeichnen, lässt sie die Ähnlichkeit der Aufgabe (oder auch der Fragestellung) mit der vorherigen erkennen.

Mirka, S. 266

I: Wenn du hier Kästchen reinzeichnen würdest, geht das dann? Und wie würdest du das machen?
S: Hä.
I: Soll ich dir 'nen Tipp geben?
S: Ja.
I: Guck mal hier. *(unverständlich)*, da ne Linie und die teilst du noch mal durch. Jetzt habe ich hier acht Linien, da steht ne 8.
S: Ja. 8.
I: Und das hier müssen jetzt 7 werden. Das kann ich aber nicht so gut aufteilen. Das machen? *(Pause)* Wie viel Fliesen sind da? *(Pause)* Wie viel kleine Kästchen?
S: Oh Gott, ich weiß jetzt, wie so was wieder war.
I: Ja? Erzähl mal. … Jetzt musst du mal rechnen und nicht plus.

Jennifer, S. 331

I: Darf man das machen? Hast du ja hier auch gemacht. Hat funktioniert.
S: Ja, ja, aber da waren ja die Kästchen.
I: Jetzt hab ich sie eingezeichnet. Jetzt sind sie da. Also darfst du das tun, ne?
S: *(überlegt)* Also 11 mal 3.
I: Ja.
S: Sind 33.
I: Richtig. Für diesen Teil, ne?
S: *(nickt)*
I: Hättest du das auch machen können, bevor ich die Linien gezeichnet habe?
S: Obwohl doch, eigentlich schon.
I: Ich habe ja nichts verändert an den Zahlen. Die Zahlen sind die Gleichen geblieben, ne?
S: Hätte man auch machen können.

Jörn, S. 345

I: Denk an die Fliesen. Ich zeichne dir mal ein paar Fliesen ein hier. Das sind Fliesenreihen.
S: Hmm.
I: 8 Reihen. Das ist … so wie hier. So, schau mal auf diese Reihen dort. Wie viel Fliesen sind das? Brauchst du nicht weiterzählen, ne. Steht übrigens hier. Das sind 8.
S: Das sind 7.
I: Genau.
S: 56.
I: Aha. Haben dir die Fliesen, … hier geholfen?
S: Ja schon. Es geht viel leichter … weiter zählen.
I: Ja. … du brauchst doch gar nicht zählen, du hättest das da sofort gesehen.
S: …
I: Das irritiert nur, weil das natürlich eine weiße Fläche da ist, ne.
S: Ja genau.
I: Gut. Soll ich da auch noch Fliesen einzeichnen?
S: Nein. 11 mal 3. – 33.

Özlem, S. 485

I: Ja, genau. Hilft uns das hier unten für das da? So nicht? Ich zeichne dir mal ein paar Fliesen hier ein. Und zwar teile ich dieses Stück hier ab. Ich zeig dir so, hier siehst du jetzt 8 Reihen Fliesen, 8 Reihen. Und in dieser Reihe liegen genau 7 Fliesen. Hilft dir das? Wie viele Fliesen sind in diesem Teil?
S: 5, ahm, 8 alles.
I: Ja sind 8.
S: 56.
I: Ja. Das steht schon dran, dass da 8 Fliesen sind, in der Reihe. Und da oben steht auch 7.
S: Ja ...
I: Steht ja schon.
S: Ja 8 mal 7 sind 56.
I: Ja, ganz genau. Das heißt also 56?
S: Fliesen.

In einem abschließenden Vergleich wurde darüber diskutiert, warum diese beiden Aufgaben so unterschiedlich erschienen und dadurch bei der zweiten Aufgabe Probleme entstanden, die sich bei der ersten Aufgabe nicht ergeben hatten.

Jörn, S. 346

S: Was ist jetzt der Unterschied zwischen diesen beiden Aufgaben?
I: Eigentlich gar nix.
S: Eigentlich nix.
I: Aber das hat dich irritiert da.
S: Genau. Aber das hätte man vorher wissen können.
I: Hmm. Du kannst ja sagen, das sind einfach Fliesen, die einfach einen Meter lang sind jeweils.
S: Hmm.
I: Davon passen 8 Stück da hin und 7 Stück da hin. Ist es dann klarer?
S: Ja. Ja, ist eigentlich dasselbe.
I: Ist dasselbe, aber man kann sich das leichter vorstellen, wenn da so ein Gitter drin ist, ne.
S: Ja, genau. Geht leichter zu rechnen.
I: Ja, weil man es eher sieht. Aber bei dem hast du es nicht mehr eingezeichnet. Da ging es auch so.
S: Ging auch so.

Aylin, S. 429

I: Was ist daran so anders als an diesem hier?
S: Ja, hier, hier kann man die Kästchen zählen. Hier nicht, muss man malrechnen.
I: Da hast du auch mal gerechnet.
S: Ist schwieriger.
I: Halt Aylin, hier hast du auch mal gerechnet. Du hast vorhin auch gerechnet.
S: Ja, acht mal sieben hab ich auch gerechnet.
I: Da hast du auch mal gerechnet. Du hast hier sogar erst die Kästchen gezählt, da musstest du die Kästchen gar nicht mehr zählen. Da stand sofort die Zahl daneben zum Mal-Rechnen.

S: Trotzdem ist das schwieriger.
I: Aber es irritiert, ne, weil hier siehst du die einzelnen Felder, da nicht. Wir könnten die natürlich da einzeichnen. Wir könnten dann hier mal so, ich kann das ja mal ... Siehst du's jetzt?
S: Dann ist das ja doch leichter.
I: Passt, ne. Wir übertragen das hier mal nicht, nur dieses Teil hier.
S: Das ist doch leichter hier.
I: So ist's besser?
S: Ja.
I: Was würdest du jetzt machen? Würdest du zählen oder?
S: Erst das und dann das zählen.
I: Ja. Das sind eins, zwei, drei, acht sind das, ne. Steht da schon. Und das da oben?
S: Sieben.
I: Steht da auch schon.
S: Acht mal sieben.
I: Genau.
S: Also ist das dasselbe.
I: Das wäre dasselbe. Wäre es so leichter gewesen?
S: Ja, nein. Das wäre dasselbe für mich.

Darius, S. 454
I: Ja. Warum ist das so schwer gewesen? Ist das schwerer als das gewesen?
S: Ja.
I: Ja? Wäre es leichter gewesen, wenn ich dir hier ein paar Fliesen eingezeichnet hätte? Pass mal auf, ich mach dieses hier *(zeichnet).* Hier sind 8 Reihen.
S: Und sieben, hmm.
I: Hätte das geholfen?
S: Ja.
I: Jetzt ist genau so wie da.
S: Ja.
I: Aber das brauche ich ja gar nicht, weil die Zahlen da schon dran stehen.
S: Ja, mit Zahlen ist eigentlich leichter.
I: Eigentlich ja, ne? Weil man braucht gar nicht mehr zählen.
S: Ja.

Mirka, S. 267
I: Warum sind die so unterschiedlich schwer?
S: Ja, weil hier sind Kästen eingemalt und da nicht. Da musst du selbst machen oder so?
I: Hmhm. Das kann man ja machen, denn da stehen ja Zahlen dran.
S: Ja. Vielleicht leuchtet das hier jemand nicht gleich ein, Sie denken wie die hier. So habe ich auch erst gedacht. So wie die.
I: Hmhm. Ja. Dir ist also gar nicht so ganz klar gewesen, was diese 8 cm eigentlich heißen?
S: Ja. Doch eigentlich schon, ich wusste ja auch 8 Zentimeter, das ist diese Linie, ne?
I: Ja.
S: Ja, aber ich wusste nicht, wie ich die teilen soll, damit ich weiß, wie groß es wird.
I: Man kann nicht sofort sagen ...
S: Malnehmen.
I: Du hast nicht sofort daran gedacht, dass das eigentlich 8 Teile hintereinander sind.

S: Ja, habe ich mir nicht gedacht.
I: Das sind 8 Zentimeter, das ist einfach ein Maß. Man könnte ja auch sagen, das sind 8 Meter. Dann ist das Ganze etwas größer. Man kann auch sagen, das sind 8 besondere Einheiten. Wenn die nun so lang sind, dann ist das auch egal.
S: Hmhm.
I: Kannst auch 8 solche Fliesen nehmen.
S: Ja.
I: Ja? Das ist einfach nur eine Maßzahl. Das stimmt, das ist etwas gemeiner als das, aber eigentlich ...
S: Ja.
I: ... ist das das Gleiche.
S: Ist das Gleiche.
I: Dann weiß man auch, das man das teilen muss. Hier hast du ganz von alleine, hast gesagt, ich kann erst den Teil nehmen, dann den Teil.
S: Ja, das ist mir irgendwie leichter gefallen, weil man halt, man konnte sehen, wie man es machen muss, also.
I: Ja, aber du hast auch hier nicht, äh erst diesen ganzen Teil genommen, mal das, sondern du hast gleich gesagt, so ich kann nur das nehmen. Die Zahl, hast du da ausgezählt ...
S: Ja, wissen Sie warum?
I: Ja?
S: Weil ich gesehen habe, dass man hier nicht die 6 dazu noch machen kann.
I: Ja. Die fehlt da irgendwie.
S: Gucken Sie mal, wenn Sie hier zählen, mal das, dann kommt ... also kommt schon was raus, aber das Falsche.
I: Ja, richtig.
S: Weil im Prinzip machste dann ja 6 dazu noch.
I: Und das ist hier unten ja ganz ähnlich. Da hast du auch einen Strich gezogen ...
S: Ja.
I: ... und deswegen diese Sachen ausgerechnet. Nur das, dann mit dem Mal nehmen hat nicht so ganz geklappt.
S: Hmhm.

Erdem, S. 248
I: Diese beiden Aufgaben, haben die was miteinander zu tun? Oder sind die völlig unterschiedlich?
S: Die sind beide gleich. Nur das hier, weil es keine Kästchen hat.
I: Hat keine Kästchen. Genau. Das ist ein bisschen anders.
S: Das ist ein bisschen schwerer.
I: N' bisschen schwerer, aber man kann sich Kästchen vorstellen.
S: Ja.

Jennifer, S. 331
I: Ja, das war leichter als das, sozusagen.
S: *(nickt)*
I: Warum?
S: Weil da irgendwie die Kästchen und dann irgendwie.
I: Ja.
S: War es einfacher.

I: Ja, konnte man besser sehen.
S: *(nickt)*
I: Da stand nur irgendeine Zahl. Da waren ja gar keine Zahlen drin. Also würden dir die Kästchen besser gefallen als die Zahlen?
S: Ja.
I: Hat dir das geholfen, da solche Linien rein zu zeichnen?
S: *(nickt)* Auf jeden Fall, ja.
I: Kannst du dir solche Linien, auch wenn sie da nicht sind, da vorstellen?
S: Vorstellen nicht, aber ich würde sie mir wahrscheinlich irgendwie dann auch einzeichnen.

Zusammenfassung Im Vergleich zu der vorherigen Aufgabe traten bei dieser Aufgabe wesentlich mehr Schwierigkeiten auf. War die Zerlegung in einfach zu bestimmende Teilfiguren vorher noch nahezu selbstverständlich, gelang dies bei dieser Aufgabe oft erst in einem zweiten Versuch. Doch auch nach der Zerlegung in zwei Rechtecke war die Bestimmung des Flächeninhalts der einzelnen Teilflächen problematisch. Häufig wurde sowohl bei der Gesamtfigur als auch bei den Teilfiguren mit der Bestimmung des Umfangs begonnen. Schwierigkeiten bereitete nach der Teilung in zwei Rechtecke die Bestimmung der Länge der Teilstrecken aus der getrennten Gesamtlänge am unteren Rand der Figur. Häufig brachte erst das Einzeichnen der Spalten und Zeilen von Einheitsquadraten die Erkenntnis, dass diese Aufgabe sehr eng mit der vorherigen verbunden war – dann gelang die Lösung problemlos.

4.4.10 Einmaleinsquadrat

Das Einmaleinsquadrat wurde nur Schülern vorgelegt, bei denen während der Bearbeitung der vorangegangenen Aufgaben der Eindruck entstanden war, dass sie bereits Schwierigkeiten im Bereich der Grundrechenarten hatten. Bei fünf Schülern stellte sich heraus, dass sie das Einmaleinsquadrat problemlos bearbeiten konnten.

Drei Schülerinnen zeigten jedoch auffällige Probleme, insbesondere im Bereich der Platzhalteraufgaben. Es fiel ihnen schwer, aus den gegebenen Aufgabenteilen eine geeignete Lösungsstrategie abzuleiten. Der Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division schien bei diesen Schülerinnen kaum verinnerlicht oder gar nicht vorhanden. Das Umstellen der Aufgaben war auch hier häufig nicht möglich (vgl. 4.4.4).

Die Einmaleinsreihen wurden zum Teil nicht sicher beherrscht, so dass Verwechslungen stattfanden und Widersprüche nicht bemerkt wurden.

Milena, S. 300
I: So, und jetzt fehlen uns natürlich Zahlen. Die müssen wir rauskriegen. Wie kriegen wie die raus?
S: 4?
I: Meinst du, das klappt? Wie müsste die Aufgabe denn lauten? Das hier, 5 mal das, was da rein soll, ist gleich 30.
S: 5 vielleicht?

I: Probier mal aus! *(Pause)* Stimmt das jetzt?
S: Ja? Oder?
I: 5 mal 5 ist?
S: 25.
I: Also stimmt da oben die 5 nicht.
S: Hmhm *(Verneinung)*
I: Dann muss da wohl eine andere Zahl rauskommen.
S: 4?
I: Probier mal die 4 aus. *(Pause)*
S: Na.
I: Stimmt auch nicht. Hmhm. *(Pause)*
S: 5 oder?
I: 5 hatteste schon. Also 4 und 5 könnte nicht sein. Die hatteste beide probiert. *(Pause)*
S: 6?
I: Probier mal aus.
S: 30.
I: Stimmt das? Dann muss die 6 da oben wohl stimmen.
S: Ja.
I: Dann kannst du jetzt auch weiter rechnen.
S: 5 mal 6.
I: 5 mal 6 ist 30. Das stimmt. Jetzt kannst du auch dieses Feld ausrechnen. Jetzt fehlt, jetzt ist hier ja was.
S: 5?
I: Ja, OK. Jetzt können wir wieder nicht richtig weiterrechnen. 4 mal „wissen wir nicht" ist gleich 28. *(lange Pause)*
S: 4?
I: Ist aus?
S: 4 mal 6. *(Pause) (unverständlich)* Sind 4.
I: Hmhm. *(unverständlich)*
S: 3?
I: 4 mal 3 haben wir ja schon hier, das sind 12.
S: Ja, 12.
I: 4 mal 5, äh, 4 mal 6 haben wir auch schon, bis 24. Das ist aber noch größer. Was meinst du, muss dann die Zahl auch noch größer sein als 6?
S: Ja. Dann 7.
I: Probier mal. *(lange Pause)* Stimmt das, 4 mal 7?
S: Ja.
I: Ja, dann darfst du die 7 da reinschreiben.
S: Und jetzt 5 mal 7?
I: Hmhm. *(Pause)* So, wo können wir jetzt weitermachen? Ja, genau.
S: Sind 6?
I: Das hier, was wir nicht kennen, mal 3 ist gleich 6.
S: 2.
I: Ja.
S: Ja, 2.
I: Schreib das mal rein! Ist gleich 6. Jetzt kannst du wieder weiterrechnen.
S: Jetzt 2 mal 6 rechnen?
I: Wo? 2 und 2.
S: 2 mal 2. *(Gong, Sprache unverständlich)*

I: 2 mal . . .
S: 2 mal 6.
I: Ja.
S: 12? Stimmt?
I: Ist richtig, ja.
S: 2 mal 7?
I: Ja. Kriegst du die letzte Reihe auch noch hin? Da fehlt wieder eine Zahl. Diese Zahl mal 2 ist gleich 14.
S: 4?
I: Probier es aus! 4 mal 2?
S: Nein.
I: Stimmt nicht, ne? *(lange Pause)*
S: 7?
I: Probier mal aus! *(lange Pause)* Stimmt das?
S: Vielleicht.
I: Ja. 7 mal 2 ist gleich 14.
S: 14.
I: Dann kriegst du die letzten drei Zahlen auch noch raus. *(lange Pause)*
S: 7?
I: 7 mal 3, 42? Stimmt das?
S: 7 mal 6.
I: Ah, nein, nicht 7 mal 6. 7 mal 3 . . .
S: Ach so, ja, stimmt nicht.
I: Du hast 7 mal 6 gerechnet.
S: Ja.
I: Nein, 7 mal 3 ist gleich?
S: 21.
I: Sind jetzt 7 mal 6 und 7 mal 7.
S: 72?
I: Nein, 7 mal 7 ist?
S: 7 . . . *(unverständlich)*
I: 49. Ja?
S: Ja, 49.
I: Du warst bei der Achter-Reihe.
S: Ja.

Silke, S. 369
S: Vierundzwanzig. Acht mal vier.
I: Acht mal vier ist?
S: Vier mal neun, sind siebenundzwanzig?
I: Ja, nee. Acht mal – vier mal neun sind nicht siebenundzwanzig. Drei mal neun sind siebenundzwanzig. Was möchtest, du möchtest dies hier ausrechnen gerade?
S: Ja.
I: Ja. Du hast vier mal – das ist achtundzwanzig.
S: Sieben.
I: Stimmt das? Zähl noch mal nach.
S: Nee.
I: Nein? Warum nicht?
S: Sind einundzwanzig.

I: Das wäre bei der Dreierreihe, glaube ich, drei mal sieben ist einundzwanzig.
S: Ja.
I: Was ist vier mal sieben?
S: Achtundzwanzig.

Jessica, S. 472
S: Ohh, ha ha. Warten Sie mal.
I: Ja, was fehlt dir noch? Wo hast du ein Problem?
S: Hier.
I: Ja, wie kann man das rauskriegen, was hier oben hingehört?
S: Da.
I: Ist das geraten?
S: Gerechnet.
I: Wo hast du gerechnet?
S: Ja, plus.
I: Nee, es hat hier nichts mit plus zu tun, aber da steht schon eine Zahl und da steht auch eine Zahl.
S: Ja.

Zusammenfassung Ähnlich wie bei den Lückenaufgaben (siehe 4.4.4) traten hier im Wesentlichen Schwierigkeiten auf, wenn das Ergebnis nicht am Ende einer Rechnung stand, sondern wenn ein Faktor sowie das Produkt gegeben waren. Die Flexibilität, daraus eine Division abzuleiten oder zu erkennen, in welcher Einmaleinsreihe sich das Produkt befand, war meist nicht gegeben. Die Bestimmung der Lösung erfolgte in solchen Fällen häufig über das Raten von möglichen Ergebnissen. Selbst die Überprüfung dieser geratenen Lösungen erwies sich als schwierig, das sichere Beherrschen des Kleinen Einmaleins war bei diesen Schülern deutlich nicht vorhanden.

4.4.11 Dreisatzaufgaben

Die Dreisatzaufgaben wurden nur wenigen Schülern vorgelegt. Ein Schüler hatte meist recht schnell die Lösungen der vorangegangenen Aufgaben bestimmt und konnte auch diese Aufgaben problemlos lösen. Zwei andere Schüler hatten große Probleme mit diesen Aufgaben, obwohl deren Inhalt erst vor kurzer Zeit Gegenstand des Mathematikunterrichts war. Die erste Schülerin weiß bei der ‚Cola-Dosen-Aufgabe' keine sinnvolle Möglichkeit, zu beginnen. Der zweite Schüler vermutet den Preis für eine Dose zu erhalten, indem er durch 4 teilt. Nachdem dies jedoch geklärt ist, vermag er die Aufgabe korrekt zu lösen.

Silke, S. 370
S: Am Kiosk kosten drei Dosen Cola zwei Euro vierzig. Was kosten zwei Dosen?
I: Kriegst du das raus?
S: 3 mal 2?

I: Was rechnest du jetzt?
S: Also 3 Dosen ...
I: 3 Dosen kosten 2,40. Werden zwei Dosen mehr oder weniger kosten als 2,40?
S: Weniger.
I: Weniger, okay. Haben wir schon mal eine Richtung.
S: Minus.
I: Minus, ja aber was minus?
S: 3 minus 2.
I: Hilft uns das?
S: Ja.
I: Ja? Mach doch mal. Und jetzt?
S: *(Pause)*
I: Was machen wir mit der eins? Hilft uns das was? Ich glaub schon, die hilft uns was. Kannst du mir sagen, was eine Dose Cola kostet. Drei Dosen kosten zwei Euro vierzig. Was kostete eigentlich eine Dose Cola?
S: Ein Euro ...
I: Ein Euro?
S: ... vierzig.
I: 1,40? Glaub ich nicht. Wenn eine Dose ein Euro vierzig kostet, dann kosten zwei Dosen 1,80, äh, 2,80 und drei Dosen kosten 4,20. Da steht aber drei Dosen kosten 2,40.
S: Dann kosten zwei Dosen 1,20.
I: Nee, mit der 1,20 kommst du nicht ganz hin. Wie kommst du darauf? Ich möchte von dir eigentlich wissen, was eine Dose kostet.
S: 50 Cent.
I: 50 Cent? Wie kommst du darauf? Was muss man rechnen? Ihr habt so was glaub ich gemacht, das nennt ihr Dreisatz. Ja, ist das richtig?
S: Ja.
I: Wie ging das?
S: So in einer Tabelle.
I: Gut. Kriegst du so eine Tabelle hin?
S: Ja.
I: Probier mal. Habt ihr da gleich ne 2 hingeschrieben oder vielleicht erst ne 1 und dann da drunter noch ne 2? Man kann das so machen, das ist ein bisschen schwieriger. Ein Tipp wäre, du schreibst hier erst mal eine 1 hin, wie kommst du von 3 zu 1, ja. Und machst dann da drunter noch ne 2, das kann man dann ja gucken. Gut.
S: Mal 2?
I: Von 3 zu 1, wie kommst du dahin? Das wird kleiner, ne.
S: Minus 2.
I: Ja, minus 2, aber das macht man beim Dreisatz gar nicht. Da rechnet man mal oder geteilt. Wie wäre es mit geteilt durch 3?
S: Und hier auch.
I: Und dann da auch. Ist gemein – 2,40 durch 3, ist ne krumme Zahl. Können wir das irgendwie vereinfachen? Kannst du 24 geteilt durch 3 rechnen?
S: Ja.
I: Ja? Was ist denn das? Mach mal eine Nebenrechnung.
S: Sind acht.
I: Ja. So, und jetzt guck dir noch mal 2,40 durch 3 an.
S: Acht Komma ...
I: Vorsicht. Wird das mehr oder weniger als zwei Euro vierzig sein?
S: Weniger.

I: Weniger, ja. Also wird das schon schwierig, wenn da vorne 8 steht, ne. Aber eine 8 muss drin sein, ne.
S: Hier hin?
I: Da auf jeden Fall eine 8, ja.
S: Hier eins?
I: Sicher? Ich glaub nicht. Ich glaub nicht.
S: Hier noch ne Null.
I: Ja. Vorne nichts, vorne gar nichts?
S: Nein.
I: Gut. Was kann man hinschreiben, wenn gar nichts da steht? Ne null, hatten wir vorhin auch schon mal. Gefällt dir das? Was heißt denn das jetzt? Wie teuer ist denn da eine Dose?
S: 80 Cent.
I: Richtig, 80 Cent.
S: Aber jetzt müssen wir noch zwei.
I: Genau. Jetzt kommt der nächste Schritt. Wie kommt man von eins zu zwei?
S: Mal zwei?
I: Ja, genau.
S: Ein Euro sechzig.
I: Jawohl, geht doch.

Özlem, S. 487
I: Ich möchte wissen, wie viel 2 Dosen eigentlich kosten, ne? 3 Dosen Cola kosten 2 Euro 40. Kannst du mir sagen, was eine Dose kostet?
S: Eine Dose?
I: Ja, wenn 3 Dosen 2 Euro 40 kosten, was kostet eigentlich eine Dose?
S: 60 Cent?
I: Nicht ganz. Hast dich verrechnet ... Was hast du gerechnet? 2 Euro 40 durch 3?
S: Ja.
I: Ja, ist nicht 60. Ist was anderes.
S: Ist ...
I: Hast geteilt durch 4 gerechnet. 2 Euro 40 geteilt dich 4 sind 60 Cent ... 2 Euro 40 geteilt durch 3?
S: 8.
I: 8, und was ist das in Cent?
S: 80.
I: 80 Cent kostet eine Dose, genau. Was kosten 2 Dosen?
S: 1 Euro 60.

Die erste Schülerin erkennt bei der zweiten Aufgabe *(Gärtner)* nicht, dass es sich hier um eine andere Art der Aufgabe (Antiproportionalität) als bei der ‚Cola-Dosen-Aufgabe' handelt. Der zweite Schüler hat ein ähnliches Problem, darüber hinaus gelingt es ihm nicht, eine geeignete Tabelle aufzustellen.

Silke, S. 372
I: Gut, wir gucken uns noch eine Aufgabe an, schaffen wir noch.
S: Wieder dasselbe.
I: Genauso? Gut.
S: *(rechnet)*

I: Auch Stunden? Jetzt hast du vorne Stunden geschrieben und hinten auch Stunden. Mehr. Um wen geht es denn? Personen oder um die Stunden?
S: Gärtner.
I: Gärtner. Würde ich sagen – schreiben wir Gärtner hin. Wie viel Gärtner sind es denn bei drei Stunden? Wollen wir einmal festhalten. Da steht, zwei Gärtner brauchen drei Stunden, um den Rasen zu mähen. Was musst du bei Gärtner hinschreiben?
S: Zwei.
I: Ja. Also umgedreht haben wir das Ganze jetzt.
S: Geteilt durch drei.
I: Vorsicht, jetzt musst du dir die Aufgabe noch mal ganz genau angucken. Wenn du jetzt durch drei teilst, dann kriegst du irgendeine Bruchzahl. Kann das sein?
S: Nee.
I: Dann haben wir halbe Gärtner oder so was nachher. Die kenn ich nicht, hab ich noch nicht gesehen. Die wollen schneller fertig werden. Meinst du denn, kommen die damit hin, wenn es weniger Gärtner sind? Die wollen schneller fertig werden. Braucht man da mehr oder weniger Gärtner?
S: Mehr.
I: Mehr. Aha, ist also was anderes als hier oben, ne. Was muss man jetzt hier rechnen?
S: Mal.
I: Mal. Wird das dann mehr?
S: Ja. Sind sechs.
I: Sind sechs. Kann das hinkommen? Guck dir es noch mal an, die Aufgabe.
S: Nee.
I: Nein? Warum nicht?
S: Doch.

Özlem, S. 487
I: 2 Gärtner brauchen 3 Stunden, um einen Rasen zu mähen. Möchtest das Ganze aber in einer Stunde geschafft haben. Was meinst du, brauchst du dazu mehr Gärtner oder weniger Gärtner?
S: Mehr.
I: Mehr, müssen schneller, mehr arbeiten.
S: 3.
I: 3? Da steht 2 Gärtner brauchen 3 Stunden. Wie viele brauchst du, wenn es in einer Stunde geschafft sein soll?
S: Ein Gärtner.

Zusammenfassung Obwohl diese Aufgabentypen kurz vor der Aufnahme der Interviews Inhalt des Mathematikunterrichts waren, hatten einige Schüler deutliche Probleme mit diesen Aufgaben. Die fehlende Erfassung und Interpretation der geschilderten Sachsituationen verhinderte ein korrektes Lösen der Aufgaben.

4.4.12 Kapitänsaufgabe

Die letzte Aufgabe wurde 7 von den 18 Videoschülern gestellt. Von diesen Schülern gaben 2 Schüler sofort an, dass die Zeit, die ein Chor für das Lied benötigt, nicht von der Anzahl der Sänger abhängig ist. 2 Schüler nahmen an, dass der Chor mit doppelt so vielen Sängern nur die halbe Zeit benötigt, während die restlichen 3 Schüler angaben, dass doppelt so viele Sänger auch doppelt so lange benötigen würden. Im Gespräch wurde das Thema auf mehrere Arten diskutiert, auch der Vergleich mit dem Kochen eines oder mehrerer Eier wurde angestellt. Während manche Schüler bei der Erwähnung des Eierkochens auf die korrekte Lösung kamen, versuchten andere Schüler weiterhin eine rechnerische Lösung.

Als Beispiel für diese Gespräche über sinnvolle oder sinnlose Aufgabenstellungen mag das folgende Schülergespräch dienen.

Bilal, S. 287

I: Da unten steht eine Aufgabe noch. Lies mir die mal bitte vor.
S: Ein Schulschor ...
I: Ein Schulchor.
S: Schulchor mit 10 Schülern braucht für ein Lied 5 Minuten. Wie lange braucht ein anderer Chor mit 20 Schülern? – 2,5 Minuten, also 2 Minuten und 50 Sekunden.
I: Ja? Ist das so?
S: Ah. 2 Minuten und 30 Sekunden.
I: Kannst du Eier kochen, Bilal?
S: Ja.
I: Wie lange braucht ein Ei, um hart zu kochen?
S: Ungefähr 10 Minuten, 10 bis 12 Minuten?
I: Das wird aber ein sehr hartes Ei dann.
S: Ja ungefähr so ...
I: Ja, OK, machen wir ein 10-Minuten-Ei.
S: Sagen wir 9 Minuten, 8-Minuten-Ei.
I: 8 Minuten-Ei. Wie lange brauchen zwei Eier? Du tust zwei Eier in den Topf.
S: Ja, auch 18 äh auch 8.
I: Auch 8 Minuten? Nicht 16?
S: Ne. Kochen doch beide gleichzeitig.
I: Was ist mit dem Chor? Der Chor mit 10 Leuten singt ein Lied, braucht 5 Minuten für das Lied. Sing du mal das Lied, wie lange brauchst du dafür?
S: Auch ... *(lacht)* Ey, ich bin so doof, Alter. Natürlich brauch ich auch 5 Minuten.
I: Wie ist das mit dem ...
S: Ist egal, doch ob das 20 Leute sind oder ... Hauptsache das gleiche Lied und es geht 5 Minuten lang. Ey.
I: Wenn's um Mathe geht, muss man nicht immer rechnen, merkst du?
S: Wissen Sie, was ich dann richtig schnell ...
I: Ja siehst du? Siehst du ... Alles klar?
S: Ja.

Zusammenfassung Es fällt auf, dass viele Schüler hier eine Berechnung vornahmen, obwohl nach der Analyse der Sachsituation nichts zu berechnen war. Dies macht deutlich, wie sehr Schüler im Zusammenhang mit Mathematik auf die Berechnung von Ergebnissen fixiert sind und sich häufig an Formeln und Rezepten orientieren. Ohne eine Beurteilung der Sachsituation ist diese Aufgabe nicht zu beantworten. Aber auch die Entscheidung, ob in einer Aufgabe eine proportionale oder eine antiproportionale Zuordnung vorliegt, erfordert eine Beurteilung einer Sachsituation – ein unverstandenes ‚Losrechnen' hat auch in einem solchen Fall nur eine 50-Prozent-Chance zur korrekten Lösung (selbst dann, wenn keine Rechenfehler entstehen).

4.5 Ein Fazit

Bei einer Gesamtbetrachtung der Gespräche mit den Interview-Schülern fällt auf, dass es tatsächlich ganz bestimmte Schwierigkeiten gibt, die ein erfolgreiches Abschneiden bei der Lösung der einzelnen Aufgaben verhindern. Es werden die Vermutungen bestärkt, dass durch schwach ausgebildete Grundschulfähigkeiten und -fertigkeiten die Bearbeitung bestimmter Inhalte erschwert wird. Andere Schwierigkeiten scheinen im Bereich der Hauptschulinhalte zu liegen. Genaueres zeigt ein Blick auf die vier Aufmerksamkeitsbereiche, die bereits in 3.4.2 angesprochen wurden.

Diese wiederholte Darstellung dient der Strukturierung und stellt zugleich den Abschluss der Inhaltsanalyse dar. Zur Illustration werden einige paradigmatische Interviewabschitte herausgestellt.

Überblick über die Zahlenräume

Die Interviews machen deutlich, mit welcher Unsicherheit die Schüler zum Teil die Aufgaben bearbeiten. Einigen von ihnen gelingt es nicht, ihre Lösungen bzgl. ihrer Plausibilität zu überprüfen. Selbst in überschaubaren Zahlenräumen haben sie zum Teil keinen Überblick über die Größe der beteiligten Zahlen oder die Rechenrichtung. Sie sind selten in der Lage, durch ein vorsichtiges Abschätzen eine Lösung anzugeben, die sich ungefähr im korrekten Bereich befindet. Zum Teil drücken einige Schüler sogar wörtlich aus, dass ihnen das Überblicken insbesondere größerer Zahlen schwerfällt. Selbst in Bereichen des Anfangsunterrichts scheinen manche Schüler Schwierigkeiten zu haben, sich einen Überblick zu verschaffen.

Mirka, S. 249

I: Hast du eine Erklärung, warum?

S: Ja, also wenn's so viele, also wenn's so größere Zahlen sind, dann fällt mir das so schwer, das äh in gleiche Teile zu teilen.

Bilal, S. 275

I: 59,0. Ich schreib da mal ne 59 davor. Ist das gleich 59,00?

S: Ne. *(Kopfschütteln)*

Jennifer, S. 323

I: Wo ist dein Problem?

S: Ja, mit dem Komma, mit dem Minus und ...
I: Und weil in der Mitte ein Loch ist, ne?
S: Ja.

Corinna, S. 228
S: 4 minus 6.
I: 4 minus 6, und dann kommst du auf die 2. OK.
S: *(nickt)* Ja.

Silke, S. 367
I: Was hast du minus gerechnet? Sag mir mal die Aufgabe!
S: 83 – 132.

Aylin, S. 425
I: Du hast dich um eine Zehnerstelle vertan. Guck noch mal genau hin!
S: Eins plus eins dazu.
I: Zehnerstelle.
S: Drei und vier, Zehnerstelle. Drei plus zwölf sind acht neun.

Jörn, S. 345
I: Hmm. Kannst du das genau sagen, wie lang das hier ist, dieses Stück?
S: Wenn das 18 sind, dann müssten das 9 – 7. Ungefähr 7 sein.

Flexibilität bei operativen Beziehungen

Der zweite Bereich hängt eng mit dem ersten zusammen. Fehlt der Überblick über die Zahlenräume, ist es auch problematisch, sich bzgl. der Rechenrichtungen zu orientieren. Die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Rechenoperationen sind nicht verinnerlicht, so dass die Lösungen häufig in stereotyper Weise (z. B. Ergebnis hinten) oder durch Raten bestimmt werden.

Jessica, S. 458
I: Aha, was denn, gefällt dir etwas besonders gut?
S: Plus.
I: Plus?
S: Ja.
I: Gibt es auch etwas was du nicht magst, so gar nicht?
S: Mhm, minus.

Natascha, S. 409
I: Ja, da steht minus. Genau.
S: *(rechnet)* Ach, du Scheiße. Ah nee, so Aufgaben kann ich nicht.

Jennifer, S. 323
I: Wo ist dein Problem?
S: Ja, mit dem Komma, mit dem Minus und ...
I: Und weil in der Mitte ein Loch ist, ne?
S: Ja.

Jörn, S. 339
I: *(zur Aufgabe* $\boxed{}$ *– 7,5 = 12)* Kannst du rückwärts rechnen? Du willst ja von hier nach da *(von rechts nach links)*. Das weißt du. Und du willst das ja praktisch von da nach da lösen. Wie kann man das machen? Das geht, ne?
S: Hmm. Ja, 12 minus 7,5.

Milena, S. 300
I: *(Schülerin will im Einmaleinsquadrat* $\boxed{}$ *· 5 = 30 lösen)* 5 hatteste schon. Also 4 und 5 könnte nicht sein. Die hatteste beide probiert. *(Pause)*
S: 6?
I: Probier mal aus.
S: 30.
I: Stimmt das? Dann muss die 6 da oben wohl stimmen.
S: Ja.

Jessica, S. 472
I: *(Aufgabe aus dem Einmaleinsquadrat)* Ist das geraten?
S: Gerechnet.
I: Wo hast du gerechnet?
S: Ja, plus.

Verständnis des Stellenwertsystems

Schwierigkeiten mit dem Stellenwertsystem erschweren insbesondere das Verständnis der Aufgaben, die aus Dezimalzahlen bestehen. Das System der Positionen und Werte wird häufig nicht erkannt und somit nicht angewandt, zum Teil wird auf Regeln zurückgegriffen. Dies führt jedoch dann zu besonderen Problemen, wenn die Regeln nicht vollständig oder falsch verwendet werden (siehe folgender Abschnitt).

Corinna, S. 225
I: Gibt es auch etwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Dezimalbrüche.

Frauke, S. 374
I: Was fällt dir auf? *(Vergleich von Dezimalzahlen)*
S: Die werden immer größer, also.
I: Größer oder länger?

S: Ja.
I: Die werden länger. Heißt das auch, dass die größer sind?
S: Mhm. *(nickt)*
I: Ja?
S: Ja.

Erdem, S. 238
I: Schreib mal hier 59 hin. *(Schüler schreibt)* So, wo würdest du jetzt ein Komma hinschreiben?
S: Hierhin. *(setzt das Komma in die Mitte)*
I: Halt, jetzt wird das eine ganz andere Zahl. Was ist das jetzt für eine Zahl?
S: 5,9.
I: Ist das das Gleiche wie 59?
S: Wenn man das Komma wegmacht.

Unverständnis von elementaren geometrischen Konzepten, Lösung aus der Blackbox der Formelsammlung

Fehlende elementare geometrische Konzepte werden häufig durch die Anwendung von Formeln ersetzt. Ohne das grundlegende Verständnis funktioniert jedoch das Anwenden der verschiedenen bekannten Formeln nicht. Formeln werden somit wahllos erraten und auf die gegebene Situation angewendet. Bei Aufgabenstellungen, zu denen keine Formel existiert, kann jedoch nur ein Erarbeiten vom geometrischen Konzept her erfolgen.

Sind Regeln wie z. B. die Nachkommastellenregel nur unvollständig im Gedächtnis der Schüler vorhanden, lässt sich kein korrektes Ergebnis einer Aufgabe erzielen. Es werden Teile der Regel verwendet, auch hier sind zu Grunde liegende Konzepte (z. B. Stellenwertverständnis) nicht verinnerlicht.

Richtungsweisend ist der Wunsch einer Schülerin nach mehr Anwendungsbezug, um einen Sinn für ein Konzept zu erhalten.

Mirka, S. 250
S: Ähm, ja, also irgendwie so, die sollen mehr Aufgaben machen, nicht so einfach nur, jetzt rechne das, sondern was dazu machen, wo man sich das vielleicht merken kann, so mit Sachen, also, zum Beispiel.

In der Praxis wird hingegen häufig mit Zahlen und Zeichen manipuliert, ohne dass den Schülern klar ist, was sie damit bewirken (wollen).

Corinna, S. 226
S: Dann lass ich das Komma weg.
I: Wenn du das Komma weg lässt, hilft dir das schon?

Andrea, S. 388
I: Sind sie das jetzt geworden oder waren sie das vorher schon? Ich habe gerade gesagt, dass durch das Anhängen von Nullen bei Kommazahlen sich nichts ändert an der Zahl.
S: Ja, aber mit der Null werden die Zahlen größer. Fünfundvierzig und jetzt vierhundertfünfzig.
I: Ja. Durch das Komma sieht das anders aus.

Mirka, S. 254
S: Ja und dann muss man die zählen, so von hinten, ne, so eins zwei, also eins zwei, dann Komma.

Jörn, S. 340
S: 7,5 plus 12. *(Schreibt die 1 unter die 7; die 2 unter die 5)*
I: Halt, bedenk die Stelle, bedenk das Komma, ne.

Andrea, S. 394
I: Sicher? Ihr habt bestimmt Stellen hinter dem Komma gezählt. Erinnerst du dich? Wie viel Stellen sind hier hinter dem Komma?
S: Ja, eine.
I: Und da?
S: Auch eine.
I: Was heißt das für das Ergebnis?
S: Ja, zwei vielleicht hinter.

Jennifer, S. 324
I: Hmm, hast du eine Erklärung warum?
S: Weiß nicht, irgendwie sieht das dann logischer aus.

Darius, S. 448
I: Was heißt das, die Seiten berechnen? *(es geht um den Umfang einer Figur)*
S: a mal b.

Aniela, S. 440
S: Ich hab das gemacht, ich hab das voll vergessen. Mit Formeln und so.

Aylin, S. 423
S: Dann muss ich jetzt das, das, das, das malrechnen. *(Meint Multiplikation der beiden Rechtecksflächen)*
I: Malrechnen? Sicher?

Erdem, S. 246
I: Kennst du eine Formel für das Ganze?
S: Wir hatten die mal aufgeschrieben, aber …

I: Ich kenne keine Formel für das Ganze.
S: Da war irgendwas mit U =
I: U, das ist was mit Umfang, ne. U, Umfang.
S: A. A.
I: Ja, genau.
S: A = 2 mal ne.
I: Das wäre bei U.
S: Ja, ja, $1 \cdot a$, $1 \cdot b$ mal plus
I: Laß mal die Formel weg!
S: Jetzt habe ich es vergessen.

Kapitel 5

Zusammenfassende Ergebnisse, Ausblicke

Ausgangspunkt der Arbeit war die Vermutung, dass schwache Schüler an Hauptschulen von Rechenschwäche im grundschulspezifischen Sinn betroffen sein könnten. Es bestand die Annahme, dass einige ihrer Schwierigkeiten nicht unmittelbar in den *neuen* Inhalten der Hauptschule begründet liegen, sondern aufgrund unzureichenden Verständnisses von Inhalten aus dem Mathematikunterricht der Grundschule resultieren.

In den theoretischen Ausführungen wurden ausgewählte Bereiche dargestellt, die exemplarisch zeigen, welche Voraussetzungen für ein erfolgreiches Abschneiden im Mathematikunterricht der Hauptschule bereits aus der Grundschule bekannt sein müssten. Des Weiteren wurde der gemäß Rahmenrichtlinien zu erwartende Leistungsstand beschrieben und als Grundlage für die Konstruktion eines informellen Tests verwendet.

Die Untersuchungen zu den Rechenleistungen der Hauptschüler haben gezeigt, dass es spezielle Aufmerksamkeitsbereiche gibt, in denen gesicherte Fähigkeiten und Fertigkeiten aus dem Mathematikunterricht der Primarstufe benötigt werden, um den Mathematikunterricht der Hauptschule erfolgreich zu bestehen. Die Untersuchungen haben auch gezeigt, dass es Hauptschüler gibt, die gerade in diesen Aufmerksamkeitsbereichen massive Schwierigkeiten aufweisen. Durch diese Schwierigkeiten werden sie zu *rechenschwachen Schülern* der Hauptschule. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass *ein Großteil der untersuchten Hauptschüler* nicht in der Lage ist, den Anforderungen des aktuellen Mathematikunterrichts gerecht zu werden.

Sie können erwartungsgemäß nicht beweisen, dass gewisse Schwierigkeiten im Mathematikunterricht der Hauptschule auf Defizite im Grundschulunterricht zurückzuführen sind. Aber sie festigen die Hypothese, dass es so ist.

Bei einem Blick in die Literatur der Mathematikdidaktik fällt auf, dass diese Aufmerksamkeitsbereiche keine unerwarteten Inhalte betreffen. Vielmehr sind es Schwerpunkte, die seit fast einem Jahrhundert immer wieder in den Blickpunkt genommen werden und vielfach als selbstverständlich zu beachten gelten. Aus diesem Grund muss die hohe Fehlerquote der Hauptschüler in diesen Bereichen als Warnsignal verstanden werden. Sie macht deutlich, dass nicht nur allgemein über das schlechte Abschneiden deutscher Schüler in vergleichenden Studien diskutiert werden darf, sondern dass Mathematikunterricht gezielt auf Unterrichtsmethoden, deren Effektivität, auf Sinn und Zweck der vermittelten mathematischen Inhalte überprüft werden muss.

So verhindert zum Beispiel die schwache Beherrschung des Kleinen Einmaleins ein ökonomisches Arbeiten mit den *neuen* Inhalten. Darüber hinaus erschweren Verständnisprobleme – wie beispielsweise die Fähigkeit, formale Zusammenhänge zwischen Addition und Subtraktion oder Multiplikation und Division zu sehen oder ein mangelhafter Überblick über die Zahlenräume sowie das schwach ausgeprägte Stellenwertverständnis – den Zugang zu den neuen Inhalten.

Es stellt sich weiterhin die Frage, ob die Merksätze, die die Rahmenrichtlinien für die Hauptschule formulieren und die damit auch zentrale Inhalte der Schulbücher sind, Merkmale passivistischen Lernens darstellen. Formeln werden auswendig gelernt, beim Anblick eines Quadrats muss ein Schüler an folgende Möglichkeiten denken: $A = a \cdot a$ oder $u = 4 \cdot a$, unabhängig vom Konzept der Fläche oder des Umfangs. Stärkeren Schülern fällt ein, was beabsichtigt war – das Konzept eines Quadrats, das Konzept des Umfangs, das Konzept der Fläche. Bei schwachen Schülern ist dies oft nicht der Fall. Sie versuchen, sich an die Formel oder den Merksatz zu erinnern und geraten dabei in Schwierigkeiten, da sie selten ein zugehöriges Konzept mit diesen Merksätzen verknüpfen. Dies entspricht einer eher rezeptartigen Aufnahme von Wissen, der Eigenaktivität und Verständnis fehlen. Interessanterweise wurden Lehrverfahren dieser Art in den letzten hundert Jahren immer wieder als *„Lehrverfahren der Vergangenheit“* bezeichnet (vgl. Kühnel 1950, u. a.).

Dies richtet sich nicht gegen die allgemeine Verwendung von ‚Rezepten‘, ‚Regeln‘ und ‚Merksätzen‘: Es geht nicht darum, das Rad immer wieder neu zu erfinden. Aber es muss bewusst sein, warum gewisse Dinge genau so durchgeführt werden – es geht um die zu Grunde liegenden Konzepte oder auch einfach die Abwägung des Nutzens eines Algorithmus: Wie zu sehen war, werden Aufgaben wie $0{,}2 \cdot 0{,}3$ und $6 - 0{,}5$ häufig schriftlich gerechnet.

Die Annahme, der Einsatz des Taschenrechners könne ab einem gewissen Zeitpunkt diese Probleme lösen, erweist sich als Trugschluss. Es sind eben nicht ausschließlich die Rechenfertigkeiten, die mangelhaft ausgebildet sind – diese könnten tatsächlich durch Taschenrechnereinsatz ausgeglichen werden. Zwingend notwendig sind vielmehr grundlegende Konzepte, um mit dem Taschenrechner schließlich sinnvolle Berechnungen vornehmen und kontrollieren zu können.

Einen Beitrag dazu liefert diese Studie, indem sie das in den Vordergrund rückt, was für den Mathematikunterricht von Belang sein kann. Hierzu kursieren schon immer und überall Vorschläge beliebiger Art, die diffus beschrieben und gefühlsmäßig begründet werden. Diese Studie benennt und beschreibt eindeutig Bereiche, die einer erhöhten Aufmerksamkeit bedürfen und belegt ihre Hinweise.

Vier Aufmerksamkeitsbereiche

Durch die Aufstellungen in den Tabellen 5.1 bis 5.4 werden in einer Art Querschnitt einige prototypische Aufgaben, Fehler und Fehlerquellen aufgezeigt, um den Bezug zur Haupt-Hypothese herzustellen, dass die Ursachen bestimmter Fehler bereits im Verständnis der Grundschulinhalte begründet liegen.

Ein verinnerlichter **Überblick über die Zahlenräume und Sinn für Größenordnungen** kann dazu verhelfen, sowohl den Einsatz des Taschenrechners als auch schriftlicher Rechenverfahren zu beurteilen, um sinnvoll zu korrekten Lösungen zu kommen. Lösungen müssen mit Hilfe von Überschlagsverfahren überprüfbar sein. Das setzt voraus, dass eine *Annäherung* an die endgültige Lösung – und damit zunächst ein ungenaues Ergebnis – toleriert, vielleicht sogar gefordert wird. Erst mit dem Mut zur eigenen Einschätzung von Verfahren erhalten Schüler eine Sicherheit, die sie befähigen kann, Mathematik zu betreiben. Ohne diesen Überblick, ohne diese grundsätzliche *Haltung,* auch *mit Näherungen arbeiten zu können,* bleibt das Vertrauen auf schriftliche Rechenverfahren und den Taschenrechner eine subjektive Sicherheit, die ohne jedes Verständnis auf Techniken oder Technik setzt.

Dieser *Überblick über die Zahlenräume* muss bereits bei der Erarbeitung der ersten Zahlenräume (20er-Raum, 100er-Raum, usw.) grundlegendes Ziel sein, um für die später folgenden Inhalte die nötige Sicherheit zu gewährleisten. Ein weiteres Ziel muss die *eigene Beurteilung* möglicher Vorgehensweisen sein.

In Tabelle 5.1 wird deutlich, dass seltsame Lösungen von den Schülern nicht hinterfragt werden. Möglicherweise liegt dies an einem fehlendem Überblick über Zahlenräume und die Größe von Zahlen. Andererseits besteht die Möglichkeit, dass das Vertrauen in mechanisierte Verfahren derart groß ist, dass die Notwendigkeit, eine Lösung in Frage zu stellen, für die Schüler nicht mehr besteht.

Mit dem ersten Bereich ist der zweite Bereich eng verknüpft. Zum Überblick über die Zahlenräume gehört in einer Art Erweiterung oder Ergänzung die Einsicht in **Operative Beziehungen** zwischen den Zahlen in diesen Zahlenräumen. Schüler müssen sich in den Zahlenräumen flexibel bewegen können; sie benötigen mentale Modelle, um symbolische Darstellungen wie Aufgaben mit Platzhaltern mit diesen verinnerlichten Vorstellungen verknüpfen zu können. Anderenfalls werden derartige Rechnungen nach unverstandenen Regeln ‚gelöst' (siehe Tabelle 5.2). Das Bearbeiten solcher Aufgaben bleibt ein unverstandenes Hantieren mit Symbolen, das zwar Ergebnisse produziert, die aber ohne Sinn und Zusammenhang sind. So zeigt sich, dass zwar Zahlen und Rechenzeichen (evtl. auch der Platzhalter) wahrgenommen werden, die Lösung aber in einer Art „Ergebnis-hinten-Strategie" erfolgt. Dies bedeutet, dass die beiden vorhandenen Zahlen in der Form $a \circledcirc b = \square$ mit dem vorhandenen Rechenzeichen (hier $\circledcirc$) kombiniert werden. Die Umstellung der Aufgabe f) ($\square - a = b$ zu $b + b = \square$) entfällt.

Dieses Verständnis *operativer Beziehungen* gehört als ein weiterer grundlegender Aspekt bereits zum Anfangsunterricht. Die Zusammenhänge der einzelnen Grundrechenarten dürfen nicht allein in einer Art Kür am Ende des Anfangsunterrichts stehen, während die Einführung der Grundrechenarten ausschließlich isoliert abläuft. Wünschenswert wäre, dass von Beginn an ein Einblick in die Zusammenhänge ermöglicht und gefördert wird, solange dies nicht eine formale Überforderung des Anfangsunterrichts bedeutet.

Aufgaben-Repräsentanten	Fehlerhafte Ergebnisse	Spezifische Fehlerquelle	Andere Fehlerursachen
Aufgabe 1 c) $150 + 15 = \square$ d) $820 + 405 = \square$	135 (c), 415 (d) und diverse	falsche Rechenrichtung: Zahlenkombination → Reflex „schwer“	Nachwirkung der vorh. Aufgabe
Aufgabe 2 d) $6{,}4 - \square = 3{,}6$ f) $\square - 7{,}5 = 12$	10 (d), 4,5 (f) und diverse	„Ergebnis hinten“, fehlender Zahlenraumüberblick	Lösung nach Rezept
Aufgabe 3 Ordnen der Größe nach	$0,769 > 7,7$	Zahlvorstellung: Größe von Zahlen	Stellenwertproblematik (s. u.)
Aufgabe 4 $0{,}2 \cdot 0{,}3$ $7 \cdot 0{,}6$	0,6 42	Größenvorstellung und Einmaleins	Stellenwertproblematik (s. u.)
Aufgabe 5 $11{,}6 + 61{,}78 + 59$	73,97	Ziffernverarbeitung, keine größenmäßige Kontrolle	Stellenwerte, Regelverständnis
Aufgabe 6 $2{,}63 \cdot 19{,}7$	5181,1 und andere	fehlerhafte Regelanwendung, kein Abschätzen der Größe	Stellenwert, Regelverständnis
Aufgabe 8 Sachaufgabe Stundenlohn	halbe Rechnung (z. B. „: 90“) oder Lösung: 13,50 €	Überblick über Aufgabenbestandteile, Einschätzen von Größen	sinnlose Verwendung von Zahlen und Rechenzeichen
Aufgabe 11 Frage nach der größten von drei Flächen	deutliche Unterschiede in der Größe der drei Flächen	kein Vergleich und Abschätzen der Größen (Zahlvorstellung)	zufällige Rezeptanwendung

Tabelle 5.1: Beispiele zur Zahlenraumproblematik

Der dritte Bereich beinhaltet das **Verständnis des Stellenwertsystems.** Die von vielen Schülern als sichere Verfahren empfundenen schriftlichen Rechenverfahren setzen das Verständnis des Stellenwertsystems voraus. Insbesondere für die Einführung der Dezimalzahlen ist eine Wiederholung des Stellenwertsystems notwendig. Erst dann kann eine Vertiefung in Form einer Erweiterung des bekannten Stellenwertsystems der Grundschule gelingen. Unterbleibt der Bezug zur Grundschule und die mögliche Korrektur von Fehlvorstellungen, wird das ‚neue‘ Stellenwertsystem der Dezimalzahlen – evtl. sogar unvereinbar – neben dem bisherigen verwendet werden.

Aufgaben-Repräsentanten	Fehlerhafte Ergebnisse	Spezifische Fehlerquelle	Andere Fehlerursachen
Aufgabe 1 b) $44 - 6 = \square$ d) $820 - 405 = \square$ h) $88 + 62 = \square$	50 (b), 415 (d), 26 (h)	falsche Rechenrichtung: Zahlenkombination $\rightarrow$ Reflex „schwer“	Nachwirkung der vorh. Aufgabe
Aufgabe 2 d) $6{,}4 - \square = 3{,}6$ f) $\square - 7{,}5 = 12$	10 (d), 4,5 (f)	„Ergebnis hinten“, Umstellung erfolgt nicht	kein Konzept von Subtraktion
Aufgabe 8 Sachaufgabe Stundenlohn	sinnlose Zusammenstellung der Rechenoperationen, z. B. $\cdot$ 90; $\cdot$ 1,5; + 90; : 30 $\cdot$ 2	keine Vorstellung der Situation und keine sinnvolle Zuordnung zu Verknüpfungen (z. B.: Division als multiplikative Ergänzung)	Verständnis der arithmetischen Verknüpfungen

Tabelle 5.2: Beispiele zur Problematik operativer Beziehungen

Grundlegendes Ziel bei der Erarbeitung des dezimalen *Stellenwertsystems* ist das Verständnis der Positionen und Werte der verschiedenen Ziffern. Diese Form der Zahldarstellung ist keineswegs trivial, sondern muss insbesondere im Zusammenhang mit den schriftlichen Rechenverfahren (z. B. für das Bündeln und Entbündeln) konkret erfahren und erarbeitet werden.

Mangelhaftes Stellenwertverständnis (siehe Tabelle 5.3) wird erst beim Rechnen mit Dezimalbrüchen manifest. Wenn in der Grundschule die klare Zuordnung der Stellen (Positionen) in Zahldarstellungen zu den Werten „Einer“ (E), „Zehner“ (Z) usw. nicht passiert, bleiben Ziffern vor wie nach dem Komma (und das Komma selbst) nur Zeichen in einer Reihe. Rechnen mit Zahlen wird zur Manipulation von Zeichen nach untauglichen oder nur begrenzt wirksamen Rezepten und Regeln (siehe auch: 4. Aufmerksamkeitsbereich).

Ein vierter Bereich ist die Verwendung von **Formeln und Rezepten** gegenüber dem **Verständnis grundlegender Konzepte.** Spielt dieser Bereich bereits bei den ersten drei Bereichen eine Rolle, soll er an dieser Stelle eigenständig erwähnt werden.

Die eklatant hohen Fehlerquoten und die Beschreibungen der einzelnen Fehler – im Wesentlichen bei den Geometrieaufgaben – legen die Vermutung nahe, dass sich viele Schüler an Rezepten und Merksätzen orientieren, diese aber selten korrekt zur Anwendung bringen. Die Zuordnung von Formeln und Merksätzen zu Konzepten erscheint oft zufällig. Rahmenrichtlinien und Schulbücher sehen derartige Merksätze vor. Damit scheint sich der Weg der eigenen Erfahrung und damit der Konstruktion eines individuellen Verständnisses zu erübrigen. Merksätze können solch ein

Aufgaben-Repräsentanten	Fehlerhafte Ergebnisse	Spezifische Fehlerquelle	Andere Fehlerursachen
Aufgabe 1 e) 15 000 – 15 = □ f) 6 – 0,5 = □	(e) 15085, 14085, 1485 und diverse (mehr als 20 verschiedene!), (f) 6,5; 1 und diverse	Komma → Reflex „schr. Rechnen“, keine Berücksichtigung des Stellenwerts	Größe der Zahlen → Reflex „schr. Rechnen“, Zahlvorstellung
Aufgabe 2 d) 6,4 – □ = 3,6 f) □ – 7,5 = 12	10 (d), 4,5 (f) und diverse	Komma, Kästchen → Reflex „schwer“, Ziffernverarbeitung	subtraktive Ergänzung (operative Beziehung)
Aufgabe 3 Ordnen der Größe nach	$0,769 > 0,81$	keine Berücksichtigung des Stellenwerts	Zahlvorstellung
Aufgabe 4 a) 0,2 · 0,3	0,6	keine Zuordnung der Ziffern zu Werten, Positionen	
Aufgabe 5 b) 11,6 + 61,78 + 59	$\begin{array}{rr} & 11{,}6 \\ + & 61{,}78 \\ + & 59 \\ \hline \end{array}$	keine Zuordnung der Ziffern zu Werten (Positionen)	schr. Addition
Aufgabe 6 1,79 · 6,3	1127,7	Stellenwerte falsch gezählt, keine Zahlvorstellung	falsches Regelverständnis, Rezeptanwendung
Aufgabe 7 300 · 70	2100	Rolle der Null im Stellenwertsystem	falsches Regelverständnis, Rezeptanwendung

Tabelle 5.3: Beispiele zur Stellenwertproblematik

Verständnis ersetzen – jedoch nur, solange sie vollständig korrekt verwendet werden. Fehlt ein Teil eines Merksatzes oder wird er in variierter Form verwendet, so kann er nicht mehr zum korrekten Ergebnis führen. Ist die Fähigkeit, erhaltene Lösungen auf ihre Richtigkeit zu überprüfen, nicht ausgebildet, so bleibt ein falsches Ergebnis bestehen. Ist sie zwar ausgebildet, fehlt jedoch das dem Merksatz zugrunde liegende Konzept, kann eine möglicherweise falsche Lösung ebenso wenig korrigiert werden.

Merksätze und Regeln erhalten demzufolge erst einen Sinn, wenn die Konzepte, zu denen sie gebildet wurden, hinreichend verinnerlicht wurden. Die Ergebnisse der Arbeit (siehe Tabelle 5.4) lassen vermuten, dass den Merksätzen und Regeln ein derart hoher Stellenwert zukommt, dass – zumindest bei Schülern – der Eindruck entstehen kann, Konzepte seien zu vernachlässigen. Aufgrund der Komplexität mancher Konzepte erscheint es leichter, einen Merksatz zu behalten und an-

Aufgaben-Repräsentanten	Fehlerhafte Ergebnisse	Spezifische Fehlerquelle	Andere Fehlerursachen
Aufgabe 1 f) $6 - 0{,}5 = \square$	6,5	schriftliche Lösung (als Rezept)	Rechenrichtung
Aufgabe 2 d) $6{,}4 - \square = 3{,}6$ f) $\square - 7{,}5 = 12$	10 (d), 4,5 (f) und diverse	„Ergebnis hinten“ als eine Kombination von vorhandenen Zahlen und Rechenzeichen (s. o.)	operative Beziehungen, Konzept von Subtraktion
Aufgabe 4 c) $0{,}4 \cdot 3{,}5$	14; 3,2 und diverse	„schwere Aufgabe“ → Reflex „schr. Rechnen“	Stellenwert
Aufgabe 5 $11{,}6 + 61{,}78 + 59$	63,52	rechtsbündig notierte Zahlen	Stellenwert
Aufgabe 6 $1{,}79 \cdot 6{,}3$	1127,7	falsche Regelanwendung, Nachkommastellenregel (was ist zu zählen?)	Stellenwert
Aufgabe 7 $300 \cdot 70$	2100	falsche Regelanwendung (welche Nullen sind zu zählen?)	Stellenwert
Aufgaben 9 – 13 geometrische Aufgaben	diverse	zielloses Hantieren mit Formeln für Quadrat, Rechteck; ‚BlackBox‘ der Formelsammlung	Verständnis des jeweiligen Konzepts, Rechenfehler

Tabelle 5.4: Beispiele zur Rezeptproblematik

zuwenden. Dies jedoch entspricht einem fundamentlosen Bauen eines Hauses und führt in vielen Fällen zum Einsturz – hier zum Scheitern beim Finden und Verstehen der korrekten Lösung.

Offene Fragen

Es bleiben Fragen offen, die zu weiteren Untersuchungen auffordern. Wurden hier Hinweise auf mögliche *Rechenschwächen* genannt, muss in Zukunft überprüft werden, welche Grundlagen im Einzelnen nicht hinreichend ausgebildet sind. Dazu bietet sich die Entwicklung eines Testverfahrens an, das nicht nur rein informeller Art ist, sondern klare Aussagen über spezielle Inhaltsbereiche geben kann.

Notwendig ist dazu eine deutliche Trennung zwischen Inhalten der Hauptschule und Inhalten der Grundschule. Notwendig ist weiterhin eine Trennung zwischen konzeptuellem Verständnis und der technischen Fertigkeit im Rechnen.

Darüber hinaus stellt sich die Frage, wo weitere Ursachen liegen können. Wenn Ursachen im Mathematikunterricht der Grundschule begründet liegen – und die Ergebnisse lassen dies vermuten –, muss die Lehrerausbildung einer genaueren Untersuchung unterzogen werden. Ist es notwendig, eine Ausbildung in Mathematik und Mathematikdidaktik erhalten zu haben, um Grundschulunterricht in Mathematik zu erteilen? Immerhin werden in der Grundschule Fundamente gelegt, die für das Verständnis der Inhalte des Mathematikunterrichts höherer Klassenstufen notwendig sind. Dennoch wird ein – wenn nicht sogar der – Großteil des Mathematikunterrichts an Grundschulen in Niedersachsen fachfremd unterrichtet. Die Ausbildung von Lehrerinnen und Lehrern, die nicht das Fach Mathematik gewählt haben, beinhaltet zwar einen geringen mathematikdidaktischen Teil, dieser kann jedoch kaum als mathematikdidaktische Einführung, noch weniger als Vertiefung hinsichtlich spezieller Probleme des Mathematikunterrichts verstanden werden. Im derzeitigen Studium für das Lehramt an Grund-, Haupt- und Realschulen in Niedersachsen gibt es für Studierende ohne das Fach Mathematik eine Veranstaltung mit 2 Semesterwochenstunden. Darüber hinaus gehende Kenntnisse bzgl. mathematischer und mathematikdidaktischer Inhalte unterliegen der Eigeninitiative durch Fortbildungen und Selbststudium.

Könnte es sein, dass *Rechenschwächen* durch mangelnde Kenntnis des Problemfelds *gelingender und misslingender Lernprozesse im Mathematikunterricht* sowie unzureichende *mathematische Kenntnisse* in diesem Bereich durch die Schule selbst verursacht werden? Um dies zu klären, hilft es vermutlich wenig, Leistungsdaten von Schulen im Allgemeinen zu vergleichen. Notwendig sind erweiterte Untersuchungen, die zum einen die Ausbildung, Fort- und Weiterbildung von Lehrern, zum anderen den in der Praxis stattfindenden Unterricht sowie unterrichtende Lehrerinnen und Lehrer auf ihre Kenntnis bzgl. rechenschwacher Schüler überprüfen.

Zusammenfassung

Hauptschüler leisten vielfach nicht, was die Schule, die Rahmenrichtlinien, die Gesellschaft von ihnen erwarten. In der vorliegenden Arbeit wurde der Versuch unternommen, einen Blick auf mögliche Ursachen zu werfen. Es wurden einige Bereiche benannt, die einer erhöhten Aufmerksamkeit bedürfen. Diese Bereiche betreffen nicht allein den Mathematikunterricht der Hauptschule, sondern weisen bis in den Anfangsunterricht zurück.

Literaturverzeichnis

Aebli 1966 Aebli, Hans: *Psychologische Didaktik. Psychologische Auswertung der Psychologie von Jean Piaget.* Stuttgart: Klett, 1966.

Aster 2003 Aster, Michael v.: Neurowissenschaftliche Ergebnisse und Erklärungsansätze zu Rechenstörungen. In: (Fritz u. a. 2003), 163–178.

Bedürftig 1989 Bedürftig, Thomas: *Mengen, Zahlen Größen – Studien über Grundbegriffe des Mathematikunterricht in der Grundschule.* Habilitationsschrift. Hannover. Universität Hannover. 1989.

Bedürftig 1992 Bedürftig, Thomas: Können mathematische Analysen bei der Bestimmung von Rechenschwäche helfen? In: *Grundschule* 5 (1992), 52–55.

Bedürftig, Mittelberg 2002 Bedürftig, Thomas; Mittelberg, Axel: *Deutsch 1, Mathematik 5 – ein sonderpädagogisches Problem?* 2002. – bisher nicht veröffentlicht.

Bedürftig, Murawski 2001 Bedürftig, Thomas; Murawski, Roman: *Zählen. Grundlage der elementaren Arithmetik.* Hildesheim, Berlin: Franzbecker, 2001.

Bigalke, Hasemann 1978 Bigalke, Hans-Günter; Hasemann, Klaus: *Didaktik der Mathematik. In den Klassen 5 und 6 (Orientierungsstufe).* Bd. 2. Frankfurt am Main, Berlin, München: Diesterweg, 1978.

Bower, Hilgard 1983 Bower, Gordon H.; Hilgard, Ernest R.: *Theorien des Lernens.* Bd. 1. Stuttgart: Klett-Cotta, 1983.

Bower, Hilgard 1984 Bower, Gordon H.; Hilgard, Ernest R.: *Theorien des Lernens.* Bd. 2. Stuttgart: Klett-Cotta, 1984.

Caluori 2003 Caluori, Franco: *Die numerische Kompetenz von Vorschulkindern – Theoretische Modelle und empirische Befunde.* Hannover, Universität Hannover, Dissertation, 2003.

Dehaene 1999 Dehaene, Stanislas: *Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können.* Basel, Boston, Berlin: Birkäuser, 1999.

DIMDI 1994 DIMDI, Deutsches Institut für medizinische Dokumentation und I.: *ICD 10, Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme.* Bd. 1. Bern: Huber, 1994.

Edelmann 1996 Edelmann, Walter: *Lernpsycholgie.* 5., vollst. überarb. Auflage. (1. Aufl. 1978). Weinheim: Pschologie Verlags Union, 1996.

Foppa 1965 Foppa, Klaus: *Lernen, Gedächtnis, Verhalten. Ergebnisse und Probleme der Lernpsychologie.* Köln, Berlin: Kiepenheuer & Witsch, 1965.

Fritz u. a. 2003 Fritz, Annemarie (Hrsg.); Ricken, Gabi (Hrsg.); Schmidt, Siegbert (Hrsg.): *Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie.* Weinheim, Basel, Berlin: Beltz, 2003.

Gaidoschik 2003 Gaidoschik, Michael: *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für Lehrerinnen und Eltern.* Horneburg/Niederelbe: Persen, 2003.

Gallin, Ruf 1998 Gallin, Peter; Ruf, Urs: *Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz.* Seelze: Kallmeyer, 1998.

Ganser 2004 Ganser, Bernd (Hrsg.): *Rechenstörungen.* 5., erw. Auflage. Donauwörth: Auer, 2004. – im Druck.

Gerster 1984 Gerster, Hand-Dieter: Lerndefizite als Folge von Lerndefiziten? – Erfahrungen aus der Analyse von Schülerfehlern bei den schriftlichen Rechenverfahren. In: (Lorenz 1984), 56–74.

Gerster 1982 Gerster, Hans-Dieter: *Schülerfehler bei schriftlichen Rechenverfahren – Diagnose und Therapie.* Freiburg, Basel, Wien: Herder, 1982.

Gerster 2003 Gerster, Hans-Dieter: Probleme und Fehler bei den schriftlichen Rechenverfahren. In: (Fritz u. a. 2003), 222–237.

Ginsburg 1977 Ginsburg, Herbert P.: *Children's Arithmetic. The learning process.* New York: Van Norstand, 1977.

Ginsburg 1983 Ginsburg, Herbert P. (Hrsg.): *The Development of Mathematical Thinking.* New York: Academic Press, 1983.

Ginsburg u. a. 1983 Ginsburg, Herbert P.; Kossan, Nancy E.; Schwartz, Robert; Swanson, David: Protocol Methods in Research on Mathematical Thinking. In: (Ginsburg 1983), 7–47.

Grissemann, Weber 1982 Grissemann, Hans; Weber, Alfons: *Spezielle Rechenstörungen Ursachen und Therapie. Psychologische und kinderpsychiatrische Grundlagen der pädagogisch-therapeutischen Interventionen bei Kindern mit Dyskalkulie.* Bern, Stuttgart, Wien: Verlag Hans Huber, 1982.

Gudjons 1997 Gudjons, Herbert: *Pädagogisches Grundwissen.* 5., durchges. u. erg. Auflage. Bad Heilbrunn: Klinkhardt, 1997.

Hasemann 1986 Hasemann, Klaus: *Mathematische Lernprozesse. Analysen mit kognitionstheoretischen Modellen.* Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1986.

Hasemann 2001 Hasemann, Klaus: „Zähl' doch mal!". Die nummerische Kompetenz von Schulanfängern. In: *Sache Wort Zahl* 35 (2001), 53–58.

Hasemann, Stern 2002 Hasemann, Klaus; Stern, Elsbeth: Die Förderung des mathematischen Verständnisses anhand von Textaufgaben – Ergebnisse einer Interventionsstudie in Klassen des 2. Schuljahres. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* (2002), Nr. 3/4, 222–242.

Henn 2003 Henn, Hans W. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2003.* Hildesheim, Berlin: Franzbecker, 2003.

Hughes 1986 Hughes, Martin: *Children and Number. Difficulties in Learning Mathematics.* Oxford, New York: Basil Blackwell, 1986.

Janosch 2003 Janosch: *Wie der Tiger zählen lernt.* München: Bassermann, 2003.

Jetter 1982 Jetter, Karlheinz: Mathematik – Rechnen. Thesen zur Entwicklung mathematischen Denkens. In: *AKoP, Zeitschrift des Arbeitskreises Kooperative Pädagogik* (1982), Nr. 1, 66–67.

Krauthausen 1998 Krauthausen, Günter: *Lernen. Lehren. Lehren lernen. Zur mathematik-didaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe.* Leiptig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett, 1998.

Krauthausen, Scherer 2001 Krauthausen, Günter; Scherer, Petra: *Einführung in die Mathematikdidaktik.* Heidelberg, Berlin: Spektrum Verlag, 2001.

Kühnel 1950 Kühnel, Johannes: *Neubau des Rechenunterrichts.* 8. Auflage. (1. Aufl. 1916). Bad Heilbrunn: Klinkhardt, 1950.

Lauter 1997 Lauter, Josef: *Fundament der Grundschulmathematik. Pädagogisch-didaktische Aspekte des Mathematikunterrichts in der Grundschule.* 3. Auflage. Donauwörth: Auer, 1997.

Lobeck 1996 Lobeck, Arnold: *Rechenschwäche: geschichtlicher Rückblick, Theorie und Therapie.* 2., leicht veränd. Auflage. (1. Aufl. 1992). Luzern: Ed. SZH/SPC, 1996.

Lorenz 1984 Lorenz, Jens H. (Hrsg.): *Lernschwierigkeiten: Forschung und Praxis.* Köln: Aulis-Verlag Deubner, 1984.

Lorenz 1991a Lorenz, Jens H.: Rechenschwache Schüler in der Grundschule. Erklärungsversuche und Förderstrategien. Teil I. In: *Journal für Mathematikdidaktik* (1991), Nr. 1, 3–31.

Lorenz 1991b Lorenz, Jens H.: Rechenschwache Schüler in der Grundschule. Erklärungsversuche und Förderstrategien. Teil II. In: *Journal für Mathematikdidaktik* (1991), Nr. 2, 172–195.

Lorenz 1992 Lorenz, Jens H.: *Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht.* Göttingen: Hogrefe, 1992.

Lorenz 1997 Lorenz, Jens H.: *Kinder entdecken die Mathematik.* Braunschweig: Westermann, 1997.

Lorenz 2003a Lorenz, Jens H.: *Lernschwache Rechner fördern. Ursachen der Rechenschwäche, Frühhinweise auf Rechenschwäche, Diagnostisches Vorgehen.* Berlin: Cornelsen Scriptor, 2003.

Lorenz 2003b Lorenz, Jens H.: Überblick über Theorien zur Entstehung und Entwicklung von Rechenschwächen. In: (Fritz u. a. 2003), 144–162.

Lorenz, Radatz 1993 Lorenz, Jens H.; Radatz, Hendrik: *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht.* Hannover: Schroedel, 1993.

Maier 1990 Maier, Hermann: *Didaktik des Zahlbegriffs. Ein Arbeitsbuch zur Planung des mathematischen Erstunterrichts.* Hannover: Schroedel, 1990.

Maier, Senft 1983 Maier, Hermann; Senft, Walter: *Didaktik der Zahldarstellung und des elementaren Rechnens. Ein Arbeitsbuch zur Unterrichtsplanung.* Bd. 1: *Zahldarstellung.* Paderborn: Schöningh, 1983.

Mayring 1990 Mayring, Philipp: *Qualtitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken.* Weinheim: Deutscher Studien Verlag, 1990.

Mittelberg 1997 Mittelberg, Axel: *Dyskalkulie oder nicht geförderte Fähigkeiten – ein Fallbeispiel.* Hannover, Universität Hannover, unveröff. Examensarbeit, 1997.

Mittelberg 2004 MITTELBERG, Axel: Bemerkungen zum Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ). In: (Ganser 2004). – im Druck.

Mittelberg, Jetter 2000 MITTELBERG, Axel; JETTER, Karlheinz: Rechenschwäche jenseits der Grundschule. In: *Lernchancen* (2000), Nr. 16, 24–27.

Moser Opitz 2001 MOSER OPITZ, Elisabeth: *Zählen Zahlbegriff Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen.* Bern, Stuttgart, Wien: Verlag Paul Haupt, 2001.

Müller, Wittmann 1984 MÜLLER, Gerhard N.; WITTMANN, Erich C.: *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Ziele – Inhalte – Prinzipien – Beispiele.* 3., neubearb. Auflage. (1. Aufl. 1977). Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1984.

Müller, Wittmann 1995 MÜLLER, Gerhard N.; WITTMANN, Erich C.: *Mit Kindern rechnen.* Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule – Der Grundschulverband, 1995.

Niedersächsischer Kultusminister 1984a NIEDERSÄCHSISCHER KULTUSMINISTER: *Rahmenrichtlinien für die Grundschule. Mathematik.* Hannover: Schroedel, 1984.

Niedersächsischer Kultusminister 1984b NIEDERSÄCHSISCHER KULTUSMINISTER: *Rahmenrichtlinien für die Integrierte Gesamtschule. Mathematik.* Hannover: Schroedel, 1984.

Niedersächsischer Kultusminister 1989a NIEDERSÄCHSISCHER KULTUSMINISTER: *Rahmenrichtlinien für das Gymnasium. Klassen 7 – 10. Mathematik.* Hannover: Schroedel, 1989.

Niedersächsischer Kultusminister 1989b NIEDERSÄCHSISCHER KULTUSMINISTER: *Rahmenrichtlinien für die Hauptschule. Mathematik.* Hannover: Schroedel, 1989.

Niedersächsischer Kultusminister 1989c NIEDERSÄCHSISCHER KULTUSMINISTER: *Rahmenrichtlinien für die Orientierungsstufe. Mathematik.* Hannover: Schroedel, 1989.

Niedersächsischer Kultusminister 1992 NIEDERSÄCHSISCHER KULTUSMINISTER: *Rahmenrichtlinien für die Realschule. Mathematik.* Hannover: Schroedel, 1992.

Oberschelp 1976 OBERSCHELP, Arnold: *Aufbau des Zahlensystems.* Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1976.

Padberg 1995 PADBERG, Friedhelm: *Didaktik der Bruchrechnung. Gemeine Brüche – Dezimalbrüche.* 2., erw. Auflage. Heidelberg, Berlin, Oxford: Spektrum, 1995.

Padberg 1996 PADBERG, Friedhelm: *Didaktik der Arithmetik.* 2., vollst. überarb. u. erw. Auflage. Heidelberg, Berlin, Oxford: Spektrum, 1996.

Palzkill, Rinkens 1991 PALZKILL, Leonard (Hrsg.); RINKENS, Hans-Dieter (Hrsg.): *Die Welt der Zahl. Ausgabe Nord. 7.* Hannover: Schroedel, 1991. – (Schulbuch).

Peter-Koop 1998 PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): *Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule.* Offenburg: Mildenberger, 1998.

Piaget 1969 PIAGET, Jean: *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde.* Stuttgart: Klett, 1969.

Piaget 1976 PIAGET, Jean: *Le langage et la pensée chez l'enfant.* Neuchâtel, Paris, 1976.

Radatz 1979 RADATZ, Hendrik: *Fehleranalysen im Mathematikunterricht.* Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1979.

Radatz 1982 RADATZ, Hendrik: Zählen – eine oft vernachlässigte Fähigkeit. In: *Grundschule* 14 (1982), Nr. 4, 159–162.

Radatz, Rickmeyer 1991 RADATZ, Hendrik; RICKMEYER, Knut: *Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen.* Hannover: Schroedel, 1991.

Radatz, Schipper 1983 RADATZ, Hendrik; SCHIPPER, Wilhelm: *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen.* Hannover: Schroedel, 1983.

Radatz u. a. 1999 RADATZ, Hendrik; SCHIPPER, Wilhelm; DRÖGE, Rotraut; EBELING, Astrid: *Handbuch für den Mathematikunterricht.* Bd. 3: *3. Schuljahr.* Hannover: Schroedel, 1999.

Rolff 2001 ROLFF, Hans-Günter: Was bringt die vergleichende Leistungsmessung für die pädagogische Arbeit in Schulen? In: (Weinert 2001), 337–352.

Rottmann 2003 ROTTMANN, Thomas: Halbieren und Verdoppeln – Analyse des kindlichen Begriffsverständnisses. In: (Henn 2003), 545–548.

Scherer 1995 SCHERER, Petra: *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule für Lernbehinderte. Theoretische Grundlagen und evaluierte unterrichtspraktische Erprobung.* Heidelberg: Edition Schindele, 1995.

Schipper 1998 SCHIPPER, Wilhelm: „Schulanfänger verfügen über hohe mathematische Kompetenzen.“ Eine Auseinandersetzung mit einem Mythos. In: (Peter-Koop 1998), 119–140.

Schipper 2002 SCHIPPER, Wilhelm: Thesen und Empfehlungen zum schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* (2002), Nr. 3/4, 243–261.

Schmidt 1982 SCHMIDT, Roland: Die Zählfähigkeit der Schulanfänger. In: *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe* 10 (1982), 371–376.

Schmidt 1983 SCHMIDT, Siegbert: Zu Bedeutung und Entwicklung der Zählkompetenz für die Zahlbegriffsentwicklung bei Vor- und Grundschulkindern. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 15 (1983), 101–111.

Schmidt, Weiser 1982 SCHMIDT, Siegbert; WEISER, Werner: Zählen und Zahlverständnis bei Schulanfängern. In: *Journal für Mathematikdidaktik* (1982), Nr. 3/4, 227–236.

Schröder 1990 SCHRÖDER, Max (Hrsg.): *Orientierung Mathematik. Mathematisches Unterrichtswerk für Orientierungsstufen in Niedersachsen.* Hannover: Schroedel, 1990. – (Schulbuch).

Schröder u. a. 1999 SCHRÖDER, Max (Hrsg.); WURL, Bernd (Hrsg.); WYANDS, Alexander (Hrsg.): *Maßstab 6. Mathematik Orientierungsstufe.* Hannover: Schroedel, 1999. – (Schulbuch).

Schröder u. a. 2000 SCHRÖDER, Max (Hrsg.); WURL, Bernd (Hrsg.); WYANDS, Alexander (Hrsg.): *Maßstab 7. Mathematik Hauptschule.* Hannover: Schroedel, 2000. – (Schulbuch).

Schulz 1995 SCHULZ, Andrea: *Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule. Grundsätzliche Überlegungen zum Erkennen, Verhindern und Überwinden von Lernschwierigkeiten – dargestellt am Beispiel der Klassenstufe 3.* Berlin: Paetec, 1995.

Schulz 1988 SCHULZ, Klaus: *Mathematische Leistungen von Hauptschüler. Eine empirische Untersuchung über Zielvorstellungen des Beschäftigungssystems und real vorfindbare Leistungsprofile bei Hauptschülern.* Regensburg: S. Roderer Verlag, 1988.

Schwarz 2001 SCHWARZ, Margret: *Rechenschwäche? Wie Eltern helfen können.* Berlin: Urania-Ravensburger, 2001.

Selter, Spiegel 1997 SELTER, Christoph; SPIEGEL, Hartmut: *Wie Kinder rechnen.* Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett, 1997.

Spiegel, Selter 2003 Spiegel, Hartmut; Selter, Christoph: *Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten.* Seelze-Velber: Kallmeyer, 2003.

Steibl 1997 Steibl, Horst: *Geometrie aus dem Zettelkasten.* Bad Salzdetfurt: Franzbecker, 1997.

Stern 1998 Stern, Elsbeth: *Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter.* Lengerich: Pabst Science Publisher, 1998.

Strauss 1994 Strauss, Anselm L.: *Grundlagen qualitativer Sozialforschung. Datenanalyse und Theoriebildung in der empirischen soziologischen Forschung.* München: Wilhelm Fink Verlag, 1994.

Terhart 2002 Terhart, Ewald: Wie können die Ergebnisse von vergleichenden Leistungsstudien systematisch zur Qualtitätsverbesserung in Schulen genutzt werden? In: *Zeitschrift für Pädagogik* (2002), Nr. 1, 91–110.

Van Luit u. a. 2001 Van Luit, J. E. H.; Van de Rijt, B. A. M.; Hasemann, Klaus: *OTZ – Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung.* Göttingen, Bern, Toronto: Hogrefe, 2001.

Weinert 2001 Weinert, Franz E. (Hrsg.): *Leistungsmessung in Schulen.* Weinheim, Basel: Beltz, 2001.

Winter 1980 Winter, Heinrich: Fächerübergreifender Mathematikunterricht – warum? In: *Grundschule* (1980), Nr. 3.

Winter 1998 Winter, Martin: Mathe aus Schülersicht: Kein Horrorfach, aber …? In: *Mathematische Unterrichtspraxis* (1998), Nr. 4, 4–14.

Wittmann 1981 Wittmann, Erich C.: *Grundfragen des Mathematikunterrichts.* 6., neubearb. Auflage. (1. Aufl. 1974). Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1981.

Wittmann 1982 Wittmann, Erich C.: *Mathematisches Denken bei Vor- und Grundschulkindern.* Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1982.

Wittmann 1994 Wittmann, Erich C.: Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. Siehe (Wittmann, Müller 1994a), 157–171.

Wittmann 1995 Wittmann, Erich C.: Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Arithmetikunterricht. Siehe (Müller, Wittmann 1995), 10–41.

Wittmann, Müller 1994a Wittmann, Erich C.; Müller, Gerhard N.: *Handbuch produktiver Rechenübungen.* Bd. 1: *Vom Einspluseins zum Einmaleins.* 2., überarb. Auflage. (1. Aufl. 1990). Stuttgart u. a. O.: Klett, 1994.

Wittmann, Müller 1994b Wittmann, Erich C.; Müller, Gerhard N.: *Handbuch produktiver Rechenübungen.* Bd. 2: *Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen.* Stuttgart u. a. O.: Klett, 1994.

Zimmermann 1977 Zimmermann, Bernd: *Analyse des Problemlöseverhaltens bei Aufgaben aus der Inzidenzgeometrie.* Paderborn, Gesamthochschule Paderborn, Dissertation, 1977.

Abbildungsverzeichnis

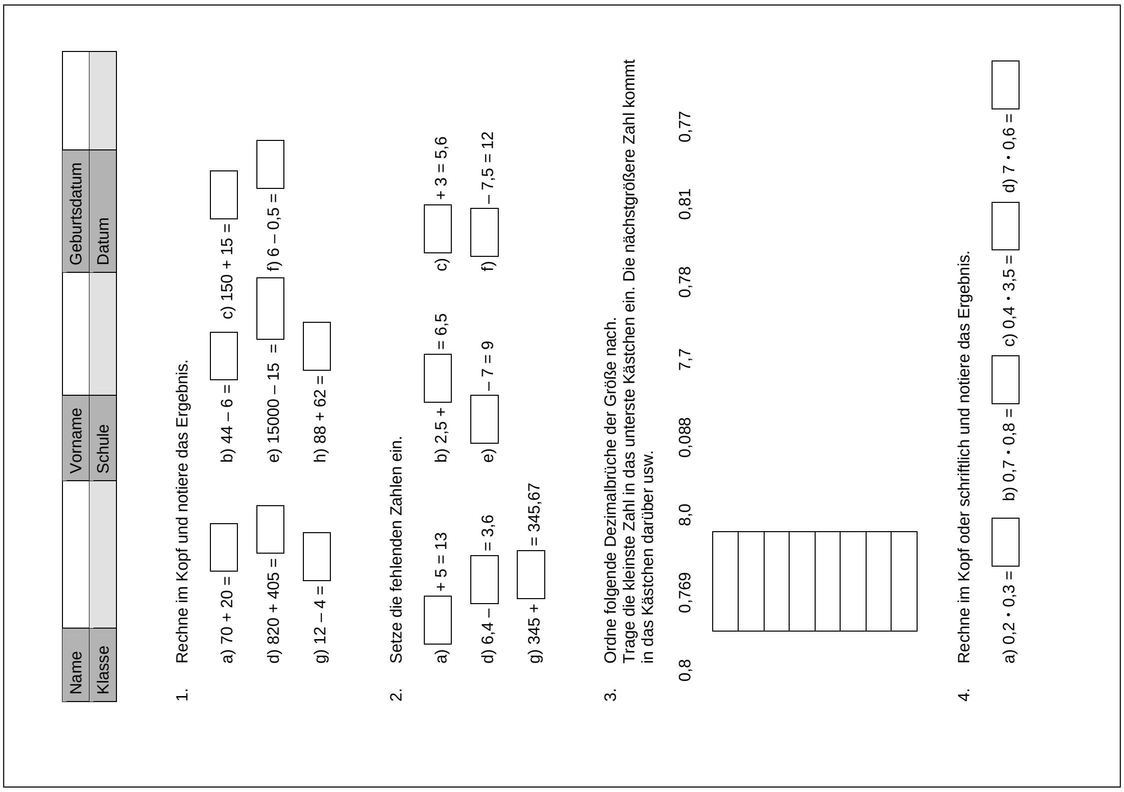
Tabellenverzeichnis

Anhang A

Test-Aufgaben

A.1 Schriftliche Überprüfung

Die folgenden Abbildungen zeigen die für die schriftliche Überprüfung (informeller Test) verwendeten Aufgabenbogen. Jeweils zwei Bogen (DIN A4)wurden zusammengeheftet. Waren die ersten 8 Aufgaben auf den Seiten 1 und 2 bearbeitet, wurden die Seiten 3 und 4 überreicht. Zur besseren Unterscheidung wurden abwechselnd gelbe und grüne Aufgabenbogen verteilt. Die Aufgaben 1 bis 8 wurden auf Papier mit einem jeweils helleren Farbton gedruckt als die Aufgaben 9 bis 13.



Name		Vorname		Geburtsdatum	
Klasse		Schule		Datum	

1. Rechne im Kopf und notiere das Ergebnis.

a) 70 + 20 = ☐ b) 44 – 6 = ☐ c) 150 + 15 = ☐

d) 820 + 405 = ☐ e) 15000 – 15 = ☐ f) 6 – 0,5 = ☐

g) 12 – 4 = ☐ h) 88 + 62 = ☐

2. Setze die fehlenden Zahlen ein.

a) ☐ + 5 = 13 b) 2,5 + ☐ = 6,5 c) ☐ + 3 = 5,6

d) 6,4 – ☐ = 3,6 e) ☐ – 7 = 9 f) ☐ – 7,5 = 12

g) 345 + ☐ = 345,67

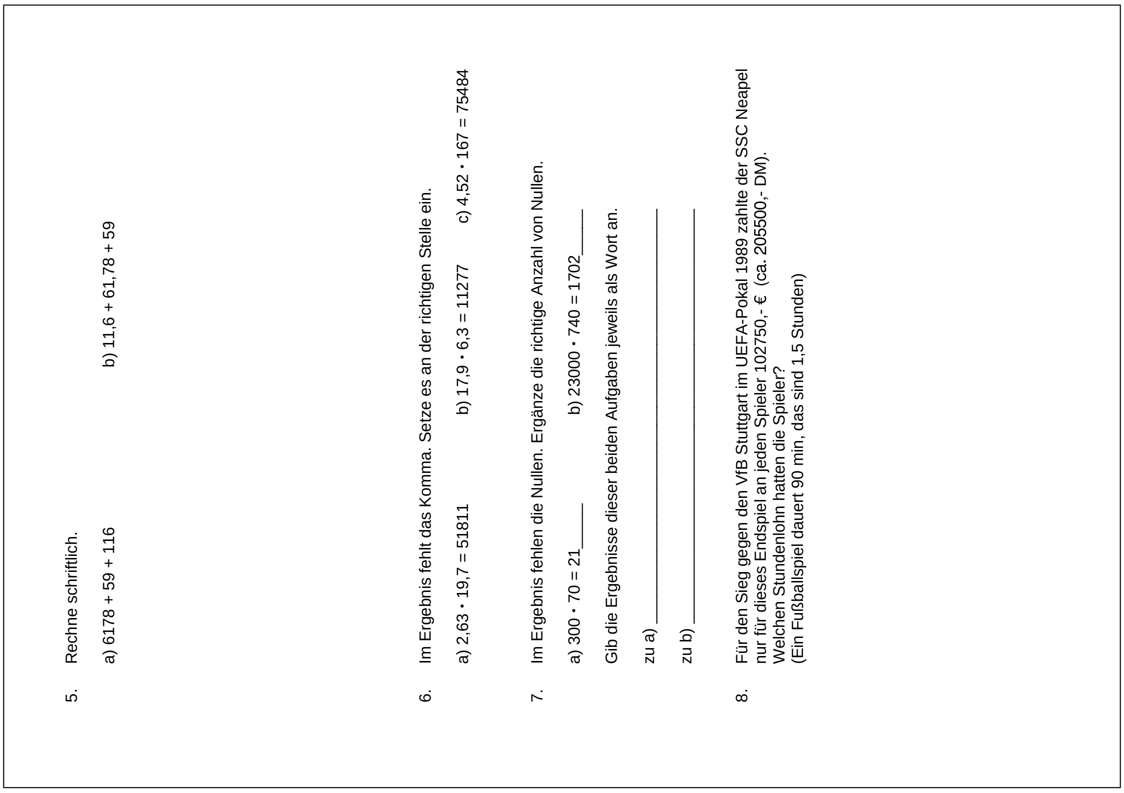
3. Ordne folgende Dezimalbrüche der Größe nach.
Trage die kleinste Zahl in das unterste Kästchen ein. Die nächstgrößere Zahl kommt in das Kästchen darüber usw.

0,8 0,769 8,0 0,088 7,7 0,78 0,81 0,77

4. Rechne im Kopf oder schriftlich und notiere das Ergebnis.

a) 0,2 • 0,3 = ☐ b) 0,7 • 0,8 = ☐ c) 0,4 • 3,5 = ☐ d) 7 • 0,6 = ☐

Abb. A.1: Aufgabenbogen, Seite 1



5. Rechne schriftlich.

a) 6178 + 59 + 116 b) 11,6 + 61,78 + 59

6. Im Ergebnis fehlt das Komma. Setze es an der richtigen Stelle ein.

a) 2,63 • 19,7 = 51811 b) 17,9 • 6,3 = 11277 c) 4,52 • 167 = 75484

7. Im Ergebnis fehlen die Nullen. Ergänze die richtige Anzahl von Nullen.

a) 300 • 70 = 21____ b) 23000 • 740 = 1702____

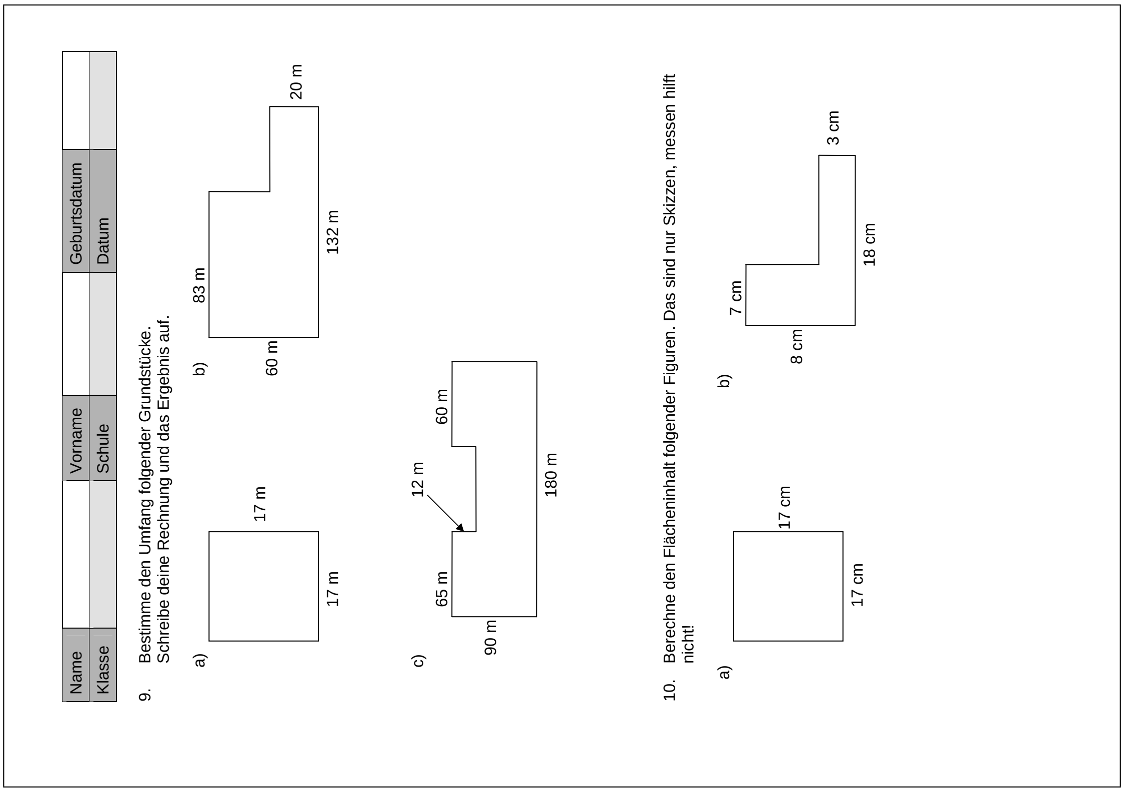
Gib die Ergebnisse dieser beiden Aufgaben jeweils als Wort an.

zu a) ______________________________

zu b) ______________________________

8. Für den Sieg gegen den VfB Stuttgart im UEFA-Pokal 1989 zahlte der SSC Neapel nur für dieses Endspiel an jeden Spieler 102750,- € (ca. 205500,- DM).
Welchen Stundenlohn hatten die Spieler?
(Ein Fußballspiel dauert 90 min, das sind 1,5 Stunden)

Abb. A.2: Aufgabenbogen, Seite 2

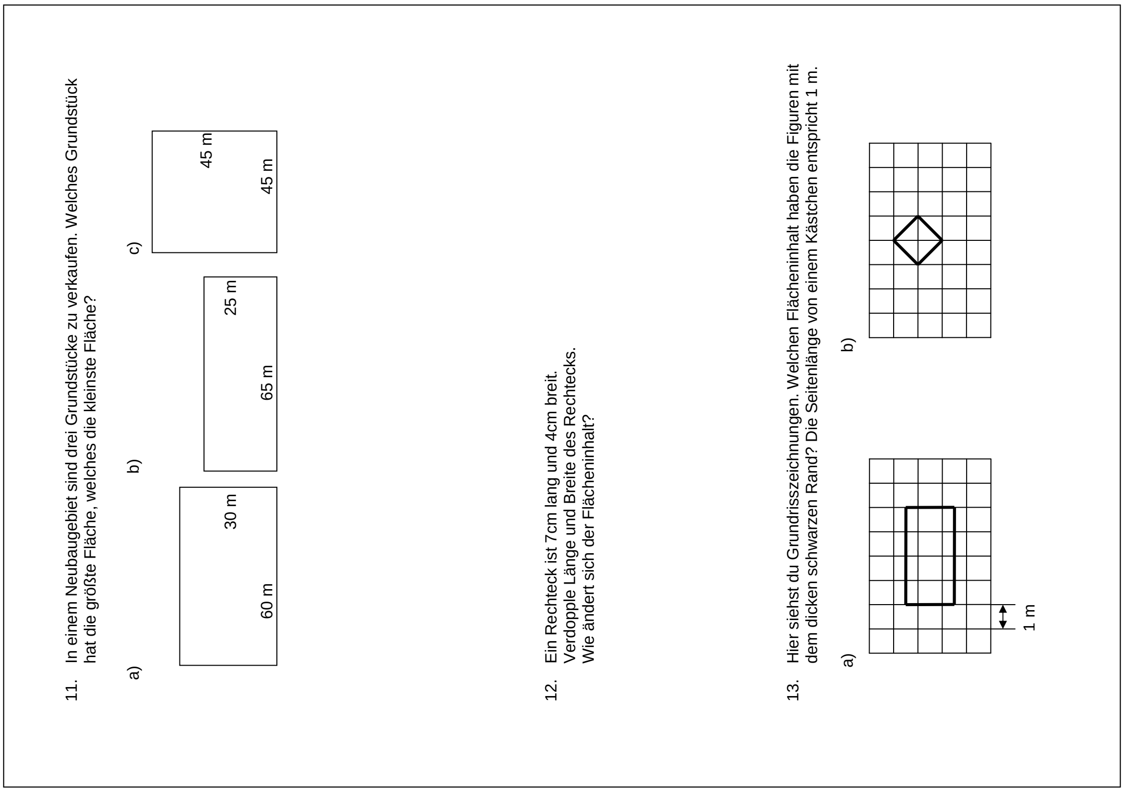


Name		Vorname		Geburtsdatum	
Klasse		Schule		Datum	

9. Bestimme den Umfang folgender Grundstücke.
Schreibe deine Rechnung und das Ergebnis auf.

10. Berechne den Flächeninhalt folgender Figuren. Das sind nur Skizzen, messen hilft nicht!

Abb. A.3: Aufgabenbogen, Seite 3



11. In einem Neubaugebiet sind drei Grundstücke zu verkaufen. Welches Grundstück hat die größte Fläche, welches die kleinste Fläche?

a) 60 m, 30 m

b) 65 m, 25 m

c) 45 m, 45 m

12. Ein Rechteck ist 7cm lang und 4cm breit.
Verdopple Länge und Breite des Rechtecks.
Wie ändert sich der Flächeninhalt?

13. Hier siehst du Grundrisszeichnungen. Welchen Flächeninhalt haben die Figuren mit dem dicken schwarzen Rand? Die Seitenlänge von einem Kästchen entspricht 1 m.

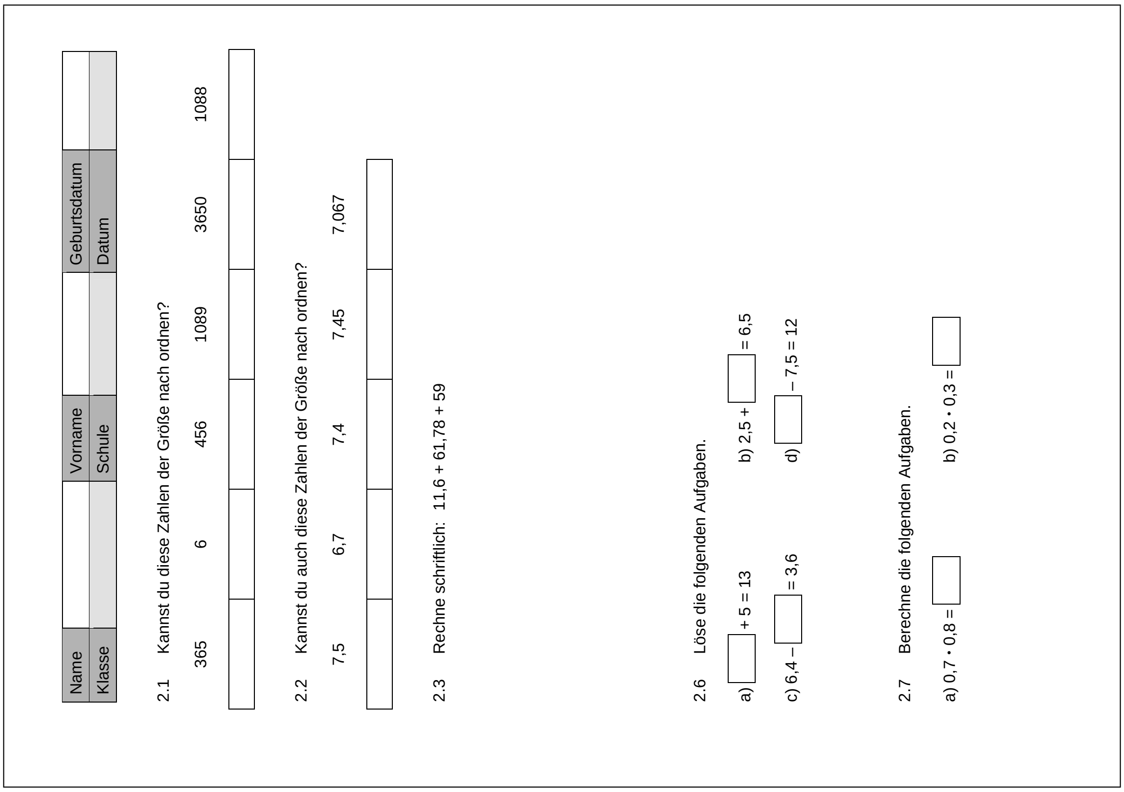
a) 1 m

b)

Abb. A.4: Aufgabenbogen, Seite 4

A.2 Interviewfragen

Für die Interviews wurden fertige Aufgabenbogen erstellt, deren Aufgaben jeweils nach individueller Auswahl bearbeitet wurden. Im Folgenden die Abbildungen der drei möglichen Aufgabenbogen.



Name		Vorname		Geburtsdatum	
Klasse		Schule		Datum	

2.1 Kannst du diese Zahlen der Größe nach ordnen?

365 6 456 1089 3650 1088

2.2 Kannst du auch diese Zahlen der Größe nach ordnen?

7,5 6,7 7,4 7,45 7,067

2.3 Rechne schriftlich: 11,6 + 61,78 + 59

2.6 Löse die folgenden Aufgaben.

a) $\boxed{}$ + 5 = 13 b) 2,5 + $\boxed{}$ = 6,5

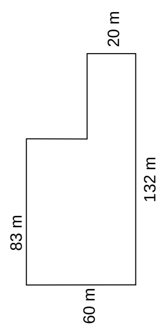
c) 6,4 – $\boxed{}$ = 3,6 d) $\boxed{}$ – 7,5 = 12

2.7 Berechne die folgenden Aufgaben.

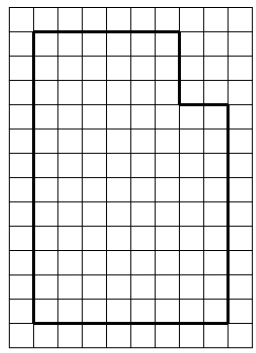
a) 0,7 • 0,8 = $\boxed{}$ b) 0,2 • 0,3 = $\boxed{}$

Abb. A.5: Interview-Aufgabenbogen, Seite 1

3.3 Wie bestimmst du den Umfang dieser Figur?



3.4 Hier siehst du den Grundriss von einem Zimmer. Darin sollen große Fliesen verlegt werden. Wie viele Fliesen brauchst du?



3.5 Hier siehst du noch eine Figur – wieder ein Zimmer. Welchen Flächeninhalt hat dieses Zimmer?

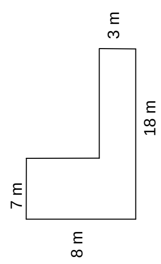


Abb. A.6: Interview-Aufgabenbogen, Seite 2

4.1 Dies ist ein 'Mal-Quadrat'. Ergänze die fehlenden Zahlen.

•	2	3		
4				28
5			30	
		6		
	14			

4.2 Am Kiosk kosten 3 Dosen Cola 2,40 €. Was kosten 2 Dosen?

4.3 Zwei Gärtner brauchen 3 Stunden, um den Rasen auf einem Sportplatz zu mähen.
Wie viele Gärtner braucht man, um diesen Platz in einer Stunde zu mähen?

4.4 Ein Schulchor mit 10 Schülern braucht für ein Lied 5 Minuten. Wie lange braucht ein anderer Chor mit 20 Schülern?

Abb. A.7: Interview-Aufgabenbogen, Seite 3

Anhang B

Transkripte

B.1 Corinna

Corinna *(Schule 1; 02.09.02; 2. Stunde)*

I: Gibt es etwas im Matheunterricht, was du besonders gerne machst?
S: Malrechnen.
I: Malrechnen.
S: Meistens auch geteilt.
I: Hmmm. Gibt es auch etwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Dezimalbrüche.
I: Dezimalbrüche, aha. Da kommen wir noch hin. Ähm, das ist ja alles auf jetzt bezogen. Kannst du dich an deinen Matheunterricht in der Grundschule erinnern?
S: Ja!
I: Gibt's da irgendwas Gutes, was dir gefiel? Was toll war oder auch etwas, was dir nicht so toll gefiel?
S: *(unverständlich)*
I: Da warst du besser, hmm. Hast du da etwas besonders gern gemacht?
S: *(unverständlich)*
I: Gab's da irgendwas, was dir nicht gefallen hat?
S: Nö.
I: Nö, da war alles OK in Mathe.
S: Später, ich bin ja jetzt umgezogen, vor zwei Jahren ungefähr … *(unverständlich)*
I: Seitdem du hier bist. Ähm, meinst du, dass Erfolg im Matheunterricht von deinen Lehrern auch abhängig ist? Du hast ja schon ein paar Lehrer gehabt, nehme ich an.
S: Ja, nö, von mir selbst
I: Von dir selbst.
S: *(unverständlich)*
I: Wenn du so an deinen Matheunterricht denkst, hast du vielleicht Verbesserungsvorschläge?
S: Mehr Üben.

I: Mehr üben, geht das an dich oder als Aufforderung an die Lehrerin, zu sagen, wir müssen mehr üben mit der Klasse?
S: (Schulterzucken) An mich.
I: An dich. Dann gucken wir mal, ob wir ein paar Aufgaben lösen können, ich hab so einige Aufgaben, die wir gemeinsam lösen wollen. Wenn du Fragen hast, dann können wir darüber sprechen. Wir fangen mal folgendermaßen an. Da oben siehst du eine Reihe von Zahlen. Kannst du die Zahlen der Größe nach ordnen? Bestimmt. Mach das einfach mal. Du fängst mit der kleinsten an und sortierst die der Reihenfolge nach immer größer werdend. *(Pause)* Aufgabe klar?
S: Hmmm
I: Welches ist die kleinste von den Zahlen da?
S: Eigentlich die hier!
I: Ja, gut, warum eigentlich?
S: Ja nach … *(unverständlich)*
I: Wonach ist das die kleinste?
S: Nach Kuchenstücken. … *(unverständlich)*
I: Nach Kuchenstücken. Ach so, du meinst Bruchteile.
S: Ja.
I: Nee, ich meine einfach nur Zahlen. Das sind ganz normale Zahlen.
S: *(schreibt)*
I: OK. Wo waren die Probleme? Am Anfang, vom Verständnis her. Sind das Bruchteile oder sind das normale Zahlen. War zu leicht? Gut machen wir das ein bisschen schwieriger. Du hast ja gesagt, das magst du, deswegen machen wir das auch. Das ist genau das Gleiche. Das sind auch normale Zahlen und die sind unterschiedlich groß. Ordne die von klein bis groß.
S: *(rechnet)*
I: Hmm. Wie fängst du an?
S: Mit der kleinsten?
I: Ja, welches ist die kleinste?
S: Weiß ich nicht.
I: Weißt du nicht. Du hast das hier oben auch rausgekriegt, welches die kleinste Zahl ist. Wonach guckst du hier. Da sind Kommas dabei.
S: Dann lass ich das Komma weg.
I: Wenn du das Komma weg lässt, hilft dir das schon?
S: Ja.
I: Ja, was passiert dann, wenn du das Komma weg lässt?
S: Dann, … *(unverständlich)*
I: Ja, ist dann die Frage, ob das dann das Gleiche bleibt. Schreib die Zahlen mal hin ohne Komma. Du hast ja hier einen Zettel, da kannst du ruhig was aufschreiben.
S: *(schreibt)*

I: Hmhm. Du hast eben von Tortenstücken gesprochen, ne. Kann man das hier auch so sagen, mit Tortenstücken oder so was? Hast du schon gesagt, mit Dezimalbrüchen. Wenn man sich nur die erste Zahl anguckt, was steht da?
S: *(unverständlich)*
I: HmHm. Bleiben wir mal bei deinen Torten. 7,5 Torten. Hast du da ne Vorstellung? Wie sieht das aus?
S: Sieben fünftel.
I: Ne, wie schreibt man sieben fünftel? Schreib das mal hin, sieben fünftel.
S: *(Pause)*
I: *(schreibt $\frac{7}{5}$)* Muss ich auf dem Kopf schreiben, ne. Ist das das Gleiche?
S: Ne.
I: Ne, gut. Machen wir ein Ungleich. Das stimmt nicht, also das ist nicht das Gleiche wie sieben fünftel. Wie sieht 7,5 aus?
S: *(unverständlich)*
I: Ist das ein Teil von einer ganzen Torte? Sind da ganze Torten bei und noch ein bisschen?
S: *(überlegt)*
I: Ich lasse mal was weg. *(deckt Komma und Nachkommastelle mit einem Blatt ab)* Siehst du noch was?
S: Sieben.
I: Sieben. Und was ist das?
S: *(unverständlich)*
I: *(unverständlich)* ... Komma fünf. *(Pause)* Ist das eine ganze Torte?
S: Nö.
I: Nö. Wenn man das Komma weg lässt, dann lässt man eigentlich auch das, was dahinten dran hängt weg. Habt ihr so was mal gemacht in der Schule?
S: *(Schulterzucken)*
I: Du hast eben einfach so das Komma weggelassen, dann gibt das nämlich ganz andere Zahlen, das ist dann richtig sortiert. Aber es ist die Frage, ob das dann auch auf die Zahlen zutrifft, wenn man da das Komma wieder reinschreibt.
S: Hm.
I: Also nicht das Gleiche?
S: Glaube ich nicht.
I: Also glaubst du. Warum glaubst du nicht? Weißt du das oder glaubst du das?
S: Glaube ich.
I: Glaubst du. Ist so ein Gefühl. Klar, wenn der schon so fragt. Gut. Wir schauen einfach mal weiter. Das ist nicht so ganz gut. Vielleicht schauen wir da noch mal später drauf. *(deutet auf eine Aufgabe)* Ja. Da geht es auch um Kommazahlen. Da geht es um schriftliches Rechnen. Schriftlich rechnen kennst du.

S: Ja.
I: Dann kannst du das da mal probieren.
S: *(rechnet)*
I: Was hast du da jetzt gemacht. Das steht da ja gar nicht.
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm, hmhm.
S: *(schreibt)*
I: Ich muss da mal zurückfragen. Warum hast du die da so angeordnet hier. *(Pause)* Gleich mal vorweg. Das ist richtig, aber warum schreibst du die Zahlen so hin und nicht irgendwie anders?
S: Komma muss unter Komma stehen.
I: Aha. Komma muss unter Komma stehen.
S: Sonst geht das nicht.
I: Sonst geht das nicht. Das ist in Ordnung. Lassen wir es dabei. Da kommt noch eine Aufgabe, da. Guck die dir mal an. Da fehlen Zahlen in diesen Kästchen und die sollst du ergänzen.
S: *(schreibt)*
I: Was rechnest du? Vielleicht erzählst du uns was dazu.
S: *(überlegt)*
I: Wo ist das Problem?
S: Das Minuszeichen.
I: Da steht ein Minus. Ne. Hmhm. Da muss ...
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm. Man muss also was wegnehmen von der ersten Zahl. Hm. Wäre das leichter, wenn das freie Kästchen wo anders wäre?
S: *(Nickt)*
I: Wäre leichter. Kann man die Aufgabe umstellen, dass das hinten steht?
S: *(überlegt, unverständlich)*
I: Nein? Was würdest du denn machen, wenn du das umstellst?
S: *(Pause, unverständlich)*
I: Hmhm. Kannst du ja mal hinschreiben die anderen Aufgaben.
S: *(schreibt)*
I: Willst du das untereinander schreiben oder einfach als Kästchenaufgabe hintereinander schreiben. Wie du das rechnest kann man dann gleich noch sehen. *(Pause)* So, kannst du das jetzt rechnen?
S: *(rechnet)*
I: Wie hast du das gerechnet?
S: *(unverständlich)* ... minus 74.
I: Hmhm. 4 minus 6, 6 Komma 4, was hast du gerechnet? Was hast du genau gerechnet? Beschreib das mal.
S: 4 minus 6.

I: 4 minus 6, und dann kommst du auf die Zwei. OK. Gut, und jetzt müssen wir uns die Frage stellen, ob man das da eigentlich einsetzen kann. Ob das das Gleiche ist, diese Aufgabe und diese Aufgabe.
S: *(nickt)* Ja.
I: Ja, ist das Gleiche? Warum?
S: *(unverständlich)*
I: Hm. Also man kann das ruhig vertauschen. Man kann das minus das nehmen oder das minus das und kriegt immer dasselbe raus. OK. Guck dir noch mal die Aufgabe an. Also wenn das das Gleiche ist, dann darfst du das natürlich vereinfachen.
S: *(rechnet)*
I: Dann guck dir noch einmal die Aufgabe d) an. *(Pause)* Jetzt ist vorne das große Kästchen. Das ist gemein, ne?
S: *(überlegt, unverständlich)* … da kommt ein Komma.
I: Warum ein Komma? Ne da soll kein Komma hin, da soll zwölf stehen. Wollen wir mal nicht zu viele Komma hinschreiben. Zwölf ist eine glatte Zahl. Was kannst du rechnen. Nix minus irgendwas geht nicht. Also muss du was anderes rechnen.
S: *(schreibt)*
I: Ja, kann man machen. Plus, wo rechnest du jetzt plus?
S: *(überlegt lange)*
I: Geht nicht? – Will nicht? – Weißt du nicht? Gut, machen wir das weiter. Vielleicht kommen wir noch einmal drauf zurück. Diesen Zettel. Jetzt geht es um mal. Du hast gesagt, du magst mal.
S: *(rechnet)*
I: Wie kommst du darauf jetzt?
S: 8 mal 7 sind 56
I: Hmhm. Und jetzt kommt noch die Frage des Kommas, ne?
S: *(schreibt)*
I: OK. Was hast du gemacht, du hast gerade gezählt, ne, habe ich gesehen.
S: Zwei Stellen.
I: Ja. OK. Super.
S: *(schreibt)*
I: Ja, da hast du eine Null dazwischen geschrieben. Warum? Erklärst du mir das noch?
S: Auch wieder zwei Stellen.
I: Auch wieder zwei Stellen hinter dem Komma. Ne?
S: Sonst geht das nicht.

I: Sonst geht das nicht. OK. Völlig richtig. Gut. Wir machen ein bisschen was anderes. Na ja, das kommt später. Erklär mir mal, was der Umfang von einer Figur ist. Ihr habt Figuren euch schon angeguckt. Ihr habt euch Dreiecke bestimmt angeguckt, ihr habt euch Quadrate angeguckt, Rechtecke, vielleicht auch schon Parallelogramme. Was ist der Umfang von solch einer geometrischen Figur. Wenn du es jemandem erklären müsstest, dann musst du es jemandem sagen können.
S: Weiß ich nicht mehr.
I: Weißt du nicht mehr? Dann gucken wir uns eine Figur an. Da ist eine solche Figur und da stehen Zahlen dran. Wie bestimmst du den Umfang dieser Figur? Jetzt müssen wir uns doch darüber verständigen, was eigentlich der Umfang ist.
S: *(überlegt)*
I: Fällt dir nicht mehr ein? Ich erinnere mich aber an unser Gespräch. *(nach dem schriftlichen Test)* Wir hatten nämlich über so was gesprochen damals. Und ich glaube, wir haben über Zäune gesprochen. Erinnerst du dich?
S: *(nickt)*
I: Fällt dir jetzt was ein, zum Umfang?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Noch nicht? Ein Zaun. Man stelle sich vor, da ist ein Grundstück und um dieses Grundstück soll ein Zaun gestellt werden. Ja?
S: Hmhm.
I: Die Frage ist, wie lang muss dieser Zaun eigentlich sein?
S: Muss ich ausrechnen.
I: Das kann man ausrechnen. Wie kann man das ausrechnen? Was kann man da machen? Was sollst du tun? Erzähl mir was dazu. *(8 Sekunden Pause)* Wie fängst du an? *(Pause)* Wollen wir das gemeinsam machen?
S: *(Schulterzucken)*
I: Wir stellen einen Zaun auf diese Grundstücksseite hier. Von da nach da. Das können wir auch einzeichnen. Ich fange an und gleich machst du weiter. *(zeichnet)* So. Wie lang ist der Zaun, der auf diesem roten Stück am Grundstück steht?
S: 83 Meter.
I: 83 Meter, OK. Jetzt bist du dran. Wie machen wir weiter? Welche Seite des Zaunes zeichnen wir jetzt ein?
S: Die hier?
I: Gut, zeichne die mal ein. Kannst du auch rot machen. Wie viel Zaun brauchen wir jetzt schon?
S: *(unverständlich)* … zusammenrechnen.

I: Hmhm. Du darfst dir gern notieren *(zeigt auf eine Stelle und dann auf eine andere)* oder da, wo du möchtest. Schon mal festhalten. Das musst du jetzt nicht im Kopf machen, das kannst du ruhig gerne schon mal aufschreiben. Ich kann mir auch viele Dinge nicht merken und die schreibe ich mir dann einfach auf.
S: *(schreibt)*
I: Ja.
S: *(unverständlich)*
I: Hast du aber doch gerade gesagt. Da kommt ein Zaun hin und da kommt ein Zaun hin. Was rechnet man dann?
S: *(unverständlich)*
I: Ja, genau. Denk mal gar nicht an Umfänge. Geht nur um einen Zaun hier. Da soll ein Stück Zaun hin, das brauchst du und da soll so ein Stück Zaun hin. So die Aussagen. Rollen wir hierhin den Zaun oder bauen den da auf und dann stellen wir ein Stück dazu und dann würden wir das zusammenzählen.
S: *(schreibt)*
I: So, aber das Grundstück ist noch nicht eingezäunt. Es geht noch weiter.
S: *(deutet auf etwas)*
I: Hmhm. Gut, was kommt jetzt dazu?
S: *(unverständlich)* … 24.
I: Hmhm. Kannst du auch vielleicht schon einmal hinschreiben. Das musst du jetzt noch nicht rechnen. Du sollst nur sagen, was du rechnen würdest.
S: Auch wieder plus
I: Auch wieder plus, ne. Brauchst jetzt noch nicht machen, können wir gleich machen. Uns fehlt ja noch was. Wir haben ja noch nicht alles eingezäunt, ne?
S: Hmhm.
I: Was fehlt noch?
S: Hier.
I: Ja, und wie kriegen wir das raus? Da steht nun gemeinerweise keine Zahl dran. Kannst du das rauskriegen?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Doch, kannst du.
S: *(unschlüssig)*
I: Geht nicht? Gut. Aber was klar ist, das müsste man auch noch dazu nehmen. Dann hat man nachher den Zaun komplett.
S: Ja.
I: Und jetzt sage ich noch mal was zum Umfang. Das ist dann der Umfang. Das, was hier außenrum die Linie darstellt. Die wir dann in rot gezeichnet haben. Da fehlt jetzt noch ein Stück. Das ist der Umfang.
S: *(unverständlich)* … Fläche.

I: Genau. Und Flächen gucken wir uns jetzt an. Nehmen wir die nächste Aufgabe. Na, ein bisschen machen wir noch. Ein bisschen Zeit haben wir noch. Da ist eine Fläche, aber denk mal noch gar nicht so an diesen Flächeninhalt, wie ihr ihn vorher gerechnet habt. Hier steht noch was anderes. Hier siehst du den Grundriss von einem Zimmer. Könnte ein Wohnzimmer sein, das man mit großen Fliesen ausstatten möchte. Wie viele Fliesen brauchst du. Du siehst hier schon die einzelnen Fliesen. Wie viele sind das hier drin eigentlich? Also in dem dunkelschwarz, äh, in dem schwarz umrandeten Zimmer. *(Pause)* Wie kriegst du das raus?
S: *(überlegt lange und zählt dann die Seitenfliesen)*
I: Was machst du gerade? Bzw. was denkst du gerade?
S: *(unverständlich)* … gezählt, wie viel das sind. …
I: Hmhm. Acht mal Neun. OK. Schreib mal hin. 72. Hmhm. Kannst ja mal dranschreiben, wie viel das sind. So an der Seite. Hmhm. Und hier drüben dann festhalten: Das sind 72. Hast du damit schon alle Fliesen gezählt?
S: Ne.
I: Ne? *(lange Pause)*
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm, hmhm. Mach mal. *(lange Pause)* Was hast du gerechnet? Plus, mal?
S: Plus.
I: Plus, aha. Warum?
S: *(unverständlich)*
I: Ja, genau. Ich möchte noch mal verstehen, was du gerade gemacht hast. Ich glaube du hast erst, so hast du mir das gezeigt, diesen Teil hier ausgerechnet. Acht mal neun. Ja richtig? Habe ich das richtig verstanden?
S: Ja.
I: Und dann hast du hier diesen Teil genommen. Das sind sechs mal drei. Das sind achtzehn. Und das und das zusammen sind alle Fliesen. Völlig korrekt. Das ist genau richtig. Das ist die Fläche. Ne? Hast genau gezählt, wie viele Fliesen das sind. So jetzt habe ich noch einen anderen Grundriss. Der sieht ein bisschen anders aus. *(Pause)* Kannst du da auch die Größe bestimmen. Da sind jetzt nämlich keine Fliesen jetzt mehr. Da sind jetzt nur noch solche Strecken.
S: *(überlegt)*
I: Was willst du zuerst machen?
S: *(unverständlich)* … 56.
I: Ja. Wo sind 56? Mach mal … Das ist ja nicht alles. Mach mal einen Strich darein, wo die 56 sind. Genau hier. So ähnlich wie hier oben. Du hast erst mal einen Teil ausgerechnet. Gut. Was fehlt noch?
S: *(unverständlich)*
I: Genau. Und wie groß ist dieser Teil?
S: 54.

I: Warum 54?
S: *(unverständlich)*
I: Wo sind die 18 Zentimeter?
S: *(unverständlich)*
I: Ja? Sicher?
S: *(unverständlich)*
I: Aha, genau. Weißt du, was du gerade gemacht hast? Du hast in diesem, dieses Teil gerechnet. Siehst du auch, ne? Irgendwas ist nicht ganz in Ordnung. Was müssen wir machen. Den Teil hast du nämlich schon. Ne? Was brauchen wir?
S: *(unverständlich)*
I: Dieses hier. Dieses Stück. Das kann man ausrechnen.
S: *(unverständlich)*
I: Du brauchst dieses Stück, wie lang das ist? Du musst erst mal gucken wie lang das ist, dieses Stück. Diese Linie da oben. Da unten sind 18, von da bis da. Und das ist kürzer, ne, also weniger als 18 cm.
S: 15
I: Wie kommst du auf 15?
S: Achtzehn minus drei.
I: Die drei sind doch hier. Da. Dann müssten das ja hier drei Zentimeter sein. Ne? Sind das drei? Ne. Wie viel ist denn das hier?
S: Vier.
I: Vier? Wie kommst du darauf? Geschätzt?
S: Gleich sieben
I: Gleich sieben! Warum sieben?
S: Weil die gleich groß ist.
I: Ist gleich groß? Warum?
S: Weil ein Rechteck.
I: Das ist beim Rechteck so, ne. Du hast eben gerechnet sieben mal acht. Da hat man wahrscheinlich auch acht. OK.
S: *(unverständlich)*
I: Halt. Du hast mir gerade gesagt, das hier, das hier unten sind sieben. Kann man auch dranschreiben, ne? Dieses hier sind sieben. Das insgesamt sind achtzehn. Die Striche hier sind ein bisschen blöd. Das sieht so aus, als sind das da achtzehn. Wie lang ist dieser Strich?
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm. Würdest du sagen, das Stück sind sieben und insgesamt sind das achtzehn.
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm. Hmhm. Kannst du hinschreiben. *(lange Pause)* Und? Ne, ja, das ist richtig, das ist OK. Jetzt kannst du weiter rechnen. *(unverständlich)* Jetzt kannst du das Stück da machen.
S: *(unverständlich)*

I: Das sind die Flächen ne? Du hast eben gesagt, das sind hier 56, da waren wir schon einmal. Jetzt brauchen wir das Teil.
S: *(rechnet)*
I: Jetzt bist du wieder bei achtzehn mal drei, ne. Ich möchte aber nur dieses Teil hier haben. *(Pause)* Wofür haben wir uns denn die elf Zentimeter ausgerechnet? *(Pause)* Soll ich mal ein Papier drauflegen? Und? Wie groß ist diese Fläche? Sollen wir die mal wegtun? Die stören uns irgendwie, ne. Irgendwie irritieren dich diese 18 cm noch, ne. So jetzt hast du ein Rechteck da. Du hast eben schon mal Klasse losgelegt mit dem ersten Rechteck. Sieben mal acht ist sechsundfünfzig hast du gesagt. Da haben wir auch wieder ein Rechteck.
S: 33
I: Ja. Sind nicht mehr viele Zahlen da. Würdest du sagen, das stimmt, 33? Warum?
S: Elf mal drei sind dreiunddreißig.
I: Hmhm. Jetzt nehme ich noch dies hier dazu. Kannst du mir jetzt sagen, wie groß diese ganze Fläche ist? *(Pause)* Das ist genau so wie vorher. Du hast zwei Teile. Du hast diesen Teil dir angeguckt für sich, dann hast du diesen Teil für sich angeguckt und dann hast du zusammengezählt, plus gerechnet. Und das darfst du da auch machen. *(Pause)* Darfst auch hinschreiben, musst nicht im Kopf machen. *(Pause)* Ich reflektiere das ein bisschen. Ich fasse nur mal zusammen, was du vorhin gesagt hast. Du hast gesagt, das da sind, dieses Stück? Wie viel waren das?
S: 56
I: Ja, darfst du hinschreiben. Hast du hier oben ja auch gemacht. Den ersten Teil haben wir erst schon mal hingeschrieben. Und jetzt gucken wir uns den Teil mal an. Das sind wie viel? Hast du ja eben auch gesagt.
S: 33
I: Genau. Kannst du auch hinschreiben. Das ist ein Einzelteil, das ist ein Einzelteil. Die überschneiden sich nicht. Dann darfst du die zusammenzählen. Also? Plus rechnen ne?
S: *(unverständlich)*
I: Ja, kannst du auch hinschreiben.
S: *(unverständlich)*
I: Hm? Ne, nicht als irgendwo dran. Das kannst du also erst extra hinschreiben. Das ist ja dann die gesamte Fläche. Wenn du das jetzt irgendwo an einen Strich dran schreibst, dann denke ich, das ist 89 cm, das stimmt aber gar nicht. Ne? Gibt's da nicht vielleicht auch noch irgend eine Einheit? Habt ihr so was mal gemacht? Ja, ne? 89 was ist denn das jetzt? Kartoffeln, Bratpfannen, cm? Irgendwas mit Quadrat, ne? Aber, cm ist ja schon gut, aber irgendwas war da mit Quadrat. Du erinnerst dich, ne? Gut, Corinna danke, die Stunde ist zu Ende. Ich möchte dich nicht länger ärgern. War schlimm?
S: Ja.

B.2 Erdem

Erdem *(Schule 1; 02.09.02; 3. Stunde)*

I: Was gut ist? Was nicht so gut ist?
S: Was gut ist? Bei Mathe braucht man viel, also im Leben.
I: Hmhm.
S: Denke ich mal. Was nicht gut ist, da gibt es eigentlich nix gut. Was nicht gut ist!
I: Aha, gut. Äh, gibt es etwas im Matheunterricht, was du besonders gerne machst?
S: Geometrie.
I: Geometrie. Gibt es auch etwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Eigentlich nicht.
I: Eigentlich nicht. Gut. Gehen wir mal ein bisschen – etwas zurück in der Zeit. Hm, kannst du dich an deinen Unterricht in der Grundschule noch erinnern?
S: In der Grundschule.
I: Ja, ist lange her, ne?
S: Eigentlich gar nicht mehr.
I: Fällt dir nix mehr zu ein.
S: Ne.
I: Nur so, war das gut, oder hast du da, hast du Mathe da schon gerne gemacht?
S: Ja, eigentlich schon. Mathematik mag ich gerne. Hab ich immer gerne gemacht.
I: Gut. Hmhm. Meinst du, dass Erfolg in Mathe von deinen Lehrern abhängig ist?
S: Eigentlich schon.
I: Ja?
S: Ja.
I: Gibt es da Beispiele? Irgendwo, wo dir was einfällt? Kommst du mit irgendwelchen Lehrern gut klar und mit anderen nicht?
S: Also meine Lehrerin ist Frau J., also mit der komme ich gut klar in Mathe. Immer, wenn ich was nicht weiß oder so, dann erklärt sie mir das gleich. Das hilft mir schon.
I: Hmhm. Hast du sonst noch Verbesserungsvorschläge für den Matheunterricht?
S: Für die Lehrer jetzt? Oder für . . . ?
I: Oder was du dir da wünschst?
S: Ähm, dass die nicht so viel, also so in Rechtschreibung oder so was eher mündlich und Tafelbild und so was.
I: Hmhm.
S: Würde ich gern schon mehr machen.

I: Wir machen auch so ein bisschen was mündlich, ein bisschen was schriftlich, das hilft uns vielleicht zum Verständnis. Ähm. Lass uns mal ein paar Aufgaben rechnen. Für dich. Fängt wieder ganz leicht an. Und zwar steigen wir mal damit ein. Du siehst hier ein paar Zahlen und die sind unterschiedlich groß. Und du sollst die der Größe nach ordnen, von klein nach groß.
S: Also soll ich hier 1 hinschreiben, dann 2, dann ...
I: Ne, schreib mal da die Zahlen in die, also die Zahlen, die hier noch ungeordnet stehen, dort in die Felder. Du fängst mit der kleinsten Zahl an.
S: Hmhm. *(rechnet)* OK.
I: OK. Das brauchen wir nicht weiter zu erklären. Das war auch gar nicht so schwer. Machen wir es ein bisschen schwieriger. Da sind noch mal Zahlen, die du wieder der Reihe nach ordnen sollst. Dieses Mal Dezimalbrüche.
S: *(schreibt)*
I: Kannst du mir erklären, wonach du guckst?
S: Ich gucke erst mal die Kleinste. Jetzt weiß ich nicht, ob ...
I: Ja?
S: Ob die 7,067, oder ...
I: Ja, aber eine Zahl hast du ja schon mal hingeschrieben. Du meinst also diese Zahl ist in jedem Fall kleiner als die anderen. Kannst du mir sagen warum?
S: Weil das 6,7, also das ist kleiner als 7,5 also.
I: OK, das ist eine Erklärung, das ist richtig. So jetzt geht es weiter. Welches ist die nächst kleinere Zahl?
S: Ich denke mal 7,5.
I: Hmhm, warum?
S: Weil, weil. *(Pause)*
I: Sonne stört, ne?
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm, was kommt dann?
S: 7,5?
I: Hmhm.
S: Da hab ich irgendwas falsch verstanden.
I: Da ist irgendwas ja, da hast du schon eine Vermutung. Ja, was könnte das sein? Also da hinter dem Komma die Zahlen zu sortieren, ist so ein bisschen ...
S: Das ist so ein bisschen schwierig.
I: ... anders, als da. Die Frage ist also, wie macht man das? Wie kann man sich dabei helfen? Habt ihr da vielleicht irgendwas gehabt, was euch dabei helfen kann? Wenn man eine Zahl hat, die verschieden viele Zahlen hinter dem Komma hat. Hier ist das ja so, na. Da haben wir eine Zahl hinter dem Komma, da sind's zwei Ziffern, da sind's drei. So, die Zahl hier vorne kann man ja weglassen. Wie ist das mit diesen dreien? Welches davon ist die Größte, welches die Kleinste? Wonach kann man da gucken?

S: Von den dreien?
I: Ja. *(unverständlich)* ne?
S: Welches die Größte ist.
I: Mach mal hin. Schreib die mal noch mal da hin. Und zwar diese drei Zahlen: 7,4; 7
S: 7,4 ne?
I: Ja, dann lässt du etwas Platz, dann nimmst du 7,45.
S: 7,45.
I: Kannst du auch darunter schreiben, das sortieren kommt gleich noch. Und 7,067. *(Pause)* So. Was kann man mit Zahlen machen, die ein Komma in ihrer Zahl haben? Man kann die verlängern. Dass die alle gleich viele Ziffern haben. Guck mal, die haben jetzt insgesamt zwei Ziffern, die hat zwei. Äh, da fehlt etwas, damit die 7,45 *(unverständlich)*
S: Ach so.
I: Die Zahl hat drei Ziffern, die Zahl hat vier Ziffern. Kann man jetzt schlecht vergleichen. Man darf Kommazahlen verlängern. Habt ihr so was schon mal gemacht? Ja?
S: Bestimmt.
I: Bestimmt. OK. Und da darf man was dran hängen.
S: Null?
I: Null. Ja, häng mal ne Null daran. Hilft dir das schon? Man kann noch eine Null daran hängen. Man kann sogar beliebig viele Nullen dran hängen. Das wird nicht mehr. Aber was hilft dir? Wie viele Nullen brauchst du denn hier vielleicht? Was kann dir da helfen?
S: Ich würde mal sagen eine Null.
I: Eine Null? Hmm. Und bei den anderen Zahlen? Musst du da auch etwas dran hängen?
S: *(unverständlich)* Nee, eigentlich nicht. *(unverständlich)*
I: Jetzt vergleich die mal damit.
S: Zwei Nullen.
I: Hmm. Haben wir da oben noch mehr. Bei der hier ist *(unverständlich)* wird weggestrichen.
S: Bei der? 7,45. Auch.
I: Eine? Zwei?
S: Eine!
I: Häng mal eine dran. Und jetzt guck dir die Zahlen noch mal an, ob du die jetzt sortieren kannst?
S: Besser.
I: Besser?
S: Also erst mal kommt 7,067 dran, dann 7,400 äh, also 7,4 und dann 7,45, weil das die Größte.
I: Warum? Ich meine, jetzt fällt dir was auf.

S: Ja.
I: Aha.
S: Jetzt ist da, also das ist jetzt die Größte weil, 700 äh 7,450 da ist 400 und da ist 450 also, ...
I: Cool, dann guck dir noch einmal die Zahlenreihe da oben an.
S: Ja, also 7,4. Das war jetzt die, also 6,7 war jetzt die Kleinste.
I: Kleinste, haben wir festgestellt, genau.
S: 7,40 kommt hier? Also hier, also so ... 7,5, nein, das ist falsch. Das müsste hier hin. Soll ich wegstreichen?
I: Naja, guck erst mal die letzte Zahl noch mal an.
S: Die muss ganz vorne. Ja, ganz vorne vor der anderen Zahl.
I: Kannst du ja da drunter schreiben. Fang eine neue Zeile an.
S: 7,067 dann kommt 7,4; 7,5 und dann wo war die?
I: Eine fehlt noch. Ja. OK, jetzt schau dir noch einmal beide Reihen an. Welche ist richtig?
S: Die hier!
I: Bist du auch von überzeugt?
S: Ja.
I: OK, sehe ich ein. Dann können wir weitermachen. – Da steht, rechne schriftlich. Weiß auch, wie das geht?
S: Ja.
I: Mach einfach, da brauche ich nicht viel zu zu sagen. *(Schüler schreibt)* So, bevor du jetzt rechnest, möchte ich dich fragen, warum du das jetzt so untereinander geschrieben hast.
S: So? Weil, weil hier sind die Komma und die Komma müssen immer untereinander.
I: Nun hat die letzte Zahl kein Komma. Was machst du dann mit dieser Zahl?
S: Ich muss die hinter dem Komma, also ...
I: Warum?
S: Weil das nur, also zum Beispiel hier das ist 61,78 und da gibt es nur 59.
I: Gut. Du kannst ja jede Zahl, die kein Komma hat trotzdem mit einem Komma schreiben. Ne, man kann dann was hinschreiben und ergänzen. Haben wir hier auch gemacht. Hier haben wir Nullen dazu gepackt. Wenn da nun 59 steht und du sollst die mit einem Komma schreiben, wo packst du die hin? Mal ganz für sich. Schreib mal hier 59 hin. *(Schüler schreibt)* So, wo würdest du jetzt ein Komma hinschreiben?
S: Hierhin.
I: Halt, jetzt wird das eine ganz andere Zahl. Was ist das jetzt für eine Zahl?
S: 5,9.
I: Ist das das Gleiche wie 59?
S: Wenn man das Komma weg macht.

I: Ja, das darf man nicht. Also, man kann das Komma so hinsetzen, das es trotzdem noch 59 bleibt.
S: Ja, dann muss man ...
I: Mach noch mal. Schreib unten noch mal neu hin.
S: Hierhin.
I: Ist das jetzt noch 59? Ja?
S: Und dann kann man ja die Nullen hinter her weg.
I: Mach mal. Aha. OK. Ist das immer noch 59?
S: Ja.
I: Ja? So und jetzt guck noch mal auf deine Aufgabe.
S: Ist nicht so schwer. Da muss die 59 hin. Also ...
I: Merkst du? Da ist was anders. Ne? Genau. Wo jetzt das Komma hinkommt, kannst du weglassen, aber wenn man es hinschreibt, dann unter die anderen Komma.
S: *(unverständlich, rechnet)* Ja, und jetzt das Komma noch.
I: Ja, ein Komma hätte ich auch gerne noch.
S: Bei der 13, also 13, ... Oder warten Sie, da muss man doch die Stellen zählen.
I: Ja, naja. Vielleicht ist es leichter, wenn du das hier schreibst. Mach die ganze Aufgabe noch einmal auf diesem Karopapier. Vielleicht hilft dir das. Du bist ein bisschen verrutscht, weil du auch was weggestrichen hast.
S: Also 11,6 ...
I: Hmhm, jetzt rechne das aus. Hmhm.
S: *(unverständlich)*
I: hmhm.
S: 13, ...
I: Wo kommt das Komma jetzt hin. *(Pause)* Du hast mir beim Aufschreiben der Zahlen was gesagt, wo das Komma immer hin muss. Also bevor du gerechnet hast. Da hast du gesagt, das Komma, Kommas, müssen untereinander.
S: Ach ja.
I: Wo kommt das jetzt hier hin?
S: Bei der 132,
I: Untereinander. Aha, OK.
S: Ist das so richtig?
I: Ich würde sagen, das ist so richtig.
S: Und hier habe ich das falsch gemacht ...
I: Ja, da waren die zwei falsch. Aber da bist du auch so ein bisschen gerutscht, ne, da wusste ich jetzt auch nicht so genau, ob du dir den einen gemerkt hattest, oder ob der das jetzt war, oder ob ... Deshalb ist Karopapier manchmal auch besser, das ist richtig.
S: Hmhm. Ne ticken besser.

I: Ja, ganz genau. OK. Machen wir weiter. Jetzt geht es ein bisschen, auch ne, ist noch nicht mal. Mal kommt ein bisschen später. Lückenaufgaben.
S: *(schreibt)*, $-7,5$ … *(unverständlich)* plus 4 oder?
I: Das ist eben die Frage, wie kannst du das überprüfen? Kannst dir ja mal 4 angucken und ausprobieren, ob das richtig ist? *(Pause)* Bist du schon bei c) oder?
S: Ne.
I: Gut, OK. Was kann man da machen? Wie geht man diese Aufgabe an.
S: *(unverständlich)* 3,6 rauskriegen.
I: Wie kann man das machen, also wie gehst du vor? Du willst ja schrittweise vorgehen.
S: Da gehe ich, also mache ich halt …
I: Probierst du erst etwas?
S: Ja, ja, also ich probiere also wie viel 3,6, also was dahin kommt.
I: Hmhm. Was hast du dann da probiert? Beschreib mir das doch mal.
S: Erstmal habe ich probiert … Also $6,4-3$, noch was. Also -3 kommt da auf jeden Fall irgendwas hin. Und dann gucke ich, die 6 also *(unverständlich)*
I: Du hast gesagt, mit drei kommt da irgendwas hin. Probier doch mal aus. $6,4-3$ ist?
S: Das sind 3, *(unverständlich)* Das sind dann 3,4 oder?
I: 6 mal 4 minus drei sind 3,4 da stimme ich dir zu.
S: Also dann muss ich … Das geht ja nicht. 3,4 geht ja nicht. Dann muss ich …
I: Haben wir zu viel weggenommen, ne.
S: Minus 2, …
I: Das habe ich nicht ganz verstanden.
S: Also ich muss jetzt. Also drei – drei geht ja nicht. Also muss ich irgendwas mit zwei nehmen.
I: Ja?
S: 2,8?
I: Passt das? Probier es aus.
S: *(unverständlich)* Das sind … Das passt.
I: Das passt?
S: Ja.
I: Ja. OK. Letzte in dem Block.
S: Uh, das ist die Schwerste.
I: Hm, weiß ich nicht. Vorne fehlt was, ja.
S: Also 7,5 *(unverständlich)* Gleich 12.
I: Gleich 12. Wie rechnest du. Auch hier wieder. Wie fängst du an?
S: Also erst mal eine große Zahl …
I: Ja.
S: … dahin zu, also, zu denken.

I: Ja.
S: Und dann rechne ich die minus 7,5. Ich denke dann kommt das …
I: Dann kannst du viel probieren, ne. Du kannst mit 45 anfangen.
S: Nein, das ist zu viel.
I: Du kannst mit 25 anfangen.
S: Hmhm.
I: Da hast du viele Möglichkeiten.
S: Ja.
I: OK.
S: *(probiert aus)*
I: Überprüfen! Das ist richtig. Aber ich möchte noch einmal nachfragen, ob du probiert hast. Solange probiert, bis du auf 19,5 gekommen bist.
S: Ja.
I: Gäb's nicht ne Möglichkeit, wie man diese Aufgabe anders rechnen kann? Dass man auf 19,5 kommt und zwar, so dass du als Ergebnis 19,5 hast. Ja? Ich schreib dir mal was auf. Da passiert was, da rechnest du was, da passiert was und dann steht hier gleich 19,5. Ne, das ist ja eine Aufgabe wie man sie rechnen möchte. Man hat hier etwas, man rechnet, man hat noch eine Zahl und dann kriegt man ein Ergebnis raus.
S: Was für ne …?
I: Ja, das weiß ich nicht. Hier oben soll etwas, soll minus oder plus oder mal, ich weiß es nicht so genau. Gibt es da etwas, wie du diese Aufgabe, wie sie da steht umdrehen kannst, dass du als Ergebnis 19,5 hast? Dann musst du nämlich nicht probieren.
S: *(Schreibt)*
I: Wie bist du darauf gekommen?
S: Ich habe einfach die plus gerechnet, also.
I: Dann musst du nicht probieren, ne! Hast du gleich das Ergebnis. OK. Malaufgaben. Zwei Stück, mit Komma.
S: Hmhm. *(schreibt)*
I: Was rechnest du zuerst?
S: Das ist doch auch Null mal Null ..
I: Ja.
S: … und dann acht mal Null.
I: Hmhm.
S: *(unverständliches gemurmelt)*
I: Ja, stimme ich dir zu. Mal gucken, ob das da auch funktioniert? *(Pause)* Ist das richtig? Wenn der schon so fragt, ne?
S: Hmhm.
I: Das ist nicht ganz richtig! Habt ihr mal was mit Stellen zählen gemacht? *(Pause)*

S: Aha.
I: Stellen hinter dem Komma zählen war das, glaube ich.
S: Das sind zwei Stellen, also kommt da Null sechs.
I: Was muss da hin?
S: Weiß ich nicht. Null Komma Null sechs?
I: Ja, ja. Jetzt musst du mir nur noch einmal erklären, warum eigentlich? Mach mal das Komma richtig deutlich. Jetzt musst du mir noch einmal sagen, warum.
S: Warum?
I: Ja, ich habe dir ja ein Stichwort gegeben. Was meinte das?
S: Hmhm. Weil man, weil wir die Stellen hinter dem Komma noch zählen sollten. Also.
I: Wo? Also das beschreib mir noch einmal genau. Wo du die gezählt hast?
S: Also *(unverständlich)* eins, zwei.
I: Ja, da eine und da eine Stelle dahinter. Und das heißt, im Ergebnis sind das dann wie viele Stellen hinter dem Komma?
S: Zwei.
I: Zwei.
S: Null Komma Null …
I: Deswegen müssen wir die Null einfügen. So ähnlich, wie wir das hier auch schon mal hatten. Da hatten wir auch Nullen eingefügt. Ne?
S: Wenn zwei Stellen hinter dem Komma sind, dann kommt da immer eine Null.
I: Genau. Man wird nur leicht in die Irre geführt. Zwei mal drei ist 6. Kann man leicht hinschreiben. OK. Wir machen was ganz anderes Erdem. Du hast gesagt, Geometrie machst du sehr gerne. Kommen wir ein bisschen zur Geometrie. Erklär mir mal, was der Umfang einer Figur ist.
S: Der Umfang einer …?
I: Der Umfang.
S: Zum Beispiel das …?
I: Ja, ich möchte keine Formel wissen. Also du sollst mir erklären, was ein Umfang bedeutet.
S: Der Umfang bedeutet. Ja, also der … Ja, zum Beispiel so ein Ring, dann ist da der Umgang. Also die …
I: Möchtest du was aufzeichnen zum Erläutern? Manchmal leichter, was zu erzählen.
S: Ja, also zum Beispiel, wenn man ein Kästchen …
I: Hmhm.
S: … und das ist der Umfang. Also immer die Seitenlängen.
I: Hmhm. OK. Könntest du dir irgendwas vorstellen wo man das im Leben gebrauchen kann. Weil du vorhin gesagt hast, Mathematik kann man für das Leben gebrauchen.

S: Ja, bei zum Beispiel, zu werden, heißt das, Architekt oder, die zeichnen Häuser oder so.
I: Ja.
S: Und da könnten die das glaube ich gut gebrauchen. Oder ... ich weiß nicht, irgendwas.
I: Du hast eine Wiese. Und da steht ein Schaf drauf. Und das Schaf soll nicht weglaufen, was machst du?
S: N' Zaun drum. Also n' Zaun.
I: Ja, n' Zaun drumrum stellen. Da kannst du das vielleicht gebrauchen. OK, ist völlig in Ordnung. Was musst du denn kennen, wenn du den Umfang einer Figur bestimmen willst.
S: Was ich kennen muss.
I: Ob das ne Wiese ist oder was *(unverständlich, weil beide sprechen)*
S: Also die beiden, also eine Seitenlänge muss man kennen.
I: Ja, eine?
S: Zwei, zwei. Eine waagerechte und eine senkrechte, so.
I: Ist das immer so?
S: Ich denke mal schon.
I: Ich zeige dir mal eine Figur. Und dann kannst du mir vielleicht das genauer zeigen, wie das dort ist. Wie etwa bei den anderen Sachen. Eine Figur aufgezeichnet. Wie bestimmst du den Umfang von dieser Figur?
S: Also soll ich?
I: Ja, aber eh du darfst entweder da oder da schreiben, nicht auf dem weißen Papier.
S: Also erst mal, hier sind ja 60 Meter, 60 runter.
I: Hmhm, genau.
S: Erstmal muss man, das haben wir bei *(unverständlich)* so gemacht, muss man hier einen Strich erst mal machen. Den Rest macht man später. Wenn man hier weiß, dass das 60 Meter sind, dann sind das hier drunter auch 60. Und dann, guck mal. Hier steht ja keine Zahl.
I: Ja.
S: Das sind ja 20 Meter. Dann müssen das hier 40 Meter sein.
I: Aha. Dann darfst du die da auch hinschreiben, wenn das da 40 Meter sind. Wenn dir das hilft, ne, wenn du das gebrauchen kannst.
S: So, 40 Meter.
I: Hmhm.
S: Und den Umfang jetzt, den rechne ich, also 60 Meter + 83 Meter + *(unverständlich)*. Muss man hier messen.
I: Warum messen? Wo?
S: Hier unten.
I: Da steht doch eine Zahl.
S: 132. Ja, das alles plus rechnen.

I: Ja.
S: 60 + äh, ja + 60
I: Ja.
S: Und hier sind ja oben äh, 83 und *(unverständlich)* also dann 83 plus 132, also alles zusammenrechnen.
I: Ja, mach mal ruhig. Darfst auch da mal hinschreiben, darfst auch dahin machen, wo du möchtest.
S: *(schreibt)*, ja 83 … Hier rechne ich schon mal schreibe ich wieder 60 hin.
I: Wo?
S: Hier. Oder? Oder muss man …? Da muss man auch 40 plus
I: Das kannst du machen. Wir können gleich mal gucken, was du davon gerechnet hast. *(Pause)* Hast du alle?
S: Hmhm.
I: Ich gebe dir mal einen roten Stift und zeichne mir mal bitte die Maße ein, die du hier schon, äh, verwendet hast und dort, wo schon ein Zaun steht. Also du hast hier einen Zaun von 60 Meter Länge, der kommt dahin. Zeichne den mal in rot ein.
S: Wo, hierhin?
I: Ja, genau, mal mal einfach die Kante rot an. OK. Und das machen wir mit den anderen Kanten auch, die du schon dort hast.
S: Hmhm. *(unverständlich)*
I: Ja, was du da schon hast, kannst du anmalen.
S: Eigentlich habe ich alle.
I: Da du die 20 genommen hast fehlt dir noch einer.
S: 40
I: Hmhm. So, ist die Wiese jetzt eingezäunt, oder kann das Schaf noch weglaufen?
S: Das Schaf kann noch weglaufen durch die Tür.
I: Dann mach die Tür zu. Wie lang ist diese Türseite?
S: 14
I: Da steht ja auch noch keine Zahl.
S: Hmhm. *(Pause)*
I: Was rechnest… Rechnest du was?
S: Hmhm.
I: Was rechnest du? Kannst auch da schriftlich rechnen, wie du möchtest.
S: Ne, geht schon.
I: Gut. *(Pause)*
S: Muss ich schriftlich.
I: Mach ruhig schriftlich. Erzähl mir, was du rechnest.
S: Ich hätt’s eh, also ich rechne jetzt diese, muss, weil das hat ja hier diese Dings hier.
I: Ja.

S: Und wenn da unten sind ja 132 Meter.
I: Ja.
S: Und da sind 83 und man muss da oben auch noch. Der Rest muss dazu gezählt werden.
I: Ja genau. Wie rechnest du jetzt aus?
S: Hmm *(unverständlich)* … rechnen.
I: Ich geb mal eine Hilfslinie.
S: Hmhm. Also ich rechne von 83 bis 132.
I: Hmhm.
S: Ja.
I: Die Frage: „Wie kann man das ausrechnen.“ Ne? Du willst 83 bis 132.
S: 132 minus 3. *(unverständlich)*
I: Ja.
S: *(unverständlich)*
I: Das geht auch ne?
S: Ja.
I: Ja.
S: Also 132 …
I: Nimmst du den Zaun von dieser ganzen Länge, ziehst den davon ab, dann bleibt das Stück davon übrig, ne?
S: Hmhm. Soll ich schriftlich rechnen?
I: Wie du möchtest. Wie dir das passt.
S: Ja, schriftlich. *(rechnet, unverständlich)*
I: Da stimme ich dir zu.
S: Und hier unten schreibe ich die noch mal hin. So.
I: So. Und jetzt brauchen wir den roten Zaun. Jetzt hast du den auch geschlossen. Jetzt darfst du da rechnen.
S: Das hier.
I: Ja. Da fehlte ja noch was. Hast du ja noch eine Zahl.
S: Ach ja.
I: Hast du ja gerade ausgerechnet.
S: Ja.
I: OK.
S: *(rechnet)* So.
I: OK. Da haben wir den Umfang. Sehr schön. Machen wir ein bisschen weiter. Dort geht es um ein Zimmer und das soll mit Fliesen ausgelegt werden. Und das sind recht große Fliesen. Wie groß, steht da nicht. Ich möchte aber einfach wissen, wie viele Fliesen braucht man? Du siehst diese Fliesen da schon. Und das Zimmer siehst du auch, das ist dieser schwarz eingerandete …
S: Hmhm.
I: … Teil. Wie viele Fliesen sind da drin? *(Pause)* Willst du alle zählen?
S: Ne, ach was. *(unverständlich)* sieben …

I: Tja, musst du dir eine Strategie überlegen, was kann man tun? Du darfst dir gerne Hilfslinien mit einzeichnen.
S: 8 … −79. Jetzt muss ich das hier …
I: Hmhm.
S: 93
I: Ja ist in Ordnung. Ich möchte noch einmal verstehen, was du gemacht hast. Ich zeichne hier mal einen Stich rein.
S: Hm.
I: Du hast erst diesen Teil ausgerechnet, wie viel das sind.
S: Das sind 72.
I: Ja. Dann hast du dir diesen Teil hier angesehen. Das sind 18 hast du mir da …
S: Hmhm.
I: … und das hast du zusammengezählt.
S: Zusammen, also mal genommen.
I: Mal genommen?
S: Ja, plus genommen. Also …
I: Plus.
S: Aber erst mal zum Beispiel …
I: Genau. Genau, das *(unverständlich)* mal sich selbst genommen, dann brauchtest du nicht alle einzeln zu zählen, ne. OK, völlig in Ordnung. Jetzt habe ich eine Fläche, da sind keine, da sind keine, äh, Kästchen mehr eingezeichnet.
S: Hmhm.
I: Und trotzdem möchte ich gerne wissen, wie groß diese Fläche insgesamt ist. Wie kannst du das dort machen?
S: Rechne ich zusammen. Also, hier sind ja wieder 8 cm …
I: Hmhm.
S: 18, 3, 7 cm. Hier 5, also hier runter.
I: Hmhm, kannst du mal ran schreiben.
S: Und hier, jetzt ist wieder wie da oben, das sind ja 18 cm und denn da 7 cm. Dann müssen wir da … *(unverständlich)*
I: OK. Und jetzt geht es hier, richtig, nicht um Umfang sondern um die Fläche.
S: Da muss ich das immer, also …
I: Was rechnest du?
S: Ich rechnen?
I: Das ist ja so was ähnliches wie hier, ne, so was ähnliches. *(Pause)* Kennst du eine Formel für das Ganze?
S: Wir hatten die mal aufgeschrieben, aber …
I: Ich kenne keine Formel für das Ganze.
S: Da war irgendwas mit U =
I: U das ist was mit Umfang, ne. U Umfang.
S: A. A.

I: Ja, genau.
S: $A = 2$ mal ne.
I: Das wäre bei U.
S: Ja, ja, $1 \cdot a$ $1 \cdot b$ mal plus
I: Laß mal die Formel weg.
S: Jetzt habe ich es vergessen.
I: Denk mal an das hier. Was hast du hier eben gemacht?
S: Ich hab das drinnen gezählt.
I: Ja, und kannst du hier auch irgendwas zählen?
S: Ne, aber Sie können was zählen.
I: Da sind ja Zahlen, da stehen ja schon Zahlen dran.
S: Da sind 20. Und dann ...
I: Wo sind 20?
S: Also erst mal muss man diese hier ... also das hier ...
I: Zeichne dir ruhig so einen Strich da rein.
S: Zuerst muss ich dies hier ausrechnen und dann das.
I: Ja, gut, das ist in Ordnung. So das müssen wir jetzt hinkriegen.
S: Und hier einen Winkel da nachmessen.
I: Bist du sicher, steht da was?
S: Hier sind ja alles 18 cm und ... Wenn ich hier nur dieses hier nehme, dann sind das auch nur 7 cm.
I: Gib mal her. *(unverständlich)* Zahlen stehen da schon genug. Jetzt musst du nur noch zeigen, was du rechnen kannst. Welche Reihe willst du zuerst errechnen?
S: *(unverständlich)*
S: Gut, was rechnest du dann?
I: 8 +7, weil 8 geht ja hier runter und die 7 ist hier so ...
S: Ist OK. Hast du auch gerechnet vorhin, ähm, 8 plus 9?
I: Also mal oder wie?
S: Du hast hier vorhin mir was erzählt, davon, das sind 8 in der Richtung und 9 in der Richtung.
I: Hmhm.
S: Das kann man ja auch dran schreiben. Hier kannst du 8 dran schreiben und hier oben kannst du 9 dran schreiben.
I: Hmhm.
S: Jetzt sieht das so aus wie das da. Wenn du möchtest, kannst du natürlich hier auch jetzt solche Linien hier rein zeichnen, ne. Das sind ja nur 8 Stück davon das sind genau 8 Linien untereinander.
S: Und dann? 8 untereinander und 7 so ...
I: Ja genau. Und wie viel sind es insgesamt?
S: 56. Wie wie?
I: Wie kommst du jetzt auf 56?

S: Weiß ich nicht.
I: OK.
S: Muss ich jetzt ...
I: Erdem, das ist völlig in Ordnung. Ne, was hast du nur gerechnet, möchte ich jetzt wissen.
S: hm. *(unverständlich)*
I: Das war in Ordnung, nur was hast du gerechnet? Wie kamst du auf 56.
S: $8 \cdot 7$
I: Hmhm. Wie du das hier vorhin auch gemacht hast, ne?
S: Hmhm.
I: Ja? Macht ihr die Tür mal zu bitte? OK, ist in Ordnung. Was eigentlich? Kartoffeln oder?
S: Ähm. Quadratmillimeter, Zentimeter, also Quadratzentimeter.
I: OK, das haben wir erledigt. Diesen Teil hier, den hast du ausgerechnet. Den dürfen wir jetzt schon mal so ...
S: Ist das richtig Zentimeter?
I: Ja, 8 mal 7, genau wie oben. Das heißt da kommen dann vielleicht 56 Fliesen rein, die nur einen Zentimeter breit sind. Sind ein bisschen klein, aber ... gut. Was fehlt uns noch?
S: Der Teil.
I: Hmhm. Wie groß ist der?
S: Elf Zentimeter, elf Zentimeter und hier 3 Zentimeter.
I: Ja.
S: Also müssen wir $11 \cdot 3$ rechnen.
I: Hmhm.
S: Das sind dann 33 Zentimeter.
I: Ja, OK. Ja, das kannst du dann noch nebeneinander schreiben. Dann wollte ich noch gerne wissen, das kannst du daneben schreiben. Und ich möchte gern wissen, wie groß die ganze Fläche ist.
S: Was war das noch mal? 56?
I: Ja.
S: Plus *(unverständlich)*
I: Bist du zufrieden mit deiner Lösung?
S: *(Gong, daher unverständlich)*
I: Diese beiden Aufgaben, haben die was miteinander zu tun? Oder sind die völlig unterschiedlich?
S: Die sind beide gleich. Nur das hier, weil es keine Kästchen hat.
I: Hat keine Kästchen. Genau. Das ist ein bisschen anders.
S: Das ist ein bisschen schwerer.
I: N' bisschen schwerer, aber man kann sich Kästchen vorstellen.
S: Ja.

I: Ich musste dich ein bisschen drauf bringen, OK. Aber dann konntest du dir das vorstellen, dass da Kästchen sind. OK, danke Erdem. Stunde ist zu Ende.
S: Hmhm. Hat Spaß gemacht.
I: Hat Spaß gemacht. Schön, das freut mich. Also war nicht so schlimm?
S: Ne, nicht, hat Spaß gemacht.

B.3 Mirka

Mirka *(Schule 1; 02.09.02; 4. Stunde)*

I: Gibt es etwas im Matheunterricht, das du besonders gerne machst?
S: Ja, das äh plus nehmen, also plus ...
I: Plus rechnen.
S: Ja und Bruchrechnen.
I: Bruchrechnung machst du gerne? Hmhm. Bestimmte Brüche?
S: Nein, geht so. Ja nicht so ganz bestimmte. Egal.
I: Hmhm.
S: Also die leichten. *(unverständlich)*
I: Ja. Gibt es etwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Ja, geteilt.
I: Geteilt?
S: Ja.
I: Hast du eine Erklärung, warum?
S: Ja, also wenn's so viele, also wenn's so größere Zahlen sind, dann fällt mir das so schwer, das äh in gleiche Teile zu teilen.
I: Hmhm. Gehen wir mal in der Zeit etwas zurück.
S: Hmhm.
I: Kannst du dich an den Matheunterricht deiner Grundschule erinnern?
S: Ja, hmhm.
I: Ja? Gibt es da etwas besonders Gutes, was dir einfällt oder etwas, was du gar nicht gemocht hast in der Grundschule?
S: Ja, was ich gemocht habe, als wir das so, das so gerechnet haben und dann sollten wir immer dazu so was sagen, wie wir das herausgekriegt haben und so, also so Beispiele dazu machen.
I: Hmhm.
S: Also zum Beispiel, wir haben hier 6 Bälle und so was, und wenn wir andere Figuren oder so hatten.
I: Und das fandest du gut?
S: Ja. Weil *(unverständlich)*
I: Ähm, ich nehme mal an, dass du schon verschiedene Lehrer oder Lehrerinnen in Mathe gehabt hast. Meinst du, Erfolg im Matheunterricht hängt von den Lehrern ab?

S: Von den Lehrern ab, also wie die uns das beibringen. Ja, weil manche Lehrer, die erklären schnell und die anderen langsamer, manche deutlicher und die anderen, die *(unverständlich)* so ganz schnell.
I: Du meinst also, das ist nicht nur von dir abhängig, sondern auch von den Lehrern.
S: Auch von den Lehrern, wie sie das erklären.
I: Hast du Verbesserungsvorschläge, für deinen Matheunterricht. Was du gerne hättest?
S: Ähm.
I: Wie du vielleicht besser werden könntest.
S: Ähm, ja, also irgendwie so, die sollen mehr Aufgaben machen, nicht so einfach nur, jetzt rechne das, sondern was dazu machen, wo man sich das vielleicht merken kann, so mit Sachen, also, zum Beispiel.
I: Gut, OK. Reicht mir zum Matheunterricht. Wir gucken uns ein paar Aufgaben an.
S: Ja.
I: Da können wir in Ruhe drüber sprechen. *(unverständlich)* Du siehst hier ein paar Zahlen, die sind unterschiedlich groß.
S: Hm.
I: Und ich möchte, dass du die einfach der Größe nach ordnest. Du fängst mit der kleinen an, die schreibst du hier vorne rein, und dann kommt die nächste in die weiteren Felder.
S: Also soll ich da nur so ein Kreuz machen?
I: Ne, schreibst die kleinste Zahl da rein und dann kommt die nächst größere, nächst größere Zahl in das nächste Feld.
S: *(schreibt)*
I: OK, war nicht schwer.
S: Nein.
I: Dann können wir gleich die nächsten Zeile uns angucken. Hier haben wir Zahlen, die sind unterschiedlich groß und auch die sollst du der Reihe nach ordnen. Du fängst mit der kleinsten an.
S: Hm.
I: Da drunter ist auch noch Platz.
S: Ja.
I: Jetzt musst du mir was erzählen. Das ist also die größte Zahl. Glaubst du schon.
S: Ja.
I: Weißt du das, oder glaubst du das?
S: Ich glaube das, weil ich bin mir bei solchen nicht so sicher.
I: Was sind denn das für Zahlen?
S: Kommazahlen.

I: Kommazahlen. Man sagt auch Brüche dazu. Besondere Brüche, Dezimalbrüche.
S: Ja.
I: Du hast die Zahl nach ganz vorne geschrieben.
S: Hmhm.
I: Bist du sicher, dass das die kleinste Zahl ist?
S: Hm. Vielleicht nicht. Ich glaube, dass die hier, weil da weiter vorne ist, vielleicht weil das 67 also halbe ...
I: Hmhm. Das ist kleiner als das.
S: Ja.
I: Wenn du die Zahlen vor dem Komma anguckst.
S: Ja, die sind größer, also das sind Ganze.
I: Hmhm. Ja, genau die Zahlen vor dem Komma, das sind Ganze.
S: Das sind Ganze, ja.
I: Wie viele Zahlen sind denn da dabei?
S: 6 Ganze.
I: Wieviel sind da Ganze dabei?
S: 7.
I: Welche ist größer?
S: Die hier.
I: Dann ist die größer. OK. Also, was vor dem Komma ist, ist klar, das ist so ähnlich wie hier oben.
S: Ja.
I: Ja? Dann ist das hier doch die kleinste Zahl. Können wir so sagen.
S: Hmhm.
I: Jetzt müssen wir uns das noch mal angucken, was nach dem Komma kommt. Ähm. Zahlen mit Komma kann man noch ein bisschen verlängern.
S: Ja.
I: Ja?
S: Mit Nullen oder?
I: Ja, darf man das machen? Wo darf man das machen?
S: Das darf nur machen, wenn also, man kann hinten Nullen ansetzen, hinten glaube ich.
I: Hinter dem Komma.
S: Ja, hinten.
I: OK, hilft dir das hier was, wenn du jetzt dann diese Zahlen betrachtest? Diese vier Zahlen.
S: Hmhm. Ja.
I: Schreib die dir hier mal untereinander hin.
S: Wie, also so, wie ich das geschrieben habe?
I: Die erste können wir raus lassen, von der wissen wir ohnehin schon. Von der wissen wir ohnehin schon, dass die kleiner ist. *(Pause)*

S: So.
I: So und jetzt hast du gesagt, man darf an Kommazahlen Nullen anhängen.
S: Ja.
I: Hilft dir das hier was?
S: Nja, eigentlich nicht.
I: Wenn ja, wie viele Nullen würdest du da anhängen?
S: Nja.
I: Hilft dir nicht?
S: Nö, eigentlich nicht. Also das hilft nur so, wenn man so mal rechnet, so. Wissen Sie, wenn da so, zum Beispiel 6 mal 0 ist. Da setzen wir manchmal so Nullen hin. Und so.
I: Richtig, das kann man da machen. Dazu kommen wir auch gleich noch.
S: Hmhm.
I: Ich glaube, das hilft dir trotzdem hier.
S: Ja, weil ich glaube auch, dass die kleiner, die hier, also zweitkleinste, weil hier eine Null ist. Und dann hier.
I: Aha.
S: Aber ist das so?
I: Ja. Ja, das ist schon Erläuterung.
S: Weil dann hier 7,4 und 4, dann ist die glaube ich größer, weil da ist glaube ich nur eine 5.
I: Ja, jetzt brauchen wir doch 'ne Null. Darf man da Nullen hinten dran hängen an die 7,4?
S: Ja, hinten aber nur.
I: Mach mal. Wie viele Nullen hängst du an? Wie viele möchtest du?
S: Ja zwei.
I: Ja.
S: *(unverständlich)* Reicht eine schon, weil da ist eine 5.
I: Ja, welche ist denn jetzt größer?
S: Das hier.
I: Eben hast du noch gesagt, die andere ist größer.
S: Oh.
I: Hilft dir die Null.
S: Ja, eigentlich ist die kleiner, weil da ist die Null.
I: Ja.
S: Ja, und da, die ist größer, weil da die 5 ist.
I: Ja.
S: Also erkennt man durch die Null, ob die größer oder kleiner ist.
I: Kann man sie besser vergleichen. Ja, das hilft dir ein bisschen. So jetzt guck dir noch einmal die zweite Zahl noch an. Die 7,5. Wo hast du denn die einzusortieren?

S: Ja, die muss ich jetzt äh, fünftgrößte, ne viertgrößte einsetzen, weil da ne fünf ist.
I: Meinste, ist also größer als diese Zahl? Oder diese Zahl?
S: Ja, größer als diese hier auf . . . , also als die.
I: Aha. Jetzt bring die noch einmal in die Reihenfolge. Welches ist die kleinste, welches ist die größte Zahl?
S: Ja, OK. Also . . .
I: Schreib die kleinste . . . Schreib die jetzt der Reihe nach, die kleinste nach vorne.
S: So.
I: Das hat aber lange gedauert.
S: Also kleinste.
I: Würdest du sagen, das ist richtig?
S: Ja, das, das sieht schon besser aus, als das . . .
I: Gefällt dir besser?
S: Ja. Nein, nicht gefällt besser, aber ist irgendwie deutlicher, dass das immer größer wird.
I: Ja. Ja, OK. Ist in Ordnung. Stimme ich dir zu. – Da steht, rechne schriftlich. Plus.
S: Ja.
I: Du weißt, wie das geht.
S: Hmhm.
I: Mach mal.
S: Ja. *(schreibt)*
I: So jetzt, bevor du das rechnest, muss ich noch was fragen.
S: Ja, ich habe auch was zu sagen. Hier kann ich doch Komma Null Null hin?
I: Aha, das wollt ich dich nämlich auch fragen. Warum hast du das denn so hingeschrieben?
S: Hmhm, OK. *(schreibt)* So richtig?
I: N bisschen. N bisschen verrechnet hast du dich. Da und da.
S: Hmhm.
I: Das ist aber nicht so schlimm.
S: *(unverständlich)*
I: Ja, gefällt mir besser.
S: *(unverständlich)* 15 . . .
I: Was rechnest du denn da?
S: Ich habe hier 3 nur.
I: 1?
S: Ja.
I: Was ist das?
S: Sechs, fünf, sechs, zwölf, dreizehn.
I: Aha.

S: Ja.
I: Gut. OK.
S: Ist hier ein bisschen durcheinander.
I: Ist aber nicht schlimm, ist nicht schlimm. Ist ja nur so ein kleiner Verrechner. Sonst, das stimmt mit diesen Zahlen anordnen, das ist, glaube ich klar.
S: Ja und dann muss man die zählen, so von hinten, ne, so eins zwei, also eins zwei, dann Komma.
I: Genau, das Komma kommt auch im Ergebnis unter die anderen.
S: Genau.
I: OK. Kein Problem da drin, ne.
S: Ja.
I: Gut. Aufgaben mit Lücken.
S: Hm. Ja. *(schreibt)* Das ist schwer mit Komma.
I: Jetzt kommt wieder was mit Komma. Genau.
S: Hm. 2,5?
I: Ja sicher? Probier das noch einmal aus, ob das stimmt?
S: Ne, oder? Ähm. 1,5 ne? Weil wenn zwei, das sind 6. Ne?
I: $2 + 2$ sind nicht 6.
S: Ja, vier und dann 5, ach so, das sind 5. 3,5 ne?
I: Musst du mal hinschreiben. Und probieren, ob das stimmt. Muss man mal die Probe machen, ob das stimmt.
S: Hmhm. Sind 6. Da fehlen immer noch 5.
I: Fehlen noch 5 oder?
S: Ja, 4 müssten da hin.
I: Aha, OK. Streich's noch einmal durch, schreib's da drüber ruhig. Platz genug.
S: Ja, jetzt geht's.
I: Meinst'e jetzt geht's?
S: Ja.
I: OK. *(Pause)*
S: Oh Gott.
I: Das ist gemein. Kann man die Zahlen irgendwie so umdrehen, dass dort eine Aufgabe steht, wo du das Ergebnis hinter dem Gleichheitszeichen bekommst? Also ich möchte eine Aufgabe haben, wo steht: Da ist eine Zahl, dann kommt ein Rechenzeichen, da ist eine Zahl, wie viel ist gleich?
S: Hmhm.
I: Und hinten kommt ein Ergebnis hin. Das sollst du mir sagen. Was kommt da für ein Rechenzeichen, welche Zahlen. Du hast ja alles. Kann man ja so umdrehen.
S: Ja.
I: Dann mach das mal!

S: Also als Ergebnis, äh, 6,4, ne?
I: Hm, das Ergebnis ist leer, hier. Das, was hier ein Kasten ist, ist hier auch ein Kasten. Diese beiden Zahlen möchte ich hier vorne irgendwo haben. Kannst du das, kann man das rechnen?
S: Ja, 6,4 minus 3,6.
I: Ja. Das kann man machen?
S: Ja.
I: Dann schreib mal hin! *(Pause)*
S: Also ...
I: Hmhm.
S: So?
I: Hmhm. Mal probieren, ob das passt.
S: Hmhm.
I: Stimmt?
S: Ja.
I: OK. Dann muss man nicht raten, ne?
S: Hmhm.
I: Letzte Aufgabe in dem Block.
S: Minus? Soll da auf 12 kommen?
I: Ja, genau. Irgendwas minus 7,5 ist gleich 12.
S: Da rechne ich wieder 12, ne? Oder geht das?
I: Du kannst das hier richtig rechnen. Du kannst mit raten anfangen. Du kannst sagen, ich nehme mir irgendeine Zahl, 120 minus 7,5 gleich 12. Stimmt nicht, nächste Zahl. 122 minus 7,5 gleich 12. Kannste lange raten.
S: Hmhm.
I: Wie kann man das rechnen?
S: 12 minus 7,5. Also 12 Ganze minus 7,5.
I: Ja? Probier mal. *(Pause)*
S: Das sind 13,7.
I: Das hast du aber komisch gerechnet.
S: Ja?
I: Hmhm. Du hast vorhin was gesagt von Komma untereinander schreiben. Das hast du hier sehr schön gemacht. Wenn du so schräg schreibst, dann wird das schwierig mit dem Komma untereinander. Ne?
S: Hmhm.
I: Dreh dir den Block mal entsprechend hin.
S: Ja, OK. *(Pause)* Ach so, ich weiß jetzt, was der Fehler war. Das sind 12 Ganze, ne?
I: Ja.
S: Und ich glaube hier muss die 7 hin und da kommt das Komma.
I: Ja, genau.
S: Ja, ja, ja. Also ...

I: Hmhm.
S: Also hier mehr Nullen hin.
I: Hmhm. Fang damit mal an.
S: Ja. Das sind 4,5.
I: So und jetzt guck dir das mal an. Stimmt die Aufgabe, wenn du da vorne 4,5 rein schreibst?
S: Hmhm.
I: Ja? Schreib mal rein und dann lies mir die Aufgabe noch einmal vor!
S: 4,5. Aber das ist minus.
I: Ja. Also 4,5 minus 7,5 ist 12. Stimmt das?
S: Hm. Nein, das sind also plus, wenn schon zwei.
I: Ja, aber da steht nicht plus.
S: Ja, aber minus.
I: Wenn da minus steht, dann wird das ja kleiner, ne?
S: Hmhm.
I: Also muss vorne wohl doch eine andere Zahl.
S: Ja.
I: Wie kann man das mit rechnen raus kriegen? Ist denn die Zahl hier vorne ne große Zahl oder ne kleine Zahl?
S: Die hier?
I: Ja.
S: Ja, das sind die Ganzen.
I: Ja, hm, nicht die 4, die würd' da ja schon stehen.
S: Ach so.
I: Zwölf soll raus kommen.
S: Ja.
I: Von dieser Zahl hier vorne ...
S: Hm.
I: ... ziehst du 7,5 ab ...
S: Ja.
I: ... und dann kommen 12 raus?
S: Ach was.
I: Ist die Zahl hier vorne größer oder kleiner als 12?
S: Die ist kleiner. Auf jeden Fall.
I: Muss die kleiner sein?
S: Nja? Die muss ...
I: Du hast hier vorne eine bestimmte Zahl ...
S: Die muss größer sein.
I: Warum?
S: Ja, damit man 7,5 abziehen kann.
I: Da bleiben trotzdem noch 12 übrig.
S: Ja.

I: Also muss die größer sein.
S: Hmhm.
I: Was kannst du wohl rechnen?
S: Man kann rechnen 12,5. Äh, das ...
I: Das hast du nicht gerechnet.
S: Warten Sie einen Moment. 17. Hier muss 17,5, ne?
I: Was hast du gerechnet?
S: Hm. Ich raff das nicht.
I: Du hast da was gerechnet, ne?
S: Hmhm.
I: Was denn?
S: Ich habe gesucht, so zum so wie Beispiel 7 plus 3 sind ja 10 ...
I: Hmhm.
S: ... und dann wie ich von 20 auf 12 kommen kann.
I: Hmhm.
S: Und dann ...
I: Von 20 zu 12?
S: Ne, geht ja nicht mit 7,5.
I: Stimmt. 20 minus 8 ist das. Was ist davor?
S: Tja, das ist die Frage.
I: Gleiche Frage wie vorhin. Kannst du eine Aufgabe aus dieser Aufgabe machen, ...
S: Hmhm.
I: ... die so aussieht wie diese hier. Da ne Zahl, hier ein Rechenzeichen, plus, minus, mal, geteilt, da ne Zahl und da steht das Ergebnis.
S: Ja, vielleicht, ähm, 12 plus 7,5?
I: Schreib mal hin.
S: *(Schreibt)* So.
I: Und jetzt setz das mal ein und guck mal, ob das funktioniert. Probe machen.
S: 19. *(Pause)* Hmhm, ja geht.
I: Geht?
S: Hmhm.
I: Aha.
S: Weil mehrere sind. 18 wären 7. Ja, geht.
I: Ja, kommt hin. Ne?
S: Hmhm.
I: Also, das ist noch mal ganz hilfreich. Wie kriege ich so eine Aufgabe hin?
S: Ja, so was wird uns nie erklärt von den Lehrern.
I: Aha.
S: Ich fänd das besser, wie Sie das erklärt haben, weil ...
I: Gut.

S: Sonst sagen sie: „Ach komm schon, das kriegst du hin.“ oder so.
I: Hm, wir wollen uns ja dem Weg nähern, wie man da hinkommt.
S: Ja.
I: OK. Reicht für diesen Teil. Machen wir da unten weiter. Da geht’s um mal.
S: Ja.
I: Du hast gesagt mal findest du noch ganz gut.
S: Ja.
I: Besser, als geteilt.
S: Genau.
I: Geteilt machen wir nicht.
S: Gott sei Dank. OK. Dann, also soll ich jetzt sagen, wie viel das sind, ne?
I: Ja.
S: Null Komma sechsundfünfzig?
I: Ja, wie hast du das gerechnet?
S: Ja, hier ist ne Null ...
I: Hmhm.
S: ... und die Null lasse ich stehen.
I: Hmhm.
S: Und dann 7 mal 8.
I: Hmhm. OK. Sind 56.
S: Und das Komma bleibt natürlich auch stehen.
I: In Ordnung.
S: Ja.
I: Teil zwei. Jetzt musst du mir auch das erklären.
S: Ich habe das genauso wie da gemacht. Also Null mal, also Null mal zwei sind Null ...
I: Hmhm.
S: ... und so weiter.
I: Wie war das mit dem Komma, das stehen bleibt?
S: Ja, das Komma ...
I: Das musst du noch mal genau erklären.
S: Ja, beim das Komma, das bleibt immer so stehen, wie es in der vorigen Zahl ist. Also zum Beispiel wir hatten gerade so ein Thema, das war Bruchrechnen, das war bei, bei geteilt glaube ich. Da muss man immer hinten so die Zahl, die Zahl rechnen und dann von hinten auch die Kommazahl äh die Stelle schreiben.
I: Hmhm. Von hinten die Kommazahl schreiben.
S: Zum Beispiel hier so in ner Aufgabe, ne. Also das, das sagen wir mal so. Und dann kommt hier ist ein Komma, ne?
I: Ja.
S: Und dann hier so 13. Dann hier n Komma. Wir sollten das Komma eigentlich verschieben, hier. Und da.

I: Und das wird auch verschoben.
S: Dann ist das ein Ganze.
I: Genau, das kann man da machen.
S: Wenn wir da zählen, dann müssen wir so zählen, wie viel da hinten frei ist, zum Beispiel die 1. Also kommt, von hinten zählen, also das ist ne schöne Zahl, dann hier ein Komma hin.
I: Ja, das kann man machen. Das ist bei geteilt. Wir sind jetzt hier bei mal. Und da gibt es auch so eine Geschichte mit Kommastellen zählen.
S: Hm.
I: Erinnerst du dich?
S: Ich würde das so, wie ich das gelernt habe.
I: Habt ihr bei mal nie gemacht? Kommastellen zählen?
S: Ja vielleicht …
I: Wir machen das mal hier.
S: OK.
I: Da steht 0,7. Das sind wie viele Stellen hinterm Komma?
S: Eine.
I: Da steht 0,8.
S: Eine.
I: Eine.
S: Ja. Also sind's insgesamt zwei, ne?
I: Ja, guck dir mal das Ergebnis an. Das Ergebnis hat wie viele Stellen hinter dem Komma?
S: Zwei.
I: Ja. Da steht 0,2.
S: Ja.
I: Wie viel Stellen?
S: Eine.
I: Da steht 0,3.
S: Eine.
I: Ja. Sind zusammen zwei.
S: Zwei, ja.
I: Wie viele Stellen sind jetzt im Ergebnis hinter dem Komma?
S: Eine.
I: Das müssen aber zwei sein.
S: Ja, vielleicht 0,06.
I: Ja.
S: Ja?
I: Ja. *(unverständlich)* … warum? Jetzt haben wir zwei Stellen da.
S: Ja, weil das sind zwei Stellen nach dem Komma.
I: Ja.
S: Ach so, wusste ich gar nicht.

I: Habt ihr nie so gemacht?
S: Nö.
I: Nö?
S: Nicht, das ich wüsste.
I: Wieder vergessen. Ich glaube, das habt ihr gemacht. Ich weiß es nicht. Kann auch sein ... Ich hab's ja nicht gemacht. Äh. 0,06.
S: Hm.
I: Ist was anderes als 0,6. Oder?
S: Ja, auf jeden Fall.
I: Oder kann man Nullen anhängen. Wir haben doch vorhin gesagt, wir können Nullen anhängen.
S: Ja, aber nicht bei so was.
I: Da nicht.
S: Hier nicht, glaube ich. Hier kannste jetzt demnächst äh 0,6 also 0,06000. Also eigentlich wäre es das gleiche Ergebnis, aber ...
I: Das da hinten kann man was anhängen, aber nicht davor, entnehme ich jetzt deinen Äußerungen.
S: Ne.
I: OK. Weil das was anderes ist.
S: Hm.
I: *(unverständlich)* Hier kommt also 0,06 raus. Zwei Komma, zwei Nachkommastellen.
S: Ja.
I: OK. Wir machen jetzt ein bisschen was anders. Wir haben noch ein bisschen Zeit. Wir machen jetzt was zur Geometrie.
S: Hmhm.
I: Kannst du mir sagen, was der Umfang einer Figur ist?
S: Der Umfang? Also ich weiß im, Moment, also 180 ist die Halbe, 360 die Ganze.
I: Du meinst Gradzahlen.
S: Ja. Ach so.
I: Das meine ich nicht. Ich meine den Umfang. Machen wir das an einem Beispiel. Das ist eine Figur.
S: Hmhm.
I: Was ist der Umfang? Kannst du mir das erklären? Oder erklär das irgend jemand anderem, dem du sagen sollst, was die Bedeutung Umfang einer Figur.
S: Der Umfang ist, man muss die Längen zusammenzählen.
I: Ja.
S: Meinen Sie das?
I: Ja, das meine ich, genau. Hast du eine Idee ...
S: Ach so, ja. Ich komme durcheinander mit so was.

I: Ja genau, deshalb machen wir das ja in Ruhe. In so nem Test, den wir mal geschrieben haben, da kann man das nicht erklären. Hier können wir das erklären. Kannst du dir irgendeine Situation vorstellen, in der Umwelt, wo man so etwas gebrauchen könnte? Wo man einen Umfang gebraucht.
S: Oh. Ich könnte mir nur vorstellen bei einer Wohnung.
I: Ja.
S: Bei einem großen Haus oder so.
I: Ja. Da gibt es so was, wo man so gebrauchen kann. Fällt dir ...
S: In der Natur?
I: Ja, in der Natur? Muss nicht Natur sein, Haus ist schon OK.
S: Ja? OK.
I: Fällt dir ein Beispiel ein? Ein ganz konkretes Beispiel?
S: Ja, zum Beispiel messen, so wenn du tapezieren willst oder so was, dann musst du ja wissen, wie lang die Wand ist, damit du weißt, wie viele Meter oder so du kaufen musst.
I: Ja, richtig.
S: Oder auch für Teppich, also wie groß.
I: Da kommt noch etwas anderes ins Spiel. Ich glaube, du meinst so etwas wie eine Fläche.
S: Ja, genau so Kästcheninhalt und ...
I: Das ist aber etwas anders als Umfang.
S: Ach, ja.
I: Ich gebe dir mal ein Beispiel: Du hast eine Wiese und du stellst ein Schaf auf diese Wiese.
S: Ja. Ach so, wie groß soll dann diese Wiese sein.
I: Die hat eine bestimmte Größe.
S: Ach, OK.
I: Aber das Schaf läuft weg. Was kannst du dagegen tun, dass das Schaf weg läuft?
S: Na ja, 'n Zaun drum machen.
I: Aha. Wie lang muss so 'n Zaun sein?
S: Na, so viel Platz, wie du brauchst.
I: Das ist die Wiese.
S: Ja.
I: Komische Wiese. Sieht selten so aus, OK. Aber wo würdest du den Zaun hinstellen.
S: Außenrum.
I: Außenrum?
S: Ja.
I: Aha.
S: Also hier würde ich die Ziege rein stellen oder das Schaf oder was *(unverständlich)* ... außen rum den Zaun. Ja.

I: OK. In Ordnung. Das wäre ein Beispiel für 'n Umfang. Und so was wollen wir uns jetzt näher anschauen. Ich habe hier ein paar Aufgaben und da geht es um Umfang. Das ist so ein Grundstück. Ob das eine Wiese ist, ist egal. Das wollen wir einzäunen und ich möchte jetzt von dir wissen, wie wir den Umfang von diesem Grundstück berechnen können, weil wir den Zaun erst mal kaufen müssen.
S: Hmhm.
I: Wie viel Zaun brauchen wir?
S: Die muss ich alle zusammenrechnen.
I: Hmhm. Dann mach das mal. *(unverständlich)*
S: Na ja, OK.
I: Du schreibst gerne quer, ne?
S: Ich?
I: Ja!
S: Ja. *(Pause)* Ich würde sagen, hier fehlt doch noch was.
I: Aha.
S: Das muss doch noch auch zu.
I: Ja. Das müssen wir auch zumachen, stimmt.
S: Ja.
I: Sonst läuft das Schaf weg.
S: Hmhm.
I: Wie viel Zaun kommt denn auf dieses Stück drauf? Kriegen wir das raus?
S: Ja, weil hier sind 20. Würd sagen fast die Hälfte von hier, also 40. Oder?
I: Wo, na also, dieser Zeichnung würde ich nicht vertrauen. Die habe ich gemacht. Das kann sein, dass ich mich da ganz blöd verzeichnet habe. Aber man kann das ausrechnen.
S: Hm. Ja, keine Ahnung. Ja, ich weiß wie. Gucken Sie mal ne, hier sind doch 60 Meter ne, also das kann man doch so lang ziehen.
I: Ja.
S: Und dann rechnen Sie einfach minus 20 …
I: Ja.
S: … vielleicht?
I: Ja.
S: So richtig?
I: Ja. Kann man machen.
S: Ja dann …
I: Was bleibt dann übrig?
S: 40.
I: Wo, wo kommen die 40 hin?
S: Ja, bei der hier.
I: Ja, darfst du hier auch da dran schreiben. Hast du alles?
S: Nein, da fehlt …

I: Da fehlt auch noch was. OK.
S: Wie soll ich denn das rechnen? Ja, hier sind 132 Meter, ne ...
I: Ja.
S: Und hier haben wir zwei, ja ne das geht hier, doch 83. Also müssen wir jetzt 132 minus 83.
I: Mach das mal. Dann kannst du mir deine Zahl da hinschreiben.
S: OK. *(schreibt, unverständlich)* Ja, ähm. 49.
I: Dann sind das wohl 49 Meter.
S: Also, *(unverständlich)*
I: Gut. So, wie viel Zaun brauchten wir jetzt insgesamt?
S: Nja, wir müssen das jetzt alles zusammenrechnen.
I: Angefangen hast du ja schon.
S: Ja, 20, 49 ... *(rechnet)* 26 mal.
I: N' bisschen verrechnet hast du dich.
S: Ähm. 11, 14, 26, 28.
I: Stimmt die zwei vorne erst?
S: 28!
I: Ja, ja, aber die zwei? Die hast du sofort da hingeschrieben. Fehlt da nicht noch was?
S: Hmhm. Eins, drei.
I: Warst ein bisschen zu schnell, einfach nur.
S: Ja, ich hab die gar nicht gesehen.
I: Könnte das daran liegen, dass du das so schräg schreibst und nicht in diese Kästchen? *(unverständlich)* ... den Block so schräg legen.
S: Ach so.
I: Aber du schreibst irgendwie ...
S: Ja, aber ich schreibe nun mal nicht so in die Kästchen, aber lassen wir das.
I: Ja, gut du darfst den gerne drehen. Kein Problem. Gut OK. Dann sind das 384?
S: Meter.
I: Meter.
S: Also Zaun.
I: Zaun. 384 Meter Zaun brauchen wir für dieses Grundstück. Gut, jetzt gehen wir ins Haus hinein und dann siehst du dort den Grundriss von einem Zimmer.
S: Hmhm.
I: In diesem Zimmer sind Fliesen gelegt.
S: Ja.
I: Wie viel Fliesen sind das in dem Zimmer? Das Zimmer ist durch dieses dunkle, schwarze gekennzeichnet.
S: Hmhm. Äh, 72 ne?

I: Hmhm, kannst du mal hinschreiben, 72.
S: 72, das sind 18.
I: Hmhm.
S: So.
I: Um das noch mal zu wiederholen. Ich glaube, du hast hier eine Linie gezogen ...
S: Ja.
I: ... in deinem Kopf und hast gesagt, das hier sind 72. Wie hast du das raus gekriegt.
S: Ja, ich habe die hier zusammengezählt, ne, also wie viel das sind, und dann noch mal die hier so und dann mal gerechnet.
I: Und das gleiche hast du da auch gemacht.
S: Ja genau.
I: So, wie viel Fliesen sind insgesamt in dem Raum jetzt?
S: Äh, hundert. *(unverständlich)* Das sind 10 ... 90.
I: 90 gut, OK. Kein Problem, ne? Die Aufgabe war leicht.
S: Ja.
I: Glaube ich jedenfalls.
S: Ja.
I: Das sieht auch so aus wie ein Zimmer. Nur die Zentimeter stimmen nicht ganz.
S: Ja.
I: Ähm. Wie groß ist diese Fläche?
S: Ja, wir müssten die hier erst mal ausrechnen.
I: Aha.
S: *(unverständlich)*. Ach so, man muss rechnen.
I: Was rechnest du?
S: 8 plus 3, ne? Ne, 8 minus 3.
I: Warum? Ach so, für was? Erzähl mir für was?
S: Damit wir das hier raus kriegen.
I: Hmhm. OK. Brauchst du das?
S: Dieses hier?
I: Hmhm?
S: Ja.
I: Gut, dann rechne das und schreib's hin.
S: 8 minus 3 sind 5 ...
I: Hmhm.
S: ... Zentimeter. Und da sind also 18 minus 7.
I: Hmhm.
S: Sind 11.
I: Ja. So und jetzt möchte ich gerne wissen, wie groß die Fläche ist. Was tust du?

S: Ja, ich rechne die alle zusammen.
I: Ja? Wie? Plus?
S: Ja, plus.
I: Nur bei dieser Aufgabe. Da steht was vom Umfang. Ich möchte aber gerne wissen, wie groß die Fläche ist.
S: Hmhm. *(Pause)*
I: Du hast vorhin mal von Teppichen gesprochen, die verlegt werden müssen.
S: Hmhm.
I: Nehmen wir mal das an, das sind keine Zentimeter sondern Meter. Ähm, dann steht da 7 Meter, da steht 8 Meter, da steht 18 Meter. Wie viel Quadratmeter Fläche Teppich brauchen wir denn eigentlich? *(Pause)* Das ist so ähnlich, wie bei den Fliesen. *(Pause)*
S: Also ich hier muss rechnen, die Seite hier zusammenzählen, dann plus die Seite hier zusammen, nee *(unverständlich)*
I: Du kannst, hast du eine Formel für dieses Gebilde, für dieses Teil?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Ich auch nicht. Gibt auch keine dafür. Aber es gibt für Teile davon ne Formel.
S: Äh?
I: Du hast dies hier vorhin auch zerteilt in zwei Flächen.
S: Ja, das kannst du auch zerteilen, hier?
I: Ja, das kann man machen. Kriegst du jetzt raus, wie groß diese Fläche ist, oder wie groß diese Fläche ist?
S: Ja, die hier, ne. Also ich rechne so 18.
I: Halt, wozu gehört die 18?
S: Ah nein, das sind nicht 18.
I: Das ist die Ganze, ne?
S: Ja, das ist die Ganze, auch so, das sind 11, weil ich hab ja hier geteilt.
I: Ja.
S: Ja, sind 25 Zentimeter.
I: 25 Zentimeter für was?
S: Dieses hier Ganze. Nein, oder weil hier müssen ja auch überall hin.
I: Hmhm.
S: Ach so, 28.
I: Du bist schon wieder beim Umfang.
S: Hm.
I: Weiß du, was du mit dem Umfang machen kannst im Zimmer? Da kannst du draußen eine Fußleiste kannst du drum rum machen.
S: Hmhm.
I: Das möchte ich aber nicht. Ich will einen Teppich haben oder meinetwegen auch Fliesen.
S: Ja.

I: Wenn du hier Kästchen rein zeichnen würdest, geht das dann? Und wie würdest du das machen?
S: Hä.
I: Soll ich dir nen Tipp geben?
S: Ja.
I: Guck mal hier. *(unverständlich)*, da ne Linie und die teilst du noch mal durch. Jetzt habe ich hier acht Linien, da steht ne 8.
S: Ja.
I: 8.
S: Und das hier müssen jetzt 7 werden. Das kann ich aber nicht so gut aufteilen. Das machen? *(Pause)* Wie viel Fliesen sind da? *(Pause)* Wie viel kleine Kästchen?
I: Oh Gott, ich weiß jetzt wie so was wieder war.
S: Ja? Erzähl mal.
I: Jetzt musst du mal rechnen und nicht plus.
S: Aha. Das ist ein Unterschied, ne?
I: Hmhm.
S: Das ist 8 mal 7.
I: Ja.
S: Soll ich das jetzt mal nehmen?
I: Ja, bitte mach mal.
S: Ja sind 56.
I: Ja.
S: 56 cm.
I: cm?
S: Ja. Ach so, Sie haben Meter gesagt, ne?
I: Ja, da steht ja cm. Bleiben wir ruhig bei den Zentimetern.
S: Ja.
I: Sind das dann auch noch Zentimeter?
S: Ja?
I: Hmhm. Die nennt man glaube ich ein bisschen anders. *(Pause)* Da war irgendwas mit einer kleinen zwei.
S: Ach so, Quadratmet… Quadratzentimeter.
I: Hmhm. OK. Dann haben wir den Teil.
S: Ja, jetzt müssen wir auch noch …
I: Was ist mit dem Teil? Hmhm.
S: Ja, 18 mal 3.
I: Sicher?
S: Mal 11 oder wie?
I: Frage ich dich. Welchen Teil kriegst du denn, wenn du 18 mal 3 rechnest?
S: 11 mal 11 muss ich jetzt doch rechnen.
I: 11 mal …

S: Ja, weil 18 darf ich doch nicht nehmen.
I: 18 geht bis hier. Dann nimmst du diesen Teil doppelt hier. Denn haben wir aber schon.
S: Hmhm.
I: Deswegen *(unverständlich)*.
S: Also 11 mal 11.
I: 11 mal 11?
S: *(unverständlich)*
I: Du kannst dir da auch Hilfslinien rein zeichnen, dass du solche Fliesen kriegst.
S: 11 mal 3 muss das ...
I: Ach, aha.
S: 33. Sind drei Zentimeter.
I: Wie groß ist die Fläche zusammen? Insgesamt.
S: Sind 89 Quadratzentimeter.
I: Hmhm.
S: Soll ich die richtig hier hinschreiben.
I: Ja, schreib mal ruhig da drunter. So, jetzt musst du mir noch was erzählen. Das da und das da sind eigentlich ganz ähnliche Aufgaben.
S: Ja.
I: Warum sind die so unterschiedlich schwer?
S: Ja, weil hier sind Kästen eingemalt und da nicht. Da musst du selbst machen oder so?
I: Hmhm. Das kann man ja machen, denn da stehen ja Zahlen dran.
S: Ja. Vielleicht leuchtet das hier jemand nicht gleich ein, Sie denken wie die hier. So habe ich auch erst gedacht. So wie die.
I: Hmhm. Ja. Dir ist also gar nicht so ganz klar gewesen, was diese 8 cm eigentlich heißen?
S: Ja. Doch eigentlich schon, ich wusste ja auch 8 Zentimeter, das ist diese Linie, ne?
I: Ja.
S: Ja, aber ich wusste nicht, wie ich die teilen soll, damit ich weiß, wie groß es wird.
I: Man kann nicht sofort sagen ...
S: Malnehmen.
I: Du hast nicht sofort daran gedacht, dass das eigentlich 8 Teile hintereinander sind.
S: Ja, habe ich mir nicht gedacht.
I: Das sind 8 Zentimeter, das ist einfach ein Maß. Man könnte ja auch sagen, das sind 8 Meter. Dann ist das Ganze etwas größer. Man kann auch sagen, das sind 8 besondere Einheiten. Wenn die nun so lang sind, dann ist das auch egal.
S: Hmhm.

I: Kannst auch 8 solche Fliesen nehmen.
S: Ja.
I: Ja? Das ist einfach nur eine Maßzahl. Das stimmt, das ist etwas gemeiner als das, aber eigentlich ...
S: Ja.
I: ... ist das das Gleiche.
S: Ist das Gleiche.
I: Dann weiß man auch, das man das teilen muss. Hier hast du ganz von alleine, hast gesagt, ich kann erst den Teil nehmen, dann den Teil.
S: Ja, das ist mir irgendwie leichter gefallen, weil man halt, man konnte sehen, wie man es machen muss, also.
I: Ja, aber du hast auch hier nicht, äh erst diesen ganzen Teil genommen, mal das, sondern du hast gleich gesagt, so ich kann nur das nehmen. Die Zahl, hast du da ausgezählt ...
S: Ja, wissen Sie warum?
I: Ja?
S: Weil ich gesehen habe, dass man hier nicht die 6 dazu noch machen kann.
I: Ja. Die fehlt da irgendwie.
S: Gucken Sie mal, wenn Sie hier zählen, mal das, dann kommt ... also kommt schon was raus, aber das Falsche.
I: Ja richtig.
S: Weil im Prinzip machste dann ja 6 dazu noch.
I: Und das ist hier unten ja ganz ähnlich. Da hast du auch einen Strich gezogen ...
S: Ja.
I: ... und deswegen diese Sachen ausgerechnet. Nur das, dann mit dem Mal nehmen hat nicht so ganz geklappt.
S: Hmhm.
I: OK. Ja, es klingelt gleich. Wir kommen nicht zu mehr.
S: Ja.
I: Hätte noch was, aber das lassen wir einfach weg. War es schlimm?
S: Nein.
I: Nein, OK. Gut. Dann danke ich dir.
S: Vielen Dank.
I: Dir hilft das hoffentlich weiter.
S: Ja, ich habe was gelernt.

B.4 Bilal

Bilal (*Schule 1; 02.09.02; 5. Stunde)*
(nuschelt zum Teil sehr stark bzw. grübelt leise vor sich hin, dann unverständlich)

S: Ich weiß nicht, ich denke mal, ich mag Mathe nicht so gerne und. Ich weiß auch nicht, warum. Mathe hat meist auch was mit der Lehrerin zu tun.
I: Hmhm.
S: Also Mathe hat. Es gibt viel in Mathearten so, es gibt Sachen, sagen wir so plus untereinander rechnen und die ganzen Malaufgaben *(unverständlich)* und das mag ich und so, das macht auch Spaß. Da würde ich auch manchmal weiter machen, aber wenn es um diese Dezimalweise, dreifünftel mal sonst wie was, da komme ich eigentlich schon mit, aber manchmal verstehe ich das nicht mehr und dann muss ich immer irgendwie nachfragen und so. Und deswegen ...
I: Und das hängt vom Lehrer ab? Meinst du?
S: Ne, eigentlich nicht.
I: Also, kann beim einen Lehrer gut sein und beim anderen ...
S: Nein, eigentlich nicht. Alle Lehrer wollen doch die Besten, das Beste für ihre Schüler.
I: Gut. Klar.
S: Und. Ich sag ja nicht, dass die Frau *(unverständlich)* was Schlechtes für mich will oder sonst wie.
I: Nein.
S: Aber wie soll ich sagen. Für mich ist sie nicht so'n Typ für Mathe.
I: Hmhm.
S: Sie ist irgendwas anderes. Chemie oder so. Da ist sie ja gut.
I: Hmhm. OK.
S: Ähm, verstehen sie?
I: Ja, ich verstehe. Ich verstehe, was du meinst.
S: Ich weiß nicht, bei den anderen, also bei Frau Müller macht's eigentlich auch Spaß Mathe zu machen. Nur andere Aufgaben, nicht drei mal dreifünftel mal achtzehn und zwanzig, das verstehe ich nicht so, aber ... Kann ich mal was aufschreiben, damit Sie das sehen?
I: Aha, wir machen gleich mal was dazu.
S: Sagen wir mal. Was weiß ich vierhundertachtzigtausenddreihundert mal ... so was hier, das macht Spaß.
I: Ist OK. Wir können ja gleich *(unverständlich)* Gut. Ähm. Du hast ja jetzt schon ein paar Sachen gesagt, was du besonders gerne magst. Gibt es auch was, was du gar nicht magst im Matheunterricht.
S: Ja, wenn wir ... Hm. Wie ich schon gesagt habe, die Aufgaben. Diese Aufgaben, die erstens ... OK, wenn ich so richtig zuhören würde und so, dann würde ich die auch verstehen und so. Aber, ich sage ja nicht, dass ich gerade der Beste aus der Klasse in Mathe und ich muss ja auch die Wahrheit sagen, dass ich in den Aufgaben also gar nicht gut bin, wir haben den Test geschrieben, den Mathetest und da habe ich nur, nicht einmal eine Aufgabe ...

I: In welchen Aufgaben meinst du?
S: Ja, diese drei Komma drei fünftel.
I: Also solche Dezimalbrüche ...
S: Ja, so acht ...
I: ... oder Brüche.
S: Ja irgendwie so. Sechsundvierzig achtzigstel und dann ...
I: Ja.
S: ... geteilt durch *(unverständlich)* Ich weiß nicht, ich komm da nicht durch.
I: Gut. Wir gucken uns gleich noch ein paar solche Sachen an.
S: Ja.
I: Gut. Gucken wir mal ein bisschen in der Zeit zurück. Kannst du dich an den Matheunterricht deiner Grundschulzeit erinnern?
S: Ja, sogar sehr gut.
I: Gut? Gab's da Ursachen. Hat dir was gut gefallen oder hat dir irgendwas nicht so gut?
S: Ja, da hat mir alles eigentlich gut gefallen.
I: Ja.
S: Weil damals waren die Aufgaben viel zu leicht für mich.
I: Ja, war also alles besser als hier.
S: War alles besser. Also ich konnte die Aufgaben, so fünf sechs Stück aus der Klasse und den sechs war ich auch *(unverständlich)* und da konnten wir, wie soll ich sagen, alles war leicht und also immer hatten wir sehr viel Spaß. Wir wollten immer nur Mathe machen. Egal was Frau Pirsch, Freistunden hatten, Klassenfahrt, irgendwo, haben Mathe gemacht, weil das hat uns Spaß gemacht. Wenn es gut drauf kam und man eine gute Lehrerin hat und sie erklärt auch jedem was. Am Anfang in der Stunde muss die Lehrerin auch erst manchmal fragen, wie geht es ihnen denn und nicht immer gleich hier Mathebücher raus holen und so und so und so.
I: Ja. Ja.
S: Und das macht Frau *(unverständlich)* immer nicht. Das ist das Problem.
I: Gut.
S: Ja, ich will sie ja jetzt nicht gleich fertig machen oder so ...
I: Ist in Ordnung, das ist dein Eindruck. Ist auch OK, ne? Gibt es etwas, das dir in der Grundschule nicht gefallen hat?
S: Ne.
I: Alles OK. Gut, dann können wir gleich weitergehen. Hast du Verbesserungsvorschläge jetzt für Matheunterricht, was du, nicht nur in deinem jetzigen Unterricht, sondern überhaupt im Matheunterricht ...

S: In allen Fächern würde ich das machen, seitdem ich das letzte Zeugnis gesehen habe, ich möchte ja erweiterten Realabschluss schaffen, oder überhaupt Realabschluss, weil mit ‚nem Haupt' kann man nichts anfangen, das ist das Problem. OK. Ich sag ja nicht, das mein Zeugnis schlecht ist. Es war schon ehrlich, es ging schon. Es war 2,7. Wirklich.
I: Hmhm.
S: Und ich möchte es auf 2,2 oder 2,3. Erstens, ich hab mich richtig mies gefühlt, als ich, wie soll ich das sagen, diesen Test *(unverständlich)*. Dann wollte ich ihr erklären, warum. Sie weiß das auch. Das ich nur … Ja, ich konnte die Aufgaben einfach nicht gut. Wir haben uns andere Aufgaben, also das hat eigentlich nicht hauptsächlich nichts mit der Aufgabenstellung, sondern mit mir.
I: Hmhm.
S: Weil, wenn ich das mache, wenn ich üben würde, dann kann ich das auch machen. Oder, ich weiß nicht, das ist einfach. Die Aufgaben, die mag ich einfach nicht. Ich will mit denen nichts zu tun haben. So, besser andere Aufgaben, so wo alle dran beteiligt sind.
I: Kann man nicht immer machen solche Aufgaben.
S: Ja, das ist ja das Problem.
I: Aber da gucken wir jetzt mal ein paar Aufgaben, vielleicht gefallen dir davon ja ein paar. Auch vielleicht nicht alle, aber trotzdem probieren wir das, ja?
S: Ja, OK.
I: OK, dann fangen wir jetzt an. Du hast immer die Möglichkeit zu schreiben – hier.
S: Hmhm.
I: Und du siehst da oben ein paar Zahlen, die alle unterschiedlich groß sind. Sortier die mal bitte von klein nach groß. Schreib die Kleinste da vorne rein und dann kommen die nächsten.
S: OK. Alles klar. *(schreibt)*
I: War nicht schwer, ne. War wie in der Grundschule. Hat dir aber Spaß gemacht.
S: Ja, das macht ja immer Spaß, aber das ist …
I: Ja, aber jetzt diese komischen Zahlen. Das Gleiche wieder.
S: Ja, das … Ich hasse diese Aufgaben.
I: Ja, deswegen müssen wir das ja machen hier. Aber, …
S: OK.
I: Auch da gibt es eine kleinste Zahl und die anderen sind unterschiedlich groß.
S: Alles klar. *(schreibt)*
I: Zwischenfrage. Warum meinst du, ist das die kleinste Zahl.
S: Weil 6,7, wie soll ich das sagen? Das ist 7,4, 7,45 und …
I: *(unverständlich)*

S: *(unverständlich)* OK, jetzt kommt's. Ey Peter, was. Ich krieg ne Krise. (*Schüler vor dem Fenster)*
I: Also noch mal.
S: Welches ist jetzt größer? 7,067? Das oder das?
I: Das ist jetzt die Frage, ne. Also, du meinst, das ist auf jeden Fall die kleinste Zahl.
S: Ja, auf jeden Fall.
I: Warum noch mal, das habe ich vorhin nicht verstehen können.
S: Weil, ja 6,7 hier ist 7,4 das ist natürlich die kleinere Zahl und hier ist 7,5, das ist auch die kleiner Zahl und die ist auch, also kann man natürlich sagen …
I: Was hast du denn angeguckt von …? Die ganze Zahl oder nur einen Teil der Zahl?
S: Ne, die ganze Zahl.
I: Hmhm.
S: Hm, ich weiß nicht, was da raus kommt, Alter?
I: Schreib doch mal die Zahlen, die vier, die übrig bleiben hier unten untereinander.
S: Nein, nein, ist OK. Ich mach's mal, ich mach's mal.
I: Du darfst das gerne hinschreiben.
S: Ich versuch's noch mal weiter. Ich denke mal, OK. *(schreibt)*
I: Bist du zufrieden mit deiner Lösung?
S: Ne, nicht so richtig.
I: Nicht richtig?
S: Ne, also ich bin nicht so zufrieden mit der …
I: Woran hakt das denn? Hast du so ein Gefühl, dass das nicht ganz stimmen könnte?
S: Ja, weil …
I: Ja?
S: Ich weiß nicht. Ich habe da, die Lehrerin hat das etwas öfters erklärt und da war ich gerade bei einer anderen Sache noch.
I: Hmhm. Dann müssen wir uns das noch einmal genau angucken.
S: Diese drei Stellen und diese zwei Stellen, ob diese … Das ist ja größer als das, das ist größer als das. Ja, diese hier sicher.
I: Ja.
S: Aber das mit den zwei Stellen und dann drei Stellen und … Also, das muss dann glaube ich das hier kleiner als das.
I: Hmhm. Gut. Pass auf, wir schreiben das doch noch mal – diese vier Zahlen untereinander.
S: OK.
I: Die 6,7 können wir weglassen, die – hast du gesagt – die ist kleiner.
S: OK. 7,064.

I: Die nächsten.
S: Eine Reihe frei lassen?
I: Ja, lass mal eine Reihe frei, dann kann man das besser sehen.
S: OK.
I: Hier hatten wir noch 7,5. So. Jetzt möchte ich wissen, welches von denen ist die Größte und welches ist die Kleinste Zahl? Wie können wir da eine Reihenfolge rein bringen?
S: *(unverständlich)*
I: Warum?
S: Ja, 7,5 und hier ist es 7,067. Das sind drei und sind nur eine Stelle.
I: Ja.
S: Ich zähl' das zusammen ...
I: Hat das mit der Stelle zu tun? Wie viele da hinten dran kommen?
S: Wie?
I: Da sind doch viel mehr Stellen.
S: Ja, aber ... das die ... da hab ich ... *(unverständlich)* dass die Zahl 64 an der letzten Stelle.
I: Hmhm.
S: Dann denke ich mal ...
I: Ja, aber 64 ist doch größer als 5.
S: Ja, ich krieg ne Krise, wenn ich das mache. Ey, das gibt es nicht. OK.
I: Ich geb dir mal einen Tipp.
S: Ja.
I: Man darf Zahlen mit Nullen verlängern.
S: Ja, genau so.
I: Stimmt das? Stimmt das?
S: Ja.
I: Wann und wo darf man das machen?
S: Keine Ahnung. Ach, OK. Ich raffs.
I: Ja?
S: Wenn man so ne Aufgabe, so eine ...
I: Ja.
S: ... multipliziert ...
I: Ja.
S: ... oder addiert. Dann muss man hier zwei Nullen noch dran schreiben.
I: Mach das mal. Darf man das machen? Wird das jetzt eine andere Zahl oder bleibt das die gleiche Zahl?
S: Das bleibt die gleiche Zahl nur mit zwei Nullen.
I: Ja, OK. Kann man das bei den anderen Zahlen auch machen?
S: Denk schon.
I: Probier mal aus. Willst du da auch zwei Nullen dran hängen? Warum hast du da nur eine dran gehängt.

S: Ja, weil das ...
I: Aha. Fällt dir was auf an den Zahlen jetzt?
S: Ja.
I: Kannst du die jetzt sortieren?
S: Ja.
I: Mach mal.
S: Hier drauf oder?
I: Ist egal, die kannst du auch da erst mal nebeneinander schreiben oder untereinander, wie du möchtest.
S: Mach ist das mal. Geht das so?
I: Ja? Erzähl, was ist dir aufgefallen?
S: Wenn man das in Gedanken einfach so macht einfach so die Null dahinter setzt oder davor setzt, ey davon kann man's nicht, ey davon kann man's nicht, aber dahinter dann konnte man gleich was checken, aha ...
I: Hmhm.
S: und es ist OK. Dich interessiert, wie wie ich das mache?
I: Hmhm. *(Pause)* OK. Jetzt guck dir noch mal deine Reihe an.
S: Das ist schon mal richtig. Ey, das gibt's nicht. Ich glaube da ist was falsch.
I: Wo denn, wo ist was falsch?
S: Die 6 Komma ...
I: Die war ja schon, die war ja die kleinste das hatten wir ja ...
S: Ja, OK, OK, ...
I: Dann bleibt's dabei.
S: 7 Komma. Das ist auch richtig.
I: Ja.
S: Ne, da hab ich was falsch.
I: Aha.
S: 7,4 ist größer, äh ist kleiner als die.
I: Dann Vertausch die noch mal. *(Pause)* OK. Schau dir jetzt die Reihe an. Gefällt sie dir jetzt gut?
S: Ja.
I: Und dein Gefühl sagt dir, das stimmt?
S: Ja.
I: Bist du dir sicher, dass das stimmt?
S: Ja sicher.
I: Gut. OK. Kann man nicht gut erklären. Hast du entdeckt. OK. Nächste Aufgabe. Da steht rechne schriftlich. Du hast mir eben gesagt, das magst du.
S: Ja, aber nicht solche 21,78 ah, ey ... Ich krieg ne Krise.
I: Ah, machst du wieder eine Einschränkung. Das gefällt dir also nicht. Trotzdem, untereinander rechnen steht da, schriftlich rechnen, plus.
S: Untereinander?

I: Ja.
S: OK. Fangen wir mal an. Mit der größten Zahl fangen wir an. 61 plus 80
I: Hmhm.
S: sind sechs, sechs ...
I: Sicher?
S: *(unverständlich)* oder?
I: Es reicht. Warum hast du es so gemacht? Was machst du? Da steht 11,6. Was steht da bei dir in der zweiten Zeile?
S: Wie in der zweiten?
I: Na hier, in dieser.
S: Statt 11,6 habe ich 11,06.
I: Ist das das Gleiche wie 11,6? Schreib das mal hier drüben hin.
S: Ne ...
I: auf deinen Zettel...
S: Ne ... *(unverständlich)*
I: Ist das das Gleiche?
S: Ne.
I: Also müssen wir ‚ungleich' daraus machen.
S: Ne, die Zahl ist kleiner.
I: Stimmt. Warum schreibst du dann 11,06 da hin?
S: So ist das. Weil ... ich krieg ne Krise.
I: Ich geb dir mal einen Tip. Schreib diese Rechenaufgabe mal hier hin. Hier in diesen Kästchen untereinander. In den Kästchen geht das manchmal leichter.
S: OK. Alles klar. Wo kommt jetzt die 6 hin?
I: Tja?
S: Da oder da, ja ich denke hier. Ähm, dann die 59 dazu.
I: Warum setzt du die jetzt da hin. Dort hast du was anderes gemacht.
S: Ja. Äh, ich denke mal, das ist falsch.
I: Aber jetzt nicht denken, weil ich da irgendwas gesagt habe. Du musst mir das jetzt erläutern, warum du das da, das anders aussieht, als da.
S: Dann wäre die 59 glaube ich viel kleiner.
I: Hmhm. Du kannst die 59 wie die hier steht ja auch mit einem Komma schreiben, ne? Man kann jede Zahl mit einem Komma schreiben.
S: Wie, 5 Komma 9 oder wie?
I: Ist das das Gleiche, 5 Komma 9 und 59?
S: Ne.
I: Ne. Also schreib hier 59 hin und setz hier mal ein Komma an diese Zahl, so dass es 59 bleibt. Jetzt hast du 5,9 draus gemacht. Das ist aber nicht gleich. So. Ist es immer noch 59?
S: Ja.
I: Ja? OK. Kannst du noch eine Null oder so was da hinschreiben? Wir haben vorhin was gesagt von Nullen anhängen.

S: Hmhm.
I: Darf man das?
S: Denke schon.
I: Hinter dem Komma immer, ne? Ist das jetzt das Gleiche wie 59?
S: Ne!
I: Das da, was hier steht?
S: Meine ich nicht ...
I: 59 Komma 0. Ich schreib da mal ne 59 davor. Ist das gleich 59,00?
S: Ne. *(Kopfschütteln)*
I: Nein, sicher nicht?
S: Doch eigentlich schon.
I: Ja?
S: Na ja.
I: Andere Frage. Pass auf. Zweiter Teil. 59, du hast nämlich vorhin anders geschrieben. Null Null Komma fünf neun. Ist das das Gleiche?
S: Ne. Überhaupt nicht.
I: Überhaupt nicht, gut. Schnell einen Strich durch. Das ist ungleich. Ist das das Gleiche?
S: Eigentlich nicht.
I: Was heißt denn das Komma oder das, was vor dem Komma steht?
S: Hm.
I: Ganze Teile. Haste so was schon mal was gehört?
S: Ne.
I: Ganze Teile. 59. Und nix, nix Kaputtes mehr dahinter. Keine kleine Zahl mehr dahinter. Null dahinter, gar nichts dahinter.
S: Ne, na ja das sind die gleiche ...
I: Das ist die gleichen Zahlen.
S: Das ist die gleiche ...
I: So hast du es auch so gemacht. Da hast du es da vorne so hingeschrieben, weil kein Komma da drin ist in der Zahl.
S: Ja, OK.
I: Ne.
S: *(unverständlich)* Weiter rechnen?
I: Du darfst ruhig hier weiter ... Dann haben wir das da ein bisschen erleichtert.
S: Alles klar.
I: Ach ja, noch mal diese Frage zu der zweiten Zeile. Bist du jetzt der Meinung, dass das richtig ist? 11,6.
S: Ja, *(unverständlich)*
I: Das kann man machen, das muss man nicht machen.
S: Muss man aber eins Hilfestellung.

I: Genau, richtig. Wenn man die 6 nämlich nach hier verschiebt, dann muss da was zwischen. *(unverständlich)* Null *(unverständlich)* und das passt nicht. Wie wir festgestellt haben. OK.
S: *(unverständlich)*
I: Kannst du machen, bei 11 *(unverständlich)* geht das weiter. Und dann kannst du auch unten Nullen hinschreiben.
S: Ja.
I: *(unverständlich)*
S: OK.
I: OK.
S: Das glaube ich. Acht und acht sind dreizehn. Zehn … Sechs, sieben, dreizehn.
I: Warum setzt du das Komma dahin. Das möchte ich jetzt noch wissen.
S: Weil das an der …
I: Das ist richtig. Ja.
S: Das ist richtig.
I: Aber warum?
S: Ja, weil … Es kommt an die dritte Stelle. Also, das Komma …
I: Unter die anderen auch.
S: Ja, also, weil hier geht's ja nicht.
I: Genau.
S: Da kann ich ja nicht hin.
I: Genau.
S: Dann müsste ich hier 6,1. Was weiß ich, sieben achten.
I: Hmhm.
S: Das geht ja nicht.
I: Genau. Und deswegen auch, weil's auch oben alle Kommas sind untereinander geschrieben also gehört unten das Komma auch dazu. OK. Ist in Ordnung. Können wir weitermachen. Jetzt kommen wieder so ein paar komische Aufgaben. Aufgaben mit Lücken.
S: OK. Sind dann … Ey, was muss man da machen? Ach so, OK ja. Was plus 5 ist 13? 8 mal 5. 13. 4. 4. Minus … 4. 2,4. 2,4. 6,4 minus 2,8 ziehst du 8 raus sind 6. Zwei raus, nein 3,8. *(Pause)* Nein 2,8 OK. OK. Hmhm. 19,5 plus zehn.
I: Gut. Hattest du ein Problem damit?
S: Ne.
I: Sind doch Kommaaufgaben, die magst du doch nicht.
S: Ja, aber …
I: Das ging.
S: Das ging schon.
I: Gut. OK.
S: Wenn man nachdenken und richtig …

I: Ja, hast du anscheinend gemacht.
S: . . . konzentriert. Ähm.
I: Das hast du wohl gemacht. Gut. Dann kannst du die nächste Aufgabe angehen.
S: Hm. Berechne die folgenden Aufgaben. 0,7 mal 0,8 hm, kommt 0,56.
I: Hmhm.
S: OK. Zwei drei sechs. Kommt Null Komma, ne, Null Komma Null sechs nicht Komma sechs.
I: Denk drüber nach.
S: Zwei Null. Ja, Null Komma Null sechs. Das geht gar nicht!
I: Das geht alles, ähm. Musst mir erst mal erklären warum. Ob nun 0,6 oder 0,06.
S: Ne, 0,6 nicht.
I: Sicher?
S: Ja.
I: Nun überleg noch mal wie, wie kommst du darauf. Wie entscheidest du, ob du das Ergebnis 0,06 oder 0,6 nimmst?
S: Weil 0,2 mal die 0,3 dann muss ich doch einfach die 0 mal 0 geht ja nicht.
I: Das ist richtig.
S: Dann muss ich 2 mal 3, . . .
I: Ja.
S: . . . kommt da 6 und dann sind da noch die zwei Nullen.
I: Wie war das mit den Nachkommastellen.
S: Irgendwann muss dann ja eine 6 hinter sein.
I: Wo muss ne 6 hinter sein?
S: Ja, davor also . . . hinter der 6 muss ne Null sein.
I: Hinter der 6?
S: Hinter nach der 6, Nachkommastellen nach der 6. Weil . . . Hä. Ja zwanzig. Null Komma zwanzig. 0,20 mal 0,30 . . .
I: Das ist aber das Gleiche, ne? Das ist egal, ja. Aber im Ergebnis möchte ich noch was wissen.
S: 0,6.
I: Du hast eben was von 0,6 oder du was von 0,06 gesagt. Guck dir ruhig mal die erste Aufgabe an. Da steht 0,7. Wie viele Nachkommastellen?
S: Eine.
I: 0,8. Wie viele Nachkommastellen?
S: Eine.
I: 0,56. Wie viele Nachkommastellen?
S: Zwei.
I: Aha.
S: Null Komma Null, äh Null Komma sechs Null.

I: Halt, 0,2.
S: Eine.
I: 0,3.
S: Eine.
I: Wie viel sind das?
S: Zwei.
I: Zwei Nachkommastellen.
S: Ja. Also kommt da 06 oder 6. Ne, 06 06. Bin mir sicher.
I: 0,06 ist etwas anderes als 0,6, ne? Das ist etwas anderes, ne?
S: Ja. Aber 0,60.
I: Ist das was anderes als 0,6?
S: Ne.
I: Ne, dann nicht.
S: Ne.
I: Also wir hatten das schon richtig.
S: 0,60.
I: 0,60, dann kannst du auch gleich schreiben 0,6. Das ist doch das Gleiche wie 0,60.
S: Ja. Doch, ja.
I: Das kann dann doch nicht ganz stimmen.
S: Das gibt's doch nicht.
I: Noch mal. Eine Nachkommastelle 0,2.
S: Eine.
I: Eine bei 0,3.
S: Eine.
I: Im Ergebnis müssen wie viele Stellen sein?
S: Zwei. Ich habe das Problem, das entweder 0,06 oder 0,60 oder 0,060.
I: Also bei 0,60 kannst du hinten die Null weglassen, dann haben wir eine Stelle nur.
S: Ja …
I: Da kann also irgendwas nicht stimmen. Die Null kann ich weglassen, da kann was nicht stimmen.
S: Krieg die Krise.
I: Ist nicht schlimm.
S: Können wir einfach weiter machen?
I: Wir machen einfach weiter.
S: OK.
I: Ja, OK pass auf. Ich sage dir …
S: *(unverständlich)*
I: Mach ich später. *(unverständlich)* … Kästchen. Ähm. Ich sage dir eine Zahl und du nennst mir den Nachfolger dieser Zahl.

S: Welchen Nachfolger?
I: Wenn du zählst, 1 2 3 4 5 kommt nach der 5 noch ne Zahl.
S: Ja, 6.
I: OK. Das ist der Nachfolger von 5. Ja?
S: Ja, OK.
I: Sag mir den Nachfolger von 45.
S: 46.
I: Und der Nachfolger von 80.
S: 81.
I: Von 89?
S: 90.
I: Von 369?
S: 370.
I: Von 200?
S: 201.
I: Und von 999?
S: 999? 1000.
I: Ja und 3899?
S: 3900.
I: Hervorragend. Umgekehrt. Den Vorgänger einer Zahl hätte ich gerne.
S: Ach ...
I: Ja, auch klar, Vorgänger?
S: OK.
I: Vor der 5 kommt die 4.
S: Ja.
I: Und was kommt vor der 45?
S: 44.
I: Und 89?
S: 88.
I: Vor der 80?
S: 79.
I: Vor der 520?
S: 519.
I: OK. Wir machen ein wenig weiter mit einem weiteren Blatt. Ach ne, noch nicht. Erzähl' mir mal, was der Umfang einer Figur ist. Du sollst das irgend jemandem erklären. Was ist der Umfang einer Figur?
S: Umfang einer Figur ist, also sagen wir mal kann ich das mal ... Hier das ist die Figur.
I: Ja.
S: Und wie lang die Figur ist, also wir machen das einfach so ...
I: Die Figur ...
S: Das ist der Umfang hier, das hier.

I: Ah. OK.
S: Und das muss man dann sehen, zwei Kästchen sind 1 Zentimeter. Zwei Zentimeter, vier Zentimeter, sechs Zentimeter, acht Zentimeter den Umfang eben.
I: Ja, OK. Du hast das zusammengezählt.
S: Hm.
I: OK. Ähm. Was musst du denn kennen, was musst du denn kennen, wenn du den Umfang einer Figur bestimmen willst?
S: Hm. Wie heißt das? Äh, Umfang einer wieder zurück. Ja dann muss ich das äh ... Ich hatte das doch und wir hatten das alles und da war ich auch gut. Wir hatten das alles.
I: Du hast mir das auch gerade schon gesagt. Was musst du hiervon kennen, wenn du das wissen willst?
S: Denn oh nein, ...
I: Ich will keine Formel hören.
S: Nein keine Formel. *(unverständlich)* Nein.
I: Nicht die Fläche, das ist was anderes.
S: Fläche nicht.
I: Nein, du musst die Länge kennen, ne.
S: Ja, die Länge natürlich.
I: Die Länge. OK. Wir machen das mal nicht theoretisch. Wir gucken uns eine Figur an.
S: OK.
I: Dort ist eine Figur und das ist ein Grundstück.
S: OK.
I: Ne. Und ich möchte gerne den Umfang von diesem Grundstück. Vielleicht weil wir da einen Zaun drauf stellen wollen.
S: OK.
I: Um dieses Grundstück einen Zaun aufstellen wollen. Wie kriegst du den Umfang raus?
S: Indem ich hier alles so zusammenrechne.
I: Dann mach das bitte mal.
S: Und da stehen die schon oder?
I: Ja.
S: Soll ich untereinander rechnen oder?
I: Ja, kannst du machen.
S: Hmhm.
I: Kannst du hier so machen, wie du möchtest.
S: Ach so. 83 ... *(unverständlich)* 70 plus plus plus.
I: So, jetzt stop, bevor du was rechnest, zeichne mir bitte mal die Längen ein, die du jetzt dort schon aufgeschrieben hast.
S: Wie, die Längen?

I: Du hast hier einen Zaun, der ist 83 Meter lang, das ist dann dieser hier.
S: Ja.
I: So, zeichne mal die anderen ein.
S: Das ist der ...
I: Richtig.
S: Richtig. 132, 20, ...
I: So, haben wir alle?
S: Ne, noch nicht.
I: Da fehlt noch was! *(Pause)* Tja, da steht aber nichts dran.
S: Ah. Alter, wie soll ich dann das wissen?
I: Ja, wenn du jetzt da ein Schaf auf diese Wiese stellst, auf dieses Grundstück, dann läuft das Schaf weg, weil da noch ein Stück vom Zaun fehlt.
S: Hmhm. Müssen wir das hier so ... 132 hier noch mal das Gleiche 132 und 60 hier hinkommt.
I: Ja, kann man machen.
S: Kann man machen. Mach mal.
I: Ja mach mal.
S: OK.
I: Ist das das Gleiche, als wenn du den Zaun darauf stellst?
S: Ne.
I: Nein?
S: Ne, doch das Gleiche, natürlich ...
I: Ja?
S: ... sieht zwar nur so aus, so.
I: Ja, kann man machen. Gut, wie lang ist der Zaun dann insgesamt?
S: 60, 60 muss ich mal abziehen. 60 *(unverständlich)* 32, 32 sind dann vier, zweiundfünfzig, achtzig. 384 Meter.
I: OK. Meter. OK. Was du mir jetzt noch einmal erklären musst ist, äh, warum du diese Zahl jetzt da, Moment da oben hinstellen musst? Das Grundstück geht doch da rein. Das hat doch so eine Ecke hier drin.
S: Ne, muss man nicht, weil das Grundstück gehört ja noch keinem.
I: Ne, das gehört ja nicht ...
S: Ne.
I: Aber man kann ja den Zaun, der hier ist da, diese Länge, da hinstellen.
S: Ja, indem man das ... Dann kommt das Gleiche raus.
I: Aha, kommt das Gleiche raus. Das ist nur ein bisschen leichter gerechnet, ne.
S: Ja.
I: Das ist gut. Das kann man so machen. Man muss das gar nicht ausrechnen, diese Einzelstücke.
S: Muss man gar nicht, kann ich auch viel leichter machen. So ist das ja natürlich schwerer, kommt aber genau das Gleiche raus.

I: Gut. OK. Dann können wir weitergehen. Hier siehst du den Grundriss von einem Zimmer.
S: Das ist das Zimmer oder was?
I: Dies dunkel-schwarze dort.
S: Das ist das Zimmer.
I: Genau. In diesem Zimmer liegen Fliesen. Und die siehst du dort, diese Fliesen. Wie viele Fliesen sind in diesem Zimmer?
S: Hm. 110 mal.
I: Wie rechnest du das aus? Wie kriegst du das raus? Wie viele Fliesen sind da?
S: 8 mal … 9 mal 8 sind 72.
I: Hmhm.
S: 72.
I: Darfst du ruhig hinschreiben. um dir das zu merken. Ich vergess so was immer wieder.
S: 72 plus …, 6 mal 3, 18, achtzig, neunzig Fliesen sind da.
I: Hmhm. Ich möchte mal verstehen, was du da gemacht hast. Du hast erst diesen Teil dir angeguckt, das sind 72 Fliesen …
S: Hmhm.
I: … dann hast du dir diesen Teil daneben angesehen, den dort, das sind 18.
S: Ja.
I: Zusammen sind das deine 90 Fliesen. OK?
S: *(Kopfnicken)*
I: War leicht.
S: Ja.
I: Dann gucken wir uns diese Zeichnung dort an. Auch dort siehst du solch eine Fläche. Wie groß ist die Fläche?
S: Hmhm. OK. Drei …
I: Was machst du da?
S: Ja, rechne ich erst mal zusammen und dann kommt da …
I: Hmhm, musst du die zusammenzählen? Habe ich nach dem Umfang gefragt?
S: Die Fläche, wie groß ist die.
I: Ja, auch da kann man … Hier habe ich gefragt, wie viele Fliesen liegen hier drin, wie groß ist diese Fläche eigentlich? Da frage ich das Gleiche. Da siehst du nur keine Fliesen.
S: Die Fläche ist so groß wie das. *(unverständlich)*
I: Wie kann man das ausrechnen? Da stehen ein paar Zahlen dran. Ich möchte da keinen Zaun drauf stellen auf diese Fläche oder drum herum. Möchte wissen, wie groß die Fläche ist. Vielleicht, weil ich einen Teppich darauf, in das Zimmer legen möchte.
S: Da muss ich *(unverständlich)*. 10, 18. sind 36 cm.

I: Na ja, das wäre jetzt ein Umfang. Jetzt hast du da was drauf gestellt was hier drauf lang geht, da unten und 8, da ...
S: Und 7.
I: ... und da ein bisschen. Und sonst? Wir haben noch keine Fläche berechnet.
S: Fläche?
I: Hmhm.
S: Das sind ...
I: Wir wollen ja Fliesen berechnen. Ich helfe dir. Hier, na ja, ähm ... Kennst du eine Formel für das ganze Teil?
S: Wie ne Formel für das ganze Teil?
I: Wie man das ausrechnen kann. Gibt's da eine Formel für das so eine komische, für so ein komisches Gebilde?
S: Ja, äh.
I: Ich kenn keine.
S: Ich kenn auch keine.
I: Aber es gibt für Teile davon eine.
S: Ja?
I: Ja. Ich mach hier mal einen Strich. Da.
S: Ah!
I: Hilft dir das was?
S: OK. Die zwei Rechtecke.
I: Ja, genau. Zwei Rechtecke. Kriegst du die Flächen von diesen zwei Rechtecken raus?
S: Ja.
I: Ja? Wie geht das?
S: Indem ich hier, ... Das ist wie beim Umfang, 18, 18 ...
I: Hm. Ich möchte nicht den Umfang, ich möchte nur die Fläche haben.
S: Was ist denn die Fläche noch mal?
I: So was, was wir hier gemacht haben.
S: Die Fläche ist 72 ... Wie soll ich denn ...
I: Da war sie 72, da war sie 18, zusammen sind das 90. Fliesen! Hier geht es um Zentimeter, nicht um Fliesen.
S: 87, 56 ...
I: Das ist schon was, ne.
S: Ja?
I: Das sind 56 Kartoffeln? Eier?
S: 56 Zentimeter.
I: Zentimeter?
S: Türlich sind das 56 Zentimeter.
I: Hm, ist das so?
S: Denke mal.
I: Da war irgendwas von so einer kleinen zwei *(Pause)* bei den Zentimetern.

S: 56, wie zwei?
I: Schreib mal hin, 56 Zentimeter. Oben drüber kommt jetzt noch was hin.
S: Hoch 2.
I: Was heißt denn das?
S: Zwei mal.
I: Hmhm. Das heißt Zentimeter mal Zentimeter, ne?
S: Hm.
I: Quadratzentimeter sagt man dazu, ne?
S: *(unverständlich)*
I: OK, wollen wir nicht näher vertiefen. Was ist mit der anderen Fläche dort?
S: Machen wir das Gleiche.
I: Mach mal.
S: 3 mal 18, das sind ...
I: Richtig? 3 mal 18 stimmt das?
S: Ja.
I: Zeig mir mal die $3 \cdot 18$-Fläche. Mal dir die mal grün ein, die $3 \cdot 18$-Fläche.
S: Oh, das geht doch gar nicht 3 mal 18.
I: Was geht nicht? Also, soll ich mal einzeichnen 3 mal 18?
S: Ja.
I: Das sind 18 hier.
S: Hm.
I: Das sind 3. Das ist dann die Fläche. Die meinst du? Jetzt haben wir aber was doppelt. Das hier, diesen Teil hast du eben schon bei den 56 Quadratzentimetern mitgerechnet. Was wir brauchen, ist nur das da.
S: Soll ich ... 18 geteilt durch 3.
I: Ne.
S: Ne?
I: Was brauchst du, um dieses Rechteck jetzt auszurechnen? Dieses hier.
S: Die Zahlen verkuppeln oder plus nehmen.
I: Mit der Zahl kommen wir nicht ganz weiter.
S: Denke ich auch.
I: 18 ist das alles hier. Von hier bis da. Das sind drei. Also ne, ...
S: Hmhm. Dann das hier *(unverständlich)*. Ne, das geht nicht. Das ist nicht ... Das hasse ich eigentlich.
I: Was hast du?
S: Ich hasse das.
I: Wie lang ist denn diese Seite hier, das Stück?
S: Keine Ahnung, 9, die Hälfte?
I: Mhmh. Das ist ähnlich, wie hier oben. Oder wie hier, da hatten wir auch das mal gemacht.
S: 18, ne? Ne.
I: 18 ist das von hier.

S: Von 18 sieben raus.
I: Hmhm.
S: Das sind 11.
I: Ja. Kann das stimmen?
S: Ja.
I: Ja. Kannst du auch hinschreiben.
S: *(schreibt)*
I: Also wie viel ist das hier? Das hier sind 11, das sind 3. Wie groß ist dann dieses Rechteck hier?
S: 3 mal 11, 33.
I: Aha, hast du jetzt noch was doppelt?
S: Ne.
I: Jetzt nicht mehr. Kannste hinschreiben.
S: Die zwei.
I: Ja. Und insgesamt ist die Fläche jetzt wie groß?
S: Hm? Dreißig, neun, 89.
I: So jetzt musst du mir noch eine Sache erklären. Warum sind diese beiden Aufgaben so unterschiedlich schwer? Das ist doch eigentlich das Gleiche, oder?
S: Eigentlich das Gleiche, ja, weil man da rechnet. Wie soll ich sagen, da hat man solche Fliesen.
I: Hmhm.
S: Da könnte man nachzählen.
I: Soll ich hier mal ein paar Fliesen einzeichnen?
S: Ja.
I: Jetzt muss ich hier noch ... Jetzt sind da auch Fliesen drin. Die sind immer 1 Zentimeter lang. 8 Stück untereinander. Steht da: 8. Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben Stück, steht da, nebeneinander. Hätte dir das geholfen?
S: Ja.
I: Ja? Aber da stehen doch schon die Zahlen dran.
S: Ja. Hier war es so, da standen nicht die Zahlen dran ...
I: Ja.
S: ... die Fliesen. Hier stehen die Zahlen nur dran.
I: Ja. Hättest dir die Fliesen denken können. Ne?
S: Ja, ja.
I: Wie vorher, du hattest vorher ja auch gesagt, wenn man sich die Nullen vorstellt, dann kann das gehen. Hast du gesagt.
S: Hab ich.
I: Hier kannst du dir, darfst du dir ruhig diese Kästchen vorstellen.
S: Ne, ist klar.
I: Würde es dann funktionieren?
S: Ja.

I: *(schaut auf die Uhr)*
S: Ja.
I: ... wir sind gleich durch. Gut. Wenn ich da die Kästchen eingezeichnet hätte, wär's denn leichter gefallen?
S: Ja.
I: OK. Gut. Wir machen noch eine Abschlussfrage. Wo hab ich den Zettel? Da. Wir machen nicht alle Aufgaben, nur die letzte.
S: OK.
I: Da unten steht eine Aufgabe noch. Lies mir die mal bitte vor.
S: Ein Schulschor ...
I: Ein Schulchor.
S: Schulchor mit 10 Schülern braucht für ein Lied 5 Minuten. Wie lange braucht ein anderer Chor mit 20 Schülern? – 2,5 Minuten, also 2 Minuten und 50 Sekunden.
I: Ja? Ist das so?
S: Ah. 2 Minuten und 30 Sekunden.
I: Kannst du Eier kochen, Bilal?
S: Ja.
I: Wie lange braucht ein Ei, um hart zu kochen?
S: Ungefähr 10 Minuten, 10 bis 12 Minuten?
I: Das wird aber ein sehr hartes Ei dann.
S: Ja ungefähr so ...
I: Ja, OK, machen wir 10 Minuten Ei.
S: Sagen wir 9 Minuten, 8 Minuten Ei.
I: 8 Minuten-Ei. Wie lange brauchen zwei Eier? Du tust zwei Eier in den Topf.
S: Ja, auch 18 äh auch 8.
I: Auch 8 Minuten? Nicht 16?
S: Ne. Kochen doch beide gleichzeitig.
I: Was ist mit dem Chor? Der Chor mit 10 Leuten singt ein Lied, braucht 5 Minuten für das Lied. Sing du mal das Lied, wie lange brauchst du dafür?
S: Auch ... *(lacht)* Ey, ich bin so doof, Alter. Natürlich brauch ich auch 5 Minuten.
I: Wie ist das mit dem ...
S: Ist egal, doch ob das 20 Leute sind oder ... Hauptsache das gleiche Lied und es geht 5 Minuten lang. Ey.
I: Wenn's um Mathe geht, muss man nicht immer rechnen, merkst du?
S: Wissen Sie, was ich dann richtig schnell ...
I: Ja siehst du? Siehst du ... Alles klar?
S: Ja.

I: Also manchmal lässt man sich auch reinlegen; wenn's um Mathe geht, muss man immer rechnen. Also immer genau lesen, was in einer Aufgabe steht, ne! Ja. OK. Bis dahin vielen Dank. Die Stunde ist auch zu Ende, es dürfte gleich klingeln. Danke dir. War's schlimm?
S: Ne.
I: Gut. OK.

B.5 Milena

Milena *(Schule 1; 03.09.02; 2. Stunde)*
(spricht teilweise sehr leise und unsicher, z. T. aufgrund von Sprachproblemen)

I: … was Gutes, was Schlechtes, was dir gefällt, was dir nicht so gut gefällt?
S: Wenn sie jetzt gar nicht, gefällt mir.
I: Hmhm.
S: Würde ich sonst nicht sagen.
I: Dann macht's keinen Spaß, ne.
S: Mhm.
I: Hast du ein bestimmtes Gebiet, das du gerne machst?
S: Was ich gerne mache?
I: Hmhm.
S: Ähm, was machen immer …
I: Kein, nichts besonderes. Gut. Ähm. Erinnerst du dich noch an deinen Matheunterricht in deiner Grundschulzeit? Ist lange her.
S: Grundschul?
I: 1. bis 4. Klasse.
S: Ne, den hab ich … ich war hier nicht in der Klasse.
I: Du warst nicht hier. Wo warst du?
S: In Albanien.
I: In Albanien. Erinnerst du dich an den Matheunterricht dort?
S: Ja.
I: War das gut? Hat dir das …
S: Ja.
I: … Spaß gemacht?
S: Ja.
I: War das anders als hier?
S: Hmhm. Ja, so anders. Nicht so wie hier.
I: Besser oder?
S: Da war ich besser. Wo ich hergekommen, konnte ich kein Deutsch nicht so. Ein Jahr, ein Jahr hatte ich kein Mathe, du weißt von Russland und so?
I: Ja. Das macht's dann auch schwer, weil du es natürlich nicht verstehst.
S: Ich meine, jetzt verstehe ich es.

I: Hmhm. Gut. Meinst du, dass Erfolg im Matheunterricht von deiner Lehrerin abhängt? Bei wem du Matheunterricht hast?
S: *(unverständlich, Name der Lehrerin)*
I: Ja, hast du jetzt, aber du hast ja vielleicht schon mehrere gehabt, in Albanien schon andere Lehrer.
S: Ja.
I: Meinst du, dass das vom Lehrer abhängt oder ist das nur eine Sache, die du bestimmst?
S: Vielleicht vom Lehrer manchmal.
I: Bei manchen Lehrern besser und bei anderen wieder nicht so gut?
S: Ja. *(unverständlich)* die war nicht so gut. Ich hatte immer mehrere. *(unverständlich)* die nicht so gut waren.
I: Hmhm. OK. Wir gucken ruhig mal ein paar Aufgaben an.
S: Ja.
I: Äh. Ich deck die anderen mal zu. Da siehst du ein paar Zahlen. Ganz normale Zahlen. Die sind unterschiedlich groß. Du sollst die der Größe nach ordnen. Du fängst mit der kleinsten an, schreibst die da vorne rein und nimmst dann die nächsten Zahlen.
S: Von der kleinsten Zahl anfangen?
I: Hmhm. Welches ist die kleinste Zahl von diesen Zahlen?
S: Ach so. Ja, 6.
I: Ja, würde ich auch sagen. Und dann nimmst du die nächst größere.
S: Die Größte?
I: Ne, nein, die danach kommt.
S: Ach so. *(schreibt, Pause)* So?
I: OK. Das war nicht schwer, ne?
S: Mhm. *(zustimmend)*
I: Gut, dann weißt du jetzt, wie es geht. In der nächsten Aufgabe ist es ganz ähnlich. Nur haben wir da Kommazahlen. Auch die sind unterschiedlich groß. Du sollst mit der kleinsten anfangen und dann die nächstgrößere suchen.
S: Ach so. *(lange Pause)* So.
I: Meinst du, das ist OK so? Warte noch mal noch, meinst du, das ist in Ordnung?
S: Weiß nicht.
I: Weißt nicht genau? Bist du dir sicher oder …? Meinst, da könnte irgendwas nicht stimmen. *(Pause)*
S: *(unverständlich)*
I: Schau dir mal diese 4 Zahlen dort an.
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm. Ähm, ist das die kleinste Zahl von allen?
S: Ja.

I: Weißt du warum?
S: 6,7 ist klein.
I: Hmhm. 6 Komma irgendwas, was dahinter steht, ist kleiner als 7 Komma irgendwas. Also müssen wir nur noch diese Zahlen in die Reihenfolge bringen. Das ist nicht ganz richtig so.
S: Ne?
I: Hm. Schreib die Zahlen mal untereinander. Diese vier.
S: OK.
I: Da hinschreiben.
S: *(unverständlich, Pause)*
I: OK. Jetzt und jetzt schau dir mal an, welches ist davon die größte und welches die kleinste.
S: Hier?
I: Ist das die größte?
S: Ungefähr.
I: Bist du dir sicher?
S: Ja, ist die größte, oder?
I: Darf man bei Kommazahlen, ich gebe dir mal einen Tipp, Nullen hinten anhängen?
S: Null?
I: Eine Null an die Zahl hinten ran schreiben. *(Pause)* Das darf man machen.
S: Ja?
I: Ja. *(Pause)* Mach das mal bei den Zahlen, die du oben siehst.
S: Hier?
I: Ja.
S: Hier auch?
I: Ja. Eine, reicht eine, oder meinst du, kann man noch eine zweite Null da hinschreiben?
S: Kann man ne zweite.
I: Mach mal ne zweite da hin. Und jetzt bei den anderen Zahlen, kann man da auch so was dran hängen?
S: Ja.
I: Mach mal.
S: Hmhm.
I: Reicht eine?
S: Kann man noch eine ...
I: Kann man noch eine ...
S: Und hier? Kann man auch ...
I: Hmhm. Ein oder zwei? Was meinst du, was gefällt dir besser vom Gefühl?
S: Eine nur.
I: Eine. Hmhm. Jetzt guck dir die Zahlen noch mal an. Fällt dir jetzt was auf?
S: Der ...

I: Ja?
S: Passiert. Ist kleiner.
I: Hmhm. Meinst du jetzt ist eine andere Zahl die größte?
S: Ja, das hier.
I: Ja. Welches ist die kleinste?
S: Die kleinste ist das.
I: Ja, sicher?
S: Dann die hier.
I: Ja.
S: Dann kommt die hier.
I: Ja. Und was ist mit der letzten?
S: Die letzte? Ist das nicht die kleinste?
I: Ist die kleiner, als die hier oben?
S: Ja. Nein. Das ist größer.
I: Wonach guckst du jetzt?
S: *(unverständlich)*
I: Die ist aber da, die Null. Die darfst du ja nicht wegmachen.
S: Dann ist das die kleinste.
I: Ja. Pass mal auf. Jetzt können wir mal auf die 7, auf das Komma da einen Stift legen.
S: Hm.
I: Wenn du dir die Zahl jetzt anguckst ...
S: Das ist die kleinste und danach kommt die und *(unverständlich)*
I: Aha, gut. Dann kannst du die hier ja noch mal eintragen.
S: Ja.
I: Wie es aussieht. Schreib einfach da drunter, da ist ja noch Platz genug.
S: Ja. So.
I: Halt, ja, die nicht, das hatten wir ja schon gesagt. Die hatten wir ja gar nicht mehr aufgenommen. Die ist schon richtig, die 6,7. Da hattest du schon klar gesagt, das ist die kleinste.
S: 6,7.
I: Die haben, die haben wir gar nicht mehr hier dabei gehabt. Die stimmt. Also wir können, du kannst da anfangen. Um diese vier Zahlen geht es.
S: OK.
I: Ja?
S: 6,7. Dann kommt das hier.
I: Ne, jetzt bist du bei der.
S: Bei der?
I: Hmhm. Jetzt habe ich dich ein bisschen durcheinander gebracht, weil wir die hier gar nicht mehr betrachtet haben. 6,7 ist die erste Zahl ...
S: Ja.
I: Dann hast du gesagt, kommt die. Ne? Ja?

S: Ja und dann die zwei hab ich gesagt?
I: Ja, genau, die kannst du dann da hinschreiben. Und dann geht's weiter.
S: Dann die und dann noch die hier.
I: Hmhm.
S: Die und die.
I: OK. Gefällt dir das besser?
S: Ja.
I: Das ist was anderes als diese Reihe hier, ne?
S: Ja.
I: Ja. OK. Dann machen wir weiter. Da steht: Rechne schriftlich. Das heißt untereinander rechnen. Plusaufgabe, drei Zahlen.
S: Zusammen.
I: Hmhm.
S: *(unverständlich)* So?
I: So und jetzt frage ich dich, warum hast du das so hingeschrieben? Bei der zweiten Zahl fehlt ein Komma. Ne?
S: Zweite Zahl.
I: Und bei der dritten Zahl frage ich dich, warum hast du die da hinten hingeschrieben?
S: Nacheinander geordnet.
I: Hmhm.
S: *(unverständlich)*
I: Darf man das machen? Das ist die Zahl 59 dort.
S: Ja.
I: Die kann man auch mit einem Komma schreiben. Das kann man ja machen. Wo würdest du das hinsetzen, das Komma?
S: Komma?
I: Hmhm.
S: Hier schreibe ich *(unverständlich)* und zwei Nullen dazu.
I: Kann man das machen?
S: Ja.
I: Ähm. Ich geb dir 'nen Tipp. Nimm mal dieses Karopapier, mit den Kästchen, da kann man das besser untereinander schreiben. Dann hier haben wir das so mit dem Papier, das ist so ein bisschen komisch. *(Pause)*
S: Was soll ich jetzt genau machen? So?
I: Kann man das machen? Darf man da jetzt das Komma noch hinschreiben, oder? Soll da gar kein Komma hin?
S: Kann man.
I: Kann man?
S: Hmhm.

I: Dann frage ich dich mal folgendes: Du hast jetzt so etwas daraus gemacht. Das stand da vorher und du hast daraus gemacht das. Hast da zwei Nullen angehängt. Ist das das Gleiche?
S: Nein.
I: Ne?
S: Ist es nicht.
I: Hatte ja gefragt, ob du ...
S: Zwei Nullen. Also ...
I: Ähm, du hattest ja gesagt, man kann ein Komma da hinschreiben. Also ich hab gesagt, man kann ein Komma da hinschreiben. Ist das das Gleiche? Stimmt das?
S: Das Gleiche. Ist das Gleiche.
I: Ist das das Gleiche mit den 59 und das hier?
S: So die Null nicht. Also die Null.
I: Das passt nicht, ne?
S: Mhmh. *(verneint)*
I: Ist viel kleiner, ist kleiner, kleiner als 1.
S: Ja.
I: Kann man das so machen? *(Pause)*
S: Nja.
I: Ja? Kann man? Ist das das Gleiche?
S: Nein, die ist größer.
I: Ja? Also da müssen wir auf jeden Fall mal ungleich sagen. Das ist nicht gleich. Darf man das hier schreiben?
S: So? Ja?
I: Hmhm. Da ist nichts angehängt. Komma Null. Kann man schreiben.
S: Ja.
I: Darf man! So, dann darf man das auch schreiben, dann ist das auch richtig, was du hier gemacht hast. Eine Frage hab ich noch hier. Du hast da das Komma hingeschrieben und du hast hier ein Komma. Und wenn du jetzt dieses Komma unten ergänzt, da, dann hast du da auch ein Komma.
S: Ja.
I: Gefällt dir das? Oder erinnerst du dich da an etwas, was man bei Kommarechnung untereinander machen muss, unbedingt machen muss. *(Pause)*
S: Ne.
I: Die Kommas müssen alle untereinander stehen.
S: Hm.
I: Erinnerst du dich? Ihr nie gesagt? Haste nicht mehr im Kopf.
S: Mhmh. *(Verneinung)*
I: Schreib die Zahlen mal so, dass Kommas immer untereinander stehen.
S: Ja? Ist das jetzt falsch?

I: Hmhm. Das kann man so nicht rechnen. Dann kriegst du ein anderes Ergebnis, weil diese Zahl weiter nach da muss, damit das Komma auch da rüber rutscht. Dass sie alle untereinander stehen. Das muss hier stehen, das Komma.
S: Ja?
I: Ja. Ja, das darfst du nicht einfach umsetzen. Du musst die ganze Zahl hier rüber schieben.
S: So hier?
I: Ja, da musst du anfangen. Schreib noch mal neu hin.
S: 6.
I: Hmhm.
S: So?
I: Ja, das Komma, mach die Kommas noch an der richtigen Stelle. Ja. Und jetzt bitte 59. *(Pause)* OK. Was fällt dir auf? Sieht komisch aus? *(Pause)* Ich zeichne noch mal die Kommas. Die sind da.
S: Hmhm.
I: Ja? Genau da. Dann darfst du rechnen.
S: Ja?
I: Dann mach das mal. Da steht noch plus, ne?
S: *(rechnet)* Gut?
I: Ja, das ist OK. Genau richtig gerechnet. Wenn du das hier gemacht hättest, denn hättest du ein anderes Ergebnis raus gekriegt.
S: Ja.
I: Immer, wenn du Kommas siehst, musst du die untereinander schreiben. OK?
S: Hmhm.
I: Aber wir müssen weitermachen. Kommen hier Aufgaben mit Lücken. *(Pause)* Fangen wir mit der ersten an.
S: So?
I: Irgendwas plus 5 gleich 13. *(Pause)*
S: So. 8?
I: Hmhm. OK. (lange Pause)
S: Ist richtig?
I: Hmhm.
S: *(unverständlich)*
I: Ja, ist richtig. Jetzt wird's ein bisschen schwieriger. 6,4 minus irgend etwas gleich 3,6.
S: Da, ... *(Pause)* 3,3, ne? 3,2?
I: Wie kommst du denn darauf?
S: 6 *(lange Pause)*
I: Ich mach dir einen Vorschlag. Rechne mal das, was jetzt da steht, ohne da hinten hin zu gucken, 6,4 minus 3.
S: 2,4.

I: Hmhm. Jetzt guck dir das Ergebnis an. Kann das stimmen?
S: Nein, ist 3,6.
I: Hmhm. Hast du zu viel oder hast du zu wenig weggenommen?
S: Zu wenig.
I: Zu viel oder zu wenig? Zu wenig?
S: Ja. 3,24?
I: Probier mal aus!
S: Hm. *(lange Pause) (unverständlich)* sechstel.
I: Hmhm. *(Pause)* Kannst du diese Aufgabe umstellen? In eine andere Reihenfolge bringen, dass du das ausrechnen kannst, was dort eigentlich herauskommen muss? Und zwar so, dass du hier eine Zahl, eine von diesen beiden Zahlen hinschreibst, dann kommt hier eine Rechenoperation, plus, minus, mal oder geteilt, dann kommt die zweite Zahl, das Gleich und dann kommt hier hinten dein, das Ergebnis raus, was hier, was da rein soll. Kannst du das umstellen?
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm.
S: Vier, . . .
I: Und das, was hier rein kommt, das soll nachher hier stehen. Das heißt, hier muss 3,6 hin.
S: 2,6?
I: Was musst du hier machen? Plus oder minus?
S: Minus.
I: Ja?
S: *(unverständlich, lange Pause)* Hm. 2 Komma . . . 2,8.
I: Hmhm.
S: Ja?
I: Schreib mal rein und dann probier das mal aus, ob das stimmt!
S: Hier?
I: Ja.
S: Rein schreiben?
I: Ja. *(lange Pause)*
S: Ja.
I: Stimmt das?
S: Ja.
I: Aha. Ist leichter als, das zu probieren, wenn man das so umstellt.
S: Hmhm.
I: Gut. *(lange Pause)*
S: Vier? *(unverständlich)*
I: Wie kommst du da rauf?
S: *(unverständlich)*
I: Guck mal, was hier steht. Minus oder plus?

S: Minus.
I: Hmhm. Denk mal nach, wenn du 4 da hinschreibst, dann steht da 4 minus 7,5 ist 12?
S: Ist falsch.
I: Ist falsch, ne? Kannst du auch diese Gleichung umstellen? So wie hier, dass du da eine Aufgabe schreibst, wo vorne deine beiden Zahlen stehen und hinten ist dein Ergebnis? *(unverständlich)* Da und da sollen die beiden Zahlen sein, die du schon hast ...
S: ... und hinten ... (*überlegt)* Zwei, zwei?
I: Hmhm. So und was musst du jetzt rechnen? Plus, minus, mal, geteilt?
S: Minus.
I: Sicher? Kannste ja mal probieren. Geht das?
S: 7 ...
I: Probier mal.
S: 7,5 minus, ne, das geht nicht. 7,5 minus 5?
I: Geht nicht? *(Pause)* Geht das, wenn du das umdrehst, die beiden Zahlen?
S: Ja.
I: Ja. Und was kommt dann raus?
S: Da kommt *(Pause)* kommt 6 raus. 6? 6 ja.
I: Kannst du gerne drunter schreiben und mal die Aufgabe rechnen.
S: Vier sechs.
I: Sechs passt nicht. 12 minus 7,5?
S: Hm. Ach so. *(lange Pause)* 5,5 so?
I: Das passt noch nicht ganz. *(Pause)* Aber du bist schon dichter dran.
S: 5,5.
I: Probier mal aus, wenn's denn passt.
S: 5,5 *(unverständlich)*
I: Du kannst es mal hinschreiben. Dann probier es in der Aufgabe aus, ob das denn stimmt. Wenn du da 5,5 nimmst.
S: Hier 5,5. (*lange Pause)* Nein.
I: Geht nicht? Also soweit waren wir schon mal richtig, ne? Da kann 7,5 stehen und da 12 oder umgekehrt. Stimmt das Minus dann?
S: Ich weiß nicht mit dem Minus. Hm. Plus, ne?
I: Probieren wir mal, wenn da plus steht ...
S: Da ist aber minus hier.
I: Da ist minus, ja. Aber das ist ja auch eine andere Aufgabe, ne? Ich zeichne noch mal auf. *(Pause)* Ne?
S: Plus?
I: Mach mal. Probier mal!
S: Mit plus. Also *(unverständlich)*
I: Ja, schreib mal rein und probier das mal in deiner Aufgabe aus, ob das dort hinkommen kann.

S: Hier. Das ist zu wenig, das kann nicht ...
I: Ah, du hast ja das Ergebnis raus bekommen. 19,5. Jetzt schreib mal da vorne 19,5 rein und rechne mal die Aufgabe. Die stimmt, wie sie da steht.
S: Ja?
I: Stimmt?
S: Ja!
I: Komisch. Da ist minus und da ist plus.
S: Ja.
I: Wie kommt das?
S: Weiß nicht.
I: Weißt du nicht? Das ist umgekehrt. Du hast jetzt von hinten, du hast von hinten nach vorne gerechnet. Ne, hier rechnest du 19,5 minus 7,5 gleich 12.
S: Ja.
I: Kannst das auch rückwärts rechnen. 12 plus 7,5 gleich 19,5. Ne. Mach da minus, dann wird was weggenommen. Da plus, dann wird das wieder dazu getan.
S: Hmhm.
I: Ja? Dann muss man nicht raten und probieren, was da raus kommt. Dann kann man das so rechnen. OK. Machen wir weiter. Zwei Aufgaben noch dazu. Dann machen wir was anderes. Da geht's um mal. *(lange Pause)* Was rechnest du?
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm.
S: *(unverständlich, lange Pause)*
I: Schwierig? Was stört dich?
S: Die Nullen.
I: Nullen. Lass die Nullen doch mal weg. Kannst du dann irgendwas rechnen?
S: *(unverständlich)*
I: Ja. Was denn?
S: 63? So?
I: Spielen die Nullen eine Rolle?
S: Nein.
I: Da ist ja ein Komma dabei, ne? 0,7 mal 0,8.
S: Ich find die Nullen wichtig. Soll man da schreiben 0,62?
I: Hmhm.
S: Ja?
I: Könnte sein, kann das stimmen? *(Pause)* OK, lassen wir das. Die letzte Aufgabe dort.
S: Ist das richtig so? Was ich ...
I: Das ist nicht ganz richtig. Aber wir denken mal über die nächste Aufgabe nach.
S: *(unverständlich)*

I: Hmhm. Warum 9?
S: 2 mal 3, 9?
I: Ist das 9?
S: Ne, 6.
I: Aha.
S: *(unverständlich)*
I: OK. Wir machen was anderes, Milena.
S: Ja.
I: Ja. Ich habe hier na, n' bisschen zudecken, eine Aufgabe zum Umfang. Was ist der Umfang von dieser Figur. Wie kannst du den Umfang einer solchen Figur bestimmen? *(lange Pause)* Was ist der Umfang von einer Figur. Weißt du das?
S: Ich hab das vergessen.
I: Hast du vergessen. Pass auf. Das ist eine Wiese. Ein Bild von einer Wiese.
S: Hmhm.
I: Und auf der Wiese steht ein Schaf. Und dieses Schaf soll nicht weglaufen. Deshalb wollen wir einen Zaun um diese Wiese bauen. Ja? Wie lang muss der Zaun sein?
S: Wie lang?
I: Hmhm. *(Pause)* Hast du eine Idee, was du rechnen musst?
S: Hier?
I: Hmhm. *(lange Pause)* Wir stellen ein Stück vom Zaun auf. Pass mal auf, das machen wir hier. Da stellen wir schon mal ein Stück Zaun hin. Wie lang muss dieser Zaun sein?
S: Wie lang?
I: Wie lang?
S: *(unverständlich)* Schaf . . . ?
I: Na, erst mal geht es nur um den Zaun dort. Wie lang ist dieser Zaun, auf dieser Seite. Das steht da dran.
S: Ja, 83 Millimeter.
I: Meter, genau. Jetzt stellen wir noch einen Zaun auf diese Seite hier. Wie lang ist der Zaun auf dieser Seite?
S: 60 Meter.
I: Wieviel Zaun haben wir jetzt schon aufgestellt.
S: 2.
I: 2 Zäune. Und wie lang ist das insgesamt? Das und das? *(Pause)*
S: 143?
I: Hmhm. OK. Wie müssten wir jetzt weitermachen? Das wollen wir jetzt nicht ausführlich machen. Sag mir nur, was wir jetzt weiter machen müssten, denn noch kann das Schaf ja weglaufen. Was müssen wir noch machen?
S: Hier bauen oder so?

I: Hmhm. Genau. Dann kommt noch mehr Zaun dazu. Wie viel? Steht da auch schon.
S: Ja. 132 kommt dann.
I: Genau und was noch?
S: Die Tür.
I: Ja.
S: 20 Meter.
I: Zeichnest du mal ein. 132 Meter wären doch eben schon gehabt.
S: Ja.
I: Jetzt hast du gesagt, die 20 Meter kommen auch noch dazu.
S: Hm.
I: Fehlt noch was?
S: *(unverständlich)*
I: Hmhm. Genau. Da steht aber nichts dran. Kann man das raus kriegen?
S: Messen.
I: Messen? Messen klappt nicht. Das ist ja nur eine Zeichnung.
S: Weiß nicht, ich find das … *(Pause)*
I: Kann man das berechnen? *(lange Pause)*
S: Hm. Ach so jetzt die zusammenzählen?
I: Hmhm. Dann haben wir den ganzen Zaun nachher. Also was wir noch machen müssen, warte mal, ist hier auch noch ein Stück Zaun hinstellen und da. Das wollen wir jetzt aber nicht machen. Wir machen noch ein bisschen was anderes. Das kommt weg und dort ist ein Malquadrat gezeichnet. In diesem Malquadrat fehlen ein paar Zahlen. Kennst du solche Tabellen?
S: Hm.
I: Hast du so was mal gesehen?
S: Ja.
I: Ja? Also, alles was hier unten, unter dieser 2 steht, kann man errechnen. Und zwar rechnest du 4 mal 2. Das darfst du da rein schreiben.
S: Hmhm.
I: Ja?
S: *(rechnet, unverständlich)*
I: Hmhm. Jetzt kannst du hier weiter rechnen. Diese, da, ja …
S: Auch mal 2?
I: Auch mal 2 genau. Weil hier oben steht die 2, 5 mal 2 kannst du da rein schreiben. Genau. Da können wir jetzt grad nicht weiter machen. Da fehlt uns was. Wir können aber hier weiter machen. 4 mal 3 darfst du da rein schreiben.
S: So?
I: Hmhm. So. Jetzt darfst du weitermachen.
S: 3 mal …
I: Hmhm.

S: *(unverständlich)*
I: Was kannst du da rein schreiben?
S: 5 mal 3?
I: Ja.
S: Ach so. Und jetzt?
I: So und jetzt fehlen uns natürlich Zahlen. Die müssen wir raus kriegen. Wie kriegen wie die raus?
S: 4?
I: Meinst du, das klappt? Wie müsste die Aufgabe denn lauten? Das hier, 5 mal das, was da rein soll, ist gleich 30.
S: 5 vielleicht?
I: Probier mal aus! *(Pause)* Stimmt das jetzt?
S: Ja? Oder?
I: 5 mal 5 ist?
S: 25.
I: Also stimmt da oben die 5 nicht.
S: Hmhm *(Verneinung)*
I: Dann muss da wohl eine andere Zahl raus kommen.
S: 4?
I: Probier mal die 4 aus. *(Pause)*
S: Na.
I: Stimmt auch nicht. Hmhm. *(Pause)*
S: 5 oder?
I: 5 hatteste schon. Also 4 und 5 könnte nicht sein. Die hatteste beide probiert. *(Pause)*
S: 6?
I: Probier mal aus.
S: 30.
I: Stimmt das? Dann muss die 6 da oben wohl stimmen.
S: Ja.
I: Dann kannst du jetzt auch weiter rechnen.
S: 5 mal 6.
I: 5 mal 6 ist 30. Das stimmt. Jetzt kannst du auch dieses Feld ausrechnen. Jetzt fehlt, jetzt ist hier ja was.
S: 5?
I: Ja, OK. Jetzt können wir wieder nicht richtig weiter rechnen. 4 mal, wissen wir nicht, ist gleich 28. *(lange Pause)*
S: 4?
I: Ist aus?
S: 4 mal 6. *(Pause)* *(unverständlich)* Sind 4.
I: Hmhm. *(unverständlich)*
S: 3?

I: 4 mal 3 haben wir ja schon hier, das sind 12.
S: Ja 12.
I: 4 mal 5, äh, 4 mal 6 haben wir auch schon, bis 24. Das ist aber noch größer. Was meinst du, muss dann die Zahl auch noch größer sein als 6?
S: Ja. Dann 7.
I: Probier mal. *(lange Pause)* Stimmt das 4 mal 7?
S: Ja.
I: Ja, dann darfst du die 7 da rein schreiben.
S: Und jetzt 5 mal 7?
I: Hmhm. *(Pause)* So, wo können wir jetzt weitermachen? Ja, genau.
S: Sind 6?
I: Das hier, was wir nicht kennen, mal 3 ist gleich 6.
S: 2.
I: Ja.
S: Ja, 2.
I: Schreib das mal rein. Ist gleich 6. Jetzt kannst du wieder weiter rechnen.
S: Jetzt 2 mal 6 rechnen?
I: Wo? 2 und 2.
S: 2 mal 2. *(Gong, Sprache unverständlich)*
I: 2 mal ...
S: 2 mal 6.
I: Ja.
S: 12? Stimmt?
I: Ist richtig, ja.
S: 2 mal 7?
I: Ja. Kriegst du die letzte Reihe auch noch hin? Da fehlt wieder eine Zahl. Diese Zahl mal 2 ist gleich 14.
S: 4?
I: Probier es aus! 4 mal 2?
S: Nein.
I: Stimmt nicht, ne? *(lange Pause)*
S: 7?
I: Probier mal aus! *(lange Pause)* Stimmt das?
S: Vielleicht.
I: Ja. 7 mal 2 ist gleich 14.
S: 14.
I: Dann kriegst du die letzten drei Zahlen auch noch raus. *(lange Pause)*
S: 7?
I: 7 mal 3, 42? Stimmt das?
S: 7 mal 6.
I: Ah, nein nicht 7 mal 6. 7 mal 3 ...
S: Ach so, ja, stimmt nicht.

I: Du hast 7 mal 6 gerechnet.
S: Ja.
I: Nein, 7 mal 3 ist gleich?
S: 21.
I: Sind jetzt 7 mal 6 und 7 mal 7.
S: 72?
I: Nein, 7 mal 7 ist?
S: 7 ... *(unverständlich)*
I: 49. Ja?
S: Ja, 49.
I: Du warst bei der Achter-Reihe.
S: Ja.
I: OK. Milena, danke. Das Ding ist voll. Das war's. War's schlimm? OK, ja?
S: Hmhm.
I: Schöne Pause.

B.6 Kerim

Kerim *(Schule 1; 03.09.02; 3. Stunde)*

I: ... wie es dir im Matheunterricht ergeht. Was fällt dir ein, wenn du an Matheunterricht denkst?
S: Mathe?
I: Was fällt dir ein? Was gut ist, was schlecht ist.
S: Ja ich weiß nicht Mathe ist nicht so mein Ding, ich weiß nicht, wie soll ich es erklären.
I: Magst du nicht so gerne?
S: Nee, Mathe nicht.
I: Gibt es irgendwas, was du gerne machst in Mathe? Irgendwas.
S: Nee, eigentlich nicht.
I: Gar nix.
S: Nee in Mathe gar nichts.
I: Was magst du überhaupt nicht.
S: In Mathe?
I: Ja.
S: Geometrie.
I: Geometrie magst du gar nicht.
S: Nee.
I: Machen wir auch ein bisschen, aber nur ein bisschen.
S: Ja.
I: Eh, kannst du dich an deinen Matheunterricht in der Grundschule erinnern?
S: Na ja. Grundschule.

I: Lange her, ne?
S: Lange her ja. Ja geht so.
I: Gab es da, was du gern mochtest oder war Mathe da auch schon so?
S: Ja, da ging, normal, außer geteilt.
I: Das mochtest du nicht.
S: Nee, geteilt gar nicht.
I: Mhm.
S: Große Zahlen auch nicht.
I: Ja, aber mal und plus war OK?
S: Mal und plus war OK. Ja.
I: Meinst du, dass Erfolg im Matheunterricht von deinen Lehrern abhängt?
S: Ich weiß nicht, glaube ich nicht.
I: Meinst, es liegt an dir, weil du Mathe nicht magst?
S: Ja. Weil ich es nicht kann, nicht mag und kein Interesse habe.
I: Mhm. Hättest du Verbesserungsvorschläge für Matheunterricht, so dass es dir vielleicht gefallen könnte?
S: Nee.
I: Es fällt dir nichts ein?
S: Nein.
I: Gut. Dann können wir ja ein bisschen, ahm, ein paar Aufgaben. Wir fangen ganz leicht an. Du siehst da ein paar Zahlen, die da in dieser Reihe stehen. Die sind unterschiedlich groß. Du sollst die der Reihe nach ordnen. Mit der Kleinsten anfangen und dann die nächst größte aufschreiben.
S: *(schreibt)*
I: Hast du da was vergessen?
S: *(schreibt)*
I: OK. War nicht schwer, ne?
S: Nee.
I: Ist laut, ist das ein Fußballspiel?
S: Eigentlich nicht.
I: Gleiches Schema, wieder Zahlen, unterschiedlich groß und die sollst du ordnen, mit der Kleinsten anfangen.
S: (*schreibt)*
I: Du meinst, das ist die Kleinste? Nein? Es stimmt, wie kommst du darauf?
S: Ahm, ich habe . . . 6,7 . . .
I: Gut, jetzt kommen die anderen Zahlen.
S: *(überlegt und schreibt)*
I: Bist du zufrieden mit der Reihe? Meinst du, dass das stimmt?
S: *(schweigt)*
I: Nein das stimmt nicht. Also die 6 Komma 7 ist in Ordnung, . . . Aber bei diesen siebener Zahlen, da müssen wir noch mal was gucken. Schreib mal diese Siebener-Zahlen hier untereinander hin, diese 4 Zahlen mit der 7.

S: Egal in welcher Reihenfolge?
I: Ja, du kannst sie der Reihe nach so hinschreiben wie sie da stehen.
S: (*schreibt)*
I: Fällt dir da schon was auf?
S: Ahm, ahm, die 7 Komma 5 ist die Größte, glaube ich.
I: Mhm. Und wie kommst du darauf?
S: Die Null ist kleiner als.
I: Hmm, hmm. Nun sieht man das ein bisschen besser, ne? Wenn das so untereinander steht.
S: Ja, ja.
I: probier das … wie würdest du das danach ordnen?
S: So.
I: Ich bin immer noch nicht ganz zufrieden.
S: Ahh.
I: Nicht schlimm, eine Sache ist noch. Ich gebe dir mal einen Tipp, du kannst solche Zahlen, die ein Komma haben mit Nullen verlängern. Das darf man machen, so was habt Ihr auch mal gemacht. Du kannst da zum Beispiel eine Null dran hängen, vielleicht hilft dir das.
S: Kommt da eine Null hinter oder davor?
I: Mach mal da eine Null hinter. Reicht das schon oder kannst du noch eine Null dran hängen?
S: Noch eine.
I: Ja, noch eine. Jetzt guck dir die Zahlen noch mal an.
S: *(überlegt)* Die hier, dann kommt die dann die.
I: Halt. Stopp. Ich gebe dir einen Tipp, ich lege einen Stift über diese Siebenen. Guck dir die Zahlen jetzt mal an.
S: *(nuschelt)* das dann das dann das.
I: Aha, jetzt ist klar, ne? Jetzt sieht man das auch, mit den Nullen hinten dran.
S: Ja.
I: Das ist ungefähr wie diese Zahlen hier oben, … und da auch. Ist nur ein bisschen gemein wenn die Nullen nicht da stehen.
S: Soll ich das noch mal hinschreiben?
I: Ja, schreib mal da drunter, in der Reihe da.
S: *(Geräusche und Ablenkung)* Halt die Fresse.
I: Nicht stören lassen.
S: *(schreibt)*
I: So jetzt guck dir die Reihe noch mal an, gefällt sie dir?
S: Ja.
I: O.K. dann können wir zur nächsten Aufgabe gehen. Da steht rechne schriftlich, was heißt rechne schriftlich?
S: Rechne schriftlich? …
I: Untereinander?

S: Ja, . . .
I: Genau, untereinander.
S: . . . die Kette . . .
I: Achso die Kette, die täuscht ein bisschen, du kannst es so machen und die Kästchen da so, . . .
S: *(schreibt)* irgendwas stört mich.
I: Aha. Kommas müssen immer untereinander.
S: . . .
I: Was macht viel Platz da?
S: Mit Nullen, kann ich Nullen einsetzen?
I: Kannst du machen.
S: Ist richtig?
I: Da ist ja noch nicht alles da. Kann ich noch nicht sagen, ob das richtig oder falsch wird. Das weiß ich nicht.
S: Aha. . . . Nullen . . .
I: Hinten darf man Nullen anhängen, ne?
S: Hmm. *(schreibt)*
I: Stopp, bevor du rechnest, möchte ich dich fragen, was du mit der 59 gemacht hast?
S: Ahm, 59?
I: Ja, da steht diese 59. Die hat ja gar kein Komma diese Zahl.
S: Ja.
I: Wo schreibst du diese Zahl dann dort hin? Kannst du diese Zahl mit einem Komma schreiben?
S: Ja.
I: Ja?
S: 5,9.
I: Ist das das Gleiche dann?
S: Ja.
I: Ich schreib das mal hin. Pass auf, du hast jetzt gesagt, die Zahl steht da und du hast gesagt, wenn ein Komma dahin kommt dann steht da 5 Komma 9. Stimmt das, ist das das Gleiche? Ist das die gleiche Zahl?
S: Wenn man das Komma weg macht, dann schon.
I: Aber das Komma steht ja da.
S: *(überlegt)* . . .
I: Sind die gleich?
S: Ja.
I: Ja?
S: Nein, nee.
I: Ja oder nein?
S: Nein.
I: Sind nicht gleich. Da steht 59, da steht 5 Komma 9, ne?

S: Hmm.
I: Kann man die Zahl 59 so schreiben, dass man trotzdem ein Komma mit dahin schreibt?
S: 59 Komma.
I: 59 Komma?
S: Null.
I: Komma Null, kann man machen.
S: Ja.
I: Ja, gucken wir uns das noch mal an. Das hast du mir jetzt gesagt, 59 ist das Gleiche wie 59 Komma 0. Stimmt das?
S: *(überlegt)* Ja.
I: Ja, würde ich dir auch zustimmen. Das kann man machen, man darf hinter dem Komma Nullen dranhängen.
S: Ja.
I: Das ist nämlich eine Ganze Zahl, die 59. So kann man da noch mehr Nullen dranhängen?
S: ...
I: Kann man, muss man nicht, kann man. ... Jetzt guck dir noch mal deine Aufgabe an, die du hingeschriebenhast, wo steht die 59 bei dir?
S: Hinter dem Komma.
I: Hinter dem Komma, wo darf sie denn stehen?
S: Dings, ahm, hier vor dem Komma.
I: Genau.
S: ... zwei oder eine.
I: Genau. Man kann die hinschreiben, man muss die nicht hinschreiben.
S: Ja. *(schreibt)*
I: Völlig richtig gerechnet.
S: Stimmt.
I: Und das Komma im Ergebnis, ...
S: ... ich weiß nicht wie ich das erklären soll.
I: Hast du mir vorhin schon gesagt.
S: Muss immer untereinander sein.
I: Genau. Also auch im Ergebnis.
S: Ja.
I: Ja, gut. Hast du hingeschrieben, ist was anderes als das da, ne?
S: Ja.
I: O.K. Jetzt ein paar Aufgaben mit Löchern.
S: *(schreibt und überlegt)* Scheiße mit Kommas.
I: Ja, die Kommas sind gemein.
S: *(überlegt)* Was, wenn ich das nicht weiß?
I: Mal gucken, wie wir das rauskriegen können. Kannst du diese Aufgabe so umstellen, dass du das Ergebnis rauskriegen kannst?

S: *(schweigt)*
I: Wir können die Aufgabe umstellen, ne?
S: Ja.
I: Pass auf, da vorne willst du die beiden Zahlen haben. Und zwar so, da kommt eine Zahl hin und da kommt eine Zahl hin, das Gleicheitszeichen steht dafür was wir eigentlich raus haben wollen, hier so ein Kästchen. Die Frage ist, was kommt noch hier hin, da, was für ein Rechenzeichen, plus oder minus?
S: Minus.
I: Minus? Ja? Was würdest du sagen, wie werden diese beiden Zahlen hier hingeschrieben, 6,5 und 2,5? Wie kommen die da hin, hier vorne hin?
S: Ach so, rechts ...
I: Probier mal aus. Also nichts von rechts ... das sind 6,5 und 2,5, ne?
S: Jaa, untereinander dann.
I: Nee.
S: Warum?
I: Ich möchte erst mal wissen, wie die dahin kommen?
S: Ach so.
I: Wo kommt welche Zahl hin? Was kommt jetzt dahin – minus, plus, geteilt, mal?
S: *(schreibt)*
I: Aha. Jetzt kannst du rechnen. Dann rechne das mal.
S: 4 Komma 5.
I: Sicher? Denk noch mal nach.
S: 4, nur 4.
I: Nur 4. Probier mal aus, ob das auch stimmt hier. Trag mal hier 4 ein und guck mal, ob das stimmt dann.
S: Jetzt muss ich plus rechnen.
I: Jetzt steht da ja plus, ne. 2 mal 5 plus 4 ... Stimmt das, ist das 6,5?
S: Ja.
I: Ja? Nicht so?
S: Ja.
I: Stimmt ja auch, die Aufgabe ist richtig. O.K. nächste Aufgabe. Die kann man auch umstellen. Das ist zu schwierig, jetzt in der Mitte das Loch zu füllen, aber... du kannst das auch so umstellen wie dieses hier. Mach das mal.
S: *(schreibt)*
I: Aber Vorsicht, das ist jetzt eine Minusaufgabe. Du musst bedenken, was da reinkommt, ne?
S: *(schreibt)*
I: Gleich, hmm. Mal probieren.
S: 3 Komma 2.

I: Sicher? Probier das mal aus, ob das stimmt. Denn du kannst die 3,2 hier einsetzen. Mal gucken, ob das stimmt.
S: *(schreibt)*
I: Wenn das stimmt, dann ist ja O.K.
S: Stimmt.
I: Gut. Die ist vorn, die Lücke der letzten Aufgabe.
S: *(schreibt und überlegt)* ...
I: Probier mal, ob das stimmt. Setz dort 5 ein und guck, ob das stimmt.
S: ... Komma ...
I: Jaa gut, aber kann das hinkommen 5 minus 7,5 gleich 12.
S: Nein.
I: Gar nicht, ne?
S: Ach ich hab plus gerechnet.
I: Ja kann sein, also da steht aber minus, ne?
S: Ja, Dings.
I: Da war was, was nicht stimmt.
S: *(überlegt und nuschelt)*
I: Was hast du falsch geschrieben?
S: Das hier, die beiden habe ich vertauscht.
I: Meinst du?
S: Ja.
I: Probier mal aus.
S: *(schreibt)*
I: Geht nicht, ne?
S: Nee, ...
I: Klappt nicht. Also muss doch was anderes falsch sein. Die Zahlen stimmen ja schon, die beiden, ne? Was kann noch falsch sein?
S: *(überlegt)*
I: Die beiden Zahlen stimmen hier, ne?
S: Ja.
I: Was können wir noch ändern?
S: *(schweigt)*
I: Ändere mal das Minus.
S: ...
I: Mach mal plus.
S: Ehh, ich wusste es doch.
I: Probier mal.
S: *(rechnet)*
I: Jetzt probier das mal aus, ob das stimmen kann.
S: Ja ...
I: Ja? Hmm. Warum da plus ...?

S: Weil, wir wollen die erste Aufgabe ...
I: Hmm. Bist vorher nicht drauf gekommen, ne?
S: Jaa, ich.
I: Guck mal da die 19,5, nehmen wir mal 7,5 weg, das sind 12. Und 12, 7,5 dazu tun sind 19,5, rückwärts gerechnet, ne?
S: Ja, hmm.
I: Das geht, man kann diese Aufgaben so umstellen, dann kann man das rechnen, ne?
S: Ja.
I: Gut. Machen wir diese Aufgabe hier. Zwei Malaufgaben.
S: Malaufgaben, hmm. *(schreibt)*
I: Bist du dir sicher?
S: Beide mal.
I: Ich gebe dir mal einen Tipp, guck mal hier. Erster Teil hat hier, wie viele Stellen hinter dem Komma?
S: Ahhh, da kommt hier.
I: Stopp, stopp, stopp. Dieser Teil, 0,7 hat wie viele Stellen hinter dem Komma?
S: Eine.
I: Eine. 0,8?
S: Auch eine.
I: Ja. Und zusammen?
S: Zwei.
I: Stimmt, also zwei Stellen hinter dem Komma?
S: Ja. Da auch.
I: 0,2?
S: Eine.
I: 0,3?
S: Auch eine.
I: Wie viele Stellen hast du da hinter dem Komma?
S: Ahm, da, auch eine.
I: Eine, ahm, soll das eine sein?
S: Nein.
I: Wie viel müssen das sein?
S: Zwei, ...
I: Zwei, ..., 6 Komma 0, wie viele Stellen hast du jetzt hinter dem Komma?
S: Zwei.
I: Wo? Nee. Hinter dem Komma.
S: Ahh, ich weiß 0,06.
I: Aha. Ist was anderes, ne?
S: Ist richtig?
I: Das wäre richtig. Aber warum? Wegen dieser zwei Stellen, ne?
S: Ja.

I: Hättest du auch das machen können? Ich mach dir mal ein Vorschlag.
S: 0 Komma 60?
I: Ja, sind auch zwei Stellen hinter dem Komma, stimmt das?
S: Ja.
I: Ja?
S: Ja, nein.
I: Sicher?
S: Nein.
I: Das sind ja 2 Stellen, aber was haben wir vorhin gemacht? Man kann Nullen hinten dran hängen, man kann sie aber auch wegstreichen. Nullen, die irgendwo hinten hinter stehen und nichts mehr kommt, die zählen wir nicht. Die können wir wegstreichen, dann haben wir wie viele Stellen?
S: Eine.
I: Eine. In deiner Lösung haben wir wie viele Stellen?
S: Zwei.
I: Das stimmt, ne? Ist gemein, weil da eine Null zwischen kommt, ne?
S: Ja.
I: O.K. Wir machen mal was anderes, was du besonders gerne magst, nämlich Geometrie. Nichts Schlimmes. Also sag mir mal vorweg, was du unter dem Umfang einer Figur verstehst.
S: Umfang?
I: Was ist der Umfang einer Figur? Was habt Ihr gemacht?
S: *(überlegt)*
I: Ich möchte keine Formeln wissen, du sollst es nur beschreiben, von irgendeiner Figur, Quadrat, Rechteck oder Dreieck. Was ist der Umfang?
S: *(schweigt)* … außen.
I: Ja, außen, das ist gut. Fällt dir ein Beispiel ein, aus der Umwelt, irgendwo aus der Natur oder aus deinem Leben? Wo kann man ungefähr Umfang gebrauchen?
S: Umfang? …
I: Hmm.
S: Teppich
I: Ja, zum Beispiel. Braucht man da den Umfang?
S: Nee, Fläche.
I: Fläche, das stimmt. Beim Teppich braucht man eher die Fläche. Man muss wissen, wie viel Quadratmeter man braucht. Wo braucht man zum Beispiel Umfang?
S: *(überlegt)*
I: Ich gebe dir mal einen Tipp. Du hast eine Wiese. Auf dieser steht ein Schaf. Das Schaf soll aber nicht weglaufen.
S: Ja.
I: Was machst du?

S: Ja, Dings, ein Rand so.
I: Ein Rand?
S: Ja.
I: Wie? Zaun?
S: Ja, Zaun.
I: Gut. Baust einen Zaun drum rum. Haben Zaun und Umfang was gemeinsam?
S: Nein.
I: Nein?
S: Doch, doch, doch. Das ist auch Dings.
I: Ist auch drum herum, ne? Du hast was von außen gesagt.
S: Ja, außen rum ist das.
I: Gut. Dann gucken wir uns eine Figur mal an. Und diese Figur zeigt uns ein Grundstück, das ist eine Zeichnung davon. Da stehen auch ein paar Längen dran. Kannst du dir vorstellen, das ist die Wiese. Die hat so eine komische Form. Und um diese Wiese wollen wir einen Zaun stellen. Wie lang muss der Zaun sein?
S: *(überlegt)*
I: Wie fängst du an?
S: Ahm. *(Keine Vorstellung)*
I: Ich mache dir mal einen Vorschlag. Ich würde an einer Seite anfangen. Ich stelle ein Stück Zaun schon mal hier hin.
S: Ja.
I: Wie lang ist das Stück Zaun?
S: Das?
I: Ja.
S: 83.
I: O.K. So. Das ist aber noch nicht alles. Wenn du jetzt nicht mehr machst, dann rennt das Schaf weg. Was müssen wir weiter machen?
S: Ahh, 83 mal 4.
I: Sicher?
S: Ja klar.
I: Guck dir noch mal diese Figur an, wo würdest du jetzt einen Zaun hinstellen?
S: Hier.
I: Ja, mach mal, zeichne mal ein.
S: Mhm. Dann würde ich hier.
I: Ja. Stopp mal, stopp mal. Wie viel Zaun hast du bis jetzt verbaut? Wie viel Zaun hast du verbaut?
S: Wie viel?
I: Ja. Da hast du gesagt, das waren 83 Meter, wie viel …
S: Und da 132 Meter.
I: Ja. Wie viel Zaun ist das insgesamt schon?
S: 3.

I: 3? Ja 3 Zäune, aber wie lang ist der Zaun?
S: Tja, weiß nicht, muss man ausrechnen.
I: Ja, wie kann man das machen?
S: Ahhm.
I: Das Stück Zaun und das Stück Zaun und das.
S: das, das, das, ahm plus.
I: Plus.
S: 83 mal plus 60.
I: Halt, mal oder plus?
S: Plus.
I: Plus, ja.
S: 83 plus 60 plus 132.
I: Ja. Dann haben wir schon mal das, was dort mit dem roten Strich steht.
S: Ja.
I: Wie geht es weiter?
S: *(zeigt)*
I: Ja, zeichne mal ein. Da müssen wir auch was hinstellen, richtig.
S: Ja, hier.
I: Wo würdest du jetzt einen Zaun hinstellen?
S: Hier.
I: Ja, kann man das machen?
S: Kann man schon.
I: Gehört das zum Grundstück, darf man das?
S: Darf man nicht, darf man nicht.
I: Was machst du?
S: Was mache ich? Mache ich hier.
I: Ja. Mach das mal. … da oben auch noch hin?
S: Nein.
I: Das Schaf soll da durch gehen können, es darf auch dahin.
S: … eine kleine Tür.
I: Eine kleine Tür?
S: Ja.
I: O.K. aber was ist mit dieser kleinen Kante da, mit diesem Strich?
S: Ahm, … Platz.
I: Soll da ein Zaun hin oder nicht?
S: …
I: … Zeichne mal ein. Wir müssen uns darüber unterhalten, wie lang der auf diesen Strecken eigentlich ist. Zeichne erst mal ein.
S: Ich würde es eigentlich so machen.
I: So, dieses Stück da?
S: Ja bis hier hin. Da würde ich was anderes machen.

I: Ja, aber das Schaf, das muss da auch hin können. Sonst musst du ja Rasen mähen. Das kann doch das Schaf tun, oder?
S: Ja, aber … das kleine Stück da.
I: Das Stück ist egal?
S: Egal.
I: Ist aber nicht gestattet.
S: Ja.
I: Also wir wollen, dass das Schaf auch dahin kann. Also der Zaun muss dahin, …
S: *(schreibt)*
I: Ja, genau. So, was fehlt uns eigentlich jetzt noch? Du hast vorhin gesagt.
S: Hier fehlt.
I: Ja da fehlt was, wir wissen gar nicht genau, wie lang das ist, ne?
S: Ja.
I: Wie lang das Stück ist, wissen wir nicht. Und wie lang das Stück ist, wissen wir nicht.
S: Ja.
I: Können wir das rauskriegen?
S: *(undeutlich)*
I: Ach, du kannst das auch. Wie kriegen wir das raus?
S: *(überlegt)*
I: Ich gebe dir mal einen Tipp. Ich zeichne dir eine Hilfslinie ein, da.
S: Ja.
I: Da, hilft dir das was?
S: *(überlegt)*
I: Wie lang ist dieses Stück von hier bis da oben?
S: 20 plus 40.
I: Nee, …
S: …
I: Und welches?
S: Vielleicht ist das genauso lang wie das da.
I: Nee, das ist es nicht.
S: (schweigt).
I: Was ist davon zu halten, wie lang ist diese Seite?
S: Die?
I: Ja die. Die da unten.
S: 60.
I: Aha.
S: Dann ist die auch 60.
I: Welche?
S: Die hier.

I: Diese Ganze, ne? Von hier bis hier, O.K. Wenn das Ganze 60 ist und dieses Stück 20, wie lang ist dann das?
S: 30.
I: Sicher?
S: Nein, 40.
I: Aha, gut, dann kannst du schon was dran schreiben.
S: Dann schreibe ich hier 40 hin.
I: Schreib mal hin, welche Seite ist 40 jetzt?
S: Die hier.
I: Ja, genau, diese hier, die. Kannst du hinschreiben. Was fehlt uns noch?
S: Die.
I: Ja.
S: Puff, *(nuschelt)*
I: Wie kriegst du das raus?
S: *(überlegt)*
I: Was denkst du gerade?
S: *(schweigt)*
I: Du hast grad schon was gesagt, das muss hier unten sein, hast irgendwas gezählt.
S: Hab ich?
I: Ja. Wie lang ist diese ganze Strecke hier?
S: Diese ganze? 132.
I: Ja.
S: Ahh da ist auch.
I: Ob das stimmt, das Kleine da, wenn das alles 132 ist? Nein.
S: 20, kann sein.
I: Kann sein, stimmt aber nicht.
S: Nein.
I: Das sind 132 Meter, von hier bis hier.
S: Ja.
I: Wie lang war das Stück hier?
S: 83.
I: Ja. Wie lang ist dann das?
S: Ahm, 40. Ehh 20.
I: Was hast du gerechnet?
S: 83.
I: Ja.
S: plus, nee.
I: Ahah.
S: Mal.
I: Nein.
S: Minus.

I: Nicht raten. Was hast du gerechnet? Du hast die eine ganz lange Strecke hier, diese hier. Die ist wie lang?
S: 132.
I: 132 genau. Und du weißt auch, wie lang dieses Stück hier ist, ne? Das ist wie lang?
S: 83.
I: So, wie lang ist dann dieses hier? Wie kann man das ausrechnen?
S: Aaa, ich weiß nicht.
I: Wie wäre es mit minus rechnen?
S: Ahh, 132 minus 83.
I: Ja.
S: Ja?
I: Mach das mal.
S: Hier schreiben, oder?
I: Das kannst du machen wie du möchtest, ist doch Platz genug.
S: *(schreibt)*
I: O.K. kannst du dort dran schreiben.
S: Ja.
I: So. Und wie lang ist jetzt der ganze Zaun? Wie kriegt man das jetzt raus?
S: Ehh. Das da plus das da plus das plus das plus das.
I: Ja, O.K.
S: Hier hinschreiben?
I: Kannst du auch da machen, wie du möchtest.
S: Egal.
I: Wie es dir besser gefällt.
S: *(schreibt und rechnet)*
I: Ja. Jetzt haben wir den ganzen Zaun.
S: *(nickt)*
I: Gut.
S: ... hinschreiben?
I: Nein, reicht ja so. War schwierig?
S: Das Rechnen nicht, aber das davor ...
I: Man muss sich erst mal vorstellen können, wie man diese fehlenden Längen raus kriegt, ne?
S: Ja.
I: O.K. Wir machen noch eine Aufgabe mehr. Du siehst hier den Grundriss von einem Zimmer. Das schwarze, dick Umrandete ist das Zimmer und in diesem Zimmer liegen Fliesen. Wie viele Fliesen sind das?
S: Wie viele?
I: Ja. In diesem Schwarzen hier.
S: Ich weiß nicht.
I: Wie kannst du das raus kriegen?

S: . . . zählen.
I: Du zählst die? Alle der Reihe nach?
S: Ja.
I: Alle.
S: Ja. . . .
I: . . .
S: Messen.
I: Nein. Zählen ist schon gar nicht schlecht. Aber warum musst du alle zählen?
S: Weil alles, das, das und das und das.
I: Mach mal.
S: Alle zählen? *(zählt)* Ich würde jetzt einfach so alle zusammen rechnen.
I: Alle zählen, ich würde das ein bisschen anders machen. Machst du das auch anders oder zählst du alle einzeln?
S: . . .
I: Würdest du gar nicht machen, ne? Würdest du schätzen, wie viel das sind?
S: Ich würde das jemand anders zählen lassen.
I: Ach so, dann hättest du jemandem gesagt: Zähl mal!
S: Ja.
I: Ja, trotzdem möchte ich gerne wissen, wie viel das so sind. Wie kann man das raus kriegen?
S: *(schweigt)*
I: Keine Idee?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Dann machen wir was anderes. Das hier ist ein Malquadrat.
S: Ja.
I: Einmaleins-Aufgaben. Da steht 4 mal 2 ist?
S: 8.
I: Kannst du da rein schreiben.
S: *(schreibt)* Jetzt 4 mal 3.
I: Ja.
S: Sind 12. Und hier?
I: Tja, da kann man noch nichts machen, ne?
S: Ja.
I: Was kannst du noch machen? Wenn es hier weiter geht, 5 mal 2.
S: sind 10. Erst mal so . . .
I: Aber jetzt geht etwas, 5 mal das ist 30.
S: 6.
I: Aha.
S: *(nuschelt und überlegt)*
I: Was ist hier mit? Das mal 3 ist 6.
S: 2. 2 mal 6 sind 12, das kommt hier hin.
I: Ja.

S: ...
I: Jetzt müssen wir nur noch die letzte ... raus kriegen.
S: Ja.
I: 4 mal das ist 28.
S: *(überlegt)* ach 7 mal.
I: Hmm.
S: *(rechnet)*
I: Ja, O.K. Darunter steht noch eine Aufgabe, da. Lies mal vor.
S: Ein Schulchor mit 10 Schülern braucht für ein Lied 5 Minuten. Wie lange braucht ein anderes Chor mit 20 Schülern? *(überlegt)* Ich glaube 10 Minuten.
I: Mhm, es braucht 10 Minuten?
S: Ja.
I: Kannst du Eier kochen?
S: Nein.
I: Nein? Hast du noch nie ein Ei gekocht? Weißt du, wie lange ein Ei braucht, um hart zu kochen?
S: AhAh.
I: Ich sag mal so ungefähr 5 bis 6 Minuten. Wie lange brauchen denn 2 Eier, um hart zu kochen, wenn du sie in einen Topf tust?
S: Wie lange braucht ein Ei, 5 oder 6?
I: Ein Ei braucht 5 Minuten.
S: O.K. 5 Minuten, dann dauert es halt 10.
I: Aha. Wenn du die in einen Topf tust?
S: Ja.
I: Die kochen gleichzeitig.
S: Also beides 5.
I: Beide 5 Minuten.
S: Ja.
I: Wenn du ein Lied singst, dieser Sänger, dieser Chor singt das Lied in 5 Minuten. Wie lange brauchst du denn dafür, wenn du das allein singst?
S: Ja ...
I: ... Aber wenn du das singst.
S: Genauso.
I: Brauchst du genauso lange?
S: Ja, wenn die in 5 Minuten ... dann ich genauso ...
I: Und wenn es jetzt 20 Sänger sind?
S: Auch 5.
I: Aha. Du hast eben gesagt die brauchen 10 Minuten.
S: Jaa, ich hab ...
I: Gemein, ne?
S: Ja.

I: Man muss einfach ein bisschen lesen. Nicht alles, was mit Zahlen zu tun hat, muss man ausrechnen.
S: Ja.
I: Man muss genau gucken, was ist eigentlich gemeint? Das ist das Komische an Mathematik, ne?
S: Ja.
I: Vielleicht ist das etwas, was dir nicht so gut gefällt.
S: *(nickt)*
I: Gut Kerim, danke.

B.7 Jennifer

Jennifer *(Schule 1; 03.09.02; 4. Stunde)*

I: Erst mal vorweg ein paar Fragen zum Matheunterricht. Was fällt dir ein, wenn du an Matheunterricht denkst?
S: Langweilig.
I: Langweilig?
S: Ja.
I: Warum? Kannst du mal sagen warum es so ist?
S: Ich weiß nicht, weil ich es nicht so gut kann, denke ich mal. Weil Mathe war noch nie mein Ding. Also weiß nicht, noch nie.
I: Hmm. Auch früher in der Grundschule noch nicht?
S: Eheh.
I: Hat dir das da nicht gefallen?
S: Also da ging es noch, aber auch nicht so.
I: Kannst du dich noch an Dinge aus der Grundschule erinnern? Was gut war oder was überhaupt nicht gut war?
S: Ja, ich weiß noch, dass mal-, also Malrechnen, konnte ich nie so richtig. Und geteilt konnte ich immer besser, da dachte ich, weiß nicht, warum konnte ich das jetzt besser, obwohl das eigentlich schwerer war?
I: Das ist komisch, ne? Die meisten sagen es umgekehrt.
S: Mhm.
I: Hat dir besser gefallen, geteilt?
S: Hmm.
I: Ahm, gab es etwas, was du gar nicht so gern gemacht hast in der Grundschule?
S: Ja, gut, so fällt mir jetzt nichts ein, was ich unbedingt, also gar nicht gemocht habe.
I: Hmm. Gibt es jetzt etwas, was du gar nicht magst, oder was du besonders gern magst?

S: Also gar nicht mag ich zur Zeit dieses, ahm, das machen wir jetzt gerade, mit x und y und so was, ist ehh.
I: Hmm, das magst du gar nicht.
S: Nee, und Prozentrechnung, das fand ich eigentlich immer ganz gut.
I: Ja. Gut, meinst du, dass bestimmter Erfolg im Matheunterricht von Lehrern abhängt?
S: Mhm, das glaube ich, weil ich . . .
I: Ja? Schon viele Lehrer gehabt?
S: Ja, ich war ein Jahr lang auf der Realschule.
I: Mhm.
S: Der Lehrer hat immer nur seinen Stoff durchgezogen, also hier, er hat sich um gar nichts gekümmert, nur gesagt, das macht Ihr jetzt.
I: Hmm.
S: Ja, da konnte ich das gar nicht und jetzt kann ich es eben bei Frau M. besser. Weil die ist irgendwie besser.
I: Erklärt es anders.
S: Ja.
I: Hast du Verbesserungsvorschläge, was du im Matheunterricht anders machen würdest, was du gern lieber hättest?
S: Mhm, es fällt mir jetzt eigentlich nichts ein.
I: Fällt dir so nichts ein.
S: *(Kopfschütteln)*
I: Gut, . . . spontan. Wir gucken uns einfach ein paar Aufgaben an. Die erste ist gar nicht schwer, es geht darum, Zahlen zu sortieren. Diese Zahlen dort sind unterschiedlich groß.
S: Ja.
I: Du sollst die einfach nur der Reihe nach, von klein nach groß, aufschreiben. Ach so, kommt da rein, ich hab das nur hingelegt, damit dich das nicht stört, was wir da unten haben.
S: Ach so, dann soll ich sie jetzt einzeln.
I: Da kommt die Kleinste rein, da die Nächste und so weiter.
S: Ach so, mhm. *(schreibt)*
I: OK. Das war leicht.
S: Ja.
I: Gut. Dann können wir ja gleich weiter machen. Die nächste Aufgabe ist eigentlich genau das Gleiche, bloß sind die Zahlen mit Kommas.
S: Ja, mit Kommas.
I: Genau.
S: Da brauche ich ein bisschen länger.
I: Das macht nichts. Zeit haben wir genug.
S: *(schreibt)*
I: Bist du damit zufrieden?

S: Weiß nicht.
I: Du schwankst so ein bisschen noch, ne?
S: Ja.
I: Wo hast du Bedenken?
S: Hierbei.
I: Warum?
S: Weiß ich nicht, irgendwie, ach nee. Hier würde ich ja denken, 45 ist größer als 5 jetzt, aber ...
I: Hmm, hmm. Aber?
S: Keine Ahnung.
I: Können wir auch sagen 45 ist größer als 4?
S: Ja.
I: Stimmt ja auch.
S: Ja.
I: Und das da, die 67, ...?
S: Ja, wegen der Null dachte ich, dass ...
I: Aha. Ahm, die Zahl und die Zahl kommen dir ein bisschen komisch vor, ne? Also du schwankst bei diesen so ein bisschen, ne?
S: Mhm.
I: Schreib doch mal die beiden letzten Zahlen da mal hin.
S: *(schreibt)*
I: Da drunter die anderen. Fällt da schon was auf?
S: *(nuschelt)*
I: Schreib die noch mal untereinander und achte mal drauf, dass das Komma untereinander steht.
S: *(schreibt)*
I: Fällt dir jetzt was auf?
S: Ja, dieses, die hat ja hier ein mehr.
I: Hmm.
S: Jetzt müssen wir da eine Null hinschreiben.
I: Darf man das machen?
S: Also ich hab es so gelernt in der Grundschule.
I: Hmm. Das darf man machen, hinten eine Null dran hängen, macht nix. Das verändert die Zahl nicht. Mach das ruhig mal. Dann guck dir die beiden Zahlen noch mal genau an.
S: *(schreibt)*
I: Fällt dir jetzt was auf?
S: Ja, die ist höher, die 7 Komma 50.
I: Aha. Jetzt guck noch mal deine Zahlenreihe an, ob das alles so in Ordnung ist. Vielleicht kannst du auch da mit Nullen arbeiten, wenn dir das hilft, wenn du Nullen dran hängst.
S: Ahm, erst, nee. Doch erst kommt die, dann kommt die, dann kommt die.

I: Aha. Die beiden letzten musst du vertauschen.
S: Ja.
I: Ja. Immer noch ein komisches Gefühl dabei?
S: Nee, jetzt nicht mehr, eigentlich.
I: Erklärt sich, ne? Hier, das da. OK. ist in Ordnung. Es steht hier rechne schriftlich. Was heißt schriftlich rechnen?
S: Ja, 11 Komma 6 plus 61.
I: Untereinander schreiben, heißt das.
S: Ja.
I: Mach das mal.
S: Was ist das hier jetzt?
I: Ach so diese Kästchen, ... weg.
S: *(rechnet)*
I: Was machst du da?
S: Zusammenrechnen, plus.
I: Wo hörst du denn auf? Warum hörst du da auf?
S: Ach so.
I: Da ist leer. Da steht doch noch eine Aufgabe da.
S: Ach so, das gehört zusammen.
I: Ja. 3 Zahlen.
S: Ach so.
I: Du hast das Komma, glaube ich als, für die nächste Aufgabe ...
S: Ja, dachte ich.
I: Nein, sind 3 Zahlen, die einfach zusammen gezählt werden. Fang einfach neu an hier. Ist jetzt glaube ich, klarer. 3 Zahlen, die einfach addiert werden.
S: *(schreibt)*
I: Ich muss noch was fragen. Warum hast du nicht am Anfang so gerechnet? *(zeigt)*
S: Weiß ich nicht.
I: Was steht da für eine Zahl?
S: Ja, 11 plus, nee.
I: Hier.
S: Ach so.
I: Steht was anderes. Hast du hier hingeschrieben. Was hast du hier hingeschrieben?
S: 11 Komma 6.
I: Ja, hast du hingeschrieben, ne? Was kommt dann? Plus, und dann?
S: Ja, 61 Komma 78.
I: Aha. Was hast du hier hingeschrieben?
S: Ich hab mich, 78, also.
I: Jaa, ... die 61 in einer einzelnen Zeile, warum schreibst du die nicht zusammen in einer Reihe?

S: Weiß nicht, hab ich irgendwie.
I: Das ist eine Zahl hier, ne? Von hier bis da. Das ist eine Zahl. Da ist eine Zahl. ... Die 3 Zahlen sollen zusammen gezählt werden. OK. dann noch mal
S: Mach ich jetzt noch mal. Dies mal aber richtig.
I: Jetzt ist klar, ne?
S: Ja.
I: Gut.
S: Das Komma muss ja untereinander.
I: Aha, genau.
S: *(schreibt)* Tja.
I: Tja, da ist ja gar kein Komma drin in der Zahl, ne? Kann man denn so eine Zahl mit einem Komma zusätzlich ausstatten? Darfst du ein Komma hinschreiben bei solch einer Zahl?
S: Ja, ich weiß nicht, das überlege ich ja gerade, zwischen die 5 und die 9. Mal gucken.
I: Hmm. Müssen wir uns überlegen. Du hast jetzt diese Überlegung, du hast jetzt gedacht, 59 kann man aufschreiben mit Komma, ... 5 Komma, ist das die gleiche Zahl? *(zeigt)*
S: Ja.
I: Ja? Ist das die gleiche Zahl? Wie heißt die?
S: 59 und das ist 5 Komma 9.
I: Das ist 5 Komma 9. Ist das das Gleiche?
S: Nee, eigentlich, ja.
I: Hmm. Ja oder nein?
S: 5 Komma 9 ist eigentlich kleiner als.
I: Ja, würde ich auch sagen. Ist nicht das Gleiche. Ist überhaupt nicht das Gleiche. Also dürfen wir das Komma nicht einfach nur dazwischen schreiben. Wo dürfen wir es hinschreiben? Es kann ein Komma hin, das kann ich dir schon sagen. Du musst noch raus finden wo.
S: Vielleicht irgendwie davor mit Null oder so?
I: Probieren wir mal aus. 59 haben wir hier oben stehen. *(zeigt)* Ist das das Gleiche?
S: Ja, wegen der Null, ... ist kleiner.
I: ... Null ist kleiner.
S: Oder dahinter.
I: Probier aus mit dahinter.
S: *(schreibt)* Ja das ginge.
I: Das geht?
S: Ja.
I: Ist das das Gleiche wie das?
S: Ja.

I: Genau. Würde ich auch sagen, 59 ist das Gleiche wie 59 Komma 0. Das hier 59 ist nicht das Gleiche wie 0 Komma 59, ...
S: Mhm, OK. Also 59 Komma 0.
I: Jetzt darfst du rechnen.
S: *(rechnet)*
I: Was hast du gerechnet?
S: 0 plus eins sind 10.
I: Mhm
S: Ach so, da ist ja die Eins.
I: Aha. ... muss alles in dieser Reihe stehen, ne?
S: 12 ja.
I: OK, das kommt hin. ... Komma muss man bedenken, ne?
S: Mhm.
I: Du hast erst gesehen, dass das zwei Zahlen sind, wenn ich das richtig verstanden habe.
S: Hmm.
I: OK. dann gucken wir mal weiter. Da sind 4 Aufgaben mit Lücken drin. Fang mal vorne an, ist nicht schwer.
S: *(schreibt)*
I: Ja. Jetzt kommen schon wieder Kommazahlen.
S: Ehhh. *(überlegt)* 4
I: 4, stimmt das? Probier noch mal.
S: 4 plus 2 Komma 5, ja.
I: Hmm, OK. mach weiter.
S: *(rechnet und überlegt)*
I: Wo ist dein Problem?
S: Ja, mit dem Komma, mit dem Minus und ...
I: Und weil in der Mitte ein Loch ist, ne?
S: Ja.
I: Können wir denn diese Aufgabe so umstellen, dass das Loch am Ende ist?
S: Ich würde jetzt
I: Also so, du hast hier eine Zahl, mit der du rechnest. Dann kommt noch eine Zahl, gleich, und dann haben wir hinten unser Kästchen. Kriegst du so was hin?
S: Ja, ich würde sagen, 6 Komma 4.
I: Hmm
S: Minus 3 Komma 6.
I: OK. Dann trag das mal ein und probier das mal aus.
S: *(schreibt)*
I: Kannst das Minus noch eintragen, ... Ja.
S: 2 Komma 8.

I: Hmm. Meinst du, ist das Gleiche, wenn du es da rein schreibst, es passt? Ist das die gleiche Aufgabe? Probier mal aus.
S: *(schreibt)* nee.
I: Nein? Rechne mal.
S: *(überlegt)* ich glaub schon.
I: Ja, stimmt, ne? War das leichter dort zu rechnen als das?
S: Ja, das war leichter.
I: Hmm. Also hilft das noch mal so was umzustellen?
S: Ja.
I: Gut. Dann probier die letzte Aufgabe mal. Da steht jetzt das Loch vorne. Wenn das so schwierig ist, darfst du die auch umstellen, so dass die Lücke hinten steht.
S: *(überlegt)* Ich weiß nicht, was passiert, wenn man 7 Komma 5 plus 12 rechnet.
I: Probier doch mal aus.
S: *(schreibt)*
I: Dann würde ich das ... einsetzen und probieren, ob das stimmt.
S: *(überlegt und nuschelt)* Nee?
I: Denk noch mal nach 19 Komma 5.
S: Nee, ich hab mich, ...
I: Ja, genau.
S: Muss stimmen eigentlich.
I: Ja, stimmt. Die Umstellung hast du richtig gemacht. Dann muss man plus rechnen. Du hast rückwärts gerechnet. 19,5 minus 7,5 gleich 12. Und rückwärts 12 plus 7,5 ist gleich 19,5.
S: *(nickt)*
I: Das darf man also machen, ne?
S: *(nickt)*
I: Gut, zwei Malaufgaben noch auf der Seite.
S: Hmm. *(überlegt und nuschelt)*
I: Hmm.
S: *(schreibt)* ... nee, irgendwie
I: Über was stolperst du gerade? Was stört dich?
S: Ja, 0,7 und 0,8 kann ja nicht 5,6 sein.
I: Mhm. Was stört dich da?
S: ...
I: Hmm.
S: ... vielleicht davor.
I: Hmm, hast du eine Erklärung warum?
S: Weiß nicht, irgendwie sieht das dann logischer aus.
I: Sieht komisch so aus, ne? Hmm. Ihr habt bestimmt so was gemacht mit Nachkommastellen? Habt Ihr mal Stellen nach dem Komma gezählt?

S: Hmm.
I: Hilft dir das?
S: *(schweigt)*
I: Wie viele Stellen nach dem Komma sind das hier?
S: Eine.
I: Und da?
S: Auch eine, sind zwei zusammen.
I: Aha, was heißt das für das Ergebnis?
S: Also muss das Komma hier hin.
I: Ja, aha, ist was anderes, ne? Gefällt dir das besser?
S: Mhm. Hab ich ja auch hier, ich hab nur die Null weggelassen.
I: Genau. Da hast du ja nur noch kein Komma geschrieben, ne? Jetzt muss man noch fragen, wo kommt das Komma hin? Du hast die Null dahin geschrieben, jetzt musst du noch überlegen, wie wir das hier gemacht haben, wo das Komma hin gehört!
S: *(nickt)*
I: Dann stimmt das. Gut, dann kannst du die letzte Reihe auch noch mal machen, die letzte Aufgabe.
S: *(schreibt)*
I: Das Komma an der richtigen Stelle?
S: Ich denke schon.
I: Kannst du mir auch sagen warum?
S: Ja, weil wieder hier zwei Stellen. Also hier eine Stelle und hier eine Stelle, das sind zusammen zwei.
I: Hmm. Gut, stimmt auch. Sehr schön. Wir machen ein bisschen was anderes. Kannst du mir erklären, was der Umfang einer Figur ist?
S: Das ist dieses, ehh, dieses, ehh.
I: Schwer zu erklären. Erklär es mal jemandem, der es nicht kennt. Du hast meinetwegen ein Rechteck oder ein Quadrat oder ein Dreieck, was ist der Umfang von solch einer Figur?
S: Ja, so ... dann bräuchte ich irgendwas zum Zeigen.
I: Willst du was zeichnen?
S: Ja, wenn ich das so zeichnen könnte, dann würde ich sagen, das ist der Umfang
I: Hmm. Ja. Was außen ist.
S: Ja.
I: Hast du ein Beispiel aus der Umwelt, irgendwas aus deiner Umgebung? Wo könnte man so was gebrauchen, so einen Umfang?
S: *(schweigt)*
I: Keine Idee?
S: *(Kopfschütteln)*

I: Ich mach dir mal einen Vorschlag. Du hast eine große Wiese und auf der Wiese steht ein Schaf. Das Schaf soll aber nicht weglaufen, was machst du?
S: Ein Zaun drum und das ist ja ein Umfang.
I: Aha. Ein Zaun um die Wiese, das ist ein Umfang, genau.
S: Ja.
I: Wir gucken uns jetzt ein Grundstück an und das sieht so aus. Ich möchte von dir gern wissen, wie groß der Umfang ist.
S: Ja, so würde ich erst mal die alle zusammen rechnen.
I: Hmm, das ist OK.
S: Aber da fehlt noch was.
I: Da fehlt was. Wie können wir raus finden, was da noch fehlt? Das kann man raus kriegen.
S: *(überlegt)*
I: Keine Idee?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Also du hast recht. Fangen wir schon mal an mit dem, was wir haben. Da haben wir schon mal was, ne? Wie lang ist das?
S: 83 Meter.
I: Dann haben wir hier ein Stück Zaun. Wie lang ist das?
S: 60.
I: Wie viel Zaun haben wir jetzt schon verbaut?
S: Ahm, 153.
I: Nicht ganz.
S: Nee, 143.
I: Genau. Jetzt stellen wir noch mehr Zaun dazu. Das können wir gleich berechnen, das müssen wir jetzt nicht tun. Da kommt ein Zaun hin und da. Aber du hast schon recht, da fehlt uns noch was. Also müssen wir da ein Stück Zaun hinstellen und dort auch. Wie kriegen wir das raus?
S: *(überlegt)*
I: Keine Idee?
S: Nee.
I: Dann zeichne ich dir eine Hilfslinie oder zwei Hilfslinien ein.
S: Hmm.
I: Hilft dir das?
S: Ja, weil wenn das so ist, wie hier, das wären 60.
I: Hmm, genau.
S: Und hier wären das 132.
I: Ja. Was hilft uns das für diese beiden Stückchen?
S: Vielleicht ist der so lang wie der und der wie der.
I: Das ist richtig, genau. Jetzt müssen wir noch raus finden, wie lang ist dieser Strich oder wie lang ist dieser Strich?
S: *(überlegt)*

I: Ich fasse noch mal zusammen, was du gerade gesagt hast. Du hast gesagt, das hier, von hier bis hier, sind 60 Meter. Du weißt, das sind 20 Meter. Wie lang ist das Stück?
S: 40 muss das dann sein.
I: Hmm. Da du eben gesagt hast, das ist so lang wie das, weißt du jetzt, wie lang das ist?
S: Auch 40.
I: Das kannst du jetzt eintragen, dann kannst du es rot einzeichnen.
S: *(schreibt)*
I: OK. Dass hier,das haben wir schon. Gut, was fehlt uns noch?
S: Dieses hier.
I: Hmm.
S: *(überlegt)*
I: Kannst du das ähnlich lösen, wie dieses hier?
S: Ja. Das muss ich jetzt minus das.
I: Ja, genau. Kannst du auch gern aufschreiben.
S: Ja. *(schreibt)*
I: Was heißt das?
S: Dass das hier 49 Meter lang ist.
I: Richtig. So, kannst du jetzt den Zaun in seiner ganzen Länge bestimmen?
S: Ja, jetzt muss ich doch alles zusammen.
I: OK. Mach das mal.
S: *(schreibt)*
I: Stopp. Bevor du anfängst zu rechnen, eine Frage, ist das richtig untereinander geschrieben?
S: EhEh, bei der 132, es hätte nach da gemusst
I: Aha, gut. Kriegst du noch hin?
S: *(schreibt und rechnet)* 384.
I: Richtig. Das ist der Umfang von dieser Figur dort oben, 384 Meter.
S: Ja. Soll ich das jetzt hier irgendwo hin schreiben, oder?
I: Kannst du eben dahin schreiben, dann ist es vollständig, ja.
S: *(schreibt)*
I: War schwierig?
S: Das hier war ein bisschen schwierig, aber sonst ging es.
I: Kannst du mir jetzt noch mal sagen, was der Umfang einer Figur ist? Hast du das hier vor Augen? Hast auch ein bisschen was probiert. Hast du eine Vorstellung, was das bedeuten könnte, der Umfang einer Figur?
S: *(schweigt)*
I: Denk an unser Beispiel.
S: Ja, die Länge, irgendwie.
I: Wovon? Die Länge ist schon gut, aber wovon?
S: Von, ahm, was weiß ich.

I: Wie würdest du das beschreiben, ...
S: Mit irgendeiner Form oder, nee Form eigentlich nicht.
I: Die Form ... das Ganze, ne? ... was hier drin ist. Das ist nicht das, was hier drin ist. Darauf kommt es gar nicht an, ne?
S: *(schweigt)*
I: Das Rote ist der Rand von der Figur. Außenrand. Begrenzung. Kann man ganz viele verschiedene Sachen zu sagen, ne?
S: *(nickt)*
I: Das, was außen ist. Und der Umfang ist die Länge von diesem, was außen ist. Ja?
S: Hmm.
I: OK. Wir kommen zu was anderem. Da siehst du auch wieder eine Figur. Diese dunkelschwarz, dunkel, dick eingerahmte Figur soll ein Zimmer darstellen. Dieses Zimmer ist mit Fliesen ausgelegt. Wie viel Fliesen liegen in diesem Zimmer?
S: Ehh, ich kann es nicht.
I: Warum?
S: Baaa.
I: Wie würdest du damit anfangen? Wie kriegen wir raus, wie viele Fliesen darin liegen?
S: Ja, dass man den Flächeninhalt ausrechnet.
I: Jaa. Ja, Flächeninhalt ist meistens eine Zahl. Ich möchte gar nicht wissen, was für ein Flächeninhalt das ist – hat natürlich was miteinander zu tun – ich möchte wissen, wie viel Fliesen da liegen. Die Fliesen siehst du da, ne? Das ist eine Fliese.
S: Ja.
I: Und ist noch eine.
S: Ja.
I: Wie viel sind das insgesamt da drin?
S: Muss man ja, haha, alle abzählen.
I: Muss man die zählen? Das kann man machen.
S: Muss man nicht, aber ...
I: Aber es kann ja sein, dass man sich dann verzählt. Gibt es eine etwas bessere Möglichkeit, die vielleicht schneller geht als zählen?
S: Man könnte auch wahrscheinlich ... zum Beispiel jetzt nur die erste Reihe zählen und das dann mal. Weiß nicht.
I: Richtig. Das kann man dann auch wieder abzählen, ne?
S: Ja.
I: Das kann man machen. Klappt das ganz? Für die ganze Figur?
S: Nee, wegen dem hier.
I: Aha. Was musst du machen?
S: *(schweigt)*

I: Ich würde erst mal ein Stück ...
S: Ja, vielleicht dieses, diese neu abtrennen
I: Mach doch mal rot, was du dir zuerst angucken möchtest. Das andere können wir uns ja später vornehmen.
S: Das könnte man jetzt hier ..., wie viel in der ersten Reihe ist und das dann mal das.
I: Gut. Das mach doch mal.
S: *(zählt)* 6 mal 6.
I: Aha.
S: Muss ich schriftlich machen.
I: ...
S: *(rechnet)*
I: Stimmt das.
S: Nee, irgendwie nicht.
I: Irgendwie nicht, ne?
S: Also irgendwie, eigentlich.
I: Ich glaube, dir ist eine 6 verrutscht.
S: *(überlegt und nuschelt)* 72? Oder nee. Doch. 72.
I: Ja, würde ich auch sagen. Also haben wir für den ersten Teil schon mal 72 Fliesen.
S: Ja.
I: Was fehlt uns noch?
S: Dieser Teil hier.
I: Aha, und wie viel sind das?
S: 9 mal 2.
I: Hmm.
S: 18.
I: Ja.
S: Also jetzt 72 plus 18.
I: Richtig.
S: *(rechnet)* 90.
I: Richtig, sind 90 Fliesen.
S: Hmm.
I: Geht doch. War schwierig?
S: Nee.
I: Eigentlich nicht, ne? Man muss erst wissen, wie man anfangen soll. Der rote Strich hat dir, glaube ich, geholfen.
S: *(nickt)*
I: Hier sind keine Fliesen eingezeichnet, trotzdem möchte ich gerne wissen, wie groß diese Fläche ist.
S: Hmm. Keine Ahnung
I: Keine Ahnung? Kann man die so als Ganzes berechnen, diese Fläche?

S: *(schweigt)*
I: Die sieht ja komisch aus, ne? Mit so einem Knick drin.
S: *(nickt)*
I: Ich kenne zu so etwas keine Formel, du hast hier aber auch gesagt, dass es hier so komisch ist. Das kann man auch nicht so in eins machen.
S: Ja.
I: Wir haben zwei Teile draus gemacht. Geht es da auch?
S: Vielleicht hier, also.
I: Hmm. Mach doch mal einen Strich darein.
S: *(zeichnet)*
I: Sind das Flächen, die dir bekannt vorkommen? Mit denen man was anfangen kann?
S: *(nickt)*
I: Ja?
S: Ja, irgendwie schon. Weil dieses ist ja dann so wie das
I: Ja, Moment, stopp. 18 Meter ist das Ganze hier, ne? Von hier bis hier.
S: Ach so, das Ganze, ja.
I: Das wissen wir noch nicht, wie lang das ist, das ist wahrscheinlich das Gleiche wie das, da hast du recht. Jetzt müssen wir noch raus finden, wie lang das eigentlich ist.
S: *(überlegt)*
I: Weißt du, wie lang das hier ist?
S: Ja, 7 Meter.
I: Aha. So, weißt du jetzt auch, wie lang das hier ist, da?
S: *(schweigt)* 11.
I: Ja. Dann hast du da oben auch 11. Schreib mal am besten hin, ...
S: *(schreibt)*
I: So, hilft dir das jetzt weiter, diese beiden Flächen?
S: Da könnte man ja jetzt, das zusammen, aber das wäre ja wieder der Umfang.
I: Und den wollen wir gar nicht. Was hast du hier vorhin gemacht? Ich kann hier noch, an dieses untere Teil dran schreiben 2 und du hast gesagt, das sind 9 Fliesen nebeneinander. Was hast du gemacht?
S: Zusammen.
I: Wie zusammen?
S: Nee, mal.
I: Mal, aha.
S: Also muss man das
I: Warum geht das da nicht ...?
S: Weiß ich nicht, wenn man die ganzen Zahlen miteinander mal nimmt.
I: *(zeigt)* Erkennst du was? Da steht 3, eins, zwei, drei. 3 Reihen.
S: *(schweigt)*

I: Ich kann mehr ... machen. Wird aber ganz viel, ne? Hier steht eine 11, ... machen. Hast 11 solcher Reihen nebeneinander. Erinnert dich das etwas an das da?
S: Ja. ... wieder ...
I: Darf man das machen? Hast du ja hier auch gemacht. Hat funktioniert.
S: Ja, ja, aber da waren ja die Kästchen.
I: Jetzt hab ich sie eingezeichnet. Jetzt sind sie da. Also darfst du das tun, ne?
S: *(überlegt)* Also 11 mal 3.
I: Ja.
S: Sind 33.
I: Richtig. Für diesen Teil, ne?
S: *(nickt)*
I: Hättest du das auch machen können, bevor ich die Linien gezeichnet habe?
S: Obwohl doch, eigentlich schon.
I: Ich habe ja nichts verändert an den Zahlen. Die Zahlen sind die Gleichen geblieben, ne?
S: Hätte man auch machen können.
I: Hmm.
S: ...
I: Ja. Brauchen wir jetzt keine Linie zeichnen, ne? Kannst du auch so rechnen.
S: *(nickt)*
I: Mach mal.
S: ... 56.
I: Ja, prima. 56. Und wie groß ist die Fläche jetzt insgesamt?
S: 56 plus 33.
I: Hmm.
S: Ahm, 89.
I: Ja, gut. Kannst du da neben schreiben.
S: *(schreibt)*
I: Noch eine Frage, was denn, 89? Meter?
S: Ja, ...
I: Was ... bei Flächen? Wie ... Flächen, mit Metern?
S: Nee, Quadratmeter.
I: Aha. Quadratmeter. Ja, das war leichter als das, sozusagen.
S: *(nickt)*
I: Warum?
S: Weil da irgendwie die Kästchen und dann irgendwie.
I: Ja.
S: War es einfacher.
I: Ja, konnte man besser sehen.
S: *(nickt)*

I: Da stand nur irgendeine Zahl. Da waren ja gar keine Zahlen drin. Also würden dir die Kästchen besser gefallen als die Zahlen?
S: Ja.
I: Hat dir das geholfen, da solche Linien rein zu zeichnen?
S: *(nickt)* Auf jeden Fall, ja.
I: Kannst du dir solche Linien, auch wenn sie da nicht sind, da vorstellen?
S: Vorstellen nicht, aber ich würde sie mir wahrscheinlich irgendwie dann auch einzeichnen.
I: Hmm. Wenn du es oft genug gemacht, kannst du es dir vielleicht auch irgendwann vorstellen.
S: *(nickt)*
I: Dann brauchst du nur auf die Zahlen zu gucken, dann weißt du, das sind 8 Reihen da, steht daneben, 8 steht da ja schon. Brauchst du nicht mal mehr zu zählen. Das da sind dann 7 solcher Spalten. Das hat also was miteinander zu tun, ne? Und doch sieht es ein bisschen komischer aus da.
S: Ja.
I: Aber wie du das schon sehen kannst, das sieht etwas leichter zum zeichnen aus als das Deswegen macht man das doch gern so, sonst muss man zu viele Striche zeichnen.
S: *(nickt)*
I: OK. Das war es. Die Stunde ist auch schon rum. Ich danke dir. War es schlimm?
S: Geht so.
I: Ging so, ne? Dich durch nichts verärgern lassen. Hast du gut gemacht.
S: OK.
I: Ich danke dir.
S: Bitte schön.
I: Tschüß.
S: Tschüß.

B.8 Jörn

Jörn *(Schule 1; 03.09.02; 5. Stunde)*

I: ... wenn du an Matheunterricht denkst?
S: Formeln, Zahlen. Ja, mehr nicht.
I: Formeln und Zahlen.
S: Und vielleicht ab und zu, langweiliger Unterricht.
I: Aha. Gibt es etwas, was du besonders gerne machst oder was du nicht gerne machst?
S: Durch, also.
I: Geteilt.

S: Genau.
I: Das machst du nicht gerne?
S: Doch.
I: Ach, das machst du gerne?
S: Ja.
I: Aha.
S: Was ich gerne mache ist auch Brüche und so.
I: Ja.
S: ...
I: Ah ja, ja. Da muss man sich an die Formeln erinnern, ne?
S: Genau.
I: Kannst du dich an deinen Matheunterricht in der Grundschule erinnern?
S: Ja, doch, ja.
I: Ja? Wie war es, war es gut, war es nicht so gut?
S: Doch war sehr gut, weil das war eine hübsche Lehrerin.
I: Was?
S: Ja, sie hat das auch sehr gut gestaltet und so.
I: Ja.
S: Und mit Spaß und so, nicht einfach nur durchgerattert.
I: Ja. Würdest du sagen, es hängt von den Lehrern ab?
S: Ja, schon. Wenn die Lehrer es langweilig gestalten, so ganz normal, kann man, ist irgendwie langweilig.
I: Würdest du besser lernen, wenn es irgendwie anders gestaltet ist?
S: Ja, genau.
I: Was würdest du besser machen?
S: Ja, mehr Spaß und nicht so eintönig machen.
I: Mhm.
S: Man müsste mehr Witz machen vielleicht.
I: Mhm.
S: Ja.
I: OK. Dann gucken wir uns mal ein paar Aufgaben an. Dann machen wir jetzt was anderes. Da siehst du eine Reihe von Zahlen. Die sind unterschiedlich groß. Und die sollst du der Reihe nach sortieren, von klein nach groß. Da kommt die kleinste Zahl rein und da die nächste Zahl und hier kommt die größte Zahl rein.
S: Hmm.
I: Ist nicht schwer, ne? Mach mal einfach. Ach so, schreib mal die Zahlen da der Reihe nach ...
S: *(schreibt)*
I: OK.
S: *(schreibt)*

I: OK. Das war nicht schwer. Das Gleiche kommt in der nächsten Aufgabe wieder. Nur sind das jetzt Zahlen mit Komma.
S: Ja, gut.
I: Du fängst mit der Kleinsten an.
S: *(schreibt)*
I: Du hast so gestutzt gerade. Bist du zufrieden mit deiner Reihe, Reihenfolge?
S: Jain. Weiß nicht.
I: Ja, du weißt nicht so genau.
S: Verunsichert.
I: Verunsichert. Was verunsichert dich?
S: Weil ich das nicht mehr lange hatte.
I: Ja. Gucken wir uns erst mal die kleinste Zahl an. ... 6,7, ist das die kleinste Zahl?
S: Ja.
I: Bist du dir da sicher?
S: Nein, weil ...
I: Nicht verunsichern lassen. Bist du dir sicher, dass das die kleinste Zahl ist?
S: Ja.
I: Wie kannst du das feststellen?
S: Es gibt minus und plus.
I: Ja, gibt's hier minus und plus dabei?
S: Nein.
I: Also.
S: Also müsste das die kleinste sein.
I: Hmm. OK. sehe ich ein. Ahm, wie ist das mit den anderen Zahlen? Wie kann man die in eine Reihenfolge bringen? Da steht ja vorne immer eine 7.
S: Ja hier.
I: Hmm. Kann man von hinten gucken schon? Oder muss man erst mal ...?
S: Erst die Vorderen und dann die Hinteren.
I: Aha. Ich gebe dir noch mal einen Tipp. Schreib mal diese vier Zahlen, die du hier hast, hier noch mal untereinander. Also alle die, die mit der 7 beginnen.
S: *(schreibt)*
I: Fällt dir schon was auf?
S: Dass die am Größten ist, also länger ist.
I: Ja, die ist länger, richtig.
S: Ja, länger. Aber muss nicht größer sein.
I: Aha. Muss nicht größer sein. Gut, das ist richtig. Sie ist die Längste, aber sie muss nicht die Größte sein. Du kannst jetzt feststellen, ob das die Größte ist. Guck sie dir noch mal im Vergleich zu den anderen Zahlen an.
S: ... nicht.
I: Wir dürfen Zahlen, die ein Komma haben hinten verlängern. Mit Nullen. Es ändert die Zahl nicht. Hilft dir das weiter?

S: Eheh.
I: Mach das mal. Kannst an die erste Zahl 7,5 Nullen anhängen. Wie viele Nullen möchtest du dran hängen?
S: Eine.
I: Eine?
S: 7 Komma 50.
I: Hmm. Häng mal an die nächste Zahl auch noch eine Null dran.
S: 7 Komma 40.
I: OK.
S: 7 Komma 45.
I: Hmm. Braucht die auch eine?
S: Nee, ...
I: Jaa. Reicht es aus, da oben eine anzuhängen?
S: *(schweigt)*
I: Ich gebe dir mal einen Tipp. Schreib mal eine Null dazwischen. Das passt so schon da. Zwischen 5 und die ... und zwischen die 4 und die 0 auch noch mal.
S: *(schweigt)*
I: Jetzt guck dir die Zahlen in diesem Block an. Fällt dir was auf?
S: Ja, jetzt haben sie hinten überall 3 Zahlen.
I: Überall 3 Zahlen. Also welche die längste Zahl ist, kannst du nicht mehr sagen.
S: Ja.
I: Alle gleich lang.
S: Genau.
I: Kannst du sie jetzt der Reihe nach ordnen? Größe.
S: Mit der Kleinsten wieder anfangen, ne?
I: Ja.
S: *(schreibt)* So.
I: OK. Jetzt vergleich das noch mal mit deiner Reihe hier.
S: Dann ist das falsch.
I: Nicht so ganz richtig. Du warst dir hier nicht so ganz sicher, ne? Bist du dir da sicher, dass das richtig ist?
S: Ja, ...
I: Aha, schreib mal da drunter noch mal.
S: ...
I: ...
S: *(schreibt)*
I: Zufrieden?
S: Ja.

I: OK. Finde ich auch. Ist in Ordnung. So geht das ein bisschen besser. Manchmal hilft das mit diesen Nullen da dran, ne? Dann kann man sie besser vergleichen.
S: Ja.
I: … die andere war die längste Zahl. Und so kann man sie besser in der Größe vergleichen.
S: *(nickt)*
I: Gut. Machen wir eine Aufgabe weiter. Rechne schriftlich. Was heißt schriftlich rechnen? Ach so, du kannst auch den Zettel …
S: *(schreibt)* Gehört das alles zusammen oder?
I: Ja, das ist eine Aufgabe.
S: *(schreibt)*
I: Frage, stopp. Bevor du rechnest, was hast du für Zahlen da aufgeschrieben?
S: 11,6.
I: Hmm.
S: Jaa, 61. Ahhh Komma 78.
I: Aha. Also das ist eine Zahl. Gar nicht zwei Zahlen. Mit Komma.
S: Hab ich übersehen.
I: Jaa, kann passieren. Kann mir auch mal passieren so was.
S: *(schreibt)*
I: Wohin kommts?
S: Ahm.
I: Hilft es dir, wenn du das Karopapier nimmst?
S: Ja.
I: Ist leichter, ne?
S: *(schreibt)*
I: Stopp, noch eine Frage. Warum steht die 59 da ganz hinten? Ist das richtig so?
S: Ja.
I: Warum?
S: Weil man kann … ganz nach vorne schieben.
I: Die Zahl ist die einzige, die kein Komma hat.
S: Hmm.
I: Ist das auffällig?
S: Eigentlich nicht.
I: Kann man die mit einem Komma schreiben?
S: 5 Komma 9.
I: Ist das das Gleiche wie 59?
S: Nein.
I: Nein. Man kann sie aber mit einem Komma schreiben. Aber wo kommt das dann hin?
S: In die Mitte.

I: Dann haben wir die 5 Komma 9. Du hast ja grad gesagt, das ist nicht das Gleiche.
S: Nein, hier vorne.
I: Vorne? Wenn du da vorne ein Komma davor setzt, dann musst du auch eine Zahl davor setzen.
S: Eine Null.
I: Eine Null. Ich schreib das mal auf. Du hast jetzt vorgeschlagen, wir machen das so, 0 Komma 59 ... ist das Gleiche wie 59. Stimmt das?
S: Ja.
I: Ist das das Gleiche?
S: Hmm.
I: Sicher?
S: Hmm.
I: 59, du hast 59 Mark, Euro – wir haben jetzt nicht mehr Mark – und das da sind 0 Komma 59 Euro. Ist das das Gleiche?
S: Nein.
I: Nein, also ist das ...
S: Weil das 59 Cent sind.
I: Aha. ...
S: 59 Komma 0.
I: Hmm. Das passt, ne? 59 Komma 0 Euro ist das Gleiche wie 59 Euro. Stimmt das?
S: Mhm.
I: So, jetzt denk mal über diese Aufgabe oben nach. Ist das dann so richtig?
S: Nein. Muss so sein ...
I: Hmm. Guck dir die anderen beiden Zahlen auch noch mal genau an. Ob die so stimmen. Bleib ruhig dabei, dir etwas in Euro vorzustellen. Es kostet etwas, 11,6 Euro, es kostet etwas 61,78 Euro und es kostet da etwas 59 Euro. Und du möchtest wissen, was das zusammen macht.
S: ...
I: Ja. Wie schreibt man das hin?
S: *(schweigt)*
I: ... also 6 Cent. 11 Euro 6 Cent. Da stand aber etwas von 11,6 Euro. 11,6 Euro sind 11 Euro 60 Cent.
S: Ach so.
I: Nullen darfst du hinten anhängen, aber nicht einfach dazwischen schieben, das geht nicht.
S: *(schreibt)* Ja, das mal.
I: Hmm. 61 Euro 78 Cent ... Das ist was anderes, als du hier geschrieben hast, ne?
S: Aha.
I: Da kommt auch was anderes raus dann.

S: Ja, weil ...
I: Was fällt dir jetzt an dieser Schreibweise da auf?
S: Ist mehr.
I: Das ist mehr, jaa. Gut. Aber es gibt da was ganz besonderes oder nicht? Ich markiere dir das.
S: Ja, das Komma ist wieder untereinander.
I: Aha. ...
S: ...
I: Also es ist nicht nur unübersichtlich, es kommt auch was anderes raus.
S: Genau.
I: Ist ganz wichtig, dass das Komma untereinander steht. Jetzt darfst du rechnen.
S: *(rechnet)* ...
I: ... Du hast im Ergebnis auch ein Komma gesetzt, aber warum gerade da?
S: Ja, wenn man ... eins zwei, dann muss man wieder eins zwei. ...
I: Also auch wieder untereinander, an der gleichen Stelle wie oben auch.
S: Ja.
I: OK. In Ordnung. Wir machen mal da weiter. Und das sind Aufgaben mit Lücken.
S: Hmm.
I: Erst mal ganz leicht und dann kommen wieder Kommazahlen. Das war klar, ne?
S: Mhm. *(nuschelt und schreibt)*
I: Sicher? Guck noch mal nach.
S: Ja. Wenn ich das beide ... wegnehme, dann hab ich nur noch eins, ne? Dann sind das 5 oder nicht? ...
I: Ja. Das kannst du machen beide fünfen, sechs eins, 3 plus 2 sind 5 und ... Da steht 6 Komma 5.
S: *(schreibt)*
I: Stimmt es jetzt oder hast du hier zu viel?
S: Eher zu viel.
I: Aha.
S: Sind nur 4.
I: Nur 4, hmm.
S: *(rechnet)*
I: Wie rechnest du oder was versuchst du gerade?
S: Ehh, einen guten Rechenweg zu finden.
I: Ja, soll ich dir einen Tipp geben?
S: Ja.

I: Kannst du diese Aufgabe so umstellen, dass das Kästchen hinten steht? Das ist jetzt gemein, du musst irgendwas raten, 6,4 minus irgendwas gleich 3,6. Stell die so um, dass das Kästchen hinten steht und diese beiden Zahlen vorne. Wie geht das?
S: *(schreibt)*
I: Ist das leichter?
S: Ja.
I: Dann probier das mal.
S: *(schreibt)*
I: OK. Stimmt das Ergebnis? … weil das war eine ganz andere Aufgabe, ne?
S: Ja.
I: Aber kann man machen, man kann es umstellen.
S: Ist einfacher.
I: Ist einfacher dann, wenn das Kästchen hinten steht.
S: Genau.
I: OK., gut. Da ist das Kästchen vorne. Wenn dich das stört, dann probier auch diese Aufgabe umzustellen, dass das Kästchen hinten steht.
S: *(überlegt und schreibt)*
I: Sicher? Probier mal aus. Du stockst so ein bisschen.
S: Hmm. Weil … minus …
I: Ja. Wenn da hinten im Ergebnis schon eine 12 steht, das ist dann hier, du ziehst von diesem hier vorne etwas ab.
S: Das könnte ich davor stellen. …
I: Kannst du rückwärts rechnen? Du willst ja von hier nach da. Das weißt du. Und du willst das ja praktisch von da nach da lösen. Wie kann man das machen? Das geht, ne?
S: Hmm. Ja, 12 minus 7,5.
I: Ja? Rechne mal aus, probier mal, ob das dann funktioniert das Ganze, wenn du da einsetzt. Das kannst du ja testen.
S: *(schreibt)*
I: Halt, halt. Du hast dich jetzt bei den Stellen hier vertan, glaube ich. Du hast hier 12 und 7,5 untereinander geschrieben. … Kommas nicht untereinander.
S: Das muss da hin.
I: Ja.
S: …
I: Nee. Wenn du das untereinander schreibst, dann sieht das nämlich so aus. 12 minus 7,5 *(zeigt)*. So, ne?
S: Ja. *(rechnet)*
I: 4 Komma 5, kann das sein? Probier mal aus.
S: *(rechnet)* Ja stimmt.
I: Stimmt? Das willst du mir nicht erzählen.
S: Wenn da ein plus stehen würde.

I: Aber es steht kein plus, da steht ein minus.
S: Ja, nee stimmt nicht.
I: Also stimmt das nicht?
S: Ja.
I: Wie kommen wir umgekehrt dahin?
S: Keine Ahnung.
I: Ein Tipp. Du nimmst von dem hier vorne was weg.
S: Ja
I: Nämlich genau 7,5 und kriegst 12.
S: Hmm.
I: Wie kommst du wieder zurück zu dem, von der 12? Von dem hast du vorher 7,5 weggenommen.
S: Ja.
I: Und zurück? Du musst ja wieder was dazu tun.
S: Jaa, schon.
I: Und was ist „dazu tun“?
S: Ja, plus rechnen.
I: Ja. Mach das doch mal.
S: Also
I: Glaubst du mir jetzt nicht so ganz, ne?
S: Ja, ne?
I: Weil da steht ja minus. Mach das doch mal rückwärts.
S: Jetzt 7,5 plus 4 Komma, nee.
I: Eheh, ... was steht da?
S: 7,5 plus 12.
I: Halt, bedenk die Stelle, bedenk das Komma, ne.
S: *(schreibt)*
I: Genau.
S: *(rechnet)* ... ,5.
I: Dann probier das mal aus, ob das passt.
S: *(schreibt)*
I: Kommt hin?
S: *(nickt)*
I: ... rückwärts, warum kann man aus minus plus machen?
S: *(nuschelt)*
I: Ist nicht ganz klar?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Du hast hier einen Startwert. ... Du hast in deinem Portmonee 19,5 Euro. Du nimmst 7,5 raus, es bleiben 12 übrig.
S: Ja.
I: Jetzt hast du in deinem Portmonee 12 Euro. Was musst du tun, damit du 19,5 da wieder drin hast?

S: 7,5 Euro rein tun.
I: Wieder rein tun, ne? Umgekehrt, also plus.
S: ...
I: ... OK. ein bisschen mal noch. Malaufgaben.
S: *(schreibt)*
I: Sicher? Wo kommt das Komma hin?
S: Ich habe eigentlich ...
I: Ahm. Wie viel Stellen haben wir hier, hinter dem Komma?
S: Bei 0,8 ...
I: Da ist auch eine, ja genau. ...
S: ...
I: ... hast dich da verschrieben. OK. ist in Ordnung.
S: *(rechnet und schreibt 0,06)*
I: OK. Warum nicht 0 Komma 6? ...
S: Weil zwei Stellen.
I: Völlig richtig. Gut, wir machen jetzt was anderes. Ahm. Was ist der Umfang von einer Figur?
S: Der Umfang.
I: Kannst du es jemandem erklären? Was der Umfang von einem Rechteck, Quadrat, Dreieck oder Kreis, was ist das?
S: Ahm.
I: Keine Formeln, ich möchte keine Formeln wissen. Du sollst es nur erklären. Vielleicht mit einem Beispiel.
S: Ahm, ein Beispiel. ... eine Wohnung und ... 100 Quadratmeter und ein Haus hat das Doppelte, hat 200 Quadratmeter.
I: Hmm.
S: Und der vom Haus ist größer, der Umfang.
I: Hmm. Halt, ich glaube, du bist bei was anderem gelandet. Quadratmeter ist ...
S: Fläche.
I: Steht für eine Fläche, genau. Was ist Umfang? Das war das andere, ne?
S: Ja genau.
I: ... Was ist der Umfang?
S: Ahm, die Höhe.
I: Nein, die Höhe hat nicht unbedingt was mit zu tun. Da kommst du auch wieder zur Fläche hin, ne?
S: Ja.
I: Was braucht man für den Umfang?
S: *(schweigt)*
I: Ich gebe dir mal ein Beispiel. Du hast eine Wiese, und auf dieser Wiese steht ein Schaf. Das Schaf soll nicht weglaufen. Was machst du?
S: Ein Zaun ...

I: Aha. Wie lang muss so ein Zaun sein? Wie kriegst du das raus?
S: ...
I: Ja ... dann nehmen wir ruhig die ganze Wiese. Wir zäunen die ganze Wiese ein. Es ist eine ausreichend große Wiese. Aber wie kriegst du raus, wie viel Meter Zaun du kaufen musst?
S: Berechnen.
I: Und was berechnest du dann?
S: Den Umfang berechnen.
I: Aha. Also was ist jetzt der Umfang?
S: Das was drum.
I: Das was außen drum herum ist.
S: Genau.
I: OK. Dann können wir uns ja noch mal so eine Aufgabe anschauen. Da siehst du den Grundriss von einem Zimmer, nee, gar nicht wahr, ist viel größer. Ist eine Weide, Zimmer kommt später. Ahm.
S: Das sind 83.
I: Hmm.
S: 20 und 132 zusammenrechnen.
I: Hmm, ja.
S: ...
I: Da fehlt noch was, ne? Das müssen wir auch einzäunen. Sonst läuft das Schaf weg.
S: *(nuschelt)*
I: Nein kriegen wir so raus. Wie könnte man das raus kriegen? Das Schöne ist, dass es ...
S: Wenn das 20 sind, ja, ungefähr 30 35.
I: Also schätzen ist nicht, weil diese Zeichnung könnte ganz falsch sein. Das ist nur eine Skizze.
S: Hmm.
I: Was aber stimmt, sind die Winkel. An was erinnert dich diese Figur?
S: An die ... Figur. Keine Ahnung.
I: Hmm. Ich gebe dir mal einen Tipp.
S: Ein Auto vielleicht.
I: Aha. Ich gebe dir erst mal einen Tipp, dann
S: Kann man besser rechnen.
I: ... Matheunterricht. Ein Rechteck.
S: Mhm.
I: Hilft dir das jetzt weiter?
S: Ja. Nee, nicht wirklich weiter. Das wäre das Doppelte und ...
I: Warum ist das das Doppelte?
S: Das ist ungefähr so gleich.

I: Ja, ungefähr ja. Aber das ist nicht das Doppelte. Aber was weißt du über diese Länge hier?
S: Das sind 20.
I: Nee, von hier bis da oben. Dieses Grüne.
S: Da weiß ich nicht genau bis da hin.
I: Nee, Sicher? Du hast mir gerade gesagt, das ist ein Rechteck.
S: Ja. *(nuschelt)*
I: Mhm. Die grüne da, ne?
S: Mhm.
I: So, dann können wir leichter raus finden
S: ...
I: Ja genau, richtig.
S: *(rechnet)* das sind dreihundert ...
I: Jetzt muss ich noch mal nachfragen. Du hast jetzt, glaube ich, das hier gerechnet und das da, was ich grün eingezeichnet habe und dieses hier.
S: Genau.
I: Aber das gehört dir doch gar nicht, dieses Stück hier. Das Stück geht doch da lang. Stört das?
S: Ja.
I: Ja? Was machen wir?
S: Ahm, 60, keine Ahnung.
I: Tipp. Du hast schon ganz richtig gerechnet, eigentlich. Ist schon in Ordnung. Wir schneiden den Zaun hier ab, nehmen das Stück raus und setzen es da hin. Meinst du, dass das gleich lang ist?
S: Ja.
I: Dann schneiden wir das Stück hier raus und setzten es da hin.
S: Hmm.
I: Passt das?
S: Ja.
I: Ändert sich was an der Länge des Zauns?
S: Ahm, Länge nicht.
I: Ist das Gleiche, ne. Wir haben das Stück nur umgesetzt.
S: Ja.
I: ... Grundstück eingezäunt. Kann man also berechnen, man muss das gar nicht unbedingt ausrechnen. Das kann man natürlich auch machen, ne.
S: Hmm.
I: Du kannst ja auch sagen, wenn das hier 60 Meter sind, das 20, dann sind das noch da? Bleibt nur ein Stück von 40 Metern übrig. Muss man aber gar nicht rechnen. OK. Wir machen was anderes. Da siehst du ein Zimmer. Das ist dieses dick umrandete und das hat Fliesen, da sind Fliesen ausgelegt. Wie viele Fliesen sind in diesem Zimmer ausgelegt?

S: *(überlegt)* 96 Fliesen und wie lang das Stück ist mitrechnen.
I: Ja. Aber das ist nicht dabei.
S: 96, also 90 Fliesen sind das.
I: Gut. Du hast sie nicht alle gezählt, du hast sie gerechnet und das hast du weggenommen das Stück, ne?
S: Ja, da habe ich 6 weggenommen.
I: Genau, ist völlig in Ordnung. Das kann man so machen. Da sind keine Fliesen mehr eingezeichnet. Ist ein sehr großer Raum. Ich möchte gern wissen, wie groß der eigentlich ist. Wie kriegen wir das jetzt raus?
S: *(überlegt und schreibt)*
I: Was machst jetzt?
S: Ahm, das alles ausrechnen. Den Umfang.
I: Aha.
S: Ahm, warte, hier.
I: Hab ich von Umfang gesprochen?
S: Eheh.
I: Da steht was anderes.
S: Fläche ja. *(nuschelt)*
I: Hat das was mit dem hier zu tun?
S: Ja, schon.
I: Da haben wir auch die Fläche bestimmt. 90 Fliesen sind der Flächeninhalt, hast du gesagt.
S: Mhm.
I: Nun haben wir hier keine Fliesen, sondern Meterangaben.
S: Hmm.
I: Ist das was anderes?
S: Ja, schon.
I: Ja?
S: Ahm, nee.
I: Was irritiert dich jetzt? Du siehst die Fliesen nicht.
S: Genau.
I: Irritiert dich das?
S: Ahm, ein bisschen.
I: Kannst du das einzeichnen?
S: Ahm, da kann ich ja dann 1000 ...
I: 1000 werden das nicht werden, das werden nicht so viele.
S: Ja, nee, aber ich kann das nicht so genau machen.
I: Könntest du denn das Ding hier zusammen schon gleich bestimmen? Weißt du eine Formel für dieses Gebilde?
S: Nein.
I: Ich auch nicht. Was können wir sinnvoller Weise machen?
S: Keine Ahnung.

I: Wir könnten Teile bestimmen. Wir können das ja unterteilen, in Formen, die wir kennen. Siehst du da Formen, die wir schon kennen?
S: Eheh. ... das
I: Aha. Mach das mal, zeichne mal ein. Siehst du jetzt Formen, die du kennst?
S: Ja, Rechteck.
I: Und noch ein Rechteck. Kannst du die Fläche von Rechtecken bestimmen?
S: Ja, das und das sind gleich lang.
I: Jaa, Vorsicht. Das hier unten sind 18 Meter insgesamt.
S: Hmm. Ja, ne. ... bis hier. – Das müsste ... die Hälfte sein.
I: Hmm. Kannst du das genau sagen, wie lang das hier ist, dieses Stück?
S: Wenn das 18 sind, dann müssten das 9 – 7. Ungefähr 7 sein.
I: Nee, kann man genau bestimmen. Weißt du, wie lang das Stück ist, hier?
S: Nein.
I: Warum? Das weißt du.
S: 7.
I: Aha. Weißt du jetzt, wie lang das Stück daneben ist?
S: Mhm, 11.
I: Aha. Gut, dann kannst du es dran schreiben.
S: *(schreibt)*
I: ... Gut, kriegst du jetzt die Fläche hin? Die Flächen von beiden Rechtecken.
S: Wie? Da auch?
I: Ich möchte wissen, wie groß das ist, das Rechteck.
S: Das sind dann ... hier unten sind es 8.
I: Ja. ... aber ... die Fläche. Rechne mal so eine Fläche aus. Denk an die Fliesen. Ich zeichne dir mal ein paar Fliesen ein hier. Das sind Fliesenreihen.
S: Hmm.
I: 8 Reihen. Das ist ... so wie hier. So, schau mal auf diese Reihen dort. Wie viel Fliesen sind das? Brauchst du nicht weiter zählen, ne. Steht übrigens hier. Das sind 8.
S: Das sind 7.
I: Genau.
S: 56.
I: Aha. Haben dir die Fliesen, ... hier geholfen?
S: Ja schon. Es geht viel leichter ... weiter zählen.
I: Ja. ... du brauchst doch gar nicht zählen, du hättest das da sofort gesehen.
S: ...
I: Das irritiert nur, weil das natürlich eine weiße Fläche da ist, ne.
S: Ja genau.
I: Gut. Soll ich da auch noch Fliesen einzeichnen?
S: Nein. 11 mal 3. – 33.
I: Gut. Wie groß ist die Fläche insgesamt?
S: 33. *(schreibt)*

I: Halt. 33 und die anderen waren 56, hast du gesagt, ne.
S: 89.
I: Was eigentlich, 89?
S: Meter.
I: Meter?
S: Hmm. Beim Umfang waren es Meter. Hier sagt man, glaube ich, nicht Meter. Das war irgendwas mit einer kleinen Zwei – Quadratmeter. Es geht um eine Fläche, ne. Was ist jetzt der Unterschied zwischen diesen beiden Aufgaben?
I: Eigentlich gar nix.
S: Eigentlich nix.
I: Aber das hat dich irritiert da.
S: Genau. Aber das hätte man vorher wissen können.
I: Hmm. Du kannst ja sagen, das sind einfach Fliesen, die einfach einen Meter lang sind jeweils.
S: Hmm.
I: Davon passen 8 Stück da hin und 7 Stück da hin. Ist es dann klarer?
S: Ja. Ja ist eigentlich dasselbe.
I: Ist dasselbe, aber man kann sich das leichter vorstellen, wenn da so ein Gitter drin ist, ne.
S: Ja genau. Geht leichter zu rechnen.
I: Ja, weil man es eher sieht. Aber bei dem hast du es nicht mehr eingezeichnet. Da ging es auch so.
S: Ging auch so.
I: OK. war schlimm?
S: Nee.
I: Nee, ging, ne? Mathematik ist doch nicht so schlimm, was? Witzig war es vielleicht nicht, aber ich hoffe es hat dir trotzdem ein bisschen gefallen.
S: Jaa.
I: Ich danke dir. Das war es.
S: Ahh.
I: Mach es gut, ne.
S: Tschüß.

B.9 Cornelius

Cornelius *(Schule 1; 04.09.02; 1. Stunde)*

I: Gut. Also fangen wir sofort an mit ein paar allgemeinen Fragen. Was fällt dir eigentlich ein, wenn du an Matheunterricht denkst?
S: Lauter Zahlen im Kopf.
I: Lauter Zahlen im Kopf?
S: Ja.

I: Ist das was Gutes oder nicht so Gutes? Hast du eher positive Gefühle oder negative?
S: Negative.
I: Negative, warum?
S: Weil ich ... eine Arbeit sehe, ist wie Black out.
I: Ja. Du guckst auf den Zettel und dann ist Schluss, ne.
S: *(nickt)*
I: Gibt es irgendwas in Matheunterricht,was du – mal abgesehen von Arbeiten – auch gerne machst?
S: Zuordnen.
I: Zuordnung, ja. Hmm. Und was machst du gar nicht gerne?
S: Division von Dezimalzahlen. Überhaupt Division.
I: Division, ja. Mhm. Erinnere dich mal an deine Grundschulzeit. Kannst du da mal zurückdenken?
S: Eh, ein bisschen schwer.
I: War schwer?
S: Ich sage, es ist schwer.
I: Ach das ist schwer, das Zurückdenken, OK. Vielleicht fällt dir trotzdem noch irgendwas ein. Hat dir damals Mathe gefallen oder eher nicht?
S: Ja. ...
I: Das war gut?
S: *(nickt)*
I: Hmm. Hast du da irgendwas besonders gerne gemacht oder irgendwas gar nicht so gern?
S: Addition, Subtraktion.
I: Das war gut.
S: Ja. ...
I: Aha, OK. Hat sich gehalten bis heute, ja. Meinst du, dass diese Leistung oder diese Einschätzung von Mathematik von deinen Lehrern abhängen? Was ... ob du dadurch besser oder schlechter wirst? Ja?
S: Kann sein. Ein bisschen aber nur.
I: Ein bisschen.
S: Ja.
I: Aha. Also du meinst, es liegt auch an dir einiges?
S: *(nickt)*
I: Ah ja. Hast du Verbesserungsvorschläge, was man im Matheunterricht anders machen sollte, damit es dir besser gefällt?
S: Gar kein Matheunterricht. Das wäre Klasse.
I: Ja, ja. Na gut.
S: Eigentlich nicht.

I: Eigentlich nicht. Gut. Dann gucken wir uns mal noch ein paar Aufgaben an. Ist nix Wildes erst mal, nachher vielleicht ein bisschen. … kommen wir zur Zuordnung, was du gerne machst. Ahm, da oben sind so Zahlen. Die sind alle unterschiedlich groß. Ich möchte dich bitten, die der Größe nach zu ordnen, bei der Kleinsten angefangen. Die Kleinste schreibst du da rein dann, die nächst größte und da hinten kommt die größte Zahl rein.
S: Ah ja, OK.
I: Klar, ne?
S: Also eigentlich check ich ja auch das als zwei.
I: Ja, hier schreiben wir die Zahlen da rein. Es ist besser, wenn sie in eine Reihenfolge gehören, sonst muss man wieder gucken, welche war denn … eigentlich welche Zahl.
S: Also von der kleinen zur großen, ne?
I: Genau.
S: *(schreibt)* Ahm, na ja, OK. So.
I: Aha.
S: Jaa.
I: Man muss sie erst mal alle sehen, ne.
S: Haha. So.
I: OK. Schön. War nicht so schlimm, ne?
S: Nee.
I: Das Gleiche kommt jetzt noch mal, nur mit anderen Zahlen. Hier kommen Kommazahlen.
S: Ahm.
I: Hier auch wieder bei der Kleinsten anfangen. Die kommt vorne rein, dann die anderen Zahlen dahinter.
S: Gut. *(schreibt)* …
I: Warum? Gefällt dir die Reihe nicht?
S: Nee.
I: Bedenken, dass das nicht richtig sein könnte?
S: Ja, ich würde …
I: Die beiden tauschen?
S: *(nickt)*
I: Bei den Vorderen, die sind richtig?
S: Ich denke, ist nicht ganz so richtig. Ich probiere mal.
I: Probier mal.
S: *(schreibt)*
I: Bist du dir sicher, dass das so richtig ist dann?
S: *(schweigt)*
I: Du scheinst dir ja immer noch nicht ganz sicher zu sein. Ich mache dir mal einen Vorschlag. Nimm mal, einmal diese Zahl, hier vorne da. Die scheint ja kleiner zu sein, die hast du als erstes hingeschrieben. Bist du dir da sicher?

S: *(nickt)*
I: Warum? Kannst du es erklären?
S: 6 steht als erstes.
I: Eine 6 steht vorne, ist kleiner als die 7.
S: Ja.
I: Sehe ich ein. Gut, die anderen haben alle eine 7 vorne und die müssen wir jetzt in die richtige Reihenfolge bringen. Nimm mal die 4 Zahlen, die eine 7 vorne haben und schreib die hier untereinander.
S: *(schreibt)*
I: Jetzt guck sie dir mal an. Fällt dir schon was auf?
S: Die haben alle eine 7, haha.
I: Jaa, OK. Fällt dir noch was auf?
S: *(schweigt) (undeutlich)*
I: Ja. Sagt dir das was über die Größe dieser Zahlen?
S: Ja, also wenn ich jetzt raten würde, dann würde ich ja sagen, dass die da als zweites kommt.
I: In der ganzen Reihe?
S: *(nickt)* Hmm. Die als dritte, die als vierte und die als fünfte.
I: Hmm, aha. Du meinst, das ist jetzt geraten. Ist für dich noch nicht ganz klar.
S: ...
I: Weil das ist ja was anderes als du vorhin gesagt hast.
S: Ja.
I: Ja?
S: Na gut. Also ich würde mal sagen, die Zahlen vor dem Komma sind ja alle 7.
I: Ja.
S: Nach dem Komma beginnt dann die da mit Null.
I: Ja.
S: Und die Null ist halt kleiner als die 4 und die 4 ist ja kleiner als die 5.
I: Ja. Das ist in Ordnung.
S: Daher denke ich, dass das so richtig ist.
I: Das ist eine gute Begründung. So, jetzt hast du aber zwei Zahlen mit einer 4 an der Stelle hinter dem ...
S: ... hab ich ja grad erzählt, die 5 ... also hier ist keine Zahl.
I: Jaa.
S: Und hier ist halt die 5, also muss diese Zahl größer sein als die.
I: Aha. Ist eine gute Erklärung. Fühlst du dich sicherer damit?
S: Ja.
I: Finde ich auch. Es ist einfach eine gute Reihenfolge.
S: Es ist eben richtig.

I: Das musst du dir beantworten, ob das richtig ist, ob du dich sicherer fühlst damit. Die Erklärung finde ich gut.
S: Ja?
I: Ahm. Denn du hast eben schon richtig gesagt, an der Stelle steht ja gar keine Zahl mehr. Mit Komma oder bei Kommazahlen darfst du Nullen anfügen, wo nichts mehr ist. Hilft dir das weiter?
S: *(undeutlich)*
I: Ja? Mach doch mal. Guck mal, wie viele Nullen du anfügen möchtest, ich weiß nicht wie viele du brauchst, ne.
S: *(schreibt und nuschelt)* Jetzt täuscht das wieder.
I: Jetzt täuscht das wieder. ... nicht täuschen? Du hast ja Nullen angefügt, Nullen sind ja hinten dran gar nix, hinter dem Komma, ne. Du kannst auch weniger Nullen anfügen. Noch mal ein Tipp, guck mal so oder so *(zeigt)* Fällt dir jetzt was auf?
S: Ja also, jetzt dieser, die Zahl kommt als erstes.
I: Jaa.
S: Dann kommt die, dann die. ...
I: Hast du gerade auch schon was dazu gesagt. Wird es deutlicher oder?
S: Deutlicher.
I: Aha. Warum?
S: Weil ...
I: Ja genau, jetzt sind die Zahlen alle gleich lang. Da täuscht nichts mehr, weil die vielleicht weniger Stellen haben, ne. Ich glaube, du warst vorhin so ein bisschen irritiert, dass diese Zahl so lang war, ne? Dieses Komma Null sechs sieben. War mein Eindruck.
S: Ja.
I: ... aber das ist das gleiche Ergebnis wie eben. Fühlst du dich sicher damit?
S: *(nickt)*
I: Gut. Dann schreib das mal da drunter. Die Reihe da drunter haben wir Platz genug.
S: *(nuschelt und schreibt)*
I: Ja. Sonst guck hin da, da stand das ja ganz ordentlich.
S: Jetzt ...
I: Ja, ja. Ich hab die ja auch weggelassen.
S: *(schreibt)* Ja, so.
I: Sieht gut aus. Toll, OK. Dann können wir weiter machen. Da kommt noch eine Aufgabe, da steht rechne schriftlich. Was heißt schriftlich rechnen?
S: Untereinander.
I: Genau, untereinander rechnen. ... plus. ... Kommazahlen.
S: Ja.
I: Abschreiben brauchst du nicht, kannst gleich untereinander rechnen. ...
S: Jetzt schreibe ich es da.

I: OK. Hab ich ja schon geschrieben.
S: Ja, ist egal. *(schreibt)*
I: Was machst du jetzt?
S: Jetzt schreibe ich es untereinander.
I: Was rechnest du für eine Rechenart?
S: 6 plus 6 ...
I: Ahh. OK. Hmm.
S: Ja.
I: Macht Ihr das immer so?
S: Ich zumindest.
I: Gut.
S: War bisher eigentlich immer richtig, außer ich hab keine Lust das richtig hinzuschreiben.
I: Ja.
S: So *(rechnet und nuschelt)* ...
I: Ja?
S: Das wundert mich. OK. Jetzt habe ich es schon wieder vergessen. So ein Mist, das ist wie ein Blackout.
I: Ja, gut. Das ist keine Arbeit, ne. Mach das ganz in Ruhe. Was mich nur ein bisschen wundert, ist, dass du das so, wie du es grad rechnest. Du rechnest plus, ja?
S: Ja.
I: Guck noch mal.
S: Ja, plus.
I: Ja. Mich wundert, wie du es aufgeschrieben hast. Du hast eben was gesagt von untereinander.
S: Ahh, sag ich doch. Bin ganz durcheinander.
I: Macht nichts. Ist nichts Schlimmes. Das hast du durcheinander geschmissen, ne. Was hast du gedacht?
S: Ja, ja. Ist richtig.
I: Ja?
S: So ein Scheiß.
I: An mal hast du gedacht, ne?
S: Ja.
I: Dann wird es kompliziert. Das sind natürlich gemeine Zahlen um damit mal zu rechnen.
S: Das hab ich mir ja fast gedacht, dass ich da was falsch gemacht habe.
I: OK. Noch mal. Ganz in Ruhe. Wie war das mit plus? Du hast eben selber schon gesagt untereinander rechnen, ne?
S: Ja, ja. So.
I: Das kann man auch untereinander rechnen, aber da stehen die Zahlen erst mal nebeneinander, ne.

S: Ja ...
I: Wie ist das bei plus?
S: OK. Ich mach es richtig
I: Ja. Aber Platz ... den Zettel, da ist ...
S: *(schreibt)* So.
I: Das gefällt mir besser. Sieht ganz anders aus, ne.
S: Ja, ne.
I: Man muss sich die 59 auch nicht merken.
S: Ja genau.
I: Eine Frage, bevor du rechnest. Warum hast du die 59 da hingeschrieben und nicht da hinten hin?
S: Ja, weil das mit Komma.
I: Ist kein Komma.
S: Es heißt ja nicht Null Komma Null.
I: Ist völlig in Ordnung.
S: Ja.
I: Ganz genau. Da hattet ... Platz.
S: *(nuschelt und rechnet)*
I: ... so?
S: Nein.
I: Nein? Was fehlt noch?
S: Komma. Das Komma.
I: Wie kommst du ...? Wie hast du es gemacht?
S: Nee. *(nuschelt)*
I: War bei plus oder bei mal so? Kommastellen zählen?
S: *(überlegt)* ...
I: Nee. Du hast Recht. Genau gesagt, du hast sie extra schon so hingeschrieben, dass hier das Komma untereinander steht. Da ist kein Komma, hast du gesagt. Da könnte man sagen 59 Komma 0
S: Ach deswegen kommt das Komma dahin.
I: ...
S: ...
I: Genau.
S: Alles klar. Jetzt steht da nix.
I: OK. Jetzt steht da nix. In Ordnung. So sieht es gut aus. Das vergessen wir. *(zeigt)*
S: Gut.
I: Da sind Lückenaufgaben. Eine ganz leichte zu Beginn.
S: *(schreibt)*
I: Denk noch mal drüber nach. ...
S: Eh ... irgendwie ...
I: Macht nichts. Das war wahrscheinlich zu leicht.

S: Ja. *(schreibt und überlegt)* Tja.
I: Was stört dich?
S: Das da.
I: Stört dich das, dass das in der Mitte steht, das Kästchen?
S: Ja.
I: Gut, das kann man ändern. Man kann diese Aufgabe umstellen, so dass das Kästchen hinten steht.
S: *(undeutlich)*
I: Aber das ist mit Kommas. Also schon ein bisschen gemein.
S: *(überlegt und schreibt)*
I: Das rechnest du jetzt noch mal nach. Von vorne, ne.
S: Na ja, gut.
I: Was?
S: Nein.
I: Nein?
S: Ich würde sagen, da kommt ...
I: Ja stimmt. Wie viel hast du da zu viel?
S: Ein bisschen mehr.
I: Jaa. Hast ein bisschen zu viel dazu getan, ne?
S: *(überlegt und schreibt)* stimmt es?
I: Das stimmt. Ist völlig in Ordnung.
S: Kann man lesen?
I: Das kann man lesen, ist in Ordnung. Gut.
S: *(überlegt)* Das ist schon ein bisschen schwerer.
I: Wieder ein Loch in der Mitte. Kannst du die Aufgabe so umstellen, dass das Loch hinten steht? Ich schreib dir das mal auf hier. Du hast zwei Zahlen. Die kann man hier hinschreiben, da. Da eine, dazwischen kommt irgendwie ein Rechenzeichen, plus, minus, mal, geteilt. Dann werden wir gucken, ob das stimmt. Gleich das. Dann musst du dein Kästchen dort füllen, ... Kann man die so umstellen?
S: *(schweigt)* Tja ...
I: Das probierst du wahrscheinlich, ne.
S: Ja, ja.
I: Du kannst natürlich probieren. Kannst sagen 6,4 – 5 ist 3,6. Nee stimmt nicht, ne? Du kannst probieren, aber zu lange probieren. Wenn du das so hättest, als Aufgabe und du das ausrechnest, kriegst du das Ergebnis. Dann kannst du es da rein schreiben. Wie können wir die umstellen, diese Zahlen?
S: *(schweigt)*
I: Probier das noch mal aus. Setz die Zahl da mal rein. Dann gucken wir mal, was du da rein schreibst, plus oder minus.
S: Eigentlich *(nuschelt)*
I: Jaa. Hier.

S: Ja, ja. Klar. *(schreibt)*
I: Jetzt müssen wir wissen, was du rechnest, plus, minus, mal, geteilt.
S: Tja. *(schweigt)* plus.
I: Mach mal. Probier mal. Wir können das ja mal testen, ne. Probier mal, ob das in der ... passt.
S: *(schreibt und nuschelt)*
I: Hmm. ... Jetzt guck dir noch mal die Aufgabe an und wenn du da 10 einsetzt. Stimmt das dann?
S: Tja, könnte sein.
I: 6,4 plus 10
S: Ich denke schon, dass das stimmt.
I: Probier das mal aus. 6,4 plus 10
S: Schreibe ich erst mal da. *(schreibt)* Mhm, ich denke schon.
I: Nee. Was rechnest du denn da jetzt hier?
S: Ich denke nur nach.
I: 6,4 minus 10, kannst du das rechnen?
S: Ja irgendwie geht das schon.
I: Irgendwie schon.
S: *(nuschelt)* Das klingt zwar blöd, aber ...
I: Ich gebe dir mal einen Tipp, 6 minus 10, Komma 4 ruhig weglassen. 6 minus 10
S: Ja 4.
I: Sicher? 6 minus 10, geht das?
S: Also ahhh, sag ich ja, das ist scheiße. Ehh ...
I: Brauchst du nicht zu sein. Es gibt keine Note ... Das ist nichts Schlimmes.
S: Also das geht schon mal nicht, würde ich sagen.
I: Geht nicht. Also muss da irgendein Haken dabei sein. Dann stimmt das hier oben wahrscheinlich nicht, da ist das Ergebnis nicht richtig.
S: Ja. ...
I: Hmm. Macht das was aus, wenn du wieder plus rechnest? Wenn du die wieder umdrehst und ein Plus dazwischen schreibst? Macht das was aus? Ändert das was an der 10?
S: Nee.
I: Nee, gut. Dreh die trotzdem mal um und mach kein plus dazwischen.
S: *(schreibt)*
I: Was rechnest du dazwischen? Nicht plus, hatten wir eben schon.
S: Nee, das ist richtig. OK.
I: Was ...
S: *(schweigt)*
I: Also mal und geteilt geht wohl auch nicht. Hier geht es ja um minus, ne?
S: Ja, ja.
I: Probier das mal.

S: *(schreibt und nuschelt)* Also ich würde sagen, ich rechne 6 minus 3 das sind 3 … 6, das geht ja nicht.
I: Eben, ja.
S: … das geht ja auch nicht.
I: Kannst du untereinander rechnen?
S: Ja, ich probier es mal.
I: Probier mal.
S: *(schreibt)*
I: Das könnte gehen, ne.
S: So.
I: Hmm.
S: Das sind 8.
I: Ich dachte, das geht nicht.
S: Ja. … geht alles.
I: Aha.
S: *(rechnet)*
I: Kommt doch was raus.
S: Hmm.
I: OK. Setz das mal da rein und probier noch mal, ob das passt. Denk noch mal drüber nach.
S: *(überlegt)* …
I: Kommt dir ganz gut vor?
S: Ja.
I: OK. Kann man also so machen. Man kann so eine Gleichung umstellen. So wie du es hier gemacht hast. Dann kann man einfach ein Ergebnis ausrechnen.
S: …
I: Kann man.
S: Also das geht schon mal. Gut.
I: Gut. Die letzte dort, in dem Pack.
S: Das steht schon mal wieder untereinander, nicht …
I: Stopp. Wie war das mit dem Komma untereinander? Wo ist das Komma bei der …?
S: Gar keins.
I: Aha. Kannst du eins hinschreiben?
S: Vielleicht schreibt man das dann so.
I: Jaa. Was rechnest du – minus oder plus?
S: Minus *(undeutlich)* Das muss nicht stimmen.
I: Nee, gut.
S: Ahm. *(schreibt und überlegt)*
I: … das?
S: *(schweigt)* Ich überlege gerade, ob da noch eine Zahl hinter kommt oder nicht. *(nuschelt)*

I: Hmm.
S: Tja, dann.
I: Dann?
S: Müsste das gehen.
I: Kommt hin?
S: Ja.
I: Gut. Brauchst dich nicht länger rum ärgern. Wir gucken uns die nächste Aufgabe an. Zwei Aufgaben noch mit mal. OK.
S: *(schreibt)* 2.
I: Hmm. OK.
S: *(schreibt)* So.
I: Sicher?
S: Nee.
I: Nee?
S: Aber doch, eigentlich schon. ...
I: Mach noch mal so. Vielleicht kommst du dann drauf.
S: Ja.
I: Aha. Ist was anderes jetzt, ne?
S: Ja. Wusste ich doch, dass da was gefehlt hat.
I: Aha. OK. Ich lege mal diese Zahlen weg. Wir machen jetzt was anderes.
S: Ach du Scheiße.
I: Nur ein Teil. Wir machen nur was anderes. Ein bisschen Zeit haben wir noch. Kannst du mir erklären, was der Umfang von einer Figur ist? Irgendjemand weiß das nicht und dem sollst du das erklären.
S: Ich habe es grad vergessen.
I: Grad vergessen? Gut, ... eine Figur hier vor *(zeichnet)*. Was ist der Umfang von solch einer Figur?
S: Das da.
I: Das. OK. Kannst du dir irgendwie ein Beispiel aus der Umwelt zu dem vorstellen, wo man so was gebrauchen könnte? Wo man wissen muss, wie lang der Umfang bei etwas ist?
S: Haus.
I: Haus? Jaa, etwas konkreter, was genau?
S: ...
I: Jaa. Was? Wozu müsste er den Umfang wissen? Wenn du mal nach oben sollst oder?
S: Ja, also damit ich das weiß, uff.
I: Es fällt dir kein Beispiel so ein?
S: Nee.
I: Gut. Ich mache dir mal ein Vorschlag. Ahm, du hast eine große Wiese. Die hat vielleicht so eine Form, die sieht vielleicht anders aus, egal. Stell dir einfach eine Wiese vor.

S: . . .
I: Nein. Da ist ein Schaf drauf, auf der Wiese und kein Haus. Und dieses Schaf soll nicht weglaufen. Was kannst du tun?
S: Ein Zaun drum.
I: Aha. Wie lang muss so ein Zaun sein?
S: Das sollte man dann ausrechnen.
I: Dann sollte man das ausrechnen. OK. Das machen wir jetzt. Da siehst du ein Grundstück.
S: Ja, genau.
I: Ja, genau. Ein Grundstück und da stehen ein paar Zahlen dran. Auch das Grundstück soll eingezäunt werden. Und die Frage lautet, wie lang muss der Zaun sein?
S: . . .
I: Jaa. So lang ist das gar nicht her.
S: Schon wieder vergessen.
I: Ja, das war vor den Sommerferien, ne?
S: Na ja. . . . vergessen.
I: Hmm, hmm. Gut, dann müssen wir uns das angucken. Wie können wir das raus kriegen? Wie lang muss der Zaun sein?
S: OK. . . . *(überlegt)*
I: Wo fängst du an?
S: Tja, ich würde sagen, ich rechne das alles plus.
I: Ja.
S: Alles drum.
I: Weil der Zaun steht auf diesem schwarzen Strich hier, im Prinzip, also an der Wiese, ne.
S: Hmm.
I: Da brauchen wir für dieses Stück hier, wie viel Zaun?
S: Ja, 83.
I: Genau. Und für das hier?
S: 60. Und hier 132.
I: Aha. Ja, und dann? . . . das hast du gerade gesagt *(zeigt)* so.
S: Aber da fehlt noch was.
I: Da fehlt noch was. Das Schaf kann noch weglaufen.
S: . . . 20 . . .
I: Brauchen wir 20 Meter mehr. Meinst du, wir kommen mit 20 Meter hin?
S: Ahm, also.
I: Können wir das raus kriegen, wie viel wir noch brauchen?
S: Uff. . . .
I: Nicht so viel nachdenken, wie Ihr das damals gerechnet habt. Das können wir jetzt auch raus kriegen.
S: Ahm.

I: Ahm. Fällt dir was auf an dieser Figur? … irgendwo sehen kannst, wie lang das ist?
S: Ja, natürlich. Da also …
I: Jaa. Das kann man machen.
S: Und dann … 60.
I: Ja.
S: So.
I: Mach mal.
S: OK. *(schreibt)*
I: OK.
S: …
I: Das macht nix. Das ist nur eine Skizze. Das sind 60, hast du gesagt. Wie hilft uns das jetzt?
S: … werden da auch 60 gebraucht.
I: Richtig, genau. So. Jetzt haben wir nur noch ein Problem. Das Stück von der Wiese gehört uns nicht.
S: Schenken wir dem …
I: Haha. Nein, das geht nicht. Er möchte ja nicht, dass der Zaun da steht. Er möchte, dass der Zaun da steht. Das ist ein Problem.
S: *(nuschelt)*
I: Was würdest du machen?
S: *(schweigt)* Tja. Da würde ich. … nicht so viel.
I: Dein Vorschlag war OK.
S: Dann ziehen wir … nach, so hoch.
I: An Stelle von hier, da.
S: Ja, ja.
I: Ist das das Gleiche?
S: Ja natürlich.
I: Ja?
S: Ja.
I: Dann können wir das doch so machen.
S: Ja.
I: OK. Wie viel Zaun brauchen wir?
S: *(nuschelt)*
I: Kannst du auch schriftlich rechnen. Musst du nicht mit dem Kopf machen.
S: … *(schreibt)*
I: Wie du möchtest.
S: OK. *(schreibt)* 384.
I: Hervorragend. Soviel Zaun brauchen wir. War doch gar nicht so schwierig.
S: Quadratmeter. Versteht sich.
I: Vorsicht. Wird Zaun in Quadratmetern angegeben?
S: Weiß ich nicht.

I: Wie weißt du nicht? Was gibt Quadratmeter an?
S: Quadrat.
I: Aha. Ist das ein Quadrat?
S: *(schweigt)*
I: Quadratmeter gibt eine Fläche an und das ist keine Fläche. Du hast einen Zaun und der ist lang, 384 Meter lang. OK. Gut.
S: ... fertig.
I: Gut gelöst. War doch gar nicht so schwierig. Dann brauchst du dich nämlich gar nicht groß zu erinnern, wie Ihr das damals gemacht habt. Haben wir so raus gekriegt.
S: *(nickt)*
I: Da siehst du ein Zimmer, einen Grundriss von einem Zimmer. Das ist dieses dick umrandete. Und in diesem Zimmer sind Fliesen gelegt. Wie viele Fliesen liegen in diesem Zimmer?
S: Eh, eh. Tja, das ...
I: Gut, wir müssen uns annähern. Wie kriegen wir das raus?
S: Also, wenn das da die Fliesen sein sollen, dann ...
I: Hmm. Genau, die Kästchen da sind die Fliesen.
S: Dann zählt man die halt.
I: Dann zähl mal. Musst du alle zählen?
S: Nö.
I: Nee?
S: Ich zähl das mal. *(zählt)* ...
I: Wieso? Warum ist das Quatsch?
S: ... *(schweigt)* bis dahin sind es 30.
I: Das sind 30? Warum?
S: *(nuschelt)*
I: Du musst mir noch sagen warum.
S: Na ja, ich hab jetzt gezählt bis dahin. ... fünf sechs.
I: Jaa.
S: ... na ja und ... sind halt 30.
I: Jaa. 6 mal 6. Das sind 6 und das sind 6. 3 mal 6,4 mal 6, 5 mal 6, 6 mal 6 sind 36.
S: Ja, ja.
I: Was machst du mit diesem hier?
S: ... Tipp ...
I: Nein. ...
S: Ahm. Das sind auch noch mal 6 ... 36, sind 70, Quatsch 72.
I: Hmm.
S: So.
I: Jetzt hast du auch diese 6, diese hier, ne. OK. Was fehlt uns noch?
S: Und dann die da.

I: Hmm.
S: Das sind dann … *(nuschelt und rechnet)*
I: Ja, und jetzt noch diese 18 dazu.
S: So, das sind 90.
I: Ja. Was war daran so schwierig.
S: Gar nix. Ich habe sie doch gezählt.
I: Ging doch. Genau, hast du dir aufgeteilt, ne?
S: Ja.
I: OK. … kannst du mir nur kurz sagen. Was ist hier anders? Da geht es auch um die Fläche, das wollen wir jetzt gar nicht groß berechnen. Stört dich daran was? Oder ist das so was ähnliches wie das hier?
S: Ja, so was ähnliches wie da oben.
I: Ja, wie könnte man das berechnen?
S: Ahm. Ja, genauso wie da oben, ne. Also man nimmt das so … die 8 dazu.
I: Hmm.
S: Dann sind das hier 8 und das sind 18.
I: Hmm.
S: Und das sind 16 und dann halt …
I: Gut. Können wir machen. Ich möchte noch eine andere Aufgabe dir stellen.
S: Ist klar. Gut.
I: Kannst du dir noch mal angucken. Lies mal vor.
S: Ein Schulchor mit 10 Schülern braucht für ein Lied 5 Minuten. Wie lange braucht ein anderer Chor mit 20 Schülern? Na ja, also das ist nun praktisch die Hälfte, ne. 10 also 20, 10 sind die Hälfte.
I: Jaa, hmm.
S: 2 Komma 5 ist ja dann auch die Hälfte.
I: Hmm.
S: Also …
I: Kannst du Eier kochen?
S: He? Ja, ich koche Eier.
I: Wenn du ein Ei hart kochst, wie lange braucht das?
S: Ich weiß nicht. Ich hab einen Eierkocher.
I: Aha, aha. Gut, wie lange dauert es ungefähr?
S: zwei, drei Minuten.
I: Wie lange dauert es, wenn du zwei Eier in den Eierkocher tust? Dauert es länger?
S: Jaa.
I: Ja? Wenn du 3 Eier rein tust, braucht er dann länger?
S: … Eierkocher … zumindest.
I: Aha. … auch nicht?
S: Ja, das weiß ich nicht.
I: Ach so. Beim Eierkocher nicht, sagst du. Warum nicht?

S: Ja, weil da die gleiche Hitze ist.
I: Kochen gleichzeitig
S: Ja.
I: Wie ist denn das da bei dem Chor? Wenn du dieses Lied singst da. Wie lange brauchst du denn dafür?
S: Ja, ich weiß es ja nicht, was das für ein Lied ist.
I: Meinst du, der Chor mit 10 Schülern braucht länger dafür?
S: Na ja, ... Na, eigentlich auch nicht ...
I: Wenn das ein Chor ist mit 100 Sängern ... *(es klingelt, laut)*
S: *(undeutlich)*
I: Das ist was anderes, OK.
S: Da ist was anderes.
I: Gemein, ne? Ich wollte dich ein bisschen in die Irre führen mit dieser Aufgabe. Also genau lesen, was da steht.
S: Ja.
I: Es geht nicht immer ums rechnen, wenn es um Mathe geht. Nicht alles kann man berechnen. Danke Cornelius.
S: Bitte.
I: Das war alles. War es schlimm?
S: Nein.

B.10 Silke

Silke *(Schule 1; 04.09.02; 2. Stunde)*

S: ... beim Rechnen.
I: Rechnen. Ist das was Gutes für dich, oder was nicht so Gutes? Fällt dir was Gutes ein?
S: Eigentlich nicht.
I: Nichts Gutes. Fällt dir was Schlechtes ein, was dir gar nicht gut gefällt?
S: – Hmmm
I: Oder was du gar nicht gerne magst im Matheunterricht?
S: Bruchrechnung!
I: Bruchrechnung magst du nicht?
S: Nee.
I: Gibt es irgend etwas was du doch ganz gerne machst?
S: – Hmmm
I: Nichts Spezielles?
S: Nee.
I: Denk mal zurück an deine Grundschulzeit. Kannst du dich an den Matheunterricht erinnern?
S: Ja.

I: War das da besser?
S: Ja schon.
I: Hat dir da was gefallen oder gab es auch da schon was, was dir nicht gefallen hat?
S: Plus und minus Rechnung, also untereinander.
I: Hat dir gefallen?
S: Ja.
I: Und was hat dir nicht gefallen, gab es da auch schon was?
S: Gar nichts.
I: Da gab es auch noch keine Bruchrechnung, ne? Gut. Meinst du, dass Matheunterricht von deinen Lehrern abhängt? Wie du da bist, ob dir das gefällt?
S: Ja, so unserer ist eigentlich ganz nett.
I: Ist in Ordnung?
S: Ja.
I: Und gefällt dir. Du hast ja schon andere Lehrer gehabt, war das da besser oder nicht so gut?
S: Ne. Ging eigentlich auch.
I: Ging auch. Hast du Verbesserungsvorschläge für Matheunterricht? Was würdest du anders machen wollen?
S: *(Pause)*
I: Weißt nichts? Fällt dir so nichts ein? Macht nichts, ist nicht schlimm. Gut, wir gucken uns ein paar Aufgaben an. Ich decke die anderen Aufgaben einmal zu, dann lenkt uns das nicht ab. Ich hab hier ein paar Zahlen, die sind unterschiedlich groß. Du sollst sie der Reihenfolge nach ordnen und zwar von klein nach groß. Du fängst mit der kleinsten Zahl an, die schreibst du darein, die nächst größere Zahl darein und die Größte kommt da ganz hinten.
S: *(löst Aufgabe)*
I: Gut. War es schwierig?
S: Nee.
I: Nee, ne. Gut. Machen wir es ein bisschen schwieriger. Das gleiche Prinzip wieder, bloß sind das jetzt Zahlen mit Komma. Auch wieder bei der Kleinsten anfangen und dann der Reihe nach.
S: *(löst Aufgabe)*
I: Bist du dir sicher?
S: Ja.
I: Ja? Meinst du das ist die richtige Reihenfolge? Ich gebe dir mal einen Tipp. Schreib diese Zahlen hier noch einmal hin, untereinander.
S: *(schreibt)*
I: Fällt dir was auf?
S: Die Zahl ist größer als die anderen.
I: Die hier?
S: Ja.

I: Ja, warum? Was ist bei einer Zahl hinter dem Komma? Das ist ein Bruchteil, ne? Stücke von einer ganzen Zahl. Da nehmen wir die mal weg, diese Stücke dahinter. Guck die mal nur die Zahlen vor dem Komma an. Welches ist die kleinste Zahl?
S: Die sechs.
I: Das ist doch nicht die Größte, ne. Und das ist wohl schon die kleinste Zahl, das hast du schon ganz richtig erkannt, steht da auch schon. Aber bei diesen Zahlen muss man noch mal genau hingucken. Welche ist davon die Kleinste?
S: Diese?
I: Warum könnte das kleiner sein, was ist davon kleiner?
S: Wegen Null.
I: Wo ist da eine Null?
S: Hinter dem Komma.
I: Genau hinter dem Komma. Und bei den anderen Zahlen?
S: Nicht.
I: Da ist nicht, keine Null. Was heißt das, ist die kleiner oder größer?
S: Kleiner.
I: Ja. Und die anderen zwei?
S: *(Pause)*
I: Was stört dich an diesen Zahlen? Gibt es da was, was dich stört? Die sind unterschiedlich lang diese Zahlen. Die hier ist ganz lang, die hier ist etwas kürzer und das sind drei ganz kurze Zahlen. Stört das?
S: Ja.
I: Bisschen komisch ne, kann man so schlecht vergleichen. Ich gebe dir einen Tipp. Man kann an Zahlen, die ein Komma haben hinten Nullen anhängen. So etwas habt ihr bestimmt mal gemacht.
S: Ja.
I: Hilft dir das weiter?
S: Ja.
I: Mach doch mal. Okay, was fällt dir auf?
S: Die ist kleiner.
I: Als welche?
S: Als die.
I: Ja. Welche Zahl kommt dann?
S: Die. Dann die und die.
I: Aha. Sieht anders aus als vorhin, ne, als du vorhin gedacht hast. Bist du dir sicher, dass das stimmt?
S: Ja.
I: Ja. Vielleicht bist du dir noch sicherer, wenn ich das vorne mal zudecke. Sieht man kein Komma mehr, sieht man die Zahlen vorn nicht mehr. Sieh dir die Zahlen mal an, nimm die hier oben mal weg. Stimmt deine Reihenfolge jetzt wie du sie …

S: Nee!
I: . . . dir eben ausgedacht hast? Was du eben jetzt zum Schluss gesagt hast. Dann hast du gesagt das ist die Kleinste, dann die, dann die, dann die.
S: Ja.
I: Passt das?
S: Ja.
I: Passt, ne. Gut. Dann trag die mal da rüber, wir haben ja noch Platz da drunter, nimm mal da drunter die Reihe. Halt, mit der warst du schon angefangen, das stimmt ja schon.
S: Ach so.
I: Die war ja schon richtig. Mach mal aus der Ersten noch mal eine sechs Komma sieben, dann stimmt die Reihe auch. Na gut. Gefällt dir die Reihe jetzt besser?
S: Ja.
I: Ja? Und du meinst, das stimmt so? Haben wir ja da gesehen, ne. Da kann man das ja besser sehen als in der Reihe. Okay. Nächste Aufgaben, da steht rechne schriftlich. Auch wieder Kommazahlen. Was heißt schriftlich rechnen?
S: Untereinander.
I: Genau. Untereinander. Und das sollst du jetzt mal machen. Stopp, bevor du losrechnest möchte ich dich noch mal was fragen. Du hast diese Zahlen so komisch untereinander geschrieben, worauf hast du da geachtet? Die ersten Beiden.
S: Auf das Komma.
I: Was passiert mit dem Komma? Was hast du dabei beachtet?
S: *(Pause)*
I: Die stehen untereinander.
S: Ja.
I: Meinst du das mit beachten? Also, dass du sagst, das Komma? Hättest du ja auch anders schreiben können, jetzt steht es schön untereinander. Okay. Was ist mit der Neunundfünfzig dort? Kannst du die Neunundfünfzig auch mit einem Komma schreiben?
S: Ja.
I: Ja? Mach mal. Ist das das gleiche wie Neunundfünfzig, wie hier? Ja, ne.
S: Ja.
I: So, stimmt dann die Stelle, wo du die Neunundfünfzig hingeschrieben hast?
S: Nee, hier.
I: Aha. Ist was anderes, ne. Und dann wird auch das Ergebnis anders. Okay, jetzt darfst du rechnen.
S: *rechnet*

I: Sehr schön, das ist richtig. Das wäre was anderes geworden, wenn du die Neunundfünfzig nach hinten geschoben hättest, ne. Wäre das viel weniger. Gut. Okay. Jetzt kommen noch ein paar Aufgaben die wir können. Fängt ganz leicht an.
S: *(rechnet)*
I: Überprüf die letzte Aufgabe noch mal.
S: *(rechnet)*
I: Stimmt das? Neunzehn minus sieben Komma fünf gleich zwölf?
S: *(rechnet)*
I: Du meinst das stimmt?
S: Ja.
I: Ja? Gut. Gehen wir zur nächsten Aufgabe. Ein bisschen Malrechnen.
S: *(rechnet)*
I: Okay. Wir machen was anderes, ein bisschen Geometrie. Kannst du mir erklären, was ein Umfang ist? Umfang von einer Figur? Du sollst das jemandem erklären, der nicht weiß, was es ist. Wie würdest du das erklären, vielleicht mit einem Beispiel? Darfst auch gern was aufzeichnen.
S: *(rechnet $0{,}7 \cdot 0{,}8 = 1{,}48$)*
I: Fällt dir nichts ein? Ich zeichne dir mal ein Beispiel auf. Das ist ne Figur. Was ist denn der Umfang von dieser Figur?
S: Das.
I: Was das. Das außen rum?
S: Ja.
I: Was muss man dazu wissen, um das genau bestimmen zu können?
S: Messen.
I: Messen kann man das. Ja. Jetzt hab ich da so krumm gezeichnet. Hilft mir da messen? Ich glaube nicht. Hilft es, wenn wir da Zahlen haben?
S: Ja.
I: Gut. Ich hab ein paar Zahlen hier, ich hab auch eine Figur. Dieses ist ein Grundstück, die Zeichnung von einem Grundstück und ich möchte gerne wissen, wie lang der Umfang ist. Ich möchte nämlich einen Zaun um dieses Grundstück bauen und ich möchte ja wissen, wie lang ich diesen Zaun einkaufen soll. Wie kriegen wir das raus?
S: Sechzig mal zwanzig? *(geraten, keine weitere Vorstellung)*
I: Hilft uns das weiter? Wir fangen mal klein an. Kleines Stück. Wir stellen einen Zaun auf diese Seite vom Grundstück – da, das reicht uns erst mal, ja. Wie lang muss denn der Zaun sein?
S: Dreiundachtzig Meter.
I: Okay. Jetzt haben wir mehr Geld und kaufen uns noch ein Stück Zaun und stellen einen Zaun hier drauf. Wie lang ist denn der Zaun?
S: Sechzig.

I: So, was haben wir denn jetzt zusammen? Jetzt haben wir schon zwei Zäune.
S: Hundertdreiundvierzig.
I: Würde ich auch sagen, genau. Jetzt kaufen wir noch mehr Zaun, nämlich hier. Und wir kaufen noch dort Zaun. Wie können wir das ausrechnen?
S: Untereinander.
I: Können wir untereinander rechnen. Reicht uns das denn schon? Haben wir schon alles?
S: Nee.
I: Nee, was fehlt noch?
S: Hier.
I: Da, zeichne mal ein. Eben, wir wissen nur nicht, wie lang der Zaun an der Stelle ist. Können wir das rauskriegen?
S: Ja.
I: Wie denn?
S: Messen.
I: Messen können wir nicht, weil das ja nur eine Skizze ist. Aber man kann das ausrechnen.
S: Noch was dazu machen.
I: Ja, hilft uns das?
S: Ja.
I: Ja, du darfst dir gerne Hilfslinien einzeichnen. Was hilft uns das?
S: *(Pause)*
I: Kommen wir damit weiter?
S: Ja.
I: Ja, dann sag mir mal wie. Ich glaube auch dass wir damit weiter kommen, du musst mir aber erklären wie.
S: Das muss man ausmessen.
I: Ah, messen geht nicht, das passt nicht. Es könnte sein, dass das ganz krumme Maße sind und das hilft uns nicht weiter. Aber, guck dir mal diese Länge hier an, von hier bis da. Weißt du wie lang das ist?
S: Nee.
I: Nein, sicher nicht? Ich glaub schon, das weißt du.
S: Sechzig.
I: Aha. Drüben haben wir sechzig und die Seite ist genauso lang. Kannst du jetzt auch rausfinden wie lang das Stück ist, von hier bis da? Dieses hier, das Grüne, was du da gezeichnet hast.
S: Vierzig.
I: Ja. So, was hilft uns das? Das Stück ist ja gar nicht auf unserem Grundstück drauf. Guck dir mal das Stück an, wir wollen ja wissen wie lang das ist.
S: Vierzig.
I: Auch vierzig. Warum?
S: Weil hier ist genau so lang wie da.

I: Ja. Genau. Ist auch ein Rechteck und dann ist die gegenüberliegende Seite genau so lang. Dann kannst du es ja dran schreiben, vierzig. Nimm den schwarzen Stift, sieht man dann besser. So, jetzt müssen wir noch rausfinden wie lang diese Seite ist.
S: Hundertzweiunddreißig.
I: Das kleine Stück, von da nach da?
S: Nee, zusammen.
I: Aha, alles zusammen. Das stimmt, richtig, genau. Dann brauchen wir noch das Stück.
S: *(Pause – rechnet)*
I: Was hast du gemacht?
S: Mal ge- äh -macht, also.
I: Mal? Plus hast du gerechnet. Oder mal?
S: Nee, mal.
I: Mal, hilft uns das? Wie bist du denn vorhin auf die vierzig Meter gekommen? Ich glaube du hast sechzig minus zwanzig gerechnet.
S: Ja.
I: So, du hast mir gesagt das hier, von hier bis hier, ist genau so lang wie das da unten. Ja. Hundertzweiunddreißig Meter, ne. Das Stück von hier bis hier, dass sind diese dreiundachtzig Meter. Wie lang ist denn das Stück, von da bis da? Das ist nicht zweiunddreißig mal vierzig Meter. Das ist ja viel mehr, als das. Aber das ist doch nur viel kürzer als das Ganze. Was willst du rechnen?
S: Also minus wieder.
I: Okay, mach mal.
S: Einundfünfzig.
I: Was hast du minus gerechnet, sag mir mal die Aufgabe.
S: Dreiundachtzig minus hundertzweiunddreißig.
I: Geht das?
S: Andersrum.
I: Andersrum, ne. Hundertzweiunddreißig minus dreiundachtzig. Ist nicht ganz einundfünfzig, neunundvierzig. Bisschen verrechnet, aber das macht nichts, aber das Prinzip ist richtig. So, dann weißt du, dass das neunundvierzig ist. Und das da, hier oben, das ist erst neunundvierzig und das?
S: Auch.
I: Gut, dann kannst du es ja dran schreiben. Okay. Wie lang ist der Zaun insgesamt, das was wir in rot eingezeichnet haben? Was musst du rechnen?
S: Plus.
I: Ja, hast du mir vorhin auch schon mal erzählt, was du jetzt genau rechnest. Kannst du ja hier aufschreiben.
S: *(rechnet)*
I: Ja, gut.
S: Dreihundertvierundachtzig Meter.

I: Schön, haben wir jetzt doch rausgefunden. Hervorragend. Gut, kannst du jetzt noch daneben schreiben, wenn du möchtest, dreihundertvierundachtzig Meter. Da haben wir es komplett. Schön, dann können wir ein Stück weiter machen. Da siehst du einen Grundriss von einem Zimmer. Das dick Umrandete ist ein Zimmer, in dem Fliesen ausgelegt sind, die hab ich eingezeichnet. Wie viele Fliesen liegen in dem Zimmer?
S: Fünfunddreißig.
I: Fünfunddreißig, hast du das geraten oder wie bist du darauf gekommen?
S: Nee, ich hab die gezählt, also.
I: Alle gezählt? Muss man alle zählen? Ich glaub das sind mehr als fünfunddreißig. Wie machst du das?
S: Ja hier jedes einzelne Kästchen zählen.
I: Ja, fangen wir mal an, da kann man sich natürlich leicht verzählen. Jetzt hast du die hier alle der Reihe nach gezählt, ja? Das dauert lange. Gibt es irgendwas was schneller geht?
S: Wie viel Meter, also.
I: Ja, Meter haben wir hier gar nicht, wir wollen ja einfach nur wissen wie viele Kästchen das sind.
S: *(Pause)*
S: Hier dran schreiben an die Seite?
I: Was willst du dran schreiben?
S: Hier acht.
I: Okay. Was hilft uns das?
S: Und jetzt zusammenrechnen.
I: Das kann man machen. Hilft uns das schon? Wenn du diese acht nimmst, dann haben wir diese acht hier, dann nimmst du diese zwölf, oh, jetzt haben wir das schon doppelt gezählt hier. Das ist komisch, dann noch diese sechs dazu, dann haben wir das doppelt gezählt, dann die drei, dieses hier. So, jetzt haben wir ein paar doppelt gezählt immer. Und die innen drin haben wir noch gar nicht gezählt, da fehlt uns noch was. Das stimmt nicht ganz, irgend etwas haben wir noch nicht ganz richtig gemacht. Das müssen wir anders tun. Das ist ja schon nicht schlecht, ich mach dir mal einen Vorschlag. Hier sind acht und hier sind auch acht. Wie viel sind denn das zusammen?
S: Sechzehn.
I: Und das sind auch noch man acht. Wie viel haben wir jetzt?
S: Vierundzwanzig.
I: Wie können wir weiter machen?
S: Noch mal acht, also zweiunddreißig, vierzig, achtundvierzig, zweiundfünfzig, dreiundsechzig.
I: Hast du dich jetzt verrechnet?
S: Sechzig. *(Pause)*
I: Problem?

S: Vierundsechzig, zweiundsiebzig.
I: Bis unten hin darfst du doch, ne. Wir wollen doch alle Acht dazu haben, so. So und wie machst du jetzt weiter? Das sind zweiundsiebzig hast du gesagt, bis dahin. Und jetzt?
S: Das sind achtundsiebzig.
I: Ja, aber nicht acht dazu, ne.
S: Das sind vierundachtzig und achtundachtzig.
I: Okay, vierundachtzig. Jetzt noch mal. Vierundachtzig waren es bis da. Letzte Reihe?
S: Neunzig.
I: Neunzig. Gut. Okay. Neunzig Fliesen. Sind ein bisschen mehr als sechsunddreißig, ne. Jetzt hast du auch wirklich alle. Gut, wir machen noch was anderes. Den Teil weg. Das hier ist ein Mal-Quadrat. Kennst du so was?
S: Ja.
I: Wie funktioniert das? Ganz einfach. Vier mal zwei ist?
S: Acht.
I: Kommt da rein, darfst du da reinschreiben. So, wie geht's weiter?
S: Jetzt drei mal vier. Sind zwölf.
I: Ja.
S: Sechs mal fünf sind dreißig. *(Pause)*
I: Was rechnest du gerade?
S: Sechs mal vier?
I: Ist?
S: Vierundzwanzig. Acht mal vier.
I: Acht mal vier ist?
S: Vier mal neun, sind siebenundzwanzig?
I: Ja, nee. Acht mal – vier mal neun sind nicht siebenundzwanzig. Drei mal neun sind siebenundzwanzig. Was möchtest, du möchtest dies hier ausrechnen gerade?
S: Ja.
I: Ja. Du hast vier mal – das ist achtundzwanzig.
S: Sieben.
I: Stimmt das? Zähl noch mal nach.
S: Nee.
I: Nein? Warum nicht?
S: Sind einundzwanzig.
I: Das wäre bei der Dreierreihe, glaube ich, drei mal sieben ist einundzwanzig.
S: Ja.
I: Was ist vier mal sieben?
S: Achtundzwanzig.
I: Genau. So und was müssen wir hier rechnen?
S: *(rechnet)*

I: Da fehlt auch noch was.
S: *(rechnet)*
I: Gut, Okay. Dann können wir ja noch ein bisschen weitermachen mit diesem Zettel. Da steht eine Aufgabe, ließ die mal vor.
S: Am Kiosk kosten drei Dosen Cola zwei Euro vierzig. Was kosten zwei Dosen?
I: Kriegst du das raus?
S: Drei mal zwei?
I: Was rechnest du jetzt?
S: Also drei Dosen ...
I: Drei Dosen kosten zwei vierzig. Werden zwei Dosen mehr oder weniger kosten als zwei vierzig?
S: Weniger.
I: Weniger, okay. Haben wir schon mal eine Richtung.
S: Minus.
I: Minus, ja aber was minus?
S: Drei minus zwei.
I: Hilft uns das?
S: Ja.
I: Ja? Mach doch mal. Und jetzt?
S: *(Pause)*
I: Was machen wir mit der eins? Hilft uns das was? Ich glaub schon, die hilft uns was. Kannst du mir sagen, was eine Dose Cola kostet. Drei Dosen kosten zwei Euro vierzig. Was kostete eigentlich eine Dose Cola?
S: Ein Euro ...
I: Ein Euro?
S: ... vierzig.
I: Eins vierzig? Glaub ich nicht. Wenn eine Dose ein Euro vierzig kostet, dann kosten zwei Dosen eins achtzig, äh, zwei achtzig und drei Dosen kosten drei zwanzig. Da steht aber drei Dosen kosten zwei vierzig.
S: Dann kosten zwei Dosen eins zwanzig.
I: Nee, mit der eins zwanzig kommst du nicht ganz hin. Wie kommst du darauf? Ich möchte von dir eigentlich wissen, was eine Dose kostet.
S: Fünfzig Cent.
I: Fünfzig Cent? Wie kommst du darauf? Was muss man rechnen? Ihr habt so was glaub ich gemacht, das nennt ihr Dreisatz. Ja, ist das richtig?
S: Ja.
I: Wie ging das?
S: So in einer Tabelle.
I: Gut. Kriegst du so eine Tabelle hin?
S: Ja.

I: Probier mal. Habt ihr da gleich ne 2 hingeschrieben oder vielleicht erst ne 1 und dann da drunter noch ne 2? Man kann das so machen, das ist ein bisschen schwieriger. Ein Tipp wäre, du schreibst hier erst mal eine 1 hin, wie kommst du von 3 zu 1, ja. Und machst dann da drunter noch ne 2, das kann man dann ja gucken. Gut.
S: Mal 2?
I: Von 3 zu 1, wie kommst du dahin? Das wird kleiner, ne.
S: Minus 2.
I: Ja, minus 2, aber das macht man beim Dreisatz gar nicht. Da rechnet man mal oder geteilt. Wie wäre es mit geteilt durch 3?
S: Und hier auch.
I: Und dann da auch. Ist gemein – 2,40 durch 3, ist ne krumme Zahl. Können wir das irgendwie vereinfachen? Kannst du 24 geteilt durch 3 rechnen?
S: Ja.
I: Ja? Was ist denn das? Mach mal einen Nebenrechnung.
S: Sind acht.
I: Ja. So, und jetzt guck dir noch mal zwei vierzig durch drei an.
S: Acht Komma …
I: Vorsicht. Wird das mehr oder weniger als zwei Euro vierzig sein?
S: Weniger.
I: Weniger, ja. Also wird das schon schwierig, wenn da vorne acht steht, ne. Aber eine acht muss drin sein, ne.
S: Hier hin?
I: Da auf jeden Fall eine acht, ja.
S: Hier eins?
I: Sicher? Ich glaub nicht. Ich glaub nicht.
S: Hier noch ne null.
I: Ja. Vorne nichts vorne gar nichts?
S: Nein.
I: Gut. Was kann man hinschreiben, wenn gar nichts da steht? Ne null, hatten wir vorhin auch schon mal. Gefällt dir das? Was heißt denn das jetzt? Wie teuer ist denn da eine Dose?
S: Achtzig Cent.
I: Richtig, achtzig Cent.
S: Aber jetzt müssen wir noch zwei.
I: Genau. Jetzt kommt der nächste Schritt. Wie kommt man von eins zu zwei?
S: Mal zwei?
I: Ja, genau.
S: Ein Euro sechzig.
I: Jawohl, geht doch. War es schlimm?
S: Ja.
I: Ja, blöd, ne, ungewohnt. Aber habt ihr mal gemacht, ne?

S: Ja.
I: Ja. Also, all das heißt, dass man mit geteilt und mal rechnet. Mit minus und plus wären wir nicht ganz weiter gekommen, denn dann hätten wir hier Schwierigkeiten gekriegt, ja. Gut, wir gucken uns noch eine Aufgabe an, schaffen wir noch.
S: Wieder das selbe.
I: Genau so? Gut.
S: *(rechnet)*
I: Auch Stunden? Jetzt hast du vorne Stunden geschrieben und hinten auch Stunden. Mehr. Um wen geht es denn? Personen oder um die Stunden?
S: Gärtner.
I: Gärtner. Würde ich sagen – schreiben wir Gärtner hin. Wie viel Gärtner sind es denn bei drei Stunden? Wollen wir einmal festhalten. Da steht, zwei Gärtner brauchen drei Stunden, um den Rasen zu mähen. Was musst du bei Gärtner hinschreiben?
S: Zwei.
I: Ja. Also umgedreht haben wir das ganze jetzt.
S: Geteilt durch drei.
I: Vorsicht, jetzt musst du dir die Aufgabe noch mal ganz genau angucken. Wenn du jetzt durch drei teilst, dann kriegst du irgendeine Bruchzahl. Kann das sein?
S: Nee.
I: Dann haben wir halbe Gärtner oder so was nachher. Die kenn ich nicht, hab ich noch nicht gesehen. Die wollen schneller fertig werden. Meinst du denn, kommen die damit hin, wenn es weniger Gärtner sind? Die wollen schneller fertig werden. Braucht man da mehr oder weniger Gärtner?
S: Mehr.
I: Mehr. Aha, ist also was anderes als hier oben, ne. Was muss man jetzt hier rechnen?
S: Mal.
I: Mal. Wird das dann mehr?
S: Ja. Sind sechs.
I: Sind sechs. Kann das hinkommen? Guck dir es noch mal an, die Aufgabe.
S: Nee.
I: Nein? Warum nicht?
S: Doch.
I: Kann hinkommen, ne. Jetzt werden es mehr Gärtner, dann sind die auch schneller fertig. Kommt hin. Zufrieden?

B.11 Frauke

Frauke *(Schule 1; 04.09.02; 3. Stunde)*

I: Gibt es irgend etwas, was du besonders gerne machst im Matheunterricht?
S: Ja, plus und mal und minus und geteilt und so.
I: Gibt es irgendwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Ja, Brüche.
I: Brüche, ja, ist ein übles Thema. Denk mal zurück an die Grundschule, kannst du dich da an den Matheunterricht erinnern?
S: Ja.
I: Wie war das da? War das gut hat das Spaß gemacht?
S: Leicht.
I: War leicht?
S: Ja.
I: Hat dir auch Spaß gemacht?
S: Ja.
I: Gibt es da was besonderes, was du da gerne gemacht hast?
S: Ja, diese Kettenaufgaben. Also, wo jetzt drei mal fünf plus bla gleich, so was.
I: Hast du da schon irgendwas gar nicht gern gemacht?
S: Kann ich mich nicht so dran erinnern.
I: Ist schon lange her, stimmt. Gut. Du hast ja wahrscheinlich auch schon mehrere Lehrer und Lehrerinnen in Mathe gehabt. Meinst du dein Erfolg ist auch vom Lehrer abhängig?
S: Kommt drauf an und so, wie der sich verhält und so.
I: Also kann schon sein?
S: Ja.
I: Ja. Gut. Hast du Verbesserungsvorschläge, was man eigentlich im Matheunterricht jetzt anders machen müsste, dass dir das besser gefällt?
S: Ja, erst mal ganz ganz leicht anfangen und dann immer Stückchen, immer ganz langsam Stückchen, Stückchen.
I: Und du meinst, das ist nicht immer so? Geht zu schnell.
S: Nee, weil wir waren in der Siebten die beste Klasse und darum hat auch Frau Kunert eben gerade ein bisschen härter uns durchgenommen, eben gerade nicht so für Stückchen, sondern auch mal so was übersehen.
I: Ja. Gut. Dann fangen wir jetzt auch ganz leicht an, weil du das gesagt hast, nein, weil ich das mir so aufgeschrieben habe. Und da siehst du ein paar Zahlen, die sind unterschiedlich groß. Die sollst du einfach der Reihe nach sortieren, von klein bis groß. Die Kleinste kommt da rein, die größte Zahl da hinten rein.
S: Okay.

I: Wirklich ganz leicht.
S: *(sortiert)*
I: Okay, das war nicht schwer. Das gleiche kommt jetzt bei der nächsten Aufgaben wieder, der Reihe nach sortieren. Da sind aber Kommazahlen. Also auch wieder mit der Kleinsten anfangen und dann immer größer werden.
S: *(sortiert)*
I: Du hast ein bisschen nachgedacht. Bist du dir sicher?
S: Nee.
I: Nicht so ganz.
S: Zwischen den und den.
I: Was irritiert dich?
S: Die da.
I: Die Null. Warum stört die dich?
S: Wenn die Null jetzt nicht wäre, dann hätte ich die beiden getrennt sortieren können.
I: Ja, jetzt stört dich die Null und du meinst, du kannst sie nicht mehr sortieren. Pass auf, ich mach dir mal einen Vorschlag. Ich glaube, dass das die kleinste Zahl ist ist klar, die hast du sofort da vorne hingeschrieben. Die anderen fangen alle mir einer Sieben an. Schreib doch mal diese vier Zahlen hier untereinander. Fällt dir was auf?
S: Ja.
I: Was fällt dir auf?
S: Die werden immer größer, also.
I: Größer oder länger?
S: Ja.
I: Die werden länger. Heißt das auch, dass die größer sind?
S: Mhm. *(nickt)*
I: Ja?
S: Ja.
I: Man kann Zahlen, die ein Komma haben, mit Nullen verlängern. Weißt du das? Habt ihr mal gemacht, ne. Hilft dir das hier weiter?
F: Ja, ich könnt hier jetzt noch, nee könnt ich nicht hier Null hinsetzen.
I: Warum nicht?
S: Weil sonst 0,40, dann müsst ich das Komma verschieben.
I: Nee.
S: Nein?
I: Du darfst das dranhängen, hinten. Bei Kommazahlen darf man das tun. Hinterm Komma Nullen anzuhängen ist erlaubt. Das ändert die Zahlen nämlich gar nicht. Das bleibt 7,40. Mach das mal. So, fällt dir jetzt was auf? Jetzt guck dir die Zahlen noch mal genau an. Jetzt sind sie alle gleich lang, ne?
S: Ja. Jetzt kann ich sie auch sortieren.
I: Aha. Sortierst du sie jetzt anders oder wieder genauso wie vorher?

S: Die hier ist falsch.
I: Ja.
S: Weil das alles gleich, das ne Null, also muss die die hier kommt weil hier Null ist und hier sind ja alles Zahlen.
I: Ja. Du meinst die ist kleiner, die ganz unten steht.
S: Ja, die ist kleiner. Dann kommt die und dann die, weil hier ne Fünfzig dasteht.
I: Ja, ist deutlicher. Sortier die jetzt noch mal.
S: *(sortiert)*
I: Wie gefällt dir das?
S: Ja.
I: Fühlst du dich sicher damit?
S: Ja.
I: Na guck dir noch mal diese Reihe an. Hier hast du drunter noch Platz, da kannst das noch hinschreiben, da. Die Reihe, die du jetzt anders schreiben würdest. Die erste Zahl ist klar.
S: Nee, die kommt hier hin.
I: Aha. So, jetzt schau dir die zwei Reihen noch mal an. Welche ist richtig, die oder die? Bei welcher fühlst du dich wohler?
S: Die Untere.
I: Okay, würde ich auch sagen. Sagst du jetzt auch sofort, vorhin warst du dir da nicht ganz sicher. Gut, also die Tipps für die Nullen scheinen dir geholfen zu haben. Okay. Da steht rechne schriftlich.
S: Also jetzt plus rechnen.
I: Was heißt schriftlich?
S: Untereinander rechnen.
I: Ja, genau. Bevor du jetzt rechnest noch ne Frage. Ist das komisch? Warum das, du hast das vorhin hingeschrieben, warum jetzt so?
S: Weil ich einfach davon ausgegangen bin, irgendwie.
I: Du meinst, das ist jetzt richtig?
S: Ja, aber ich kann da noch Nullen dran machen.
I: Aha, okay, dann bin ich einverstanden. Das ist dann anscheinend das gleiche. Gut, ja, in Ordnung. Passt. Hast du auch entsprechend untereinander geschrieben die Zahlen und im Ergebnis das Komma an die gleiche Stelle gesetzt. Okay, machen wir ein Stück weiter. Da sind Aufgaben mit Lücken.
S: *(rechnet)*
I: Was stört dich daran, an der Aufgabe?
S: Das Komma. Also lass ich das Komma weg. *(rechnet)*
I: Sicher? 4,0?
S: Ja.
I: Okay. Was stört dich an der Aufgabe?
S: Minus.

I: Minus. Stört es dich auch, dass das Lückenfeld in der Mitte steht?
S: Mhm.
I: Pass auf. Das können wir vielleicht ändern. Man kann die Aufgabe ja umstellen. Das ist ne ganz einfache Aufgabe, man kann die umstellen, wenn wir vorne eine Zahl schreiben oder eine Rechenoperation, plus, minus, mal, geteilt, müssen wir uns gleich entscheiden, eine zweite Zahl, gleich, das Ergebnis, das hinten steht. Und diese beiden Zahlen, die kannst du hier vorne ja hinschreiben. Wie kannst du diese Aufgabe umstellen? Dass es dann das gleiche Ergebnis gibt. Bist du dir sicher?
S: Ja, kommt ja mehr raus. Doch!
I: Ja?
S: Doch, weil da muss ja eine Zahl hin, die muss ja größer sein.
I: Als was?
S: Als die.
I: Sicher? 6,4 minus noch eine größere Zahl was gibt das?
S: Ach nee. Ich möchte das hier, dass die nicht aufgehen, so wie hier. Die gehört hierhin.
I: Genau.
S: Wenn man hier plus und die auch plus rechnet, ah nee, die minus und die plus, oder?
I: Ja wie jetzt? Wie kann man die Zahlenreihe umstellen? Du hast schon recht, man kann die Zahlen vorne eintragen, sechs Komma vier und drei Komma sechs. Aber was passiert hier eigentlich?
S: Mal rechnen.
I: Nein, wir haben plus und minus, da sind wir schon gar nicht schlecht. Wenn wir minus haben kommen wir zu mal schlecht hin. Das wären ganz andere Zahlen, wären das.
S: Plus.
I: Plus? Wir machen mal ein Beispiel daraus. Das ist Geld und das hast du in deinem Portmonee. Sechs Komma vier Euro, sechs Euro und vierzig Cent sind das. Jetzt kaufst du dir was, das ist ja irgendwas wie minus rechnen und in deinem Portmonee bleiben nachher drei Euro sechzig. Wie teuer war denn das, was du gekauft hast?
S: Aufrunden.
I: Aufrunden?
S: Ja, von der zu der Zahl.
I: Ja, das ist Minusrechnen, richtig. Aber man kann das auch durch Rückwärtsrechnen ergänzen. Aber man kann es auch so rechnen. Das kannst du machen, wie du möchtest. Das ist jetzt drin und das hattest du vorher drin. Wie teuer war das, was du gekauft hast?
S: Drei zwanzig.
I: Sicher? Probier mal aus, ob das stimmt.

S: Doch, drei zwanzig.

I: Rechne mal hier, ob das stimmt, wenn da drei zwanzig steht. Oh, da stimmt was nicht. Ein bisschen vertan hast du dich wohl. Ich stell die Frage noch mal um. Denk noch mal an die Situation; in deinem Portmonee ist etwas, du kaufst etwas und nachher ist das Geld drin. Wie wärs damit, du rechnest in deinem Portmonee ist etwas, du kaufst dir etwas für diesen Betrag, wie viel bleibt denn in deinem Portmonee? Ist das etwas anderes?

S: Minus rechnen. Nee, das geht auch nicht. Da muss hier neun hin.

I: Neun? Nee!

S: Ach minus.

I: Wir bleiben bei minus. Sicher? Ne drei ist das nicht. Was hast du da gemacht?

S: Vierzehn.

I: Wo ist denn die vierzehn geblieben? Die hast du nämlich unterschlagen. Zwei acht steht da nämlich jetzt. Probier das noch mal aus ob das stimmt. Gefällt dir?

S: Ja.

I: Ja, du strahlst so. Sieht wohl ganz gut aus. Also was du gekauft hast kostet zwei achtzig. Okay. Ähnliches Problem, diesmal ist die Lücke vorne. Sicher? Guck es dir genau an.

S: Vier fünftel.

I: Vier fünftel? Das nennt man nicht so, das ist schon mal …

S: 4,5.

I: 4,5. Vier fünftel ist was anderes.

S: Ja.

I: Nun, jetzt guck dir die Aufgabe noch mal an. Lies sie noch mal vor, die Aufgabe. Da steht vier Komma fünf minus sieben Komma fünf gleich zwölf. Kann das stimmen?

S: Ich hab mich verrechnet.

I: Aha. Das passt nicht ganz. Denk noch mal an die Portmoneeaufgabe. Wie müsst man die denn dann hier zu benennen? Vorne ist ein Loch, was heißt das eigentlich? Du hast Geld in deinem Portmonee, nimmst was raus – wie viel nimmst du raus? Ja das da.

S: Sieben Komma fünf.

I: Sieben fünfzig, kostet irgendwas, kostet sieben fünfzig. Und nachher bleiben in deinem Portmonee zwölf drin. Wie viel waren denn vorher wohl drin in deinem Portmonee, mehr oder weniger als zwölf?

S: Ich hab das so gerechnet, das auf bis auf zwölf.

I: Ja, genau, richtig. Das klappt aber nicht, weil die Lücke hier vorne steht. Also die Situation ist folgende. Du nimmst aus deinem Portmonee was raus, weißt gar nicht wie viel da drin ist, bezahlst etwas, nämlich genau sieben Euro fünfzig und es bleiben zwölf Euro in deinem Portmonee drin. Wie viel waren vorher drin? Mehr oder weniger als zwölf?
S: Mehr.
I: Mehr. Du hast ja was rausgenommen. Was kannst du rechnen? Das hast du noch, das hast du bezahlt. Wie viel Geld hast du vorher gehabt?
S: Das plus das.
I: Kann das stimmen?
S: Wenn das ist beides plus.
I: Ja. Vorsicht mit Komma. Du hast mir vorhin was gesagt, wie die Kommas stehen müssen. Hat die zwölf ein Komma?
S: Nee.
I: Aha. Muss die anders stehen, so kommst du nicht weiter. Halt, Vorsicht. Das gleiche Problem wieder. Jetzt steht da oben fünfundsiebzig, hast du aber nicht, du hast sieben Komma fünf. Wie kannst du die zwölf mit Komma schreiben? Und dann sieht das anders aus. Jetzt sieht das ein bisschen komisch aus, ne?
S: Ja.
I: Ja, aber stehen die Kommas noch untereinander?
S: Nee.
I: Musst du noch ein bisschen anders schreiben.
S: Hier das Komma hin.
I: Ja, das kannst du aber nicht einfach hinter die fünf schieben, das muss schon stehen bleiben. Du darfst aber die ganze Zahl verschieben. Dann musst du das ein bisschen anders aufschreiben. Denk noch mal hier an das, was wir vorhin gemacht haben.
S: Ja, dann muss ich ja das Komma hierhin machen.
I: Ja, und wie krieg ich das hin? Die ganze Zahl rüber schieben.
S: Stimmt.
I: Aha, das sieht anders aus. So probier das mal aus, ob das stimmt in deiner Aufgabe.
S: Plus rechnen, ne?
A: Steht da plus? Ist doch jetzt diese Aufgabe, oder?
S: Ach so, diese.
I: Stimmt?
S: Stimmt.
I: Okay. Also 4,5 stimmt nicht, zwölf, äh neunzehn Komma fünf stimmt. Ist ein bisschen gemein, dass die Lücken anders sind. Muss man sich immer erst mal überlegen, wie kann man das umsortieren? Okay, wir gucken etwas weiter, da kommen Malaufgaben.

S: Die hab ich ganz vergessen.
I: Ganz vergessen, wie das geht? Ne Idee, wie du da anfangen könntest da?
S: Vielleicht die *(Teilaufgabe b),* das erst mal wegdenken oder so.
A: Kann man machen, genau.
S: Und hier genauso.
I: Aha, kann man erst mal wegdenken. Was kriegst du dann raus?
S: Sechs.
I: Ja.
S: Aber Null Komma sechs.
I: Ja, sind das Null Komma sechs? Da musst du noch genau nachdenken jetzt. Ich gebe dir einen Tipp, denk an Nachkommastellen zählen. Habt ihr so was gemacht?
S: Ich glaube schon mal.
I: Ja? Wie viel Stellen hinterm Komma hat diese Zahl?
S: Eine.
I: Und diese?
S: Ach so, genau, dann zwei.
I: Dann muss das Ergebnis zwei haben sagst du?
S: Ja.
I: Okay. Wie ist das hierbei?
S: Auch genauso
I: Eine und noch eine, das Ergebnis muss dann …?
S: Sechzig, äh sechshundert, aber dann noch sechs Komma Null Null.
I: Das würde ja, das ist ja das gleiche wie sechs, sechs Komma Null Null. Nachkommastellen. Du hast eben was von sechs gesagt, das steht auf jeden Fall hinten, das ist schon mal klar. Aber wie viel Stellen sind es dann noch bis zum Komma?
S: Vor dem Komma, äh vor der sechs?
I: Oder hinter dem Komma.
S: Null Komma sechs.
I: Nee.
S: Auch nicht?
I: Nee, Null Komma sechs auch nicht. Wie viele Stellen hat diese Zahl, das Ergebnis nach dem Komma? Das meint das.
S: Ja eine.
I: Das hat eine und das hat eine. Das Ergebnis kannst du schon mal hinschreiben, sechs. Jetzt müssen wir gucken, wo kommt das Komma eigentlich hin? Das ist eine Stelle nach dem Komma, wir brauchen aber zwei, was machen wir?
S: Null Komma sechs Null.

I: Na die Null hinten kann man weglassen, die stört uns nicht. Das hatten wir vorhin schon mal, die kann man hinzufügen, die kann man weglassen, die zählt eigentlich gar nicht als Stelle. Aber davor darfst du eine Null schreiben. Erinnerst du dich?

S: *(Kopfschütteln)*

I: Schreib mal ne Null vor das Komma. Machen wir es einfach mal gemeinsam. Äh ne Null vor sie sechs, Entschuldigung. Null vor die sechs.

F: Hier?

I: Ja genau. Davor machst du ein Komma und davor noch eine Null. Guck dir es jetzt noch mal an. Wie viele Stellen hat das Ergebnis nach dem Komma jetzt?

S: Zwei, äh, eine vor dem Komma.

I: Nach dem Komma. Nach dem Komma?

S: Äh Stellen, zwei.

I: Ja. Und das war das, was wir vorhin mal gesagt hatten. Okay, kriegst du auch die Aufgabe raus?

S: Meine Hassaufgabe, genau die.

I: Haha, das sagen ganz viele. Sieben mal acht. Fällt dir noch darum eine Aufgabe ein, die dir leichter fällt? Sieben mal sieben vielleicht oder acht mal acht?

S: Sieben mal fünf.

I: Sieben mal fünf geht auch.

S: Soll ich das ändern?

I: Nein, das sollst du nicht ändern, wir wollen das doch rauskriegen. Aber vielleicht hilft dir das, wenn du dich da annäherst? Sieben mal acht, weißt du sechs mal acht vielleicht?

S: Warte mal, ich weiß gar nicht was ich jetzt mache. Ich denk mir erst mal sieben mal fünf. Fünfunddreißig. Noch mal sieben zu der fünfunddreißig dazu und noch mal sieben.

I: Blöde Aufgabe, ne?

S: Aber das geht doch gar nicht?

I: Wollen wir die weglassen?

S: Ja.

I: Ich sag es dir, sechsundfünfzig. Sieben mal acht ist sechsundfünfzig. Egal, brauchen wir nicht darüber nachdenken. Ist nicht unsere Aufgabe jetzt, okay.

S: Hätten sie fragen können sechs mal neun, dann hätte ich das auch lösen können.

I: Wäre besser gewesen. Gut, machen wir was anderes. Kannst du mir sagen, was der Umfang von einer Fläche ist?

S: Der Umfang von einer Fläche?

I: Beschreib mir das mal. Von einer Figur. Ich gebe dir mal ein Beispiel, was ist der Umfang von dieser Figur?

S: Ach ja, die Figur selbst.
I: Was ist das für eine Figur?
S: Quadrat?
I: Ja. Was für ein Umfang oder wie, was ist der Umfang für dich. Ich möchte keine Formel wissen. Einfach nur von dir wissen, was, was das ist dieser Umfang.
S: Ja Umfang, die Seiten, wie lang die sind.
I: Ah, die Seiten, ja die Seiten, genau. Fällt dir ein Beispiel dazu ein, wo man so was in der Umwelt, in deiner, in deinem Leben so begegnen könnte? Wo könnte man so was gebrauchen, den Umfang von irgendetwas zu bestimmen?
S: In der Wohnung, also ausmessen, die Seiten ausmessen, zum Beispiel Teppich kaufen.
I: Halt, Teppich kaufen, da brauchst du meistens ne Fläche.
S: Ja.
I: Da sagst du nicht, ich möchte einen Teppich, der einen Umfang von zwanzig Meter hat. Das nützt dir da nicht viel.
S: Nee, die Seiten ausmessen.
I: Ja.
S: Zum Beispiel das jetzt. Vier Meter, das ist dann acht Meter oder Zentimeter.
I: Gut, aber wo kann man so was in der, im Leben sehen? Ich gebe dir ein Beispiel. Du hast ne große Wiese und auf dieser Wiese steht ein Schaf.
S: Feld, oder?
I: Feld oder Wiese. Und dieses Schaf, das soll nicht weglaufen. Was tust du?
S: Ach so, einen Zaun.
I: Du baust einen Zaun drum herum. Ja, und jetzt musst du rauskriegen, wie lang soll dieser Zaun eigentlich sein.
F: Ja messen.
I: Das wäre ein Beispiel für den Umfang, genau. Ich hab hier eine Zeichnung von einem Grundstück und du sollst mir sagen, wie viel Zaun brauche ich, um diese Grundstück einzuzäunen.
S: Also muss ich erst mal die Seiten messen.
I: Steht schon dran brauchst du nicht zu messen.
S: Aber alles zusammenrechnen.
I: Aha, so. Dann gucken wir mal. Welche Seiten hast du denn schon, wo kannst du denn Zaun draufstellen? Da vielleicht? Wie lang ist der Zaun an dieser Seite?
S: Hundertzweiunddreißig Meter.
I: Okay. Wo stellst du noch einen Zaun hin?
S: Hier.
I: Zeichne mal ein. Mach mal einen schönen großen Zaun gleich.
S: Dann alles plus rechnen.
I: Genau. Wo noch?

S: Hier. Aber hier nicht.
I: Warum nicht?
S: Weil da keine Zahlen stehen.
I: Ja, und da baust du keinen Zaun hin?
S: Muss ich ja.
I: Sonst läuft das Schaf weg.
S: Ja.
I: Das ist nicht gut. Müssen wir nur noch rauskriegen, wie lang der Zaun an der Stelle eigentlich ist.
S: Durch messen und hier auch.
I: Das klappt nicht, weil das eine Zeichnung ist. Vielleicht habe ich mich da vertan. Messen wird nichts, das kann man aber berechnen, kann man rauskriegen.
S: Ja aber wenn ich ja nicht weiß wie lang die Seite ist, kann ich auch keinen Zaun stellen.
I: Was weißt du noch? Eine Seite können wir auf jeden Fall noch rot zeichnen.
S: Ja die.
I: Genau, mach mal. So jetzt müssen wir mal gucken, ob wir rauskriegen können, wie lang diese Stücke hier sind.
S: Ach, ich weiß.
I: Ja?
S: Hier. Kann ich da drauf malen?
I: Ja, mach mal ruhig. Was hilft dir das?
S: Ach, dann kann ich, das ist ja auch sechzig Meter und das auch hundertdreiundzwanzig, äh, zweiunddreißig.
I: Ja, genau. Dann würdest du den Zaun bis dahin bauen? Das gehört uns aber gar nicht mehr das Grundstück.
S: Das denke ich mir einfach nur, weil ich ja für hier auch einen Zaun brauche und der ist dann, wenn ich das ausmesse, kommt dann das beides und das beides sind dann sechzig und das ist auch gleich und das ist, ergibt das dann, hier dieses.
I: Ja. Das heißt, du meinst diesen Zaun, den wir uns jetzt denken, den stellen wir nachher woanders auf. Wo denn?
S: Na hier.
I: Ja, ist das gleich lang? Also dieses Stück dann dahin, ja? Und dieses Stück dann dahin? Passt das?
S: Ja, weil das ist ja so lang und das ist ja solang.
I: Genau, also können wir das machen. Gut, brauchen wir gar nicht zu rechnen. Wenn wir jetzt nur noch wüssten wie lang der Zaun sein muss, was müssen wir kaufen? Du hast es mir ja gerade schon gesagt.
S: Muss ich jetzt Umfang und alles hier noch hinschreiben?
I: Ja. Musst du mir nur noch zeigen, wie man das jetzt ausrechnet.

S: Ich glaube so ist es.
I: Das war gut, du hast es eben schon erklärt jetzt musst du es nur noch machen. Das hast du genau richtig gesagt.
F: … zweiunddreißig, sechzig …
I: Wenn wir jetzt noch ein plus dazwischen schreiben, hier ne, denn das müssen wir ja alles zusammenzählen, dann wird da was draus. Kannst du es ausrechnen?
S: Ja, ich weiß da nicht was da jetzt kommt. Umfang und dann?
I: Umfang, ist egal ob du was hinschreibst.
S: „A“ glaube ich.
I: Nee, Umfang „U“, ist schon richtig.
S: Also immer „U“.
I: „A“ war was anderes.
S: Dann schreib ich das Ergebnis hin und dann hat man dann, muss ich die anderen auch noch mal zusammenrechnen.
I: Mir reichen die Zahlen, brauchst du gar kein „U“ zu machen.
S: So, und jetzt mach ich hier einen Strich und rechne aus. Ja, kann man so machen.
I: Ja, so viel Zaun brauchen wir?
S: Ja.
I: Völlig richtig, ist in Ordnung.
S: Das kann ich noch am besten erklären.
I: Ja, gut. Wir kommen zu einem bisschen was anderem noch. Da siehst du den Grundriss von einem Zimmer, das dick Umrandete ist das Zimmer. In diesem Zimmer liegen Fliesen, die hab ich da auch eingezeichnet. Kannst du mir sagen, wie viele Fliesen das sind?
S: Ich könnt jetzt eigentlich zählen, aber …
I: Alle zählen? Brauchst du lange.
S: Ja.
I: Gibt es irgend eine bessere Lösung?
S: Ich weiß, glaub ich.
I: Ja, mach mal einen Vorschlag.
S: Ich zähle nur die hier von den Seiten.
I: Ja, von allen Seiten?
S: Nee, das hier müsst ich wieder ergänzen, oder? Es würde leichter sein.
I: Ja, da ist so ne blöde Ecke drin, die hab ich extra rausgenommen.
S: Also kann man jetzt hier ergänzen.
I: Ja, nützt uns das was?
S: Ja, okay, dann könnt ich, ja, weil könnt ich jetzt nicht, müsst ich ja alles hier drum rum, wenn ich das jetzt ergänze könnte ich die beiden, das, das, das und, aber ich weiß ja gar nicht, was hier drin ist.

I: Richtig, richtig. Wie können wir das rauskriegen, wie viele das dann sind? Wie viel sind das hier am Rand?
S: Acht.
I: Acht, okay. Das sind acht. Wie viel sind das hier?
S: Acht, auch acht.
I: Das sind auch acht. Wie viele sind das dann zusammen?
S: Sechzehn.
I: Und wie geht's weiter?
S: Noch ein Strich.
I: Noch ein Strich. Wie viel sind das?
S: Zweiunddreißig.
I: Und das?
S: Ähh, vierzig? Achtundvierzig.
I: Einmal verzählt, ne?
S: Ja?
I: Eins, zwei, drei, vier, fünf. Fünf mal acht haben wir jetzt.
S: Ach, vierzig.
I: Und jetzt?
S: Achtundvierzig, zweiund ...
I: Deine Lieblingszahl.
S: Sechsundfünfzig.
I: Wieder acht dazu.
S: Vierundsechzig.
I: Noch mal acht dazu.
S: Muss ich?
I: Sicher, hier haben wir noch mal acht dazu jetzt, da kommen noch mal acht dazu.
S: Vierundsechzig.
I: Die haben wir hier gerade, jetzt kommen noch die dazu. Einmal, zweimal, dreimal, viermal, fünfmal, sechsmal, siebenmal, achtmal, neunmal Acht.
S: Neun mal Acht sind ... warte, warte, warte, zweiundsiebzig.
I: Jawohl, zweiundsiebzig. Und jetzt, wie geht's jetzt weiter. Kannst du erst mal festhalten, genau.
S: Sechs.
I: Sechs, und weiter?
S: Zwölf, achtzehn. Und das rechne ich zusammen.
I: Genau. Haben wir jetzt alle Fliesen? Sind alle dabei.
S: Neunzig.
I: Gut, wo war das Problem?
S: Wegen diesem, wegen dieser Ecke, oder?
I: Wir haben erst diesen Teil da ausgerechnet.

S: Dann den.
I: Hast du sie alle gezählt?
S: Nee.
I: Wir haben gerechnet, ne?
S: Ich hab nur eine Seite gezählt und dann immer mehr plus.
I: Ja, genau, das kann man machen. Hätte es dir auch was gebracht, wenn du diese Spalten hier gezählt hättest? Wie viele rote Striche sind denn da jetzt?
S: Hier sind jetzt neun.
I: Ja, genauso viele wie Kästchen da.
S: Ja, okay. Aber wenn ich jetzt so gemacht hätte, dann wäre es ja jetzt schon zu Ende und dann müsst ich ...
(Pausengong, unverständlich)
I: ... dann muss man gucken, wie das mit der Ecke hinkommt. Kann man so und so machen, kann man auch anders unterteilen. Aber so kann man vorgehen. Man muss sich das in Blöcke einteilen, das Ganze. Okay, danke, das war's die Stunde ist schon rum. War's schlimm?
S: Nee.
I: Gut, okay. Dann schickst du mir jetzt noch mal Andrea runter.
S: Okay.
I: Tschüß.

B.12 Andrea

Andrea *(Schule 1; 04.09.02; 4. Stunde)*

S: ... lernen, aufpassen, Aufgaben rechnen, mehr nicht.
I: Gibt es etwas, was du besonders gern machst im Matheunterricht?
S: Geometrie.
I: Geometrie machst du gerne.
S: Ja.
I: Gibt's auch irgendwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Prozentrechnung.
I: Prozentrechnung, gut. Kannst du dich an den Matheunterricht in der Grundschulzeit erinnern?
S: Ein bisschen.
I: Ein bisschen. Gab's da etwas, was du besonders gern gemacht hast oder was du gar nicht gemocht hast?
S: Gemocht habe ich plus und minus und mal.
I: Ja.
S: Und Schwanzrechnung habe ich nicht so gemocht.
I: Schwanzrechnen?
S: Ja.

I: Du meinst geteilt rechnen, glaub ich.
S: Ja, ja, ja.
I: Das gefällt dir nicht.
S: Aber jetzt gefällt es mir.
I: Gefällt dir jetzt besser?
S: Ja.
I: Aha, gut. Wenn du so die verschiedenen Jahre anschaust, hast du wahrscheinlich auch mehrere Lehrer gehabt?
S: Ja.
I: Meinst du, dass der Matheunterricht und wie du ...
Pausenglocke
I: ... Erfolg hattest im Matheunterricht von den Lehrern abhängig ist? Oder liegt das mehr an dir?
S: Das liegt mehr an mir.
I: Ja?
S: Ja.
I: Gut. Wenn du jetzt so deinen Matheunterricht anschaust, hast du Verbesserungsvorschläge? Was sollte man anders machen, damit dir das Ganze besser gefällt?
S: Muss ich mal überlegen. Es gefällt mir jetzt, wie es ist.
I: Ist in Ordnung so?
S: Ja.
I: Gut, dann wollen wir gar nichts verändern. Gucken wir uns ein paar Aufgaben an. Und das fängt ganz leicht an. Du siehst da oben ein paar Zahlen, ganz einfache Zahlen, die sind unterschiedlich groß. Und die sollst du der Reihe nach sortieren. Und da schreibst du die Kleinste hin, da die nächst größere und da hinten kommt dann die größte Zahl rein.
S: Äh, kapier ich jetzt nicht. Soll ich jetzt hier die Kleinste reinschreiben?
I: Genau, da kommt die kleinste Zahl rein aus dieser Reihe.
S: Ja, sechs.
I: Ja, ist klar, ist ganz einfach. So, welches ist die nächst größere Zahl?
S: Ja die.
I: Gut, so machst du weiter. Ich glaub, du hast mir eine Null unterschlagen hier, ne? Da hast du mir glaub ich eine Null unterschlagen.
S: Ja.
I: Aber sonst ist das richtig. War nicht schwer. Okay. Nächste Aufgabe genau das gleiche, nur die Zahlen sind andere. Die haben nämlich ein Komma da drin.
S: Ohh, riskant.
I: Oh, ja. Wollen wir mal gucken ob du das kannst. Fängst auch wieder mit der kleinsten an.

S: Nein, quatsch.
I: Quatsch?
S: Ja.
I: Aha, warum meinst du, das ist die kleinste?
S: Ja, weil sechs.
I: Gut, okay. Sehe ich ein. Bist du dir sicher?
S: Jetzt irgendwie nicht.
I: Weil ich nachgefragt habe oder ...
S: Ja.
I: ... hast du ohnehin schon Bedenken gehabt?
S: Nee, vorher nicht.
I: Hast schnell hingeschrieben.
S: Ja.
I: Na gut, ich habe nachgefragt, ist ein bisschen gemein. Das ist auch nicht so ganz richtig. Hast du eine Idee, wo da etwas komisch sein könnte?
S: Ne. Nee, weiß ich nicht.
I: Pass mal auf. Das ist klar, das ist die kleinste Zahl, ne.
S: Ja.
I: Diese Zahlen, die sind nicht so ganz richtig. Schreib die doch mal hier untereinander, diese vier Zahlen, die mit einer sieben beginnen. Halt, halt, schreib ruhig untereinander mit der Sieben, dass die Siebenen alle untereinander stehen.
S: Ach so.
I: Ich glaube, das ist besser. Guck dir die noch mal an. Fällt dir was auf an diesen Zahlen?
S: Ja, dass hier eine Null steht.
I: Ja. Stört dich das?
S: Nee, aber die Null zählt doch nicht.
I: Die Null zählt nicht. Ja stimmt, das ist so komisch. Ist die dann größer oder ist die kleiner als die anderen? Was komisch ist, dass die Zahlen alle unterschiedlich lang sind.
S: Ja.
I: Aber unterschiedlich lang heißt nicht unbedingt, dass sie verschieden groß sind. Man kann Zahlen, die ein Komma haben durch Nullen verlängern. Das ändert nichts an den Zahlen. Kennst du das, hilft dir das?
S: Nein.
I: Du darfst hier hinten Nullen dranhängen an die 7,4.
S: Ja, bis man hier ankommt an die sieben.
I: Genau, mach das mal. Guck dir die Zahlen jetzt mal an, fällt dir was auf?
S: Ja, die andere größer ist.

I: Sind sie das jetzt geworden oder waren sie das vorher schon? Ich habe gerade gesagt, dass durch das Anhängen von Nullen bei Kommazahlen sich nichts ändert an der Zahl.
S: Ja, aber mit der Null werden die Zahlen größer. Fünfundvierzig und jetzt vierhundertfünfzig.
I: Ja. Durch das Komma sieht das anders aus. Jetzt kann man die Zahlen anders sortieren. Stimmt das? Weil da aber ein Komma steht, stört das nicht. Wenn ich mal diese Zahlen hier zudecke, an der Seite, welche Zahl würdest du jetzt sagen ist die größte?
S: Sieben fünftel. Sieben Komma fünf.
I: Sieben Komma fünf ist was anderes als sieben fünftel. Gut, und die anderen beiden, äh die anderen drei?
S: Sieben viertel, sieben Komma vier.
I: Ja.
S: Und dann sieben Komma Null.
I: Ist eine kleinere als sieben Komma vier dabei. Jetzt nehme ich mal eine Stelle mehr. Jetzt guck dir die beiden sieben Komma vier Zahlen an.
S: Ja, die eine ist sieben Komma vierzig und die andere sieben Komma fünfundvierzig.
I: Ja.
S: Also ist die sieben Komma fünfundvierzig größer als die sieben Komma vierzig.
I: Wäre das auch ohne die Null so ohne die Null da oben bei der vier? Du hast ja vorher schon gesagt, da stören die Nullen, wir sehen die Nullen ja gar nicht jetzt. Kannst ja trotzdem sagen, die sieben Komma vier ist kleiner als sieben Komma fünf. Ob wir hinten noch ne Null dran hängen oder nicht, stört uns gar nicht, sehen wir ja nicht. Jetzt leg ich noch eins weiter weg, wie sortierst du jetzt?
S: Ja sieben, sieben Komma, nein, sieben Komma fünfhundert.
I: Was ist mit der?
S: Das ist die größte.
I: Ja. Welche ist die kleinste? Die. Okay, guck noch mal auf deine Reihe, wie das bei dir steht.
S: Ja, bei mir steht es ungenau.
I: Ja, steht das anders da, die Reihenfolge?
S: Ja.
I: Ja, dann sortier mal so wie du meinst, wie es danach richtig sein müsste.
S: Jetzt hier rein schreiben.
I: Ja mach mal drunter, die Reihe da drunter hat ja auch noch Platz.
S: Mit den Nullen?
I: Ob du mit Nullen schreibst oder ohne Nullen ist eigentlich egal. Kann man auch nachher wieder weglassen.

S: Mit der kleinsten anfangen?
I: Ja, das war sechs Komma sieben, die hatten wir ja schon, die hatten wir bloß da weggelassen. Da, sechs Komma sieben.
S: Sechs Komma sieben.
I: Ja, die hatten wir ja schon. Und dann kommen diesen Zahlen, die du hier hast. Welche ist davon die kleinste?
S: Ja die.
I: Halt, guck genau hin. Von den vier Zahlen, welche war die kleinste.
S: Ja die.
I: Ja.
S: Also jetzt sieben Komma Null sechs sieben. Dann kam die.
I: So, jetzt guck dir noch mal deine beiden Reihen an, welche gefällt dir besser?
S: Die und die.
I: Diese beiden, die du zu dieser Aufgabe geschrieben hast. Die sind unterschiedlich.
S: Was soll ich jetzt sagen?
I: Wenn sie unterschiedlich sind, dann ist eine wohl falsch.
S: Ja, aber welche?
I: Ja welche?
S: Die untere?
I: Die untere, warum soll die falsch sein?
S: Ich weiß nicht. Nein, ich schätz mal die obere.
I: Weil ich ja schon so blöd nachgefragt habe. Diese Nullen hier, die du da drangehängt hast, die haben ja eigentlich geholfen, das zu sortieren. Was vorher noch nicht so ganz klar war. Da hast du dann gesagt, ja, jetzt sieht man das. Man darf die dann aber wieder weglassen, das ändert an den Zahlen ja nichts. Deswegen sagt man übrigens auch nicht sieben Komma vierhundert, man spricht dann sieben Komma vier Null Null. Bisschen blöd, klingt blöd. Oder sieben Komma vier fünf, man sagt nicht sieben Komma fünfundvierzig. Klar, die fünfundvierzig wäre größer als die fünf, aber sieben Komma fünf ist größer als sieben Komma vier fünf. Also es reicht ja wenn man vorne anfängt. Du hast ja vorhin auch gesagt sechs Komma sieben ist kleiner. Da haben wir nur vor dem Komma geguckt.
Nehmen wir eine Stelle dazu, gucken erst mal da, welche ist die größte, welche die kleinste. Schon ganz klar. Zwei sind noch gleich. Müssen wir noch eine Stelle weiter gucken und dann können wir auch die unterscheiden. Und so kann man dann immer weiter gucken, immer eine Stelle mehr aufnehmen und fängt von vorne an. Und dann wird das hier die richtige Reihenfolge. Deswegen kommt das hier nicht ganz hin. Was bei dir war, du hast sie nach der Länge geordnet, das kann man auch machen, aber das wäre nicht die größte. Okay, gut, machen wir ein bisschen weiter. Da steht rechne schriftlich, was heißt das?

S: Ja untereinander.
I: Genau, plus, untereinander.
S: Soll ich das rechnen?
I: Ja.
S: Hier?
I: Genau. Genau gucken, wie du das hinschreibst, ne. Stopp, bevor du rechnest ne Frage. Warum schreibst du die letzte Zahl so weit nach hinten? Ist das richtig so? Warum hast du die anderen beiden Zahlen so versetzt geschrieben?
S: Ja, weil elf Komma und neunundsechzig Komma.
I: Ja.
S: Und ich mein, dass Komma immer untereinander setzen muss.
I: Richtig, genau. Nun hat die letzte Zahl dummerweise kein Komma. Kann man die denn mit einem Komma schreiben?
S: Könnte man.
I: Ja, wie denn?
S: Ja, fünf Komma neun.
I: Ja, dann wird es eine andere Zahl. Ich muss dir das mal aufschreiben. Da steht dann hier diese Zahl in der Aufgabe, neunundfünfzig. So, jetzt hast du gesagt jetzt können wir ein Komma da hinschreiben, dann sieht das so aus. Ist das das gleiche? Darf man das so schreiben? Neunundfünfzig gleich fünf Komma neun.
S: Kann man nicht, oder?
I: Denk mal an Geld. Da sind neunundfünfzig Euro und das da?
S: Fünf Komma neun.
I: Fünf Euro neunzig Cent.
S: Ja.
I: Ist das das gleiche?
S: Nein.
I: Nee, ne. Machen wir einen Strich durch. Wie kann man das denn schreiben mit Komma, die neunundfünfzig Euro?
S: Vielleicht fünf Komma neun und Null?
I: Mach, mach mal, schreib mal hin, also diese, diese neunundfünfzig Euro, ne. Und jetzt kriegen wir da ein Komma hin.
S: Neunundfünfzig Komma Null.
I: Ja, das kann man machen. Ist das das gleiche dann?
S: Ja.
I: Ja, würde ich dir zustimmen. Neunundfünfzig Euro, Null Cent.
S: Ja.
I: Kann man machen. So jetzt überleg noch mal das da. Stimmt das dann?
S: Neunundfünfzig unter der einundsechzig ...
I: Ja.
S: ... und dann Komma Null.

I: Ja. Und das ist was anderes, ne. Weil, jetzt hast du nur neunundfünfzig Cent da stehen. Das ist ja viel, viel weniger. Gibt auch ein ganz anderes Ergebnis dann. Also nach vorne.
S: Soll ich jetzt noch mal eins machen?
I: Machen wir noch mal, dann sieht's besser aus, als wenn wir das hier so durchstreichen. Okay, dann darfst du das zusammenrechnen.
S: Äh?
I: Wo geht's weiter?
S: Ja hier.
I: Nicht verrechnet?
S: Doch.
I: An der einen Stelle, ne.
S: Hier. Hier kommt zwei hin.
I: Ja, genau. Okay so stimmt's. In Ordnung. Gut. Wir machen ein bisschen weiter. Da kommen Aufgaben mit Lücken. Du sollst diese Lücken füllen.
S: Das kann ich nicht.
I: Ach! Sag nicht so schnell, das kannst du nicht. Das können wir gemeinsam machen, das kriegen wir schon hin. Fangen wir mit der ersten an, die ist noch recht leicht.
S: Acht.
I: Okay, kannste reinschreiben.
S: Aber die kann ich nicht.
I: Warum nicht?
S: Ich weiß nicht.
I: Was stört dich daran?
S: Ja, das Komma.
I: Ach das Komma, das kriegen wir schon weg. Ist es nur das Komma, das dich stört? Oder stört dich, dass der Kasten in der Mitte ist?
S: Ja beides.
I: Beides. Können wir das denn so umändern, dass der Kasten am Ende steht?
S: Kopfschütteln
I: Nein? Doch, kann man bestimmt. Man kann die Aufgabe umstellen. Ich geb dir mal ein Beispiel. Sind das die gleichen Aufgaben? Sind doch die gleichen Zahlen drin.
S: Ja, das ist die gleiche Zahl.
I: Und stimmen diese beiden Aufgaben?
S: Ja.
I: Okay, hilft dir das für diese Aufgabe?
S: Für welche? Für die?
I: Ja.
S: Nein.

I: Warum nicht?
S: Weiß ich nicht.
I: Muss ich dir noch mal helfen. Jetzt hab ich die fünf eingekreist hier. Hilft dir das jetzt?
S: Ich kann das doch jetzt hier auch einkreisen, aber ...
I: Da ist ja schon hier ein eingekreistes Kästchen.
S: Ja, aber sechs Komma fünf. Wenn ich das dann einkreise, was nützt mir dann das?
I: Guck mal, hier hab ich beide male die gleiche Zahl eingekreist. Und die beiden Zahlen sind auch gleich, drei und acht und drei. Die Zahlen, die Aufgabe nur umgestellt. Probier das mal bei der Aufgabe b).
S: Tu ich jetzt zwei Komma fünf plus sechs Komma fünf rechnen, oder wie?
I: Hilft dir das? Hab ich da plus gerechnet?
S: Minus. Also minus rechnen.
I: Also Vorschlag? Stell die mal um, so wie ich das gemacht hab.
S: Hier, ne? Gleich vier Komma Null.
I: Ja. Stimmt das, kannst du das oben einsetzen die vier Komma Null?
S: Vier plus zwei sind sechs ... ja.
I: Ja, stimmt. Also kann man das machen, man darf die Aufgabe so umstellen. Und dann ist das etwas leichter, wenn hinten das Kästchen ist als in der Mitte. Gut, und in der nächsten ist auch wieder in der Mitte das Kästchen.
S: Ja, aber da muss man vielleicht plus rechnen?
I: Musst du mal überlegen, wie kann man die jetzt umstellen? Ist jetzt ne Minusaufgabe. Wie kriegen wir das jetzt hin?
S: Ja, drei sechstel ...
I: Halt! Drei Komma sechs.
S: Boah, wieso sag ich immer drei sechstel, 3,6 plus 6,4. Aber da käme doch eine größere Zahl raus.
I: Kann also nicht stimmen.
S: Ja.
I: Gut, also muss es irgend was anderes sein. Hier hatten wir auch eine Plusaufgabe angefangen, da ist ne Minusaufgabe. Ist also ein bisschen was anders. Einfach umdrehen geht jetzt nicht. Muss man anders umtauschen.
S: Vielleicht einfach sechs Komma vier minus drei Komma sechs?
I: Probier's mal aus.
S: Ja sind drei, drei Komma zwei.
I: Da hast du dich verrechnet. Hilft es dir ...
S: Drei.
I: ... hilft es dir, wenn du das schriftlich rechnest? Sechs Komma vier minus drei Komma sechs.
S: *rechnet korrekt*
I: Aha.

S: Zwei Komma acht.
I: Ist was anderes als drei Komma zwei.
S: Ja.
I: Ja. So kann man die jetzt da einsetzen in die Aufgabe c)?
S: Könnte man.
I: Mach mal. Geht das dann auf?
S: Nein.
I: Was?
S: Glaub ich nicht.
I: Ich glaub schon. Probier mal.
S: Ich rechne mal.
I: Was rechnest du jetzt?
S: Mit zwei Komma acht.
I: Genau.
S: Ja.
I: Stimmt. Also wohl doch zwei Komma acht. Aha, mit dem Umstellen hat's geklappt. Dann müssen wir die letzte Aufgabe auch noch hinkriegen. Vielleicht klappt es auch da mit dem Umstellen?
S: Also wieder hier zwölf, aber das geht doch wieder nicht.
I: Geht wieder anders, ne?
S: Ja. Vielleicht zwölf Komma Null?
I: Ja, kann man machen. Und dann?
S: Plus sieben Komma fünf. Aber dann käme wieder eine größere Zahl raus.
I: Ja und ist das schlimm? Muss denn die Zahl vorne größer oder kleiner sein?
S: Kleiner, ja kleiner.
I: Sicher? Ich geb dir mal ein Beispiel dazu. Du hast Geld in deinem Portmonee und nimmst sieben Euro fünfzig raus und bezahlst damit etwas und nachher bleiben zwölf Euro in deinem Portmonee drin. Waren vorher mehr oder weniger als zwölf Euro drin?
S: Mehr.
I: Aha.
S: Also kommt da mehr raus. Ich rechne jetzt einfach.
I: Gut.
S: Neunzehn Komma fünf.
I: Probier noch mal aus, ob das stimmt.
S: Nee.
I: Was, du hast dich vertan.
S: Quatsch, ja.
I: Warum hast du nur eins hochgeschrieben?
S: Wo, hier?
I: Ja. Rechne noch mal.
S: Fünf bis zur fünf geht nicht.

I: Warum nicht?
S: Ja, das wären dann Null.
I: Ja und, ist das ein Problem?
S: Man hat das mir immer beigebracht, damit wir, weil hier ne eins ...
I: Ja, wenn man das nicht rechnen kann, von sechs bis fünf geht nicht. Von fünf bis fünf?
S: Ja, dann kommt Null raus.
I: Ja, das darf man machen.
S: Kommt hier zwei und hier ... ja, zwölf Komma Null.
I: Stimmt. Also wohl doch richtig.
S: Also neunzehn Komma fünf.
I: Ja, genau. Okay, machen wir ein bisschen weiter. Hier unten kommen noch zwei Malaufgaben.
S: Das kann ich, glaub ich.
I: Gut, dann probier mal.
S: Das hatten wir letztens gemacht. Müssen wir nicht die Kommas verschieben?
I: Bei geteilt war das, da hat man die Kommas verschoben. Bei mal nicht. Beachten muss man die auch, kommen wir gleich noch zu.
S: Ja, kommt sechsundfünfzig raus, fünf Komma sechs.
I: Sicher? Ihr habt bestimmt Stellen hinter dem Komma gezählt. Erinnerst du dich? Wie viel Stellen sind hier hinter dem Komma?
S: Ja eine.
I: Und da?
S: Auch eine.
I: Was heißt das für das Ergebnis?
S: Ja zwei vielleicht hinter.
I: Aha.
S: Also hier.
I: Ja.
S: Also kommt Null Komma fünf sechs.
I: Ja, genau.
S: Darf ich jetzt hier eintragen.
I: Das ist richtig.
S: *(rechnet nächste Aufgabe)*
I: Fehlt ein Komma, bei Null Komma drei, oben fehlt ein Komma. So und wie ist das Ergebnis?
S: Null Komma Null sechs.
I: Ja. Warum zwei Stellen hinter dem Komma?
S: Ja, weil hier und hier, sind doch zwei insgesamt.
I: Genau. Okay. Wir machen was anderes. Kannst du mir erklären, was der Umfang einer Figur ist?
S: Der Umfang einer Figur? Ja, ich glaube die Breite von dem.

I: Ich zeichne dir mal eine Figur auf. Was ist der Umfang von dieser Figur?
S: Ja das.
I: Das was drum herum ist.
S: Ja.
I: Okay. Was braucht man um so etwas zu berechnen? Was muss man wissen?
S: Ja, die Länge und die Breite.
I: Genau. Länge und Breite. Und das wollen wir uns jetzt näher anschauen. Ich habe hier den Umfang, also eine Figur, das soll ein Grundstück darstellen und ich möchte gern wissen, wie lang der Umfang ist. Ich möchte einen Zaun um dieses Grundstück bauen und ich möchte wissen, wie viel Zaun ich kaufen muss. Wie kriegen wir das raus?
S: Ja alles plus rechnen.
I: Richtig. Gut. Dann machen wir das mal.
S: Aber muss man das hier nicht irgendwie so teilen?
I: Warum? Wo stellst du Zaun hin?
S: Na da rum.
I: Ich zeichne erst mal ein Stück Zaun ein. Da zeichne ich einen Zaun ein. Wie lang ist das Stück Zaun?
S: Dreiundachtzig Meter.
I: Gut, Okay. Ich zeichne Zaun da ein.
S: Sechzig Meter.
I: So, das sind dann wie viel zusammen, wie viel Zaun muss ich jetzt schon kaufen, wie viel habe ich aufgestellt?
S: Muss ich jetzt das plus rechnen. Hundertdreiunddreißig.
I: Nicht ganz. Hundertdreiundvierzig.
S: Ja.
I: Aber das können wir gleich noch machen. Wir gehen erst mal weiter, sind noch nicht fertig. Dann stellen wir da einen Zaun hin, so und wie geht's weiter?
S: Auch das plus rechnen.
I: Können wir gleich machen. Wo kommt noch Zaun hin? Zeichne mal ein mit dem roten Stift.
S: Hier.
I: Ja, genau. So und wo noch?
S: Und hier.
I: Ja. Wo kommt noch ein Zaun hin?
S: Hier.
I: Ja. Da auch?
S: Wo?
I: Da.
S: Ja, das gehört doch eigentlich zu allem.

I: Kommt kein Zaun hin, nein auf keinen Fall. Haben wir nachher einen Zaun mitten auf unserem Grundstück, das wollen wir nicht.
S: Ja. Ich soll jetzt plus rechnen?
I: Ja, aber kannst du schon plus rechnen jetzt?
S: Wie?
I: Hast du schon alle Zahlen?
S: Nein, ich hab nur die beiden.
I: Ja, und was fehlt dir noch?
S: Ja die beiden.
I: Ja, und was noch? Wie lang ist denn der Zaun da und da?
S: Ja, muss man ausrechnen.
I: Gut. Wie können wir das ausrechnen?
S: Mit einem Lineal.
I: Nein, messen geht nicht. Keine Chance, es könnte ganz falsch von mit gezeichnet sein. Ist ja auch viel kleiner. Das ist ja nur eine Skizze von einem Grundstück.
S: Also erweitern.
I: Ja, probier das mal. Hilft dir das?
S: Ja schon, irgendwie so ein bisschen.
I: Was hilft dir denn daran.
S: Ja da haben wir alles.
I: Ja.
S: So im Ganzen.
I: Ja wollen wir auf das ganze Grundstück den Zaun stellen? Da dürfen wir gar nichts hinstellen, das gehört uns ja gar nicht. Wie hilft uns das für diese beiden Stücke?
S: Weiß ich nicht.
I: Ich behaupte, dieses Stück hier ist genauso lang wie dieses Stück. Stimmt das?
S: Ja.
I: Ja. Hilft uns das jetzt doch was, was du gerade gezeichnet hast?
S: Schon irgendwie.
I: Ja, wie genau?
S: Da müssen wir zwei mal zwanzig Meter rechnen.
I: Halt. Sind das da oben auch noch mal zwanzig?
S: Nee, mehr.
I: Mehr. Wie viel genau?
S: Dreiundachtzig Meter?
I: Ja, die sind da oben.
S: Sechzig Meter.
I: Aha.
S: Das ist doch gleich hier.

I: Ja, genau.
S: Also zwei mal sechzig.
I: Ja.
S: Sind hundertzwanzig.
I: Richtig.
S: Hundertzwanzig plus das plus das.
I: Ja. Dann mach das mal.
S: rechnet
I: Weißt du, wie viel Zaun wir jetzt haben?
S: Dreihundertfünfunddreißig Meter.
I: Wir haben jetzt Zaun, der reicht hier rum. Das sind dreiundachtzig hast du gesagt, dann die hundertzwanzig, das sind dieses Stück und dies und dies, ob wir das nun da oder da hinstellen ist ja egal, kannst's ja erst dahin kaufen und dann dahin schieben und dann das Stück gekauft. Reicht das?
S: Das haben wir noch nicht gekauft.
I: Stimmt. Das Stück haben wir noch nicht gekauft. Das hier haben wir schon.
S: Also müssen wir noch mal plus zwanzig.
I: Nee, das hier sind nicht zwanzig, das ist mehr. Wie lang ist denn das hier oben?
S: Ja dreiundachtzig.
I: Nein. Die dreiundachtzig geht nur bis da.
S: Neunzig vielleicht?
I: Nee. Hilft dir das?
S: Nein. Vielleicht hundertzweiunddreißig, aber ...
I: Die Strecke ist hundertzweiunddreißig lang.
S: Ja, und die auch, wenn wir das so lassen.
I: Richtig.
S: Also zwei mal hundertzweiunddreißig und zwei mal sechzig.
I: Ja, dann haben wir alles. Dann nehmen wir halt den Zaun von hier bis hier und das Stück, was hier steht, das schneiden wir ab und schieben es da hin. Geht das?
S: Ja.
I: Das geht. Also musst du deine Rechnung noch mal ein bisschen korrigieren.
S: Muss ich jetzt die dreiundachtzig mitrechnen oder nicht? Nee, ne?
I: Nee nicht mehr.
S: Weil die jetzt hier schon ist.
I: Genau.
S: Dreihundertvierundachtzig Meter.
I: Richtig, das ist der Zaun, den wir brauchen. Okay. Wir gucken uns was anderes an, das ist die Skizze von einem Zimmer. Dies dick Umrandete soll ein Zimmer sein und da sind Fliesen drin. Ich möchte gern von dir wissen, wie viele Fliesen sind in diesem Zimmer?

S: Acht.
I: Acht? Nee, sind doch viel mehr. Guck mal in diesem Ding da sind viel mehr Fliesen drin. Die Kästchen, das sind die Fliesen.
S: Ach so.
I: Wie viele Kästchen sind das?
S: Kann man rechnen, ne?
I: Kann man rechnen, ja. Geht schneller als zählen wahrscheinlich.
S: Zweiundsiebzig.
I: Ja, hast du jetzt alle Fliesen schon?
S: Nein, ich habe jetzt nur die auch mitgezählt.
I: Jetzt noch nicht.
S: Doch ich hab so gemacht ... ach so nein ich hab nicht mitgezählt.
I: Was du jetzt hast ist dieses Stück hier.
S: Ja. Zwölf mal acht. Moment mal, sechsundneunzig.
I: Was hast du jetzt, jetzt hast du diese hier. Stimmt das?
S: Ja.
I: Was ist denn mit dieser blöden Ecke hier? Die gehört gar nicht zu dem Zimmer dazu.
S: Ja kaufen wir die Fliesen und dann schneiden wir ab.
I: Ja, ist ja in Ordnung, aber das sind eigentlich zu viele Fliesen. Ich möchte wissen, wie viele in das Zimmer reingehen. Wie viel haben wir denn jetzt zu viel?
S: Ja dann kommt neunzig, minus sechs.
I: Aha, Okay. Also in diesem schwarz umrandeten?
S: Sind neunzig Fliesen.
I: Neunzig Fliesen. Das wollte ich wissen. Noch ein Zimmer. Ich möchte wissen wie groß es ist, was es für eine Fläche hat.
S: Muss man wieder alles zusammenrechnen, aber das geht ja nicht wegen hier dem.
I: Halt. Zusammenrechnen? Es geht nicht um Umfang, es geht um die Fläche. Was können wir tun?
S: Zwei mal achtzehn Meter rechnen.
I: Warum? Es geht nicht um Umfang.
S: Ich weiß es nicht.
I: Denk an die Fliesen. Das ist ganz ähnlich wie diese Aufgabe mit den Fliesen.
S: Nee, keine Ahnung.
I: Ein erster Vorschlag. Wir zerteilen das hier. Das hast du hier oben schon mal vorgeschlagen, aber hier kann man das jetzt machen. Wir zerteilen dieses Ding hier. Und jetzt haben wir dort zwei Figuren.
S: Also müssen wir zwei mal acht rechnen und zwei mal ...
I: Kein Umfang, nur der Flächeninhalt. Wie war das mit Flächeninhalt?
S: A mal b.

I: Aha, genau. Was ist a mal b?
S: Ja a mal b.
I: Ja und das ist?
S: Muss man zwei mal a und zwei mal b rechnen.
I: Du hast gerade gesagt a mal b. Was ist denn hier a und was ist b?
S: Ja a und b.
I: Wo ist b?
S: Hier.
I: Ja. Okay. Kannst du mir die Zahlen sagen?
S: Acht mal sieben.
I: Ja.
S: Sind sechsundfünfzig.
I: Gut. Gut gemerkt. Dann haben wir schon mal was für diesen Teil.
S: Ja und für diesen?
I: Was ist mit dem anderen Teil?
S: Das müssen wir zu machen.
I: Nee, wir müssen auch noch den Teil hier unten haben. Den hier oben, den haben wir, der gehört dazu.
S: Ja, a mal b rechnen.
I: Ja und was ist a und was ist b?
S: A, b.
I: Nein, das stimmt nicht. Acht Zentimeter ist das hier, das ganze.
S: Ja.
I: Wir wollen aber nur das bis da hin haben, das sind nicht acht, denn acht Zentimeter ist alles. Wie kriegen wir das raus, was dies kleine Stück ist?
S: Abziehen, weil das doch acht.
I: Nee, acht sind das hier.
S: Ach so, ja ja.
I: Wie viel ist denn das hier?
S: Sieben.
I: Aha. Wie lang ist denn dann das?
S: Elf.
I: Ja, kannste dran schreiben. Schreibst du hier oben hin, weil das ja genau das gleiche ist. So, weißt du jetzt wie groß hier dieses Stück ist?
S: Was ist mit der drei? Also dreiunddreißig oder wie.
I: Richtig, ja.
S: Und jetzt alles zusammenrechnen.
I: Und zusammen?
S: Plus, ne.
I: Ja. Okay, das sind also neunundachtzig.
S: Ja.
I: Was eigentlich? Kartoffeln, Krümelmonster?

S: Ja Flächeninhalt des Zimmers.
I: Fläche. Meter? Kilogramm?
S: Meter.
I: Meter?
S: Ja.
I: Quadratmeter? Wie war das bei Flächen?
S: Ja, Quadratmeter.
I: Aha, Quadratmeter. Gut, okay. Nimm das weg und nimm einen letzten Zettel, ein klein bisschen machen wir noch und da steht folgendes. Das ist ein Mal-Quadrat. Weißt du, wie so was geht?
S: Naja.
I: Vier mal zwei ...
S: ... sind acht.
I: Darfst du acht reinschreiben.
S: Das sind zwölf.
I: Ja, genau. So und jetzt weiter.
S: Dann kommt hier mal sechs, sechs kommt hier.
I: Warum?
S: Ja sechs mal fünf sind dreißig.
I: Gut, okay, richtig.
S: Das sind dann vierundzwanzig.
I: Ja.
S: Dann kommt sieben. Hier kommt zwei hin. Ja.
I: Gut, hervorragend. Eine letzte Aufgabe für dich. Lies mir die mal vor.
S: Ja zehn Minuten.
I: Sicher?
S: Wenn zehn Schüler fünf Minuten brauchen, brauchen zwanzig zehn.
I: Kannst du Eier kochen?
S: Ja.
I: Wie lange braucht ein Ei, um hart zu werden? Wie lange kochst du das?
S: Zehn Minuten.
I: Zehn Minuten, okay. Wenn du zwei Eier kochst wie lange brauchen die eigentlich?
S: Fünfzehn, zwanzig.
I: Sicher?
S: Weiß ich nicht.
I: Tust du die in einen Topf oder in zwei Töpfe?
S: In einen Topf.
I: Kochst sie gleichzeitig oder nacheinander.
S: Gleichzeitig.
I: Wie lange brauchen die denn?
S: Also länger.

I: Länger?
S: Nein.
I: Ist das gleiche Wasser.
S: Weniger glaube ich.
I: Die brauchen genauso lange.
S: Ja?
I: Und wenn du fünf Eier reintust, die brauchen auch nur zehn Minuten dann.
S: Also auch fünf Minuten.
I: Wie lange brauchst du denn, wenn du das Lied singst?
S: Ja kommt darauf an, was für ein Lied es ist.
I: Da steht, die Sänger brauchen fünf Minuten wenn die das Lied singen.
S: Ja.
I: Wie lange brauchst du dann?
S: Ja auch fünf Minuten.
I: Aha. Wie lange brauchen hundert Sänger?
S: Auch fünf Minuten.
I: Und zwanzig Sänger?
S: Auch fünf Minuten.
I: Hast du nicht irgendwas von zehn Minuten gesagt? Ist gemein, ne. Da kann man gar nicht rechnen. Deshalb genau hingucken, was da eigentlich gemeint ist.
S: Jaja, jetzt hab ich es ja verstanden.
I: Ist manchmal ein bisschen gemein in Mathe, da muss man gucken, kann man das überhaupt rechnen oder nicht. Okay, das wars. Danke. War es schlimm?
S: Nee.
I: Ich hoffe nicht.
S: Ich habs mir anders vorgestellt.
I: Gut.

B.13 Natascha

Natascha *(Schule 2; 17.09.02; 3. Stunde)*

S: ... ja was anderes halt.
I: Was Gutes?
S: Ja.
I: Du hast eben was anderes gesagt. Du magst es gar nicht so gerne.
S: Ja, ich mag es ja eigentlich.
I: Gibt es irgendwas, was du an Inhalten vielleicht magst? Was du mal ganz gerne gemacht hast? Fällt dir was ein?
S: An Inhalten?
I: Was macht ihr jetzt gerade?

S: Über PW, Prozent, PW und G und so.
I: Machst du das gerne?
S: Nein.
I: Das gar nicht.
S: Nein.
I: Magst du vielleicht eher Geometrie?
S: Nein.
I: Auch nicht. Gibt es irgendwas, was du ganz gerne in Mathe rechnest?
S: Plus, minus, mal und geteilt.
I: Aha, gut. Ja, das ist Okay. Alle vier? Gibt es was, was du gar nicht magst?
S: Ja dieses halt.
I: Das was ihr jetzt gerade macht.
S: Ja.
I: Kannst du dich an deinen Matheunterricht der Grundschule erinnern?
S: Ja.
I: Ja. Und wie war Mathe da für dich?
S: Gut.
I: Besser als jetzt?
S: Auf jeden Fall viel besser.
I: Und was hast du da gern gemacht? Plus, minus, mal, geteilt wahrscheinlich. Noch was besonderes, oder? Gab es da auch schon was, was du nicht gemocht hast?
S: Das war ... ich kann mich nicht mehr erinnern.
I: Ist schon zu lange her.
S: Ja.
I: Gut. Ist auch in Ordnung. Du weißt, dass es da ein bisschen besser war für dich. Gut. Meinst du, dass Erfolg im Matheunterricht mit deinen Lehrern zusammen hängt?
S: Ja.
I: Ja. Ob die das gut machen oder nicht so gut machen.
S: Doch.
I: Hast du Verbesserungsvorschläge, was sollte man anders machen damit dir Mathe wieder Spaß macht?
S: Ja, weiß nicht.
I: Mehr Zeit?
S: Mehr Zeit, ja genau.
I: Besser erklären?
S: Besser erklären, ja.

I: Gut. Soll uns reichen soweit. Wir gucken uns mal ein paar Aufgaben an. Auch nicht Schweres. Fängt ganz leicht an, eigentlich wie in der Grundschule. Da siehst du ein paar Zahlen und die sollst du der Größe nach ordnen. Da soll die kleinste rein, da die nächst größere und da hinten kommt die größte Zahl hinein.
S: Also hier kommt die Kleinste und da die Größte.
I: Genau. Diese Zahlen so da reinschreiben, dass sie in der richtigen Reihenfolge sind.
S: Alles klar.
I: War das schwer?
S: Nee.
I: Okay. Dann gucken wir mal weiter, gleiches Prinzip, genauso geht's weiter, jetzt kommen nur Kommazahlen.
S: Oh nein.
I: Ist gemein. Also auch wieder vorne die kleine hin, dann die nächst größere.
S: *(ordnet)*
I: Bist du damit zufrieden?
S: Weiß nicht.
I: Weißt du nicht? Wie kannst du sicher sein, ob das stimmt?
S: Ja, ich hab nach den Zahlen geguckt welche kleiner ist.
I: Ich gebe dir mal einen Tipp. Schreib diese Zahlen noch mal hier untereinander. Guck dir die mal an. Fällt dir was auf?
S: Also das erste ist das kleinste.
I: Gut. Weil, du sagst dir, du lässt den weg und diese sechs ist kleiner als sieben. Gut stimm ich dir zu, ist die kleinste Zahl. Und die anderen vier Zahlen?
S: Ja, sind eher größer.
I: Die sind auf jeden Fall größer, ja. Und die müssen wir jetzt auch noch in die richtige Reihenfolge bringen. Das ist nicht ganz die richtige Reihenfolge da. Hast du eine Idee warum?
S: Nee.
I: Man kann, ist bloß ein Tipp, bei Kommazahlen Nullen anhängen hinter dem Komma. Kennst du das? So was habt ihr mal gemacht wahrscheinlich. Hilft dir das?
S: Weiß nicht.
I: Wo könntest du denn da Nullen anhängen, was würdest du machen? Was meinst du, ist wohl sinnvoll?
S: An die sechs Komma sieben?
I: Ach so an die sechs Komma sieben, ja gut, das ist ohnehin die kleinste Zahl. Da kannst du auch was anhängen, das ist richtig, aber es geht uns ja eigentlich um diese vier Zahlen da.
S: An diese?

I: Ja, mach mal. Wo würdest du eine anhängen? Kann man an die da drüber auch gleich noch Nullen dranhängen?
S: Ja.
I: Ja. Probier das mal aus. Mal sehen, ob dir was auffällt. Guck dir jetzt die Zahlen noch mal an. Reicht dir das schon so? Würdest du sie immer noch so in der Reihenfolge aufschreiben?
S: Ja. Also jetzt nur diese drei.
I: Du hast die jetzt umgedreht die letzten beiden Zahlen. Das heißt also, die ist größer als die untere.
S: Ja.
I: Warum?
S: Weil, das hat ja hier eine Null.
I: Aha. Und da, was ist mit der Zahl?
S: Ja, das ist ja sieben Komma fünfzig.
I: Aha. Hast die Null drangehängt, das hat nichts geändert eigentlich, das darf man machen, aber das ändert nichts. Kannst du da noch ne Null dranhängen? Darf man machen, aber es ändert sich nichts. Stimmt die Reihenfolge noch?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Nicht mehr. Wenn du eine Null an eine solche Kommazahl anhängst, ändert sich an der Zahl gar nichts. Aber jetzt sagst du, ist es eine andere Reihenfolge. Jetzt müssen wir oben doch noch mal reingucken, wir haben doch eine Zahl weggelassen. Vielleicht kannst du da auch noch ne Zahl dranhängen, ne Null dranhängen. Reicht die eine? Nein?
S: Nein.
I: Dann brauchen wir noch eine. Und bei der fünf Null auch. Bei der sieben Komma fünf Null, Null. Was fällt dir jetzt auf?
S: Ja diese sieben Komma fünf Null Null ist halt immer noch größer.
I: Aha. Als was?
S: Als sieben Komma vier Null Null.
I: Ja, das ist richtig. Guck dir die anderen beiden Zahlen unten noch mal an. Welche ist die Größte von allen vieren?
S: Sieben Komma vier fünf Null.
I: Ist die Größte?
S: Ne.
I: Ne, sondern.
S: Sieben Komma fünf Null.
I: Und welche ist die Kleinste von den vier Zahlen?
S: Sechs Komma sieben.
I: Von den vier Zahlen, gut, das ist klar, das ist die Kleinste, die sechs Komma sieben. Die vorne eine sieben stehen haben, welche ist davon jetzt die Kleinste?
S: Sieben Komma Null sechs sieben.

I: Ist was anderes geworden. Warum kann man die jetzt so gut vergleichen?
S: Ja an den Zahlen halt kann man es sehen.
I: An welche Zahlen?
S: An den Kommastellen.
I: Ja. Ich gebe dir mal einen Tipp. Ich blende die Zahlen einmal weg. Guck dir mal die ersten Zahlen an, die da auf der Seite steht. Ist klar, welche die Kleinste ist?
S: Sechs.
I: Genau, deswegen ist das auch die kleinste Zahl. Ich rück ein Stück nach da, hinter dem Komma hin, erste Stelle hinter dem Komma. Welche ist die kleinste Zahl?
S: Sieben, ähm vier.
I: Ja gut, die sechs Komma sieben haben wir, die können wir erst mal hinschreiben, das heißt, die nehmen wir mal weg. Ja und dann müssen noch die anderen in die Reihenfolge, also vier ist die kleinste Zahl. Ist ja schön untereinander geschrieben, das kann man ganz gut sehen. Wie viele Vieren kommen denn da vor?
S: Wie viele Vieren?
I: Welches ist die kleinste Zahl jetzt danach?
S: Also da sind zwei Vieren.
I: Ja. Und die anderen beiden Zahlen, was ist da noch?
S: Null, Null und fünf.
I: Was ist denn kleiner?
S: Null.
I: Die Null ist die Kleinste.
S: Ja.
I: Also was würdest du sagen, welche Zahl kommt als nächste jetzt, nach dieser sechs Komma sieben?
S: Null.
I: Genau. Das muss wohl die Zahl sein, die sieben Komma Null hat. Was auch immer noch hinten dran hängt. Man kann schon hier vorne sehen, dass das kleiner ist. Was ist die nächste Zahl?
S: Ja Null.
I: Gut das können wir hier ranschreiben, das war die erste hier, machen wir eine eins dran, das hier ist ne zwei, zweite Zahl. Welche davon als dritte?
S: Also die dritte?
I: Also kleinste war das, als nächst größere kommt die und welche kommt jetzt?
S: Vier.
I: Ja, welche von den beiden Vieren, es sind ja zwei Vieren?
S: Sieben Komma vier, also hier die.

I: Ja. Gucken wir mal. Legen wir den Stift noch ein bisschen weiter. Was würdest du jetzt sagen? Guck dir die beiden an, wo sieben Komma vier steht.
S: Ja hier.
I: Da steht sieben Komma vier fünf und bei der oben?
S: Sieben Komma vier Null.
I: Welche ist kleiner?
S: Sieben Komma vier Null.
I: Aha. Gut. Dann schreiben wir eine drei da hin. Und jetzt, welche kommt jetzt?
S: Sieben Komma vier fünf.
I: Ja. Und dann bleibt noch eine übrig. Jetzt hast du eine andere Reihenfolge. Wie gefällt dir diese Reihenfolge?
S: Gut.
I: Gut. Fühlst du dich wohl damit?
S: Nein.
I: Nein, auch nicht? Gut. Schreib die Reihenfolge noch mal hier drunter, äh da drunter, da.
S: Hier?
I: Ja, genau. Fängst mit der sechs Komma sieben an, das war ja richtig und nimm mal die nächste, die dasteht. Dann kommt, glaub ich die sieben Komma …
S: Auch mit der Null?
I: … sieben Komma Null sechs sieben. Das kannst du mit der Null machen kannst du auch ohne machen ist ganz egal. Halt, nee, stopp, die nächste war hier die da. Jetzt kommt die dritte Zahl. Okay. Jetzt guck dir noch mal die beiden Reihen an. Welche gefällt dir besser?
S: Wie jetzt, gefällt mit besser?
I: Welche meinst du, ist wohl richtig?
S: Ach so. In der richtige Reihenfolge?
I: Ja.
S: Ja das.
I: Das unten. Hat dir das geholfen?
S: Ja.
I: Müssten wir noch ein bisschen länger drüber sprechen glaub ich. Konnten wir uns nicht genau angucken. Wollen wir jetzt nicht machen, reicht, ist in Ordnung. Okay. Da steht rechne schriftlich. Wie man schriftlich rechnet weißt du, ne?
S: Untereinander.

I: Untereinander rechnen, ja genau. Gemeinerweise mit Kommazahlen. Da hast du ein bisschen Platz, da kannst du das ruhig draufschreiben. Und wenn das da nicht geht, können wir es auch da machen. Bevor du jetzt rechnest, muss ich dich was fragen. Warum hast du das so aufgeschrieben?
S: Ja, man muss halt mit der, in der Reihenfolge aufschreiben. (Schülerin notiert alle Zahlen rechtsbündig)
I: Gut. Die erste hast du nach oben geschrieben, dann kommt die zweite und die dritte da drunter. Das ist in Ordnung. Jetzt möchte ich noch fragen warum schreibst du das in dieser Richtung so auf? Meinst du, dass das so richtig ist?
S: Ja.
I: Ich geb dir einen Tipp, vielleicht habt ihr den auch irgendwo mal gehört? Kommazahlen muss man so schreiben, dass das Komma immer untereinander steht. Schon mal gehört? Nie gehört? Ist aber leider so. Du hast recht, du musst die so aufschreiben wenn das Zahlen ohne Komma wären, hier. Dann schreibt man die alle nach ganz rechts, das stimmt. Bei Kommazahlen geht das nicht. Wir haben ja vorhin hier schon mal geguckt. Wenn du jetzt mal die Zahl ohne Komma, da steht ja einundsechzig und elf, nur die beiden Zahlen untereinander schreiben sollst, würdest du die auch so schreiben? Dann nicht, ne. Ich glaube, die hättest du lieber auch so geschrieben, dass die sechs, äh die eins ganz hinten steht. Und das macht man hier, indem man das Komma untereinander schreibt. Das geht vielleicht leichter, wenn du das auf dem Karopapier machst. Probier das doch mal. Und jetzt müssen wir genau gucken, wie kommt die nächste Zahl wohl da drunter? Was habe ich dir gerade erzählt? Komma gehört untereinander. Haben wir das jetzt untereinander?
S: Nein.
I: Gut, also kann es nicht ganz stimmen. Jetzt hast du das gleiche wie da. Ich geb dir mal einen Tipp. Fang mal mit der Einundsechzig an.
S: Einundsechzig?
I: Mhm. Was ist das? Ne acht?
S: Mhm.
I: Wo kommt die elf Komma sechs jetzt hin?
S: Hier, bei der eins.
I: Das Komma von der elf Komma sechs soll genau unter dieses Komma. Das machen wir schon mal hin. So und wo kommt jetzt die elf Komma sechs hin? Die elf und wo die sechs? Aha. Sieht ein bisschen anders aus und das gibt natürlich was anderes, wenn du das ausrechnest.
S: Ja.
I: So jetzt halt ich das mal zu, da siehst du nur die ganze Zahl da vor, einundsechzig und elf. Wie würdest du das untereinander schreiben vermutlich, wenn es keine Komma dahinter gäbe?

S: Also so.
I: Ja, so, ne. Das war hier ja nicht so. Da war das ja so, so verschoben. Gut. Jetzt kommt die dritte Zahl. Bevor du die hinschreibst, da ist gar kein Komma drin. Was ist denn das für eine Zahl, wie heißt die?
S: Neunundfünfzig, also Zehnerzahl.
I: Genau. Kann man die mit Komma schreiben?
S: Nein.
I: Nein? Doch kann man.
S: Doch kann man.
I: Ja, aber wie? Also das musst du mir erzählen. Wie kann man die wohl mit Komma schreiben. Dann können wir uns auch drauf einigen, wo die stehen muss.
S: Ja einfach in der Mitte ein Komma.
I: Ja ist dann das das gleiche? Ich schreib dir das mal auf, pass mal auf. Du hast gesagt das ist neunundfünfzig.
S: Ja.
I: Du hast gesagt wir schreiben in der Mitte ein Komma. Ist das das gleiche? Darf man das so schreiben?
S: Ja.
I: Ja, sicher? Wie heißt diese Zahl dort?
S: Fünf Komma neun.
I: Ist fünf Komma neun das gleiche wie neunundfünfzig?
S: Nein.
I: Nein, ist es nicht. Dürfen wir auch nicht machen. Wo können wir ein Komma noch hinschreiben?
S: Neunundfünfzig Komma Null.
I: Aha. Mach das mal. Schreib mal hin neunundfünfzig Komma Null. Ah, jetzt schreibst du gleich dahin. Steht da jetzt neunundfünfzig in der Zeile? Also interessiert uns das Komma Null gar nicht, Null ist nix hinter dem Komma. Wir haben hier vorhin auch Nullen angehängt, hinten hinter. Das ist nichts. Hinterm Komma geht das. Jetzt stehen die woanders, als du das vorhin geschrieben hast. Aber hier stehen die Kommas alle untereinander. Das darfst du jetzt rechnen.
S: *rechnet*
I: Okay. Warum hast du das Komma jetzt da vorne hingesetzt, da an der Stelle?
S: Ja, weil ähm, ähm, ja an der Dings muss man's doch folgen, oder?
I: Da steht's überall untereinander also auch da. Die Frage, wo hättest du es denn da hingemacht, das Komma?
S: Das weiß ich jetzt nicht.
I: Das wäre schwierig geworden, ne?
S: Das wäre schwierig, ja.
I: Hier war's klar.

S: Ja.
I: Gut, okay. Machen wir noch ein paar. Es geht hier um Aufgaben und zwar mit Löchern drin.
S: Oh nee.
I: Die erste ist gar keine Kommaaufgabe. Die erste ist glaube ich ganz leicht.
S: *(rechnet)* Ach das ist ja minus.
I: Ja, da steht minus. Genau.
S: *(rechnet)* Ach du Scheiße. Ah nee, so Aufgaben kann ich nicht.
I: Ich geb dir einen Tipp. Du hast in deinem Portmonee Geld, du weißt aber nicht genau, wie viel. Dann kaufst du dir etwas, das kostet sieben Euro fünfzig, das weißt du, stand da vielleicht auf dem Teil, was du dir gekauft hast drauf. Und nachher hast du nur noch zwölf Euro in deinem Portmonee. Wie viel waren vorher drin?
S: Sieben Euro fünfzig? Fünf Euro irgendwas?
I: Halt. Du hast was rausgenommen, um was zu kaufen. War vorher mehr oder weniger Geld drin?
S: Mehr.
I: Aha. Können das dann fünf Euro gewesen sein? Nachher sind noch zwölf drin. Sind das vorher mehr oder weniger als zwölf gewesen?
S: Weniger.
I: Weniger? Du hast eben was anderes gesagt.
S: Ich mein mehr.
I: Mehr. Also noch mal. Du kaufst etwas von dem was da drin ist, das weißt du aber nicht, was da drin ist, das kostet sieben Euro fünfzig. Und nachher sind in deinem Portmonee zwölf Euro drin. Also vorher müssen …
S: … fünf Euro sein.
I: Vorher.
S: Ja vorher waren es zwölf.
I: Nee, umgekehrt. Das ist sozusagen die zeitliche Reihenfolge. Das war vorher drin, das kostet das, was du kaufst und das ist nachher drin, also jetzt.
S: Ach so.
I: Jetzt verstanden?
S: Ja.
I: Okay. Also waren es vorher mehr oder weniger als zwölf?
S: Mehr.
I: Was muss vorne also stehen, eine größere oder kleinere Zahl als zwölf?
S: Ne größere.
I: Aha. Gut. Wie kriegen wir raus, welche Zahl da hin muss?
S: *(rechnet)* Ich glaub das ist falsch.

I: Ja, die ist ja wieder kleiner als zwölf. Folgendes Beispiel, du hast dir was gekauft, von mir, das hat zwölf, äh sieben Euro fünfzig gekostet, hast noch zwölf Euro. Jetzt kaufe ich dir das wieder ab, ich geb dir wieder deine sieben Euro fünfzig zurück und ich bekomm mein Teil zurück. Wie viel hast du jetzt wieder in deinem Portmonee? Noch mal, du hast zwölf Euro in deinem Portemonnaie, ich geb dir sieben Euro fünfzig, wie viel hast du jetzt?
S: Ach so.
I: Jetzt klar?
S: Ja. Neunzehn Euro fünfzig.
I: Ja. Schreib das mal hin und guck mal, ob das stimmen kann. Kommt das hin?
S: Weiß nicht.
I: Wie weiß nicht? Neunzehn Euro fünfzig minus sieben Euro fünfzig sind?
S: Zwölf.
I: Zwölf Euro. Okay.
S: Schon wieder.
I: Nicht schön?
S: Ist das mal?
I: Das ist mal, genau.
S: *(rechnet)*
I: Stimmt das?
S: Nein, zufrieden?
I: Okay. Wir gucken und was anderes an. Vorher eine Frage. Wir machen jetzt Geometrie. Was ist der Umfang von einer Figur?
S: Umfang?
I: Ich möchte keine Formel dafür wissen. Beschreib mir einfach mal, was der Umfang ist.
S: Umfang ist so.
I: Was ist das? Kannst du mir das ein bisschen genauer beschreiben?
S: Also das ist Breite.
I: Breite? Mal mir mal ein Beispiel auf, vielleicht hilft es dir, wenn du irgendwas aufzeichnest. Ne Figur – und sagst mir an der Figur, was der Umfang eigentlich ist. Das kann irgendeine Figur sein, kann ein Rechteck, Quadrat sein, Dreieck, manchmal auch ein Kreis. Was ist der Umfang?
S: Hier.
I: Okay. Wir gucken uns eine Figur an, eine etwas nicht so geschwungene Figur. Das hier soll ein Grundstück sein. Kannst du mir sagen was der Umfang ist? Erst einmal zeigen, wo findest du den Umfang eigentlich?
S: Ich hab's vergessen.
I: Vergessen, da müssen wir uns wieder erinnern.
S: Von hier?

I: Ich geb dir mal ein Beispiel. Das ist eine große Wiese, das ist nur eine Zeichnung von der Wiese, und auf dieser Wiese steht ein Schaf. Dieses Schaf soll aber nicht weglaufen, was machst du? Jetzt sag nicht das Schaf festbinden. Was kann man machen? Wie kannst du verhindern, dass das Schaf wegläuft?
S: Hinterherlaufen.
I: Hinterherlaufen? Nein, es soll ja gar nicht weglaufen. Du möchtest auch nicht hinterherlaufen. Zaun.
S: Genau, Zaun.
I: Aha. Was machst du, du baust einen Zaun auf.
S: Ja.
I: Und da das ganze deine Wiese ist, zäunst du auch die ganze Wiese ein. Nicht nur ein kleines Stück um das Schaf rum, es soll sich ja schön bewegen können, nur nicht weglaufen, also zäunst du die ganze Wiese ein. Unser Problem ist, wie lang muss denn der Zaun eigentlich sein?
S: Hundertzweiunddreißig Meter.
I: Ja, wo oder zeichne das mal ein wo ist der hundertzweiunddreißig Meter lang? Okay, da stellen wir Zaun drauf, der ist hundertzweiunddreißig Meter. Kann das Schaf noch weglaufen?
S: Nein.
I: Nein? Aber ganz schnell geht das. Pass auf, hier steht das Schaf und wupp ist es weg.
S: Na ja stimmt, ja.
I: Da fehlt noch Zaun.
S: Es kann noch weglaufen.
I: Wie können wir das verhindern?
S: Also hier an den Seiten noch.
I: Ja. Zeichne mal ein, wo kommen noch Zäune hin? Genau. Stopp, stopp. Bevor wir jetzt weitermachen, wie viel Zaun hast du jetzt schon verbraucht?
S: Zwei.
I: Ja, aber wie viel Meter? Da hast du gesagt es sind hundertzweiunddreißig Meter, das stimmt.
S: Da sechzig Meter.
I: Ja und zusammen?
S: Rechnen?
I: Das kann man rechnen. Wie würdest du das rechnen? Kannst mir vielleicht mal nur sagen wie.
S: Untereinander.
I: Ja, kann man machen, machen wir gleich. So, da hundertzweiunddreißig, da sechzig. Was kommt noch dazu?
S: Dreiundachtzig.
I: Dreiundachtzig, genau. Wo muss noch Zaun hin?
S: Zwanzig Meter.

I: Ja. Halt, sind das alles zwanzig Meter hier, zusammen?
S: Nee.
I: Nee, wo sind zwanzig Meter?
S: Hier.
I: Da, gut. Du hast hier schon was eingezeichnet, da muss wohl auch ein Zaun hin. Da stimm ich dir zu, sonst würde das Schaf weglaufen. Nur wie lang ist das Stück dort?
S: Ja, dreißig, so fünfunddreißig, vierzig.
I: Schätzt du das?
S: Ja.
I: Kannst du das auch genau bestimmen?
S: Nein.
I: Nein? Kann man aber.
S: Wie denn?
I: Ja, ich geb dir mal einen Tipp. Ich mal hier eine Hilfslinie hin. Da und da auch eine. Fällt dir jetzt was auf?
S: Ja, das ist ein Rechteck.
I: Ja. Wo ist ein Rechteck? Ja, das stimmt. Siehst du noch ein Rechteck?
S: Ja.
I: Ja? Aha. Wie ist das bei gegenüberliegenden Seiten in einem Rechteck?
S: Wie jetzt?
I: Was kannst du darüber sagen? Über die Länge von dieser Seite und über die Länge von dieser Seite.
S: Ja hier ist halt zwanzig und hier sechzig, also von der Länge und hier die ganze Länge ist auch sechzig.
I: Aha, gut, ja. Und wie geht's jetzt weiter? Wie lang ist denn dann dieses Stück?
S: Also das ist auf jenen Fall mehr als zwanzig.
I: Ja.
S: Fünfundzwanzig?
I: Hast du geraten. Du hast mir eben gesagt, hier bis hier, das sind sechzig Meter.
S: Ja.
I: Und du hast mir gesagt, von hier bis hier, das sind zwanzig Meter.
S: Ja.
I: Wie lang ist das Stück?
S: Vierzig.
I: Ja. Nix mit fünfundzwanzig. Gut, Okay. Jetzt müssen wir noch rausfinden, wie lang das Stück ist. Wie kriegen wir das hin?
S: Das hier?
I: Ja. Bevor wir uns darüber Gedanken machen, sollten wir uns vielleicht mal fragen, wie lang das Stück hier eigentlich ist.

S: Das hier?
I: Ja das hier. Weil du vorhin gesagt hast, das ist ein Rechteck. Dann ist das vierzig und das natürlich auch. Gut, dann können wir uns fragen, das hier ist dann so lang wie das, wie lang ist das eigentlich?
S: Fünfzig?
I: Hast du auch geraten.
S: Ja.
I: Was hast du geraten? Das können wir auch ausrechnen. Wieder ein Tipp. Wie lang ist denn das?
S: Hundertdreiundachtzig, also hundertzweiunddreißig Meter.
I: Und das?
S: Dreiundachtzig.
I: Ja und was fehlt denn da noch? Wie kann man das ausrechnen?
S: Minus.
I: Ja. Was minus?
S: Dreiundachtzig minus hundertzweiunddreißig.
I: Geht das?
S: Ja.
I: Ja? Mach das mal.
S: *(rechnet)*
I: Ja, du hast das ein bisschen anders hingeschrieben als du das eben gesagt hast. Hast du eben andersrum gesagt. Hast du gleich so umgerechnet. Andersrum ist schwierig. Gut, Okay. Was heißt das jetzt? Neunundvierzig?
S: Neunundvierzig.
I: Und was ist jetzt neunundvierzig?
S: Meter.
I: Welches Stück?
S: Von hier nach da.
I: Genau, okay. Kannst du noch mal reinschreiben. Ja, haben wir jetzt alles? Wie lang muss unser Zaun sein?
S: Das Ganze jetzt?
I: Mhm. Du hast den Zaun ja rot da rein gezeichnet. Wie lang ist dieser rote Strich?
S: Von der Länge jetzt? Hundertzweiunddreißig.
I: Ja das ist nur dieses Stück. Ich möchte ja alles wissen. Ich möchte den Zaun ja schließlich kaufen. Also muss ich im Laden schon wissen, wie viel Zaun ich eigentlich kaufen muss. Wenn ich hundertzweiunddreißig Meter kaufe, habe ich zu wenig.
S: Dann muss ich es halt der Reihe nach rechnen.
I: Ja, mach es mal.
S: *schreibt*
I: Jo, alle Zahlen erwischt, dann darfst du rechnen.

S: *rechnet*
I: Ja. So, wie lang ist unser Zaun jetzt?
S: Dreihundertacht . . . , dreihundertvierundachtzig Meter.
I: Jawohl. In Ordnung. War es so schwierig?
S: Nee.
I: Haben wir geschafft, ne. So gut. Können wir noch ein Problem lösen. Das ist ein Wohnzimmer oder irgend ein anderes großes Zimmer. Und darin liegen große Fliesen, die hab ich da eingezeichnet. Das dick Umrandete ist das Zimmer. Wie viele Fliesen liegen in diesem Zimmer? Das ist eine Fliese. Wie viele davon liegen in diesen dick umrandeten Feld?
S: Oha, da muss man ja zählen.
I: Muss man zählen? Musst du alle zählen? Oder kann man das anders hinkriegen? Wo würdest du anfangen?
S: Hier.
I: Ja. Hilft dir das, wenn das da erst mal so abgetrennt ist? Ja, gut. Dann fang mal an.
S: Also hier sind es achtzehn.
I: Wie kommst du darauf? Hast du gezählt?
S: Ja.
I: Alle?
S: Nein.
I: Du hast noch was gerechnet.
S: Ja, also hier sind neun und hier sind auch neun.
I: Aha, okay. Hast dir also Blöcke gebildet. Gut, kannst ja schon mal festhalten, dass das da achtzehn sind. Schreib mal irgendwo dran oder daneben. Das sind schon mal achtzehn. So, wie viel sind denn in dem anderen Teil?
S: Vierundzwanzig.
I: Vierundzwanzig? In welchem Teil?
S: Diesem zweiten Teil.
I: Aha, okay. Musst du erst einen Strich wieder machen. Könnte ja sein, dass wir was doppelt zählen später. Gut, kannst du auch noch drunter schreiben. Wie geht's weiter? Wieder zählen? Kommt dir was ähnlich vor?
S: Ja.
I: Ja?
S: Achtundvierzig.
I: Wo?
S: Also hier hab ich das genauso gemacht.
I: Ja. Und wo ist jetzt achtundvierzig. Alle zusammen oder nur die Reihe?
S: Alles zusammen.
I: Ach so, okay, jetzt versteh ich es. Musst du mir nur noch mal genau zeigen, wo ist die achtundvierzig.
S: Also hier alles.

I: Von hier bis hier oder dies alles?
S: Also diese beiden.
I: Ja. Das sind vierundzwanzig und das sind dann noch mal vierundzwanzig. Sind achtundvierzig. Und hier, die fehlen ja noch.
S: Hier sind auch vierundzwanzig.
I: Auch noch mal vierundzwanzig. Ja, gut. Wie viel haben wir dann insgesamt?
S: Insgesamt?
I: Ja, letzte Frage.
S: Sechsundneunzig, diese drei Kästen. Kann ich das untereinander rechnen?
I: Kannst du auch untereinander rechnen.
S: Hundertvierzehn.
I: Okay, reicht. Danke dir. War es schlimm?
S: Ja.
I: Ja.

B.14 Aylin

Aylin *(Schule 2; 17.09.02; 4. Stunde)*

I: Gibt es irgendetwas Gutes, was du gerne machst oder irgendwas, was du gar nicht gerne machst?
S: Schreiben mach ich gerne.
I: In Mathe.
S: Ja.
I: Was schreiben?
S: Ja, die, die Aufgaben oder so abschreiben, das mach ich gern.
I: Gibt es irgendwelche Matheinhalte die du gerne machst?
S: Ähm, nee.
I: Ihr macht gerade Prozentrechnung.
S: Ja.
I: War nicht gut?
S: Doch.
I: Doch, das war gut? Das gefällt dir.
S: Ja.
I: Gab's etwas, was du gar nicht gerne gemacht hast?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Gut. Kannst du dich an den Matheunterricht in deiner Grundschule erinnern?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Ist lange her?
S: Ja.
I: Gut, okay. Meinst du, dass Erfolg im Matheunterricht von deinen Lehrern abhängt?

S: Nee, eigentlich nicht. Ich weiß nicht.
I: Hängt das von dir ab, was du so machst?
S: Eigentlich schon.
I: Aha, gut. Was sollte man im Matheunterricht verbessern? Was würdest du anders machen?
S: Also, ich würde nicht mehr reden, nicht mehr stören und besser aufpassen.
I: Von dir.
S: Ja.
I: Und was sollten wir so als Lehrer vielleicht besser machen, dass dir das mehr Spaß macht?
S: Ja, nicht so viel reden.
I: Sondern?
S: Ja, mehr schreiben lassen oder so, ich weiß nicht.
I: Mehr üben lassen?
S: Ja.
I: Mehr Zeit geben? Okay. Dann gucken wir mal ein paar Aufgaben an. Du siehst da oben ein paar Zahlen, die sind alle unterschiedlich groß. Und die sollst du der Größe nach ordnen. Die kleinste Zahl, von diesen hier, soll in das Feld, die nächst größere Zahl soll da rein und dass wir nachher da die größte Zahl drin haben.
S: Okay.
I: Guck es dir genau an, welches die kleinste Zahl ist.
S: *(sortiert)*
I: Okay, war nicht schwer, ne? Gut. Das Gleiche kommt jetzt noch mal, aber mit Kommazahlen. Auch da sollst du wieder die Kleinste nach ganz vorne schreiben, dann kommt die nächst größere Zahl und so weiter. Guck sie dir in Ruhe mal an.
S: *(denkt nach – Ratlosigkeit – sortiert)*
I: Bist du dir sicher, du guckst so, als würdest du sagen, ich weiß nicht. Was stört dich?
S: Ja, ich weiß nicht.
I: Bei der Ersten warst du dir ganz sicher.
S: Ja.
I: Das ist die Kleinste.
S: Ja.
I: Kannst du mir sagen warum?
S: Weil da ne, weil das, weil's die Kleinste von den Ganzen ist.
I: Ja.
S: Also auch wenn das Komma hier nicht wär, dann wär das die Kleinste.
I: Genau, wenn man jetzt das Komma und die Zahlen dahinter weglässt, dann bleibt da ne sechs und bei den anderen bleibt immer ne sieben.
S: Ja.

I: Klar, sechs ist kleiner als sieben. Das stimmt. Gut, dann müssen wir uns jetzt mal darum kümmern, wie man die Zahlen hinter dem Komma sortieren kann. Ich geb dir 'nen Tipp. Schreib die Zahlen hier noch mal alle hin. Lass die mal weg hier, die sechs Komma sieben. Nimm mal nur die Zahlen, die vorne ne sieben haben und schreib die untereinander dort hin.
S: *(schreibt)*
I: Gut, fällt dir was auf?
S: Das ist nicht unbedingt dasselbe.
I: Dasselbe?
S: Ja nicht dasselbe, aber ... ?
I: Aber da, da, da irritiert dich was hier, ja?
S: Ja.
I: Ja. Was irritiert dich denn da?
S: Ähm, wegen dieser Null also.
I: Aha.
S: Die könnte doch auch wegbleiben, oder?
I: Nein, ne Null kann man nicht weglassen, wenn dahinter noch was kommt. Aber, du hast recht, man darf bei Kommazahlen Nullen anhängen. Erinnerst du dich? So was habt ihr gemacht, wahrscheinlich.
S: Ja, ich glaub schon.
I: Ja. Das verändert eine Zahl nicht. Das ist sieben Komma vier und da darfst du hinten Nullen anhängen, ganz viele, wie du möchtest, daran ändert sich nix. Da ändert die Null nichts. Wie viel hilft dir das hier, bei den Zahlen Nullen anzuhängen?
S: Ja.
I: Dann mach das mal.
S: Ich muss mir mal ganz kurz meine Nase putzen.
I: Ja, natürlich, wir haben Zeit genug. – Jetzt guck dir die Zahlen noch mal in Ruhe an. Fällt dir etwas auf?
S: Die ist viel, hä, die ist viel größer als diese hier.
I: Mhm.
S: Also erst das, das, das, das.
I: Halt. Welches ist die Kleinste von denen?
S: Das hier.
I: Ach so, ja. Dann hast du die andersrum gezählt, okay, stimmt.
S: Ja.
I: Dann stimmt's. Welches ist die Kleinste, welche kommt dann?
S: Vier, vierundfünfzig und dann fünf.
I: Ja, gut gefällt dir das besser von der Reihenfolge?
S: Ja.
I: Bist du dir sicher, dass das stimmt?

S: Eigentlich schon.
I: Ja. Kannst du auch sein. Ich will dich jetzt nicht verunsichern, aber du sollst natürlich sicher sein. Hier hast du gestutzt, ja. Da warst du dir nicht sicher.
S: Ja.
I: Dann schreib die Reihenfolge noch mal hier drunter. Sechs Komma sieben hast du ja schon. Mit der kannst du wieder anfangen.
S: Dann kommt sieben Komma Null sechs sieben, dann kommt ...
I: So, jetzt guck dir die beiden Reihen noch mal an. Diese hier und diese. Welche gefällt dir besser?
S: Wie?
I: Welche meinst du ist richtig?
S: Die, diese hier, die unten.
I: Die untere. Die ist auch wirklich richtig.
S: Ja.
I: Die stimmt. Das hat dir geholfen ja, diese Nullen anhängen. Weil man die besser vergleichen kann. Dann sind die gleich lang und man sieht das besser. Gut, okay. Da steht rechne schriftlich. Weißt du was schriftlich rechnen heißt?
S: Ja.
I: Untereinander, ne? Gut. Auch da sind Kommazahlen dabei. Mach das mal.
S: Darf ich auch die fünf neun Null Null machen?
I: Das müssen wir uns fragen. Ja, was heißt denn das hier oben? Was für ne Zahl steht da?
S: Neunundfünfzig.
I: Neunundfünfzig, genau.
S: Dann noch neunundfünfzig Null Null machen?
I: Kannst du auch, wenn es das Gleiche ist?
S: Nein.
I: Was heißt das jetzt?
S: Ich hab nur falsch geschrieben.
I: Was heißt das jetzt?
S: Elf Komma sechzig ...
I: Halt, bevor du rechnest. Du hast hier eine Null angehängt.
S: Ja.*(Schülerin ergänzt Nullen, setzt Kommas korrekt untereinander, auch im Ergebnis)*
I: Warum hast du das gemacht?
S: Ja, genau wie da, dass ich das besser rechnen kann.
I: Ja. Und dann hast du hier noch komisch aufgeschrieben. Warum hast du die so geschrieben?
S: Ja, wie komisch aufgeschrieben?
I: Ja, wenn du das hier wegnimmst, dann rutschen die alle nach hinten rüber.
S: Ja, dann hab ich noch ...

I: Du hast das richtig gesagt, man kann das besser vergleichen, deswegen hast du Nullen angehängt.
S: Ja.
I: So, jetzt müssen wir uns noch über die neunundfünfzig einig werden. Kann man die neunundfünfzig auch mit einem Komma schreiben? Denn die hatte ja bisher keins, das irritiert dich wahrscheinlich etwas. Kann man die mit einem Komma schreiben? Du hast das eben schon richtig gesagt.
S: Neunundfünfzig Komma Null Null.
I: Ja. Gehört die dann da hin?
S: Ja.
I: An der Stelle?
S: Nicht so sicher.
I: Schreib mal erst neunundfünfzig Komma Null Null.
S: Muss ich noch mal aufschreiben.
I: Ja. Jetzt hast du das anders geschrieben. Ist das das gleiche wie dieses hier?
S: Da kommt ein ganz anderes Ergebnis raus.
I: Genau. Welches von beiden ist jetzt richtig?
S: Ich glaub das hier ist richtig.
I: Warum?
S: Weil, weil das da aussteht.
I: Denn da steht ja nichts untereinander.
S: Ja.
I: Du hast mir eben gesagt, hier steht neunundfünfzig.
S: Ja.
I: Was steht da?
S: Neunundfünfzigtausend, einhundert.
I: Halt. Da ist ein Komma. Was heißt das Komma?
S: Neunundfünfzig Komma Null Null.
I: Ja. Das bleibt neunundfünfzig. Was steht da für eine Zahl?
S: Neunundfünfzig.
I: Da ist noch ein Komma.
S: Komma Null Null.
I: Ja, Null Komma.
S: Ja, Null Null, Null Komma.
I: Ja, kann man ergänzen. Steht da neunundfünfzig in der Zeile?
S: Hier?
I: Ja.
S: Null Komma neunundfünfzig.
I: Null Komma neunundfünfzig. Ist das das gleiche wie neunundfünfzig?
S: Ja.
I: Ja?
S: Eigentlich schon … *(Unsicherheit)* … nein.

I: Wir machen das mal extra. Pass auf, wir schreiben das mal hier hin und ich mach dir mal so'n Beispiel. Da oben in der Aufgabe steht neunundfünfzig und du hast gesagt, man kann das so schreiben, du hast aber jetzt noch eine andere Variante, da sieht das dann so aus. Ist das das gleiche, neunundfünfzig und Null Komma neunundfünfzig oder Null Komma fünf neun? Ist das das gleiche? Oder ist das vielleicht das gleiche, neunundfünfzig gleich neunundfünfzig Komma Null? Wo kann ich denn was weglassen?
S: Da kann ich was weglassen.
I: Nee, das kann ich nicht weglassen. Vor dem Komma kann ich nichts weglassen.
S: Nee? Hinterm Komma, doch hinterm Komma.
I: Wir haben vorhin was ergänzt. Hinterm Komma kann man weglassen.
S: Ja.
I: Komma Null Null ist das gleiche wie ohne Komma.
S: Neunundfünfzig.
I: Das hier ist nicht gleich.
S: Also ist das falsch und das ist richtig.
I: Dann ist doch das richtig. Du warst anfangs richtig mit dem Komma Null Null. Warst dir nur nicht sicher.
S: Ja.
I: Musst dir aber sicher sein, wenn du auch ein richtiges Ergebnis haben willst.
S: Ja.
I: Ja. Okay, das stimmt. Dann darfst du es rechnen.
S: *(rechnet)*
I: Gut, okay. Völlig in Ordnung. Ein paar Aufgaben mit Loch.
S: Die ist leicht.
I: Die ist leicht, gut. Wollen wir mal leicht anfangen. Jetzt kommen schon wieder Kommaaufgaben.
S: Drei, drei Komma Null.
I: Rechne noch mal nach, jetzt von vorne wieder.
S: Von Hier?
I: Hier. Rechne mal zwei Komma fünf plus drei? Sind das gleich sechs Komma fünf?
S: Äh, falsch geschrieben. Vier.
I: Ja, okay.
S: Ah, das ist blöd.
I: Ist das blöd?
S: Ja. Die kann ich glaub ich hier.
I: Musst du dir genau angucken, genau gucken was da steht. Was willst du rechnen?
S: Ich wollte mal vier Komma fünf plus sieben Komma fünf ist zwölf.

I: Halt, da steht aber minus.
S: Ja, ich weiß. Da muss ich minus rechnen.
I: Ja? Aha, wie hast du das gerechnet?
S: Ich hab einfach sieben Komma fünf plus zwölf genommen.
I: Ja, völlig in Ordnung. Gut. Müssen wir die letzte noch angehen.
S: Ich bin mir nicht sicher, aber ich glaube das ist zehn.
I: Zehn? Was rechnest du denn?
S: Ich hab eben sechs Komma vier plus drei Komma sechs gerechnet.
I: Geht das hier genauso wie bei der letzten Aufgabe auch? Hier ist das Loch an der Stelle.
S: Und hier da.
I: Das ist vorne, das ist was anderes. Klappt das?
S: Ich glaub nicht.
I: Guck mal, kannst ja mal ausprobieren. Rechne mal sechs Komma vier minus zehn.
S: Sechsunddreißig.
I: Sechs Komma vier minus zehn.
S: Ah, sechs Komma vier minus zehn. Sechs Komma vier minus zehn, das sind drei Komma sechs.
I: Neenee, sechs Komma vier minus zehn, nicht zehn minus sechs Komma vier.
S: Zehn?
I: Du hast eben was von zehn gesagt, das kann nämlich nicht ganz stimmen.
S: Dann mach ich zehn Komma Null.
I: Versuchen wir es mal anders. Man kann diese Aufgabe umstellen, jetzt steht die so und ich möchte gern das Ergebnis hinten haben, so. Da kommt ein Rechenzeichen hin. Minus oder plus?
S: Minus.
I: Du sagst minus?
S: Ja.
I: Gut. Hier vorne kommen die beiden Zahlen hin, die du schon hast und hinten soll ja dieser Kasten stehen. Wie musst du die Zahlen da eintragen?
S: Können wir nicht machen, dass das hier der Kasten ist?
I: Nein, nein, da ist er jetzt ja.
S: Ja.
I: Und ich hab die Aufgabe nur so umgelegt, dass du das einfach ausrechnen kannst, damit dann nachher steht, was in den Kasten gehört.
S: Ja.
I: Die zwei Zahlen hast du ja, die kommen hier vorne hin.
S: Ach so. Sechs und drei sind neun.
I: Nein, was steht da? Plus oder minus?
S: Minus.
I: Aha, dann rechne auch minus.

S: Ach ja, minus, stimmt ja. Drei, Komma und vier minus sechs sind zwei.
I: Sicher?
S: Eigentlich schon.
I: Vier minus sechs hast du gesagt.
S: Äh, sechs minus sieben, äh, sechs minus vier.
I: Steht das da?
S: Nee.
I: Da steht vier minus sechs.
S: Da kommt da acht hin.
I: Überprüf das noch mal. Du kannst es mal da eintragen und probieren, ob das stimmt.
S: Eigentlich schon.
I: Gut. Wenn du dir sicher bist, dann ist das okay. Dann machen wir weiter. Da kommt noch ein bisschen mal.
S: Null Komma achtundvierzig.
I: Mit dem Komma bin ich einverstanden, mit der achtundvierzig nicht so ganz. Was hast du gerechnet? Acht mal sieben oder sieben mal acht.
S: Ja.
I: Ist?
S: Sechsundfünfzig.
I: Okay, gut.
S: Zwei mal drei sind sechs. Also kommt da Null Komma sechs.
I: Ganz sicher? Du hast eben hier was gezählt hier unten, als du das Komma hingesetzt hast. Was hast du da gezählt?
S: Ah, 0,06.
I: Wie kommst du darauf?
S: Weil ich musste zwei Komma und ich kann ja nur das Komma, nur ne Null davor.
I: Völlig richtig. Jawohl, gut. Jetzt machen wir mal ein bisschen was anderes, Aylin. Erklär mir mal, was der Umfang einer Figur ist. Kannst mir auch ein Beispiel geben. Einfach erklären, keine Formel, einfach sagen, was heißt das eigentlich.
S: Umfang?
I: Ja. Kannst auch ein Beispiel zeigen. Ja, was ist der Umfang? Noch mal genau.
S: Das ist der Umfang.
I: Aha, drum herum. Gut, okay. Kannst du mir ein Beispiel geben, irgendwo aus deinem Leben, wo man das gebrauchen könnte. Wo muss man mal den Umfang berechnen?
S: In Mathe.
I: In Mathe. Ja, aber wo brauchst du das in deinem Leben?
S: Bei den Fenstern für die Gardinen oder so, ich weiß nicht.

I: Ja, ne Gardine hängt man nicht so ganz so um die Fenster drum rum, ne. Das ist nicht ganz so.
S: Vielleicht für einen Bilderrahmen.
I: Ja. Pass auf, ich geb dir noch ein Beispiel. Du hast eine große Wiese und auf dieser Wiese steht ein Schaf. Und dieses Schaf soll nicht weglaufen. Was machst du?
S: Nen Zaun drum.
I: Aha. Wie lang muss der Zaun sein?
S: Zum Beispiel jetzt? Ja so fünfzehn Meter breit und zehn Meter lang, Beispiel.
I: Ja, das kann sein. Wir gucken uns das mal ein bisschen an. Ich hab so ein Grundstück aufgezeichnet und darauf siehst du eine Skizze von diesem Grundstück. Das ist ein bisschen größer als du gerade gesagt hast und auf diesem Grundstück soll unser Schaf stehen. Wie lang muss dieser Zaun sein rund um dieses Grundstück?
S: Dann muss ich jetzt das, das, das, das mal rechnen.
I: Mal rechnen? Sicher?
S: Ne, plus.
I: Plus rechnen, bist du dir sicher?
S: Oh man.
I: Das müssen wir klären. Ich zeichne dir ein Stück Zaun ein. Ich fang mal hier an, da bau ich einen Zaun hin. Wie lang ist dieser Zaun?
S: Dreiundachtzig Meter.
I: Gut. Reicht das? Nein, Schaf läuft noch weg. Wo musst du noch Zaun hinstellen? Hier, zeichne mal ein. Okay, stopp. Wie viel Zaun hast du jetzt schon verbaut?
S: Sechzig Meter.
I: Ja, und meins noch dazu?
S: Hundertdreiundvierzig Meter.
I: Okay, reicht das schon?
S: Nein.
I: Gut, dann müssen wir noch mehr Zaun bauen. Wo stellst du noch Zaun hin? Ja.
S: So bis hier, dass das zu geht.
I: Halt. Das wär ja gar nicht unsere ganze Wiese. Unsere ganze Wiese ist aber so groß. Das möchte ich gerne auch noch haben. Darfst alles da nehmen. Gut. Wie lange ist das Stück Zaun?
S: Hundertfünfund …
I: Halt, nee nur das, was du jetzt aufgebaut hast, das Stück. Das Stück da, wie lang ist das?
S: Dann das zusammen?
I: Ja, erst mal nur das da hier.
S: Hundertzweiunddreißig.

I: Genau, okay. Zusammenrechnen können wir gleich machen.
S: Dann das hier.
I: Das auch, okay. Zeichne mal ein. Wie lang ist das?
S: Zwanzig.
I: Gut. Fertig?
S: Nein.
I: Schaf läuft noch weg, gut. Da stehen dummerweise keine Zahlen dran. Kannst du rauskriegen, wie lang diese Stücke vom Zaun sein müssen?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Kann man aber berechnen. Müssen wir halt gemeinsam machen. Hast du eine Idee?
S: Messen.
I: Messen geht nicht, das ist eine Skizze. Ich könnt das ganz falsch gezeichnet haben, das nützt uns nix.
S: Ach so.
I: Aber du hast schon ein paar Zahlen von diesem Grundstück. Vielleicht helfen dir die Zahlen, das dann zu berechnen? Ich geb dir mal zwei Hilfslinien. So, hilft dir das?
S: Auch hundertzweiunddreißig.
I: Ja.
S: Und auch sechzig.
I: Ja, genau. Ganz genau.
S: Dann ist das jetzt dreißig, die Hälfte davon?
I: Das hat damit nichts zu tun. Wie lang ist denn das Stückchen? Nur dieses kleine Stück. Wenn du diese beiden Stücke vergleichst.
S: Das muss ich erst mal rechnen.
I: Wir müssen rausfinden, wie lang, weißt du das, wie lang ist das Stück hier im Verhältnis zu dem hier?
S: Das ist doch dasselbe.
I: Das ist das gleiche, genau, okay. Okay, also müssen wir rausfinden, wie lang das Stück hier ist.
S: Ja.
I: Ja. Und wie ist es mit diesem hier?
S: Das ist auch ...
I: So lang wie das?
S: Ja.
I: Da und das? Die sind unterschiedlich lang. Das hier ist kürzer als das.
S: Ja.
I: Okay. Dann ist das und das?
S: Gleich lang.
I: Unterschiedlich lang, gleich lang? Guck dir mal das hier an und das hier.
S: Gleich.

I: Gleich. Gut, also müssen wir rausfinden wie lang dieses Stück ist und dann dieses Stück ist. Du hast gesagt dies hier sind sechzig Meter. Und das da sind zwanzig Meter. Wie lang ist das Stück da, was da noch fehlt?
S: Vierzig.
I: Ja.
S: Muss ich jetzt hinschreiben vierzig?
I: Wohin gehört das denn, gehört die vierzig jetzt?
S: Hier.
I: Joh, genau. Darfst du da dran schreiben, haben wir schon eine Zahl mehr. So, jetzt müssen wir noch rausfinden wie weit, wie lang das Stück ist.
S: Wir, genau, hundertzwei, ne, dreiundachtzig und hundertzweiunddreißig.
I: Ja. Nur aufpassen, wie rum du das rechnen musst. Kannst du das so rechnen?
S: Ne, falsch. Entschuldigung.
I: Aha, so rum geht's besser.
S: Neunundfünfzig.
I: Du hast dich um eine Zehnerstelle vertan. Guck noch mal genau hin.
S: Eins plus eins dazu.
I: Zehnerstelle.
S: Drei und vier, Zehnerstelle. Drei plus zwölf sind acht neun.
I: Ja, ist richtig.
S: Eins acht neun. Neun plus dreizehn vier.
I: Aha, genau.
S: Neunundvierzig.
I: Ja, darfst du dran schreiben. Haben wir jetzt alles?
S: Ja.
I: Wie lang ist denn dann unser Zaun? Musst du nicht im Kopf machen, darfst du auch hier schreiben. Welche Zahlen hast du alle, kannst du alle hinschreiben.
S: Dreihundertvierundachtzig.
I: Jawohl. Wie lang ist unser Zaun jetzt?
S: Dreihundertvierundachtzig Meter.
I: Gut. Völlig in Ordnung. Geht doch. Haben wir rausgekriegt, was der Umfang ist. Da brauchen wir keine komische Formel zu. Weißt du jetzt, was Umfang ist? Ja, gut. Machen wir was ganz anderes. Du siehst wieder eine Skizze, das ist der Plan von einem Zimmer. Das dick Umrandete ist das Zimmer. Und da drin liegen Fliesen. Ich möchte von dir wissen, wie viele Fliesen in diesem Zimmer liegen.
S: Acht mal zwölf.
I: Mhm.
S: Aber hier ist ja diese …
I: Stört das?
S: Ja. Also erst mal muss ich diese hier.

I: Aha.
S: Sechs mal zwölf. Zweiundsiebzig.
I: Ja.
S: Jetzt muss ich noch diese. Vierundzwanzig. Sechsundneunzig Stück.
I: Ja, was hast du jetzt gerechnet?
S: Ich hab jetzt die weggelassen und die gezählt, das sind die zweiundsiebzig.
I: Ja, genau.
S: Und dann diese zusammen gezählt.
I: Ja, nur die letzten, das, was hast du da gemacht, zum Schluss hier?
S: Ah, nee die hier, die Reihe. Zwei mal neun muss ich machen.
I: Aha.
S: Neunzig.
I: Ja. Erst hattest du sechsundneunzig. Du hast sechsundneunzig gesagt.
S: Sechsundneunzig, ja.
I: Da fehlen genau diese sechs. Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs.
S: Ja.
I: Das wolltest du am Anfang machen, zwölf …
S: Dann noch mal zwölf wollte ich wieder machen hier.
I: Genau. Erst fehlten dann diese sechs. Aber ist völlig richtig, hast du genauso gemerkt, ist richtig. Sind also neunzig Fliesen da drin. Gut, dann können wir ja weitergehen. Da siehst du den Grundriss von einem …
S: Schon wieder das hier.
I: Ja, schon wieder, aber jetzt geht es nicht um den Umfang, sondern um die Fläche.
S: Das kann ich nicht.
I: Aber klar. Das kriegen wir gemeinsam hin. Was stört dich hier dran?
S: Hier sind keine Kästchen mehr.
I: Genau, sind keine Kästchen mehr. Brauchst du die Kästchen? Ja? Da stehen aber doch Zahlen.
S: Heißt das dann da sieben Stück da?
I: Sieben? Moment, Moment. Wenn du hier Zahlen, vergleich das mal mit denen hier. Wenn du das mit denen, wenn du hier Zahlen dran schreibst, wo würdest du Zahlen dran schreiben? Welche Zahlen?
S: Ich würde hier acht schreiben.
I: Da oben?
S: Ja, acht. Dann würde ich zwölf schreiben, dann würde ich neun schreiben.
I: Ach so. Ähm, ich geb dir mal einen Tipp. Also mit dem Zeichnen, das ist natürlich richtig, da hast du vollkommen recht, dann muss man sich nur verständigen wie man das meint. Ich sag mal so, ich mach da eine Klammer drum und das meint diese Anzahl von Kästchen. Und da kommt die Zahl dann hin. Was würdest du dahin schreiben?

S: Wie?
I: Also wie viel Kästchen sind das hier?
S: Acht war's.
I: Genau.
S: Oder neun? Drei und drei, acht.
I: Acht sind das, ne. Die acht schreibt man da hin, ja. Du hast recht, man könnte sie ja hier oben drüber schreiben, aber dann weiß man nicht genau wie viele das sind. Diese Klammer sagt jetzt eigentlich, das sind acht solche Reihen. Und wie die dahinten weitergehen ist eigentlich egal erst mal, es sind acht Reihen, ja. So und wenn du jetzt hier oben das zählst, dann sind das zwölf, dann müssen wir uns hier unten einigen, da müsste man eigentlich was abtrennen. Du hättest auch das abtrennen können, hast es aber so gemacht, da. Gut. Wie ist das da unten jetzt mit?
S: Hier?
I: Wie würdest du jetzt hiermit weitergehen? In eins kannst du es wahrscheinlich nicht ausrechnen, musst irgendwo einen Strich machen.
S: Ich würde ...
I: Unterteilen.
S: Acht mal sieben mal achtzehn mal drei.
I: Mhm, da kommen wir nicht ganz zum Erfolg. Nämlich acht mal sieben, was kriegst du bei acht mal sieben raus, welche Fläche? Zeig mir mal genau die Fläche, die du mit acht mal sieben berechnest. Ja, machen wir ruhig mal einen Strich rein hier, ne. Das ist dieses Stück, ja. Okay. Wie viel ist denn acht mal sieben?
S: Sechsundfünfzig.
I: Kannst du schon mal hinschreiben.
S: Was, da rein?
I: Ja, einfach daneben oder das ist egal. Sechsundfünfzig, was eigentlich? Kartoffeln?
S: Meter.
I: Bierdeckel?
S: Zentimeter.
I: Zentimeter? Sicher, Zentimeter?
S: Aber hier steht auch Zentimeter.
I: Aha, du hast aber acht Zentimeter mal sieben Zentimeter gerechnet.
S: Meter.
I: Da war irgendetwas mit zum Quadrat.
S: Doch.
I: Wie war das.
S: Wir hatten das. Erst kam Zentimeter, dann kam Meter und dann kam ...

I: Ja, richtig, Kilometer, aber hier geht's um Quadratzentimeter. Ist auch nicht so schlimm jetzt, darum geht's mir nicht, ja. Es wären Quadratzentimeter. So, jetzt haben wir das Teil, was uns noch fehlt, ist das. Wie kriegen wir raus, wie viel das eigentlich hat?
S: Achtzehn mal drei.
I: Halt. Achtzehn ist die ganze Länge da unten.
S: Aja.
I: Was würdest du bekommen wenn du achtzehn mal drei rechnest? Das hier. Das wollen wir aber nicht, weil das haben wir ja schon. Ich möchte nur wissen, wie groß das Stück ist. Müssen wir rausfinden …
S: Das sind hier die acht, die acht.
I: Ne, ne, das sind, wie viele sind das hier?
S: Das sind acht, ne sieben.
I: Genau, sieben sind das. Richtig.
S: Und das sind drei, also sind das zusammen einundzwanzig.
I: Nein, halt, halt, halt.
S: Ach achtzehn sind das.
I: Müssen wir genau hingucken, langsam. Achtzehn sind das hier unten.
S: Ach so.
I: Das sind achtzehn, ja. Und das hier sind, hast du eben gesagt, wie viele?
S: Sieben.
I: Und wie viele bleiben dann hierfür übrig, für dieses Stück?
S: Wie jetzt?
I: Das alles hier sind achtzehn.
S: Ja.
I: Das sind sieben. Wie lang ist denn dieses Stück von hier bis da?
S: Neun?
I: Nicht raten.
S: Nein, aber ich habe sieben …
I: Ach so.
S: Elf.
I: Elf. Also kann man sagen, das hier ist das Stück, von da nach da. Kannst du auch hinschreiben.
S: Wohin, hier?
I: Nee, da, das sind ja sieben. Da, ne. So weißt du jetzt, wie viel das Stück hier drüben ist, dies hier, bis hier hin nur?
S: Elf, elf Zentimeter.
I: Das ist die Länge. Und die Fläche? Wie hast du denn das hier gemacht vorhin?
S: Acht mal sieben genommen.
I: Ja. Und was machst du dann hier?
S: Elf mal achtzehn.

I: Halt. Elf mal achtzehn?
S: Elf mal drei.
I: Aha, das ist was anderes.
S: Dreiunddreißig.
I: Ja. Das Stück hier unten in grau hast du jetzt ausgerechnet, elf mal drei. So, jetzt hast du rot und grau zusammen, nämlich alles. Hast du alles genau einmal berechnet. Wie viel sind das zusammen?
S: Neunundneunzig.
I: Sicher?
S: Ähh, neunundachtzig.
I: Mhm. Das ist was anderes. Gut, okay. Was ist daran so anders als an diesem hier?
S: Ja, hier, hier kann man die Kästchen zählen. Hier nicht, muss man mal rechnen.
I: Da hast du auch mal gerechnet.
S: Ist schwieriger.
I: Halt Aylin, hier hast du auch mal gerechnet. Du hast vorhin auch gerechnet.
S: Ja, acht mal sieben hab ich auch gerechnet.
I: Da hast du auch mal gerechnet. Du hast hier sogar erst die Kästchen gezählt, da musstest du die Kästchen gar nicht mehr zählen. Da stand sofort die Zahl daneben zum Mal-Rechnen.
S: Trotzdem ist das schwieriger.
I: Aber es irritiert, ne, weil hier siehst du die einzelnen Felder, da nicht. Wir könnten die natürlich da einzeichnen. Wir könnten dann hier mal so, ich kann das ja mal … Siehst du's jetzt?
S: Dann ist das ja doch leichter.
I: Passt, ne. Wir übertragen das hier mal nicht, nur dieses Teil hier.
S: Das ist doch leichter hier.
I: So ist's besser?
S: Ja.
I: Was würdest du jetzt machen? Würdest du zählen oder?
S: Erst das und dann das zählen.
I: Ja. Das sind eins, zwei, drei, acht sind das, ne. Steht da schon. Und das da oben?
S: Sieben.
I: Steht da auch schon.
S: Acht mal sieben.
I: Genau.
S: Also ist das das selbe.
I: Das wäre dasselbe. Wäre es so leichter gewesen?
S: Ja, nein. Das wäre das selbe für mich.

I: Ja. Wenn du das also nicht hast, kann man sich das vorstellen, dass es solche Kästchen hat und die Zahlen stehen schon daneben. Aber ich geb dir recht, es sieht erst mal ganz anders aus. Das hast du sofort hingekriegt, das war ein bisschen gemeiner. Okay. Wir haben noch fünf Minuten, wir können noch ein bisschen was anderes machen. Einen letzten Zettel. Nee, das ist der falsche, der hier. Ein paar Malaufgaben. Weißt du, wie so etwas geht?
S: Ja.
I: Gut, dann brauch ich dir gar nichts zu erzählen.
S: *(rechnet)*
I: Sicher?
S: Zwei, zwei mal drei sind sechs. Fünf mal sieben sind fünfunddreißig.
I: Hervorragend. Ganz toll. Letzte Aufgabe, die anderen sparen wir uns. Lies mir mal die Aufgabe vor.
S: Ein Schul. . .
I: Chor, Schulchor.
S: Chor mit zehn Schülern braucht für ein Lied fünf Minuten. Wie lange braucht ein anderer Chor mit zwanzig Schülern?
I: Ja. Stört dich was?
S: Diese fünf Minuten stören mich eigentlich.
I: Warum?
S: Ja, weil, ich weiß nicht.
I: Wo ist das Problem?
S: Ja, weil wir machen jetzt diese Prozent und so.
I: Ja.
S: Und das ist ja kein Prozent.
I: Nee, hat nichts mit Prozent zu tun, das stimmt. Also ein Chor mit zehn Schülern braucht fünf Minuten um ein Lied zu singen. Wie lange braucht ein anderer Chor, in dem zwanzig Schüler singen?
S: Ja, doppelte.
I: Sicher?
S: Nein.
I: Und wenn der Chor hundert Leute hat, wie lange brauchen die dann?
S: Das doppelte zu hundert.
I: Echt? Wie lange brauchst du denn für das Lied, wenn du das alleine singst?
S: Eigentlich länger.
I: Bist du dann schneller oder brauchst du länger?
S: Länger.
I: Kannst du Eier kochen?
S: Ja.
I: Wie lange braucht ein Ei, um hart zu werden?
S: Hart?
I: Ja, wie lange braucht so ein Ei?

S: Also bei mir drei, vier Minuten.
I: Drei, vier Minuten. Dann ist es noch ein bisschen weich.
S: Fünf Minuten.
I: Sagen wir fünf Minuten. Wie lange brauchen denn zwei Eier?
S: Ah, ein Ei.
I: Ein Ei braucht fünf Minuten. Wie lange brauchen dann zwei Eier?
S: Sechs Minuten, sieben Minuten.
I: Echt?
S: Bei mir ja. Bei mir fünf Minuten zwei, drei Stück.
I: Ja. Zwei Eier auch fünf Minuten und bei drei Eiern?
S: Sechs.
I: Auch fünf Minuten?
S: Ja.
I: Ungefähr. Aber nicht das doppelte.
S: Nein, nein.
I: Aha. Und das mit dem Chor?
S: Das ist das selbe auch.
I: Aha. Und wenn du das Lied singst? Brauchst du auch fünf Minuten.
S: Zwanzig Minuten.
I: Echt? Nein. Glaub ich nicht. Du brauchst auch fünf Minuten, ne. Und wenn du das Lied im Radio hörst, dauert es auch fünf Minuten.
S: Ja.
I: Da weißt du gar nicht, wie lange, wie viele Leute da singen. Ist gemein, ne. Es geht nicht immer ums rechnen wenn du solche Aufgaben siehst. Das ist gemein, solche Aufgaben. Da kann man nix rechnen.
S: Ja stimmt.
I: Also nicht verwirren lassen. Du musst immer genau lesen. Du hast vorhin gesagt du möchtest gerne mehr schreiben im Matheunterricht. Darin geht es um Schrift, um Text, da musst du nachdenken was da eigentlich steht. Das stimmt, ich wollte dich da ein bisschen reinlegen. Das ist gemein. Aber du hast es ja entdeckt. Okay, das war's. Vielen Dank. War's schlimm?
S: Nein.
I: Es ging, ne. War doch ganz okay. Gut.
S: Besser als Deutsch.
I: Besser als Deutsch?
S: Ja.
I: Ja, hier hast du ein bisschen was zu rechnen gehabt, ging doch gut. Schön, freut mich.

B.15 Aniela

Aniela *(Schule 2; 17.09.02; 5. Stunde)*

I: Ganz langsam. Uns drängt keine Zeit heute. Hier sind ein paar Zahlen und die sind unterschiedlich groß.
S: OK.
I: Hier soll die kleinste Zahl rein und beim nächsten die größte Zahl. Guck es dir einfach an.
S: Ja.
I: OK. War nicht schwer.
S: Nee.
I: Das geht. Jetzt kommen, gleiches Prinzip hier, Kommazahlen.
S: Kommazahlen?
I: Ja.
S: Eigentlich ich verstehe das gar nicht.
I: Darum gucken wir uns das in Ruhe an. Hier wieder die kleinste Zahl.
S: Vielleicht die hier?
I: Guck dir erstmal alle Zahlen an. Wo guckst du hin?
S: Dahin.
I: Warum ist das wohl die kleinste?
S: Hier steht sechs und hier eine Sieben.
I: Kleiner als die Sieben, ne? Ist klar. Die anderen haben jetzt alle eine Sieben vorn stehen. Wie kannst du die sortieren?
S: Ja, jetzt sind das die ganzen Zahlen. *(undeutlich)*
I: Guck dir alle an, welche soll die kleinste sein?
S: Das.
I: Das und die nicht mehr?
S: Ich weiß nicht genau.
I: Da stört dich was, ne?
S: Mhm.
I: Gut, ich gebe dir ..., schreib mal alle Zahlen, die dir noch fehlen grob untereinander auf.
S: *(schreibt)*
I: Zahlen, die vorne eine Sieben haben.
S: Ja, *(schreibt)*
I: Ok, guck sie dir mal an. Fällt da was auf?
S: *(guckt und überlegt)* also *(undeutlich)* ist die kleinste Zahl.
I: Mhm, ist die kleinste Zahl.
S: Das ist die größte, ich weiß nicht.
I: Wie hast du die, diese Zahlen verglichen oben?
S: Ja, na klar, sechs ist die kleinste und so weiter.

I: Aha … Aber ich gebe dir ein Beispiel: Hier steht sechs und hier steht 456?
S: *(überlegt)*
I: Die ist kleiner die Zahl, die Sechs.
S: *(überlegt)* Ja.
I: Hmm. Wollen wir hier mal gucken?
S: Das hier.
I: Du hast vorhin gesagt, als wir die Sechs oben stehen hatten, du hast nur vorne drauf geguckt.
S: Ja.
I: Können erstmal alles weglassen und gucken, was steht vorne, vor dem Komma?
S: Ja, Sieben.
I: Genau, da war die Sechs kleiner, also auf jeden Fall kleiner als die Sieben. So. Jetzt machen wir es erstmal so *(zeigt auf das Blatt)*
S: Das ist kleiner.
I: Aha, das ist die Kleinste. Ist das egal, was da noch dran hängt?
S: Eh..Eh.., Nein *(undeutlich)* Ich weiß es nicht.
I: Die kann man so aussortieren, ne?
S: Ja, aber wie? Ich weiß nicht was kleiner ist oder was größer ist!
I: Doch, doch. Das weißt du. Da vorne ist alles gleich, aber da unterscheiden sie sich irgendwie noch!
S: Ja, also das ist dann die Kleinste?
I: Ja, genau. Und dann?
S: Und dann die sind gleich und dann diese letzten.
I: Ja, genau, OK. Gucken wir mal weiter.
S: Dann die ist kleiner und die … ist größer.
I: Ja, aber von der da drüben wissen wir schon, dass die kleiner ist als diese, ne? Die Null ist ja kleiner als die Vier.
S: Mhm.
I: Da ist noch dieses hier zwischen diesen beiden hier *(zeigt)*
S: Ahh.
I: Welche ist denn kleiner, die oder die?
S: *(überlegt)* Dann die ist kleiner.
I: Ja?
S: Ja.
I: Als die ?
S: *(überlegt)*
I: Da stört dich, dass hier was fehlt, da ist ein Loch, ne?
S: Ja.
I: Da darf man Nullen dran hängen. Habt Ihr das schon gemacht?
S: Ja.

I: Ja, ne? An diese Zahlen kann man Nullen hinten dran hängen, das ändert die Zahlen nicht.
S: Mhm.
I: Aber man kann sie besser vergleichen.
S: Mhm.
I: Mach das mal, häng mal Nullen dran.
S: *(schreibt)*
I: Sind das schon ...?
S: Ja, manches.
I: *(undeutlich)* Jetzt guck dir die Zahlen noch mal in Ruhe an.
S: *(guckt)* Dann vielleicht das ist die Kleine.
I: Ja, genau. Jetzt kannst du die Nullen doch wieder weglassen, das ändert alles ja gar nichts.
S: Mhm.
I: Aber es hilft dir ja, zu vergleichen. Jetzt sehen die nämlich alle gleich lang aus, ja? Siehst du das?
S: *(nickt)* Ja.
I: Welche ist die kleinste Zahl?
S: Diese ist die Kleinste.
I: Ja.
S: Dann das, das und das.
I: OK. Ist jetzt anders, als du vorher geschrieben hast. Als du vorher gedacht hast.
S: Aha.
I: Ja?
S: Ja.
I: Meinst du das ist richtig so?
S: Vielleicht.
I: Vielleicht?
S: Aha, Sie haben es so gesagt.
I: Ja, ist richtig, aber leuchtet dir das ein?
S: Ja, jetzt weiß ich wie soll ich das machen.
I: Ja so kannst du das machen. Genau, so kann man sie besser vergleichen.
S: Aha.
I: OK. Dann schreib die da mal rein.
S: *(schreibt)*
I: Jetzt hast du die Frage richtig beantwortet.
S: Ja.
I: Jetzt noch mal. Wir gucken uns das hier an. Du kannst so von vorne anfangen. Da weißt du nicht genau wo die Grenze ist. Die sind alle gleich.
S: Aha.

I: Jetzt eine Stelle weiter. Aha, da sehe ich schon, die Zahl da drunter ist die Kleinste.
S: Ja.
I: Da ist die Größte, da oben.
S: Mhm.
I: In der Mitte weiß ich noch nicht genau. Lass uns eine Stelle weiter gucken. Guck mal eine Stelle weiter. Was sehen wir?
S: Die ist größer.
I: Genau. *(undeutlich)*
S: Ja.
I: So kann man das machen.
S: Aha.
I: Gut. OK. Da steht schriftlich. Was heißt schriftlich rechnen?
S: Ja … schreiben.
I: Genau. Wie schreibst du das auf?
S: Untereinander.
I: Genau, untereinander.
S: *(schreibt)*
I: Bevor du rechnest, will ich fragen, was ist das für eine Zahl? *(zeigt)* Wie heißt die?
S: Hm, ja, Null plus.
I: Genau, warum steht die da?
S: *(überlegt)*
I: Das Gemeine ist ja, da ist kein Komma!
S: Ja, hat kein Komma.
I: Wie kann man die mit Komma schreiben?
S: Hier kommt Null Komma …
I: Ich werde das mal kurz aufschreiben, mal gucken ob das so stimmt! *(schreibt)*
S: Mhm.
I: Das steht ja da oben, steht da in der Aufgabe. *(zeigt)* Ist das das Gleiche?
S: Ja.
I: Ja?
S: Mhm.
I: Tatsächlich, das ist 59.
S: Ja.
I: Das sind 0,59. Null Komma fünf neun sagt man!
S: Hm.
I: Ist das das Gleiche?
S: Eh … also ich weiß es nicht.
I: Ist gemein, ne? Ich hab mal einen Vorschlag. *(schreibt und zeigt)* Was ist das für eine Zahl?
S: Da, die Null kann man weglassen.

I: Ja.
S: Also ist das das Gleiche.
I: Ja. Wie ist das darüber dann? *(zeigt)*
S: Das ist alles gleich.
I: Kann man hier was weglassen?
S: Die?
I: Vor dem Komma kann man die nicht weglassen!
S: Aha, ja, gut.
I: Vor dem Komma ist die ganze Zahl. Das hier Null, gar nichts. Wenn man sie sich so anguckt, ist da nichts. Da steht aber 59, das ist also bestimmt nicht gleich! Hinter dem Komma, da kann man Nullen weglassen! Ja?
S: *(nickt)*
I: Das ist richtig. Also das hier stimmt nicht. *(zeigt)* Das ist nicht gleich.
S: Mhm.
I: So, 59 mit Komma geschrieben sieht so aus. *(zeigt)*
S: *(nickt)*
I: Da kannst du noch so viele Nullen dran hängen. Das verändert nichts. Das bleibt so: 59 Komma Null, Null, Null. Ist das Gleiche. Jetzt gucken wir uns noch mal deine Aufgabe an.
S: Ah, ja, vielleicht muss ich so 59 Komma Null?
I: Ja, ja.
S: *(schreibt)*
I: Was fällt dir auf? Das Komma steht immer noch untereinander, das hast du hier oben richtig gemacht. Bei der letzten Zahl warst du dir nicht sicher, weil gar kein Komma da war! Ne?
S: Aha.
I: Ist das so?
S: Ja.
I: Jetzt haben wir die 59 mit Komma geschrieben, so. Jetzt kann man es ja auch untereinander schreiben. Jetzt weißt du ja, wohin die 59 kommt. OK., jetzt kannst du rechnen.
S: Hm. *(rechnet und überlegt)*
I: Das einzige Problem war die 59 ne?
S: Ja.
I: Ist jetzt völlig in Ordnung. Gut, lass uns weiter. Da sind Aufgaben mit Loch.
S: Aha, also jetzt soll ich da eine Zahl schreiben?
I: Ja richtig, genau.
S: Ja, das ist Dings hier, acht?
I: Ja acht, genau, jetzt kommen wieder Kommazahlen.
S: Kommazahlen. *(überlegt)*
I: Wie kannst du das rauskriegen? Bei welcher Aufgabe bist du gerade?
S: Bei der.

I: Ach so, bei der, OK.
S: *(überlegt) (undeutlich).* Hier ist größer als hier.
I: Ja ... Probierst du grad aus, was da rein passen könnte oder rechnest du?
S: Ja, ich weiß nicht, ich verstehe gar nix von.
I: Ich gebe dir ein Beispiel. Vielleicht kannst du dir das dann besser vorstellen. Du kaufst dir irgendetwas, hast in deinem Portmonee 6,40 , ja?
S: Ja.
I: Jetzt kaufst du dir etwas, ich weiß nicht was, ich weiß auch nicht was es kostet, und nachher sind in deinem Portmonee 3,60 .
S: Hm.
I: Wie viel hast du ausgegeben?
S: Also. Dann. Soll ich das vielleicht so, diese 6,40 minus 3,6?
I: Mal probieren!
S: *(schreibt) (undeutlich)*
I: *(undeutlich).* Ja, genau, du hast jetzt richtig abgeschrieben.
S: *(nickt, rechnet und sieht hoch)*
I: Minus ne?
S: Hm.
I: Was hast du hier gerechnet?
S: Plus, ich mache ... *(undeutlich)*
I: Du hast, glaube ich, ein Plus vertauscht, ne?
S: Ja, jetzt 14 minus 6 ist gleich – ? – Nee?
I: Ja, du hast recht, 14 minus 6 ist schon mal gut. So.
S: Eh ... also hier hab ich 4, ich nehme von hier eins ...
I: Ja, genau.
S: Und das sind 14.
I: Ja ist richtig, minus 6.
S: Minus 6 und das sind 4. Nein, Ahm ..., ich glaube, ich mache das die ganze Zeit schon falsch.
I: Nein, ist schon richtig, nur die 9 ist falsch.
S: Mhm ...
I: 14-6.
S: 14-6?
I: Ja ...
S: Ist 5? Nein warten Sie, ich kann das gar nicht mehr.
I: Doch 14-6 brauchst du nur zu rechnen.
S: Hm.
I: 14-4?
S: Ist 10.
I: 14-5?
S: Ja ... 9.
I: 14-6?

S: 14-6, ich hab, glaube ich, minus 9 gemacht.
I: Du hast minus fünf gerechnet. 14-4 ist klar?
S: Ja 10.
I: 14-5 ist 9 und 14-6, noch ein weniger.
S: Hm, 8?
I: 8. OK. Jetzt müssen wir weiter gucken. Du hast richtig gesagt, hier oben hast du einen weggenommen, so, wie geht es weiter?
S: 5 mal 2.
I: Genau, ja.
S: Und das sind 2,80.
I: Ja, wo kommt das hin?
S: Hm, hier.
I: Gut.
S: Das, das Gleiche kommt noch mal, ne?
I: Ich weiß nicht, was ist das? Guck jetzt genau hin, da steht jetzt plus in der Aufgabe. Was muss man jetzt machen?
S: Ja ... plus.
I: Trag mal ein: plus irgendetwas = 6,5.
S: Vielleicht sollte ich 4,5!
I: Probier das mal aus, ob das stimmen kann!
S: Ja, wie soll ich das machen?
I: *(undeutlich)*
S: 4,5 plus 5 *(schreibt)* 9,5.
I: Das ist zu viel, wenn du das hier einsetzt, sind es 11,5, ist zu viel, ne? Passt nicht rein.
S: Ja, zu viel. Dann ...
I: Ich gebe dir ein Beispiel: Du hast 2 Euro 50, ich gebe dir was dazu.
S: Mhm.
I: Und du hast 6,50.
S: Hm.
I: Wie viel hab ich dir gegeben?
S: Vielleicht muss ich das minus das.
I: Ja.
S: *(rechnet und schreibt)* 4,0
I: Ja, probier aus, ob das stimmt.
S: Ja, das geht doch.
I: Ja, geht auf, ne? Gut.
S: Und jetzt das, hm, hier muss man 12-7,5 ...
I: Ja, jetzt ein Beispiel: Du hast Geld, du weißt nicht, wie viel in deinem Portmonee ist. Jetzt kaufst du dir etwas, nämlich für genau 7 Euro 50, ja? Dann guckst du nach und du hast genau 12 Euro drin. Wie viele waren vorher drin?

S: Hm.
I: Waren es vorher mehr oder weniger?
S: Ja, mehr.
I: Mehr.
S: 12 minus 7,5.
I: Wird das dann mehr oder weniger?
S: Ja, weniger.
I: Es war ja vorher mehr Geld im Portemonnaie!
S: Hm.
I: Du bezahlst und ich gebe dir ja was zurück, dann hast du ja wieder Geld drin. Was passiert, wenn ich dir Geld gebe?
S: Ja, dann plus.
I: Ja, du hast 12 und ich gebe dir noch 7 Euro 50.
S: Dann, dann vielleicht das plus das?
I: Ja.
S: *(schreibt)*
I: Vorsicht, was ist mit dem Komma?
S: Ah, ja.
I: Denk an die 59, wie schreibt man das genau auf? Jetzt hast du 12 Cent dahin geschrieben!
S: Ahh ...
I: Es sind aber 12 Euro.
S: So.
I: Ist was anderes, ne?
S: Mhm. 19,50.
I: Ja, und jetzt zwei kleine Malaufgaben.
S: Hm. (*undeutlich)*
I: Kann man auch ...
S: *(schreibt und überlegt)* So.
I: Das Komma gefällt mir nicht.
S: Hier zwei Stellen und hier muss ich ...
I: Ja, die Null hinten dran, ist das eine Stelle oder ...
S: Ah, das ist keine Stelle. *(schreibt)*
I: Die kann man hinten weglassen, ist keine Stelle, ne? Vor dem Komma, wenn da nichts steht, muss man eine Null hinschreiben. Das ist richtig, genau.
S: *(schreibt weiter und überlegt)* So.
I: Ja, genau richtig.
S: Hm.
I: So, wir machen jetzt was anderes, Ahm, erklär mir mal, was der Umfang einer Figur ist, keine Formeln. Was kann das denn bedeuten der Umfang einer Figur?
S: Ja, ich glaube Umfang ist. Mmm. Das hier was drum rum ist.

I: Ja, genau, ne? Ich hab hier noch eine Figur aufgezeichnet. Ich möchte gern von dir wissen, wie groß der Umfang von dieser Figur ist. Das ist eine ganz normale Figur, die hat so eine Ecke mit drin.
S: Hm.
I: Das könnte eine Wiese sein, eine große Wiese, ja? *(undeutlich)* und ich möchte einen Zaun um diese Wiese bauen. Ich möchte gerne wissen, wie lang der Zaun sein muss. Wie viel Zaun muss ich kaufen?
S: Ich hab das gemacht, ich hab das voll vergessen. Mit Formeln und so.
I: Formeln brauchen wir nicht. Wir machen das einfach so, wie kriegen wir das so raus?
S: Also, Hm.
I: Wie würdest du anfangen, wenn man einen Zaun bauen wollte?
S: Alles plus rechnen.
I: Ja, ganz genau.
S: Alle Seiten.
I: Dann lass uns das mal machen. Wo fängst du an?
S: Egal wo.
I: Aha. Da oben, da stellen wir schon mal einen Zaun hin, wie lang ist dieser Zaun?
S: 80.
I: Genau, wo kommt das nächste Stück Zaun hin?
S: Hier.
I: Ja, so, wie viel Zaun ist das?
S: 60.
I: Und wie viel ist das zusammen?
S: Eh ... das sind ...
I: Wie rechnest du das?
S: Plus.
I: Gut, können wir gleich machen, plus rechnen. Wie geht es weiter?
S: Ja, das und dann das.
I: Hm, ja.
S: Dann das, hier steht nichts.
I: Hm, hier steht nichts dran, ne? Aber ein Zaun muss da trotzdem hin, weil sonst ein Loch im Zaun ist, ne?
S: Mhm.
I: Jetzt müssen wir nur herausfinden, wie lang dieses Stück ist.
S: Hm.
I: Wie kriegen wir das hin?
S: Messen.

I: Das kann man nicht messen, es ist eine Skizze, die hab ich ganz grob aufgezeichnet. Die hat nur die Form. Aber das stimmt mit den Längen ja gar nicht. Aber man kann das berechnen. *(zeigt auf die Skizze)* So, wie viel ist das? Denk mal in Ruhe drüber nach.
S: Ja, ich weiß doch trotzdem nicht, wie viel ist das!
I: Aha, wie lang ist dieses Stück von hier bis da?
S: 60.
I: Ja, also von hier bis da, ne? Sind 60.
S: Ja.
I: OK., du weißt auch, wie lang dieses Stück ist, ne?
S: Mm, 20-60? plus.
I: Umgekehrt, 20-60 geht das?
S: Ah, nein, ich meine 60-20.
I: So, OK., wir wissen das ja.
S: 60-20, ja ... 40.
I: Genau, kannst du jetzt dran schreiben, sonst vergessen wir es. Jetzt müssen wir ausrechnen, wie lang das letzte Stück ist.
S: Mm, hier ist 40 und hier ist 60, dann 60-40.
I: Das haben wir ja schon das Stück, jetzt brauchen wir dieses Stück.
S: Ach dieses.
I: Aha.
S: Mhm. Das vielleicht minus das. Minus 20.
I: Ich zeig dir das. Das hier.
S: Hm.
I: *(undeutlich)*
S: Vielleicht das minus das?
I: Ja, genau. Das kannst du rechnen, ne?
S: Ja.
I: Gut. Mach das mal.
S: OK. *(rechnet und überlegt)*
I: Ja, genau.
S: Das kommt hier?
I: Das Stück war es, ja. *(undeutlich)*
S: Das plus das *(undeutlich)*
I: Ja, genau.
S: *(rechnet und überlegt)*.
I: Und wie lang ist der Zaun?
S: 384 m.
I: Jawohl, hervorragend, gut. Eine Sache schaffen wir noch, da siehst du ein Zimmer abgebildet, Das dick Umrandete ist das Zimmer. Und daneben ist ... Ich möchte von dir wissen, wie viel das ist?
S: Und kann man *(undeutlich)*

I: Das ist eine Fliese, wie viel sind da drin, wie viel Kästchen im Ganzen?
S: 18.
I: Wie machst du das?
S: Ich kann das hier zählen und hier.
I: Ja.
S: Mal.
I: Gut, mach mal.
S: 12.
I: Ja.
S: Mal … *(schreibt)* 96.
I: Jawohl.
S: Mhm, dieser, vielleicht, ich weiß nicht.
I: Was ist mit denen? Stört dich da, ne?
S: Ja, das fehlt.
I: Fehlt das?
S: Oder minus sechs vielleicht?
I: Ja, denn die hast du bisher mitgezählt, ne?
S: Aha, 90.
I: 96-6 ist 90.
S: Ja 90.
I: Gut, was du einfach am Anfang gemacht hast, war das hier – 8 mal 12. Das wäre dieses Ganze hier gewesen, ne? Hast du richtig erkannt, das hier wegnehmen, ist wieder abgezogen. Vollkommen richtig.
S: Hm.
I: Schaffst du vielleicht auch das? Ist genau das Gleiche. Ich möchte wissen, wie groß ist diese Fläche eigentlich?
S: *(überlegt)*
I: Was machst du? Zuerst?
S: Vielleicht soll ich das messen?
I: Messen geht nicht, da stehen ja schon ein paar Zahlen dran.
S: Hm.
I: Kannst du das sofort bestimmen, oder machst du erst einen Teil davon?
S: Ich würde das alles plus rechnen, aber …
I: Es geht nicht um den Umfang, um die Fläche, genau so wie hier.
S: Ach so, um die Fläche.
I: Ja, genauso wie hier. Das hat miteinander zu tun.
S: Ja, da sind keine Kästchen.
I: Stört dich das?
S: Ja.
I: Kannst du dir vorstellen, dass da Kästchen sind?
S: Nein, weil ich weiß nicht wie … ?
I: Du hast vorhin gesagt das sind acht Stückchen.

S: Ja.
I: Ich schreib mal 8 hier dran. Das sind 8 Stück von hier bis da, stimmt das?
S: Ja.
I: Wie viel waren das hier?
S: 12.
I: Genau, wie viel Kästchen sind das wohl hier untereinander?
S: Acht.
I: Ja.
S: Hier 7, aha.
I: Wollen wir die mal einzeichnen?
S: Hm.
I: Ich mach das mal. Wir müssen hier einen Strich ziehen, ne? Hier sind 8 und das sind 7, ne? So, jetzt hast du deine Kästchen.
S: Ja.
I: Geht das besser?
S: Aha, ja, jetzt soll ich ... 8 mal 7?
I: Ja.
S: Das sind 7 mal 7, 49 und ... 54?
I: Wie viel?
S: 56.
I: Gut, das sind 56 hier.
S: Ja.
I: Jetzt denk dir die Kästchen wieder weg. Siehst du trotzdem noch die 56?
S: Ja.
I: Ja? Warum?
S: Ja, ... 8 mal 7.
I: Jetzt müssen wir noch raus finden, wie viel das hier ist. Wir haben jetzt nur den Teil.
S: Hier muss man 18 mal 3.
I: Halt, 18 ist von hier bis hier. Vorsicht, den Teil haben wir aber schon. Jetzt müssen wir raus finden, wie viel ist es hier eigentlich!
S: Hm. Ah dann 18 minus 7 und das sind 11.
I: Ja.
S: Und 11 mal 3.
I: Ja, also das sind 33 und das hier sind 56. und zusammen?
S: Sind ... 89.
I: Richtig. Was sind eigentlich die 89?
S: 89 also ganze Fläche, diese Kästchen.
I: Genau diese Kästchen, OK. Gibt es hier auch eine Einheit? Weil hier haben wir ja eine Einheit stehen gehabt! Ne?
S: Hm.
I: Meter?

S: Ich weiß nicht.
I: Da gibt es auch etwas wie Quadratmeter.
S: Dann ist das Quadratmeter, ja.
I: OK. Jetzt, nein Pause. Danke, reicht. War schlimm?
S: Nein.
I: Ging?
S: Ja.

B.16 Darius

Darius *(Schule 2; 18.09.02; 3. Stunde)*

I: Gut, also erst mal was Allgemeines. Was fällt dir ein, wenn du an Matheunterricht denkst?
S: Aufgaben.
I: Aufgaben? Was zum Beispiel? *(undeutlich)*
S: Plus, minus, mal.
I: Was fällt dir ein, was Gutes oder nicht? Machst du das gerne?
S: Ja Mathe ist mein Lieblingsfach.
I: Ja? Und was machst du besonders gerne? Gibt es was in dem Bereich, was du besonders gerne machst?
S: Ja, Mathe.
I: Ja, es gibt ja verschiedene Sachen, die Ihr da macht. Mal macht Ihr Geometrie, im Moment macht Ihr, glaube ich, Prozentrechnung.
S: Geteilt und mal machen wir.
I: Geteilt und mal macht Ihr. Mhm. Gibt es auch etwas, was du nicht so gerne magst, auch wenn dir Mathe eigentlich gut gefällt?
S: Eh, die Geometrie, zeichnen.
I: Geometrie, zeichnen gefällt dir nicht so gut!
S: Nein.
I: Wir gucken mal, was wir da machen können. Kannst du dich an den Matheunterricht in deiner Grundschule erinnern?
S: Ja.
I: Ist etwas her, aber ... gab es da etwas, was du gerne gemacht hast oder nicht so gerne?
S: Plus und minus haben wir gemacht. Das war am leichtesten.
I: Das war am leichtesten, ja. Gab es irgendwas, was du gar nicht so gern gemacht hast, in der Grundschule?
S: Eigentlich nicht.
I: Ahm, ich nehme an, du hast schon mehrere Lehrer in Mate gehabt. Meinst du, dass Erfolg im Matheunterricht vom Lehrer abhängig ist?
S: Ja.

I: Ja?
S: Ja, Herr P. ist der beste Lehrer.
I: Ist der beste Lehrer? Da macht es auch Spaß?
S: Mhm.
I: War vorher nicht immer so?
S: *(undeutlich)*
I: Wann hatte er das?
S: Wenn man laut ist.
I: Aha.
S: Wenn man schlimme Wörter sagt.
I: Aha, das magst du nicht.
S: *(Kopfschütteln)*
I: Man muss ja keine schlimmen Wörter sagen!
S: Ja.
I: Hast du Verbesserungsvorschläge, was wir als Lehrer besser machen sollten?
S: Eigentlich nicht. Geometrie auslassen.
I: *(undeutlich)* Wir gucken mal, was wir da machen können. OK. Wir fangen mal ganz leicht an, und zwar sind ein paar Zahlen genannt, da oben. Die sind unterschiedlich groß. Die sollst du nach der Reihenfolge, von klein nach groß ordnen. Du schreibst die kleinste Zahl darein und die nächste in das nächste Feld.
S: Ach von klein nach groß, ne?
I: Ja.
S: *(überlegt und schreibt)*
I: OK. War nicht schwer, ne? Gut, das Nächste ist genau das Gleiche, nur die Zahlen haben Kommas.
S: *(überlegt und schreibt)*
I: Bist du dir sicher?
S: Nein eigentlich nicht.
I: Nicht so ganz, ne? Du hast so ein bisschen gezögert. Was stört dich?
S: Die Zahl hier.
I: Die Zahl.
S: Ich glaube die kommt vorher.
I: Wo könnte die hinkommen?
S: Da rein?
I: Und warum? *(undeutlich)*
S: Weil da eine Null vor kommt.
I: Ja, wo muss sie dann vielleicht hin? Da vor oder wo vor?
S: Da vor.
I: Ich gebe dir mal einen Tipp. Das hier ist die Kleinste, ist Klar, ne?
S: *(nickt)*

I: Da ist vorher die Sechs. Ich denke, das hast du sofort richtig entschieden. Diese anderen vier Zahlen, schreib sie doch da mal untereinander.
S: *(schreibt)*
I: Guck sie dir doch mal an. Fällt dir da schon was auf?
S: Zahlen.
I: Ja, versuch sie jetzt mal der Größe nach zu ordnen, was könnte hier die kleinste sein?
S: Die ist die Klei..., ne die.
I: Warum?
S: Weil da eine Null vor steht.
I: Ja, und da ist keine Null? Aber da sind zwei hinter-*(undeutlich)*
S: Ja, ist aber größer als die anderen.
I: Die Zahl hinten.
S: Mhm.
I: Worauf kommt es hier an, wenn du sie sortierst?
S: Aufs Komma.
I: Hmm. Du musst gucken, was hinter dem Komma steht, ne? Ich gebe dir noch einen Tipp, Zahlen mit Komma kann man noch mit Nullen verlängern. Das ändert nichts an den Zahlen, wenn du Nullen dran hängst, aber vielleicht hilft dir das. Kannst du da Zahlen mit Nullen verlängern?
S: Da kann man doch auch das Komma verschieben.
I: Nein das Komma lässt mal dran, bleibt so auch, wenn man da hinten Nullen dran hängt, genau so, Ja? Was ist dann, wenn du da unten eine Null dran schreibst?
S: Die ist kleiner als die.
I: Ja, warum?
S: Weil da eine Null vor steht und da Sechs.
I: Ja, und da kommt nach dem Komma gleich die vier, also ist die größer oder kleiner?
S: Mhm *(undeutlich)*,.
I: *(undeutlich)* das sind ja richtig absolute Zahlen. Gerundete nicht.
S: Die ist doch größer als die, oder nicht?
I: Ja.
S: Und die Null ist ... der Mittelpunkt.
I: Ja. Du hast die Zahlen vorhin verglichen, konntest keinen Unterschied feststellen, ne? *(undeutlich)* ... Stellen nach dem Komma. Die Kleinste davon ist dann?
S: Ja, *(undeutlich)* es könnten auch die beiden vor den zweien kommen, weil das zwei Vieren sind.
I: Richtig, aber die Kleinste ist die du da oben stehen hast.
S: Mhm, ja.

I: Bei der Vier muss man erst noch mal gucken, dann nimm mal noch eine Stelle dazu. Kannst du jetzt die beiden Vieren unterscheiden? Welche ist kleiner?
S: Die hier?
I: Hmm, du hast ja schon gesagt, die da unten ist die Kleinste. Sieben Komma fünf irgendwas.
S: Kommt da was Größeres?
I: Ja, ja. *(undeutlich)* Welche ist die Kleinste, die oder die?
S: Das ist das Kleinste.
I: Genau das ist die Kleinste, weil da eine Null steht.
S: Dann kommt die, dann die, dann die.
I: OK. Dann trag die beiden doch hier unten ein, wie du es mir grad gesagt hast. Jetzt kommt Sechs Komma Sieben, ne? *(undeutlich)*
S: Wo soll ich es hinschreiben?
I: Da drunter. Guck genau, was hast du gesagt, welche ist die Kleinste von denen?
S: Ahh.
I: Du musst nur das Gleiche hinschreiben.
S: *(schreibt)*
I: Guck es dir noch mal an, gefällt es dir besser als die erste Reihe?
S: Mhm, ja.
I: Ja? Bist du dir sicher, dass es jetzt stimmt?
S: Mhm.
I: War OK. mit dem Untereinander schreiben, ja?
S: Aha.
I: OK. nächste Aufgabe. Hier steht rechne schriftlich.
S: Hmm.
I: Was heißt schriftlich rechnen?
S: Aufschreiben.
I: Genau, dann mach das mal.
S: Darf man da auch Nullen hinter setzten?
I: Ahm, wie du möchtest, mal gucken.
S: *(schreibt)*
I: Jaa, ist in Ordnung, ist richtig. Du musst mir nur noch beantworten, warum du das so komisch hingeschrieben hast hier?
S: Damit man das besser berechnen kann.
I: Aha, worauf hast du geachtet beim Hinschreiben?
S: Dass das Komma untereinander ist.
I: Ahhh, und warum hast du beim Ergebnis das Komma grad an die Stelle gesetzt?
S: Weil es dahin kommt.
I: Auch untereinander?

S: Ja.
I: OK. völlig in Ordnung. Machen wir da mal weiter. Aufgaben mit Lücken.
S: Ja. *(schreibt und nuschelt)*
I: Ja, Kommazahlen nicht, aber andere schon in der Grundschule.
S: *(rechnet)*
I: Sicher? Aha da war die Eins vergessen.
S: Nee, das ist falsch.
I: Stimmt nicht?
S: Hier *(undeutlich)* das geht ja nicht.
I: Stimmt nicht, ne? Wo ist das Problem?
S: 19,5.
I: Ja.
S: *(undeutlich)*
I: Stimmt, ne? Gut, hervorragend. Zwei Malaufgaben noch.
S: Ja. *(schreibt)*
I: Eine Rückfrage, warum machst du das Komma an der Stelle?
S: Weil zwei, eine Stelle hinter dem Komma, zwei hinter dem Komma, dann noch eine, sind zwei.
I: Hmm, völlig richtig.
S: Ja.
I: Ganz in Ordnung. Wir machen was anderes. Ahm. Kannst du mir erklären was der Umfang von einer Figur ist?
S: Von einer Figur?
I: Hmm.
S: Der Umfang?
I: Hmm.
S: Was für einer Figur?
I: Irgendeine, was bedeutet der Umfang von einer Figur?
S: Ja... die Seiten berechnen.
I: Was heißt das, die Seiten berechnen?
S: a mal b.
I: Ich möchte keine Formeln wissen, vielleicht kannst du beschreiben was das ist. Vielleicht kannst du ein Beispiel nennen aus deinem Leben, irgendwo kann man das gebrauchen?
S: Ja. Vielleicht die Fläche hier drin.
I: Du hast zwei Sachen durcheinander geschmissen, die Fläche innen drin? Aber was ist der Umfang?
S: Die Linien und so berechnen.
I: Was heißt die Linien? Kannst du ein Beispiel zeigen?
S: Ja, zum Beispiel so und dann so. Dann muss man die Seite plus die Seite plus die Seite plus die Seite.

I: Aha, OK. das ist der Umfang. Hast du irgendeine Idee, wo so was in der Umwelt, in deinem Leben vorkommen könnte, wo du das gebrauchen kannst?
S: Geometrie?
I: Ja, das wäre die Matheanwendung, aber wo könnte man das im Leben gebrauchen? Beruf, oder...?
S: *(undeutlich)*
I: Ja, fällt dir ein Beispiel da ein?
S: Steine berechnen.
I: Ja, man braucht vielleicht Steine, wenn man etwas umranden möchte, richtig. Gut, ich hab hier eine Skizze von einem Grundstück. Und das sieht so aus. Um dieses Grundstück herum soll ein Zaun gestellt werden.
S: Mhm, das hatten wir schon mal.
I: Genau, ich möchte von dir gern wissen, wie lang dieser Zaun sein soll. Wie viel muss ich einkaufen, um dieses Grundstück komplett zu umzäunen?
S: Außen *(undeutlich)*
I: Hmm, dann mach das mal.
S: *(schreibt)*
I: Bevor du losrechnest, zeichne mir die Stücke Zaun ein, die du jetzt darauf geschrieben hast.
S: *(zeichnet)*
I: Ja, das hier genau.
S: Das fehlt hier noch.
I: Das fehlt, ja, ja. Hast du noch nicht aufgeschrieben, ne? Dummerweise steht da keine Zahl dran. Wie rechnet man das aus?
S: *(überlegt und nuschelt)* 44 darein.
I: Welche?
S: Die hier.
I: Warum? Wie kommst du darauf?
S: *(undeutlich)*
I: Die Skizze, die könnte ganz schlecht gezeichnet sein. Das ist nur eine Skizze, ne? Also messen und ausprobieren hilft uns da nicht weiter, ja?
S: Mhm.
I: Aber man kann es berechnen, das kann ich dir schon sagen. Ein Tipp?
S: Hmm.
I: Ich zeichne dir mal zwei Hilfslinien ein, vielleicht bringt dich das weiter! Sagt dir das jetzt was?
S: Ja.
I: Ja? Wie machst du weiter?
S: Ich gucke, wie lang dies ist.
I: Hmm.
S: Z.B. zwei Zentimeter.
I: Da steht ja dran wie lang das ist.

S: 20 Meter.
I: Ja.
S: Also muss ich das hier dran legen.
I: Jaa.
S: *(undeutlich)* und das auch noch mal.
I: Ja, ich weiß ja nicht wie lang ... Das kannst du ja nicht messen, das klappt nicht.
S: Mhm.
I: Aber vielleicht fällt dir an der ganzen Figur irgendwas auf?!
S: Ein Rechteck.
I: Aha, was weißt du über Rechtecke?
S: A mal a plus b mal b.
I: Ahm, das ist nicht ganz richtig. A plus a plus b plus b das geht dann schon, ja? Brauchen wir eigentlich nicht so. Aber du weißt vielleicht, wie lang diese Seite ist, von hier bis hier. Von da bis da.
S: 60 ...
I: 60 ist was genau.
S: 60 Meter.
I: Und das sind 20 Meter, wie lang ist das?
S: 40 Meter.
I: Aha, wie lang ist dann das Stück eigentlich?
S: 40 Meter.
I: Warum?
S: Weil das Stück 20 Meter ist, und da geht so weiter, dann muss das Stück auch 40 Meter sein.
I: Ja, ja, genau. Weil das ja ein Rechteck ist. Wenn das hier 40 ist, dann muss das hier auch 40 sein.
S: Hmm, ja.
I: OK. Jetzt müssen wir noch raus finden, wie groß das Stück ist. Da kommt auch noch ein Zaun hin. Also das kannst du da rein schreiben wie lang das Stück ist, so. Jetzt müssen wir noch das da.
S: Mhm. Das sind 20 ...
I: Hat das was damit zu tun? Die 20 Meter.
S: Ahah, das sind 40 Meter.
I: Ich gebe dir noch mal einen Tipp. (zeichnet).
S: Bis dahin sind es 83.
I: Hmm, wie viel sind es insgesamt? Das Stück?
S: Insgesamt 100 Meter.
I: 100?
S: Ja.
I: Nee, wie kommst du darauf?
S: *(undeutlich)* ... 26 Meter.

I: Du hast vorhin was vom Rechteck erzählt.
S: Rechteck, ja, ahm , hmm.
I: Was kannst du mir über diese Länge hier oben sagen?
S: *(undeutlich)*
I: Wie lang ist das hier?
S: 110.
I: Nee.
S: Nee? *(nuschelt)*
I: Ja, das kannst du mir genau sagen.
S: 200.
I: Warum?
S: *(undeutlich)*
I: Du berechnest diese Seite, genau so lang wie diese Seite.
S: Ja, 132 plus 132 plus 60 plus 60.
I: Aha, und dann? Hast du dann schon den Umfang?
S: Ahm, plus 40.
I: Ich zeig dir mal kurz, was du bisher gemacht hast. Das sind 132 das hier, da kommt schon mal ein Zaun hin und da. Und da plus 60 plus 60 hast du gesagt. Und jetzt?
S: Noch das hier.
I: Auch noch dazu?
S: Nee, das haben wir ausgerechnet, wie hoch das hier ist.
I: Hast du schon das Stück.
S: Das hab ich ja schon.
I: Gut. Den Zaun haben wir hier. Den schieben wir jetzt hier rüber, ne?
S: Hmm.
I: So, jetzt haben wir ihn da. Dieses Stück Zaun.
S: Ja ... dieses Stück Zaun ist 50 Meter.
I: Nee? Ungefähr, da hast du recht, ja.
S: Ja.
I: Was hast du gerechnet?
S: 132 minus 83.
I: Ja, das sind nicht 50, das sind 49.
S: Ja.
I: Das ist dies hier oben.
S: Nee, das hier.
I: Ja, und das da oben, wie lang ist das?
S: Auch 49.
I: Genau, also können wir es dahin schieben!?
S: Ja.
I: Wie viel brauchen wie denn insgesamt?
S: Die Seite ist 49 lang und das da drunter.

I: Ja. Das Stück war 40 ...
S: Und das 98.
I: Wo 98?
S: Ja ... wenn wir das nach da schieben und das nach da und 98. Wenn ich das plus das ...
I: 89, 40 plus 49 sind 89.
S: Achso, ich dachte jetzt ... plus ...
I: Achso, nein, das sind 40 Meter und das hier sind 59 Meter. Aber es ist egal wegen dem Verschieben. Wie viel ist das insgesamt, was hier grün eingezeichnet ist?
S: *(überlegt)*
I: Wir müssen ja wissen, wie viel Zaun wir kaufen müssen. *(undeutlich)*
S: Also, das sind 64 ... 384.
I: Genau, fehlt uns noch was? Haben wir alle Meter, haben wir jetzt alles zusammen?
S: Hmm, plus 40 plus 49.
I: Ahah, das haben wir doch schon.
S: Haben wir schon.
I: Wo kommen die denn?
S: (*undeutlich)*
I: Wir brauchen die gar nicht zu berechnen. Hast du schon richtig gemacht. Du hast das hier und das hier und diese Länge und diese Länge. Ob wir den Zaun dahin stellen oder da, ist egal, ändert an der Länge nichts.
S: Ja.
I: *(undeutlich)* ... Also müssen wir den da hin stellen. Aber so hast du vollkommen recht, du hast richtig gerechnet. Wir brauchen die 40 und 49 nicht auszurechnen. Kann man aber machen, man kann alle Einzellängen zusammen zählen, oder man kann es so ausrechnen wie du.
S: *(nickt)*
I: Ist völlig in Ordnung. Gut. Wir gucken uns ein anderes Gebilde an. Da geht es um ein Zimmer. Das ist das dick Umrandete und da drin liegen Fliesen, und die siehst du auch. Ich möchte von dir wissen, wie viel Fliesen da drin liegen.
S: Hmm, 200 *(zählt und schreibt)*
I: Was hast du jetzt gezählt?
S: Das hier habe ich hier zusammen gezählt, das sind 8 mal 9.
I: Hmm, ja. Das ist?
S: 61.
I: Quatsch.
S: 62. 8 mal 9?
I: 8 mal 9.
S: Ach, 72.

I: Aha.
S: Hab … gerechnet.
I: Ja.
S: Und das ist 6 und 3 sind …
I: Ja, völlig OK.
S: Und die zusammen rechnen.
I: Ja, richtig.
S: 90.
I: Sind 90 Fliesen?
S: Ja.
I: Kein Problem, ne?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Gut. Dann kannst du wohl auch das rechnen. Wie groß ist die Fläche von diesem hier?
S: Das ist genau das Gleiche wie da oben, ne?
I: Das da, hier geht es um die Fläche und nicht um Umfang.
S: *(überlegt)*
I: Nicht um den Umfang. Nicht plus.
S: *(überlegt)*
I: *(undeutlich)*
S: Das sind auch 8 Meter, …
I: Ja, genau.
S: Und das ist dann genau das Gleiche wie da.
I: Ja, hilft dir das weiter?
S: 18 plus 8.
I: Jetzt musst du mal aufpassen.
S: Ahm, das hatten wir lange nicht mehr.
I: Kannst du diese Fläche auf einmal berechnen?
S: … schon.
I: Was hast du hier gerade gemacht bei den beiden? Du hast die zerteilt.
S: Ja, das …
I: Hat das was mit dem hier zu tun?
S: Sieht fast so aus als ob das umgedreht wurde.
I: Jaa, ist eine andere Form. Das ist richtig. Was stört dich dran? …
S: *(schreibt)*
I: OK. was hast du jetzt?
S: 8.
I: Ja.
S: Sieben, sieben.
I: Ja, OK. Was hilft dir das? Was machst du weiter?
S: Ich rechne dieses hier aus.
I: Hmm.

S: Und dieses und dieses.
I: Ja, ist richtig. Wie rechnest du das denn aus?
S: 15 Meter.
I: Schon wieder plus?
S: 22 Meter.
I: Ja. … Umfang.
S: Nein das war mal.
I: Warum?
S: Weil es Flächeninhalt ist.
I: Aha. Was rechnest du denn mit einer Fläche aus?
S: Dieses, dieses innen drin.
I: Ja.
S: Wie zum Beispiel bei den Fliesen.
I: Genau, du rechnest aus, wie viel Fliesen zum Beispiel da drin sind.
S: 8 mal 7 …
I: Was, wenn die genau ein Meter lang sind?
S: 8 mal 7 sind 56.
I: Ja, Kannst du da hinschreiben, an das Stück … Was eigentlich.
S: Meter.
I: Meter?
S: Nee, Fliesen.
I: Ja, man kann auch in Fliesen, aber man nennt es auch Quadratmeter.
S: Ja, Quadratmeter.
I: Darauf kommt es aber nicht an.
S: Und jetzt 18.
I: Sicher?
S: Oder 3.
I: Vorsicht. Die 18 steht da ein bisschen blöd.
S: Ach nee, ich hab das ja eingeteilt.
I: 18 Meter ist das alles hier.
S: Jaa, ich hab's schon.
I: Was passiert, wenn du jetzt 18 mal 3 rechnest?
S: 11 mal 3 sind 33.
I: Aha.
S: *(rechnet und schreibt)*
I: Ja. Warum ist das so schwer gewesen? Ist das schwerer als das gewesen?
S: Ja.
I: Ja? Wäre es leichter gewesen, wenn ich dir hier ein paar Fliesen eingezeichnet hätte? Pass mal auf, ich mach dieses hier *(zeichnet)*. Hier sind 8 Reihen.
S: Und sieben, hmm.
I: Hätte das geholfen?
S: Ja.

I: Jetzt ist genau so wie da.
S: Ja.
I: Aber das brauche ich ja gar nicht, weil die Zahlen da schon dran stehen.
S: Ja, mit Zahlen ist eigentlich leichter.
I: Eigentlich ja, ne? Weil man braucht gar nicht mehr zählen.
S: Ja.
I: Also du musst wissen, dass das diese Zahl. Vielleicht sogar soll ... Fliesen.
S: Ja, aber.
I: Aber?
S: Hier hab ich das Gleiche gemacht wie da.
I: Hmm.
S: Bloß habe ich hier nicht gezählt, hier hab ich gerechnet.
I: Ja. Aber du erst mal eine Zeitlang gebraucht, was sollen diese Zahlen hier eigentlich. Hier war dir das sofort klar, schien es.
S: Hmm.
I: Hier habe ich das so gemacht, wie viel? Oder solche Kästchen, ja?
S: Ja.
I: Und wenn die fehlen, dann muss ich die Vorschriften ..., hier muss ich denken, ne? Das ist ganz toll, wenn da Zahlen dran stehen.
S: Ja, dann kann man es leichter rechnen.
I: Ja, ist genau das Gleiche. Wenn man rechnen will, muss man genau wissen, was man machen soll. *(undeutlich)* würde dir das helfen, wenn du dir da Fliesen vorstellst?
S: Ja.
I: Ich glaube nicht, dass ich die dir da noch einzeichnen muss. Was müsste ich dir da noch einzeichnen?
S: Genau das Gleiche wie da.
I: *(undeutlich)*
S: *(überlegt)*
I: Wie viel würdest du machen? Brauchst du nicht ein zu zeichnen!
S: Erst so und dann so.
I: Ja, ganz genau. Aber das kannst du dir jetzt auch vorstellen?
S: Ja.
I: Gut, hervorragend. Wir machen mal ein bisschen weiter und zwar was ganz anderes. Leichtes, denke ich mal. Ich mach das erst mal drauf, so. Das Malquadrat. Einmaleins, klar, wie es geht?
S: Ja, Vier mal zwei ist acht.
I: Genau richtig.
S: 4 mal 9 sind 12. 4 mal 4 gleich 16.
I: Da steht ja noch nichts.
S: Ach nee, 5 mal 2 sind 10. 5 mal 3 sind 15. 6 geteilt durch 3 sind 2.
I: Hmm.

S: 6 geteilt durch 2 sind ...
I: Halt, vorsichtig. Wie geht es hier weiter? Jetzt hast du hier vorne die Zahl, jetzt kannst du wieder ...
S: Ja, 2 mal 2 sind 4.
I: Hmm.
S: 30 geteilt durch 3 sind 15.
I: Nee, halt, halt. Das hier mal das ist 30.
S: 5 mal 6 ist auch 30.
I: Jetzt musst du wieder vorne gucken, halt. Das mal das.
S: Hmm, sind 24.
I: Hmm, ja.
S: So 8 ...
I: Jetzt müssen wir noch raus kriegen, was da oben steht. Wie geht das?
S: Das ist 7.
I: Warum?
S: 4 mal 7 sind 28.
I: Ja. Jetzt kannst du, glaube ich, wieder weiter rechnen.
S: Hmm, 2 mal 6 sind 12. *(rechnet und schreibt)*
I: Hervorragend, sehr gut. Ein bisschen Zeit haben wir noch. Ahm ...
S: Dreisatz?
I: Dreisatz.
S: *(schreibt und rechnet)*
I: Hmm.
S: 8 glaube ich.
I: Hmm,.
S: *(rechnet)*
I: Jawohl. Hervorragend, Ganz sauber gelöst. Dann kannst du auch diese Aufgabelösen.
S: *(schreibt und rechnet)*
I: Was hast du gerechnet?
S: Zwei Gärtner und ein Gärtner.
I: Hmm.
S: Und eins, und 3 mal 2 ist 6.
I: Aha, warum hast du es jetzt umgedreht?
S: Wie umgedreht?
I: Du hast es vorhin anders gerechnet, glaube ich. Hier hast du vorhin *(schreibt und zeigt)*
S: Aber das ist proportional und das ist antiproportional.
I: Aha, OK. das hast du sofort entdeckt. Sehr gut, völlig richtig. Das wollte ich nur wissen. Letzte Aufgabe.
S: (*überlegt)* Ist ganz einfach.
I: Ja?

S: Glaube ich mal.
I: Gut.
S: *(schreibt und rechnet)* Das ist eigentlich egal , wenn einem Schüler ... und ... braucht ein Schüler auch nur fünf Minuten.
I: Ja, logisch.
S: Nee unlogisch.
I: Was machen 20 Studenten.
S: Auch fünf Minuten.
I: *(undeutlich)*
S: Auch fünf Minuten.
I: Aha, wo ist das Problem? Willst du was verändern?
S: Mhm.
I: Lass dich nicht verärgern.
S: Hmm.
I: Das geht auch gar nicht, du hast hier richtig entschieden. Das ist proportional, das ist antiproportional. *(undeutlich)* Da ist gar nichts zu rechnen.
S: Was ist das denn?
I: Also man muss genau lesen, was da eigentlich steht.
S: Mhm.
I: Man kann nicht alles rechnen, wenn da Zahlen stehen, da hast du vollkommen recht. Ist doof, ne? Blöde Aufgabe, aber du bist nicht drauf reingefallen *(undeutlich)* aber irgendwie geht es nicht.
S: Ah ja.
I: Das kann ja mal vorkommen. Kannst du Eier kochen?
S: Ja.
I: Wie lange würdest du in Ei kochen bis es hart ist?
S: Fünf Minuten.
I: Wie lange brauchen zwei Eier?
S: Auch fünf Minuten.
I: Siehst du, ist überhaupt kein Problem. Brauchst noch nicht mal drüber nachdenken, weißt du sofort. Die kochen ja beide gleichzeitig. Das ist genau so eine Aufgabe.
S: Aber das eine Ei braucht vielleicht länger, weil du es später rein tust!?
I: Gut, das kann sein, vielleicht ein paar Sekunden später, das ist in Ordnung. Aber eigentlich ... völlig richtig beantwortet, das war in Ordnung. Ich danke dir.
S: Gut.
I: War schlimm?
S: Nee.
I: War in Ordnung, ne? Gut Ihr habt Sport, ahm, ich bleibe jetzt hier, schickst du mir die Jessica dann rüber.
S: Ja.

I: Ihr könnt Euch ja Zeit lassen, die Pause fängt ja gleich an.
S: OK. Tschüß.
I: Tschüß.

B.17 Jessica

Jessica *(Schule 2; 18.09.02; 4. Stunde)*

I: Ich möchte ein paar Fragen mit dir über Mathe durchsprechen, und ein bisschen was rechnen. Also nichts Schlimmes, ja? Haben viel Zeit, kannst du in Ruhe machen. Ich möchte es nur gern auf Video aufnehmen, das soll dich nicht stören. Das ist nur deswegen, weil ich es sonst vergesse! Das kriegt niemand zu sehen, auch nicht Herr P. und sonst keiner aus der Schule. Das ist nur für mich, ja?
S: Mhm.
I: Und darf dich gar nicht stören dann, ne? Gut. Was fällt dir ein, wenn du an Matheunterricht denkst?
S: Rechnen.
I: Rechnen?
S: Ja.
I: Ist das gut? ... Gefällt dir das?
S: Geht so. Es kommt drauf an was!.
I: Aha, was denn, gefällt dir etwas besonders gut?
S: Plus.
I: Plus?
S: Ja.
I: Gibt es auch etwas was du nicht magst, so gar nicht?
S: Mhm, minus.
I: Minus. Noch etwas, was Ihr da macht, was dir nicht gefällt?
S: Hmm. Dreisatz.
I: Dreisatz. Gefällt dir nicht?
S: Kommt drauf an, wie schwer die Fragen sind.
I: Aha, hmm. Ahm, kannst du dich an den Matheunterricht in der Grundschule erinnern?
S: Ein bisschen.
I: Und war das gut, war das nicht so gut?
S: Geht so.
I: Geht so?
S: *(nickt)*
I: Gibt es da was besonderes, was du vielleicht gern gemacht hast? Oder was du nicht gern gemacht hast?
S: In Mathe?

I: Hmm, in Mathe.
S: Ach so, ich hab mal gern ... gerechnet.
I: Hmm. Versuche ich jetzt.
S: Ja.
I: Ja, meinst du, dass Erfolg im Matheunterricht von deinen Lehrern abhängt?
S: Ein bisschen.
I: Ein bisschen. Wann zum Beispiel?
S: ...
I: Wenn du nicht klar kommst?
S: Naja, gut. Mit Herrn P. komme ich eigentlich ganz gut klar.
I: Hmm. Ahm, hast du Verbesserungsvorschläge? Was kann man besser machen im Matheunterricht? Dass es für dich mehr Spaß macht?
S: Oh Gott, weiß ich nicht.
I: Keine Idee?
S: Nee.
I: Gut, dann gucken wir uns mal ein paar Aufgaben an, ja?
S: *(nickt)*
I: Da oben siehst du Zahlen Die sind unterschiedlich groß. Die sollst du der Reihenfolge nach ordnen. Von klein nach groß.
S: Hmm.
I: Du fängst mit der Kleinsten an und schreibst die Zahl da rein, ne? Dann kommt die Nächste.
S: Da kommt die Kleinste rein?
I: Ja, da kommt die Kleinste rein. Gut, OK.
S: *(schreibt)*
I: OK., zufrieden?
S: Ja.
I: Ja, sicher. War nicht schwer. Jetzt wird es ein bisschen schwerer, weil da Kommazahlen dabei sind, aber sonst das Gleiche. Fängst wieder mit der Kleinsten an.
S: *(schreibt)*
I: Bist du dir sicher?
S: Nicht ganz sicher, hmm.
I: Nicht ganz, ne? Stört dich irgendetwas?
S: Das hier irgendwie.
I: Da hinten ist es komisch.
S: Ja.
I: Ich gebe dir mal einen Tipp. Schreib mal diese Zahlen hier, ich glaube um die geht es, hier mal untereinander.
S: Ja, *(schreibt)*
I: Fällt dir was auf?
S: Das Komma.

I: Das Komma, was fällt da auf beim Komma?
S: Also beim Letzten und hier sind die weiter vorne.
I: Hmm, kann man das anders schreiben?
S: Darunter.
I: Jaa, ... wenn es untereinander steht.
S: Ein bisschen.
I: Gut, dann mach das noch mal. Schreib die Zahlen so hin, dass das Komma immer untereinander steht.
S: *(schreibt)* So?
I: Ja, ist richtig. Hmm, gut. Dann guck dir die Zahlen in Ruhe an. Fällt dir was auf?
S: *(überlegt)* ...
I: Welche ist die Kleinste von den vier Zahlen?
S: Die hier.
I: Welche?
S: 7,4.
I: Warum?
S: *(überlegt)*
I: Die hast du ja auch schon hingeschrieben als kleinste.
S: Ja.
I: OK. Ich gebe dir noch mal einen Tipp. Man kann Zahlen mit Komma verlängern mit Nullen, ja?
S: Ja.
I: Das kann man machen, das ändert die Zahl nicht. Hilft dir das hier?
S: Ja, damit man ...
I: Ja, da kann man Nullen dranhängen.
S: ... bin nicht ganz sicher.
I: Das ist ja keine Reihenfolge, du hast sie nur erstmal aufgeschrieben, soweit ist das richtig. Ob sie der Reihenfolge da stehen, das müssen wir gleich noch raus finden. Aber du kannst zum Beispiel an solche Zahlen hier Nullen dran hängen.
S: Ja?
I: Ja, mach das doch mal.
S: Hier.
I: Ja.
S: Und eine.
I: Ja, guck mal ... Halt, halt, vorsichtig. Du hast die hier schon untereinander geschrieben, das macht man hier auch. Da die Null schon rüber geschrieben, ist richtig, da kann man noch eine Null dran hängen.
S: Ja.
I: So, was siehst du jetzt?
S: Dass die Spalten ... hier, also die bis dahin und die bis dahin.

I: Hmm, ja. Was ist mit der Zahl hier unten?
S: Die Größte.
I: Ja? Ist das die Größte?
S: Nee.
I: Nee? Was dann.
S: Hier.
I: Welche?
S: Die.
I: Aha, ja, ja.
S: Also die hier jetzt zum Schluss hin.
I: Ja, gut.
S: Die muss dann dahin, so.
I: Dazwischen?
S: Zwischen die hier.
I: Hmm.
S: Nee, Quatsch. Das kommt ja ganz da oben hin.
I: Aha. Warum, kannst du mir sagen warum?
S: Weil die ... kleiner ist als die ...
I: Richtig. Pass auf, wir gucken uns das noch mal anders an. Ich leg dir da mal was drauf. Wenn ich das so hinlege, kannst du mir wahrscheinlich gar nicht sagen, welche die Größte ist, ne?
S: Nee, überhaupt nicht.
I: Die sind alle mit einer Sieben vor.
S: Ja.
I: Ich decke hier eine Stelle hinter dem Komma auf. Kannst du mir was sagen, über die Größe der Zahl?
S: Ahm, also die ist im Moment größer.
I: Ja. Welche ist die Kleinste?
S: Die hier unten.
I: Ja, da ist ja Null, da ist eine Null an der Stelle hinter dem Komma. Also muss das wohl die Kleinste sein.
S: Hmm.
I: Was ist mit den beiden, die da eine Vier hinter dem Komma haben?
S: Weiß ich nicht.
I: Weißt du nicht, kann man auch nicht sagen, ne? Dann nehmen wir noch eine Stelle dazu. Kannst du jetzt was über die beiden Zahlen mit der Vier sagen?
S: Die ist größer.
I: Aha. Wenn man nicht genau weiß, welche größer ist, nimmt man eine Stelle dazu. Naja, haben wir es jetzt?
S: Ja, jetzt haben wir es.
I: Ja?
S: Ja.

I: Dann schreib noch mal die richtige Reihenfolge auf. Du kannst ja gucken, fang mal mit der 6,7 an, die war richtig.
S: *(undeutlich)*
I: Da hatten wir keine Frage, hast du als erstes hingeschrieben. Das war sofort klar. Schreib mal hier drunter, zweite Reihe.
S: *(undeutlich)*
I: Gucken wir uns gleich beide Reihen an.
S: *(schreibt und überlegt)* Die.
I: Ja, genau streich sie weg.
S: *(schreibt)*
I: Ja, das hast du eben gesagt. Ja.
S: *(schreibt)*
I: Ob du die Nullen hinschreibst oder nicht ist egal, ne? Hier haben sie dir geholfen, aber du kannst sie auch wieder weglassen.
S: Mhm.
I: Welche Reihe gefällt dir besser, die hier oder die untere?
S: Die hier.
I: Nein, von diesen hier, die hast du ja zuerst hingeschrieben. Diese Ergebnisreihe oder diese hier?
S: Die gefällt mir besser.
I: Welche gefällt dir besser?
S: Die Untere.
I: Die Untere. Welche, meinst du, ist richtig?
S: Die Untere.
I: Die Untere. Wir haben jetzt drüber nachgedacht und das sieht besser aus. Bist du zufrieden?
S: Ja.
I: Gut, OK. Machen wir ein Stück weiter. Da steht rechne schriftlich. Was heißt rechne schriftlich?
S: Also, auf Blatt schreiben untereinander.
I: Genau.
S: Oder …
I: OK. Da stehen drei Zahlen, du sollst plus rechnen. Kannst du da machen, da machen, wie du möchtest.
S: *(schreibt)*
I: Bevor du rechnest, eine Rückfrage. Was ist das für eine Zahl?
S: *(undeutlich)*
I: … Die eine hast du so interessant geschrieben.
S: Ja, weil da ein Komma ist.
I: Ja, da ist ein Komma bei. Irritiert dich, dass die kein Komma hat?
S: Ja.
I: Kann man die mit einem Komma schreiben?

S: *(überlegt)*
I: Wenn die keins hat, dann geben wir ihr eins. Wie kriegen wir das hin?
S: Hmm.
I: Pass auf, dann kann ich dir mal …
S: Fünf neun Komma Null Null.
I: Aha, warum?
S: *(überlegt)*
I: Du hast jetzt so was gesagt. *(schreibt)* Fünf neun, also 59 Komma 00. Ist das das Gleiche wie diese Zahl? Denn die Zahl steht da ja oben, ne? Also das da, die 59 steht in der Aufgabe. Und jetzt hast du mir gesagt, das da könnte man dafür hinschreiben. Ist das das Gleiche?
S: *(überlegt)* Eigentlich schon.
I: Glaubst du das? Ich nehme das mal weg, mit dem Komma. Null hinter dem Komma kann man weglassen.
S: Ja, hmm. Ja, ja ist das Gleiche.
I: So. Jetzt guck mal deine Aufgabe an.
S: *(undeutlich)*
I: Schreib noch mal.
S: *(schreibt)*
I: Das steht hier vorne …
S: *(überlegt und schreibt)*
I: Ja, OK. Warum hast du denn, beim Ergebnis, das Komma gerade an diese Stelle gesetzt?
S: Weil da ein Komma ist.
I: Warum kommt es dahin?
S: Ja hier, also.
I: Es steht untereinander.
S: Ja.
I: Ganz richtig, sehr gut. Dann können wir schon weiter machen. Da sind Aufgaben mit Lücken. Die erste ist ganz leicht, fangen wir erstmal damit an.
S: Das?
I: Genau, Aufgabe a).
S: *(schreibt)* so.
I: Jawohl. Jetzt kommen…
S: *(schreibt)*
I: Ja *(Geräusche)*
S: Ach du Scheiße.
I: Haha.
S: *(schreibt und überlegt) (Geräusche)*
I: *(undeutlich)*
S: Darf ich noch …
I: Ja klar. Du darfst alles da auf dem Papier schreiben, was du möchtest.

S: *(schreibt und überlegt)*
I: Ne, ne. Pass mal auf, hier hast du eine Aufgabe, minus, hier ist … kommt das Ergebnis raus, ne?
S: Ach, ach, ja. Jetzt hab ich es.
I: Ja, hast du es?
S: Mal gucken, noch mal. *(schreibt)*
I: Ich gebe dir einen Tipp. Versuch mal raus zu finden, was in der Mitte steht. Kannst du die Aufgabe so schreiben, dass du eine von den beiden Zahlen, die du schon hast, dort hinschreibst. Eine dort, in der Mitte ist ein Rechenzeichen, du weißt nur nicht genau was. Dann kommt gleich, dann steht unser Kästchen hier. Die beiden Zahlen, das Kästchen ist auch wieder da. Das Kästchen ist hier.
S: Das ist dies?
I: Das ist die Frage, wo kommen diese beiden Zahlen eigentlich hin? Vorne oder hinten und was für ein Rechenzeichen kommt da eigentlich zwischen? Also man kann die so hoch stellen, ne?
S: Das geht jedenfalls nicht.
I: Das klappt nicht, ne?
S: Nee, das weiß ich.
I: Aha. Bevor du rechnest, kann das sein, mal? Und hier minus, dass das mit mal zusammen hängt? Oder mit geteilt? Du machst es hier ganz kompliziert, das ist es nicht. Das bleibt schon mal plus oder minus. Bloß hast du gesagt, geht es nicht. Du hast es ja schon probiert.
S: Ja.
I: Wie wäre es mit minus? Kann es das sein?
S: *(undeutlich, überlegt, undeutlich)*
I: Nee, es passt schon.
S: Ja?
I: Ist minus oder?
S: Ja, hab ich.
I: Ja, minus, ne? Zeig noch mal, kann das sein? Probier das mal aus, ob das stimmt.
S: *(schreibt)*
I: Das war doch gar nicht schlecht. Was machst du jetzt?
S: *(undeutlich)*
I: Nicht plus rechnen, du hast minus, du hast schon richtig gerechnet eben.
S: Ja. *(schreibt)*
I: Stimmt das?
S: Ja, ach so *(schreibt)*
I: Jaa, dann muss das jetzt wohl stimmen. Also was kommt da … hin? Das war doch die Aufgabe …, das kann man machen, ne?
S: Hmm.

I: Man kann 6,4 minus 2,8 rechnen, dann kommt das raus. Oder man kann 6,4 minus 3,8 rechnen, dann kommt das raus.
S: Mhm.
I: Funktioniert, ne? Das hast du ja gemacht. Gut, jetzt kommt die letzte. Da steht das Kästchen jetzt vorne.
S: *(schreibt)*
I: *(undeutlich)*
S: Ja, 5 minus 5 sind Null.
I: Das ist ja richtig.
S: Dann kommt da eine 2 hin.
I: Ahh, Moment mal. Du hast aber noch Komma da drin, ne?
S: Hmm.
I: Vorsichtig, rechne das mal aus.
S: Also ...
I: Minus hast du gemacht, ne?
S: Ja. *(rechnet)* So.
I: Aha, du hattest nur zu früh aufgehört, ne? Funktioniert. Was hast du da gerechnet am Anfang hier?
S: Also 75, also 7 Komma 5.
I: Ja.
S: plus 2.
I: Völlig richtig.
S: Ja.
I: Ganz genau, obwohl da minus stand, ne? Hast du rückwärts gerechnet jetzt. Richtig.
S: *(schreibt)*.
I: Halt, das waren schon deine Ergebnisse.
S: Achja, ja ...
I: Das macht nichts.
S: ...
I: Die 19,5 kommt da rein, das hast du hier richtig gerechnet da, ne? Gut, was ist mit mal?
S: Soll ich das auch schriftlich machen?
I: Kannst du auch schriftlich machen, klar.
S: *(schreibt)* Ja, sind 56.
I: Hmm.
S: Komma.
I: Hmm, bist du sicher, dass das Komma an die Stelle kommt? Wie kann man das raus finden, wo das Komma hinkommt?
S: Ach ja, zwei. Also eins zwei.
I: Hmm.
S: Dann kommt es ...

I: Wo kommt das Komma hin? Was hast du mir eben gesagt mit eins zwei?
S: Hier, da, da.
I: Ja. Was heißt das?
S: Ja, um zwei Stellen verschieben.
I: Ja.
S: Also jetzt eins zwei. Nee, Quatsch hier eins zwei.
I: Ja, ...
S: Da und dann ...
I: Genau, und vor dem Komma muss irgendwas stehen und wenn nicht, dann kommt da eine Null hin, ne?
S: Ja, aber kommt ...
I: Genau, Stellen hinter dem Komma zählen und beim Ergebnis das Gleiche tun.
S: *(schreibt)*
I: Gut. Ist ganz hervorragend. Warum hast du da eine Null zwischen stehen noch? Kannst du mir das noch mal erklären?
S: Also, also 0 mal 2 ist 0 und 2 mal 0 ist auch 0.
I: Ja.
S: 3 mal 2 ist 6.
I: Ja.
S: Ja 6. Also 3 mal 0 ist auch Null.
I: Ja.
S: 6 hier hinten. Und dann mal Null plus Null sind Null.
I: Ja.
S: Und eine Null kommt dahin.
I: Ja. Wie hast du dich entschieden, dass das Komma dahin kommt?
S: Das sind auch wieder zwei Stellen.
I: Genau, OK. Völlig richtig, sehr schön. Wir machen jetzt mal was anderes Jessica. Kannst du mir sagen, was der Umfang einer Figur ist? Kannst du das beschreiben, also nicht die Formeln. Formeln möchte ich nicht wissen. Was ist der Umfang von einer Figur?
S: Ahm.
I: Ich gebe dir mal ein Beispiel. *(zeichnet)* Du hast eine Figur hier.
S: Ja.
I: Oder so was, das könnte ein Rechteck sein. Was ist der Umfang von diesem Rechteck?
S: Das hier.
I: Beschreib mir das mal.
S: Das ist so, was außen rum ist.
I: Ja, was außen ist.
S: Der Umfang ist das, was ...
I: Richtig, genau. Das was außen ist, völlig richtig.

S: Ja.
I: Gut. Fällt dir irgendein Beispiel ein, wo man so etwas gebrauchen könnte im Leben? Warum macht man so was?
S: Wenn man es wissen will. Also … oder so.
I: Ja.
S: Oder Zaun.
I: Ja, Zaun. Zaun ist ein gutes Ding. Braucht man beim Zaun den Umfang?
S: Ja.
I: Pass auf, da hab ich hier ein Beispiel für dich. Da siehst du so ein Grundstück.
S: Hmm.
I: Das ist eine Skizze von einem Grundstück. Und da möchten wir einen Zaun drum bauen.
S: Ja.
I: Und ich möchte wissen, wie viel Zaun ich kaufen muss. Kannst du mir das sagen? – Wie kriege ich das raus?
S: Ehf … wie war das denn, ich hab alles wieder vergessen.
I: Dann erarbeiten wir uns das ganz langsam, he? – Was ist der Umfang, ne?
S: Ja, *(undeutlich)*
I: Jaa, kann schon sein. Brauchen wir das unbedingt? Lass uns das mal erarbeiten, wie würdest du denn anfangen?
S: Also, …
I: Da sind 60 Meter, da stelle ich schon mal einen Zaun hin.
S: Ja.
I: Also 60 Meter brauch ich auf jeden Fall schon, was brauche ich noch?
S: 2 mal 30, ah, nee. Ein mal 32.
I: Hmm, zeichne mal ein.
S: So.
I: Wie viel brauchen wir jetzt schon? Wie viel haben wir jetzt schon insgesamt an Zaun?
S: Ahm, also, 92.
I: Was hast du gerechnet?
S: Ahhm.
I: Wie hast du das berechnet?
S: Also ein mal 32 plus 60.
I: Ja. Das Stück und das dazu, dann hast du schon mal das Stück, das du rot eingezeichnet hast.
S: Ja, dann kommen noch 20.
I: Ja, gut.
S: Das sind.
I: Rechnen können wir gleich. Da haben wir noch eins von. Das Stück, genau.
S: … auch noch.
I: Ja, jetzt haben wir ein Problem, ne?

S: Ja.
I: Wie lösen wir das Problem?
S: Ahm, 200, na. Ahm, 132 mal, glaube ich, 82 glaube ich.
I: Warum mal? Also eben hast du noch was von plus erzählt. Das war auch schon ganz gut, weil wir dann genau das Stück hier, was wir rot umrandet haben. Das können wir gleich ausrechnen. Machen wir gleich. Ich möchte eigentlich nur von dir wissen, wie wir herausfinden, wie viel Zaun wir überhaupt auf dieses Stück stellen können!?
S: *(überlegt)*
I: Ich gebe dir mal einen Hinweis, ich zeichne dir eine Hilfslinie ein. Vielleicht hilft dir das weiter.
S: Ja.
I: Hilft dir das?
S: Ja, ein bisschen.
I: Ein bisschen, denk doch mal in Ruhe drüber nach.
S: Also, na, 32, ich glaub plus. *(undeutlich)*
I: *(undeutlich)*
S: *(überlegt)*
I: Das sind 60 Meter.
S: Da auch 60 Meter, nee, quatsch, 20.
I: Ja, wo? Wo sind noch 60 Meter?
S: Hier ...
I: Ja, hilft uns das weiter?
S: Ja muss.
I: Von hier bis hier, da, ne? Das sind auch 60 Meter. Was hilft uns das?
S: Ach so, ...
I: Jaa, das wird etwas sein. Wir könnten ja da auch 60 Meter hinstellen. Aber da oben gehört das gleich zu dem Grundstück, ...
S: Ahm, wie war das?
I: Ja, das habt Ihr vielleicht gar nicht gemacht. Jetzt müssen wir das einfach für uns lösen. Das machen wir zwei jetzt. Dieses Stück hier, da muss ein Zaun hin. Fällt dir irgend ein Stück ein, das genau so lang ist wie dieser Zaun?
S: Das hier.
I: Welches?
S: Das hier, das.
I: Das und das sind gleich lang?
S: Ja. Nee?
I: Nee, nee. Das sieht vielleicht so aus, aber das ist nicht so.
S: Dann das hier.
I: Aha. Warum?
S: *(überlegt)*
I: Das ist ein Rechteck. Da muss das hier genau so lang sein wie das.

S: Ja.
I: Hilft uns das?
S: Hmm, ein bisschen.
I: Ein bisschen, wo denn? Was hilft uns das?
S: ... Ahm.
I: Kann man das ausrechnen, wie lang das da ist?
S: Das sind 40 Meter.
I: Wie kommst du darauf?
S: Ich hab minus gerechnet.
I: Das ist richtig. Was hast du hier gerechnet?
S: *(undeutlich)*
I: Ja, genau, dann schreib das schon mal da rein.
S: Hier?
I: Ja, nee, wo sind denn die 40 Meter auf diesem.
S: Hier.
I: Ja.
S: *(undeutlich)*
I: Ja. Was hast du eben gesagt, was ist 40 Meter? Das ist ja nicht unser Zaun, unser Grundstück.
S: *(undeutlich)*
I: Genau. Dann kannst du da auch 40 Meter hinschreiben. Denn das ist ja gleich, hast du eben raus gefunden. Was fehlt uns noch?
S: Das hier.
I: Ja. Wie kriegen wir das raus?
S: Auch wieder minus.
I: Ja, was denn?
S: 83 minus 132.
I: Geht das?
S: Nee quatsch, anders rum.
I: Anders rum. OK. dann mach das doch mal. Also ...
S: *(schreibt und überlegt)* ...
I: Sicher, ich bin gar nicht so sicher.
S: Hmm.
I: Das scheint mir ganz gut auszusehen.
S: Ja, OK. Ja.
I: Gut. Was heißt das?
S: Ahm, 49.
I: Jawohl, was machen wir mit 49?
S: Hier, das hier, ne?
I: Beide, ne?
S: Ja.

I: So, dann fehlt hier noch ein Stück Zaun. ... Wir wissen ja jetzt, wie lang die Stücke da sind.
S: Ja.
I: Jetzt möchte ich von dir wissen, wie lang der Zaun insgesamt ist, was muss ich kaufen?
S: Dann muss ich ... plus rechnen.
I: Ja. Dann darfst du das jetzt auch tun.
S: OK. *(undeutlich)*
I: Wie, ist egal.
S: *(rechnet und schreibt)* Ups.
I: Das sieht ganz gut aus, oder meinst du, du hast dich verrechnet?
S: Ich glaub schon.
I: Ja?
S: Ich glaub hier. *(rechnet)* Ach ja, ist doch richtig.
I: Stimmt, ne? War schon richtig. OK. das ist unser Zaun.
S: 384 Meter.
I: Völlig richtig OK. Haben wir raus gefunden. War doch gar nicht so schwierig. So, ... da geht es um etwas anderes. Das ist ein Zimmer.
S: Hmm.
I: Und da drin sind Fliesen ausgelegt. Und ich möchte gerne von dir wissen, wie viele Fliesen in diesem Raum liegen!?
S: *(undeutlich)*
I: Wie kriegt man das raus?
S: zählen.
I: Zählen, jaa.
S: *(nuschelt)* 68.
I: Du hast eben schon 72 hier.
S: Ah ja.
I: Was hast du hier unten noch gemacht?
S: Dazu gerechnet.
I: Dazu gezählt?
S: Ja.
I: Ja. Kann man so rechnen. Du hast erst diesen Teil, ist ja auch OK.
S: Hmm.
I: Das waren die 72.
S: 72 genau, kannst du dahin schreiben.
I: ... wie viel Fliesen da oben sind?
S: Sind 18.
I: Ja.
S: Plus rechnen.
I: Aha.
S: Das Ergebnis kann ich dahin schreiben?

I: Kannst du machen, hmm.
S: ... 90 ...
I: Ja 90 von diesen Fliesen, von den Kästchen. Genau. War gar nicht so schwierig, oder?
S: Hmm.
I: Das sieht ähnlich aus. Da geht es auch um eine Fläche. Ich möchte wissen, wie groß diese Fläche ist.
S: Fläche, ja? Also Inhalt, ja?
I: Flächeninhalt, genau.
S: Ahm.
I: Wie kann man das ausrechnen?
S: Dies hier.
I: Hmm, kannst du ruhig mal einzeichnen. Was hilft dir das?
S: Man kann das hier rechnen.
I: Ja.
S: Und ... weil die ja verschieden groß sind.
I: Genau. Wie machst du das?
S: Oh. Ich glaub 8 mal 7 – 56.
I: Hmm.
S: Kann ich hinschreiben?
I: Kannst du hinschreiben. Würde ich immer hinschreiben, dann vergisst du das nicht, ne?
S: Und 18 mal 3.
I: Stopp, Vorsicht. Wo sind 18 Meter?
S: Ups.
I: Aha. Fällt dir was auf?
S: Ja. Aps, das geht da ja nicht mehr.
I: Nee. Genau, die 18 Meter sind diese ganze Länge von hier bis da. Du willst aber nur das haben, ne? Kriegen wir das raus, wie lang das Stück ist?
S: *(überlegt)* 8 mal 7.
I: Ja.
S: Sind, ahm, mhm. Sind das 8 Meter.
I: Ja.
S: Dann mal.
I: Ja.
S: Sind 33.
I: Gut. Und wie groß ist die Fläche insgesamt?
S: Ja, dann plus.
I: Ja.
S: So. Soll ich da hinschreiben?
I: Kannst du auch da.
S: *(schreibt)*

I: Das war doch Meter.
S: Ja.
I: Und wie heißt es bei Flächen?
S: Quadratmeter.
I: Aha. Bei Flächen heißt es Quadratmeter, ne?
S: Hmm. Also kommt da eine Zwei hin, ne?
I: Genau, eine kleine Zwei oben ... dann ist das richtig. War das schwer?
S: Nö.
I: ... toll. Wir machen noch was anderes. Wir fangen ganz leicht an. Das ist ein Malquadrat.
S: Hmm.
I: Weißt du was so was soll? Wie das funktioniert?
S: Ja, ich glaub schon. Also das hier mal das hier.
I: Ja.
S: *(undeutlich)*
I: Ja, genau, dann trag da mal ein.
S: *(schreibt)*
I: Und jetzt?
S: Ohh, ha ha. Warten Sie mal.
I: Ja, was fehlt dir noch? Wo hast du ein Problem?
S: Hier.
I: Ja, wie kann man das raus kriegen, was hier oben hingehört?
S: Da.
I: Ist das geraten?
S: Gerechnet.
I: Wo hast du gerechnet?
S: Ja, plus.
I: Nee, es hat hier nichts mit plus zu tun, aber da steht schon eine Zahl und da steht auch eine Zahl.
S: Ja.
I: Hilft dir das?
S: *(undeutlich)*
I: Lass uns das rechnen, 4 mal 2 ist da. 5 mal das ist 30.
S: Ach ja.
I: Ja?
S: Sind 6.
I: Ja.
S: Da kommt dann ...
I: Ja.
S: *(rechnet)*
I: Was rechnest du?
S: Das hier und das sind 3 mal 2.

I: Ja.
S: Ja?
I: Ja. Du kannst ja auch überprüfen, ob das stimmt: 6 geteilt durch 3 sind 2.
S: Ja. Dann kommt da 2 hin.
I: Ja, genau. Richtig. Kannst du beantworten, indem du das prüfst, ob das stimmt. Gut.
S: *(schreibt)*
I: Sicher? Was hast du gerechnet? Du hast dir das anders angeguckt, glaube ich. Was hast du gerechnet? Das mal das?
S: Ach ja. Ups, geteilt schon wieder.
I: Ja, du bist in die falsche Zeile gerutscht, ne?
S: Ja.
I: Gut.
S: *(überlegt)* Hmm, ja, ahm.
I: Wo ist das Problem? Hast dich verrechnet, ne?
S: Ahm. Hmm. So.
I: Gut.
S: Ach ja, jetzt ja. *(schreibt)*
I: Was rechnest du?
S: … ahm.
I: Ist schon richtig.
S: Ahh, ahm.
I: 7 mal 2 ist schon richtig. Jetzt geht es weiter.
S: Ja, ja. 7 mal 3.
I: Ja, genau. Hast es dir zu schwer gemacht gerade, ne?
S: *(rechnet)*
I: Eine letzte Aufgabe. Nur noch hier unten.
S: Ach Dreisatz.
I: Ja, hier oben machen wir die …
S: *(rechnet)*
I: Guck dir das genau an die Aufgabe.
S: Hmmm.
I: Was willst du rechnen?
S: Alle … Aufgabe. Ich verwechsele die immer …
I: Überleg mal, ist das proportional, oder ist das antiproportional? Habt Ihr beides schon gemacht.
S: Antiproportional.
I: was ist denn das jetzt?
S: Anti.
I: Ja?
S: Ahm. – *(Ende der Videocassette)*

B.18 Özlem

Özlem *(Schule 2; 18.09.02; 5. Stunde)*

I: ... mir sind ein paar Sachen bei dir aufgefallen. Nicht, ob etwas besonders gut war oder besonders schlecht. Ich wollt einfach mit dir ein paar Sachen besprechen, ja?
S: Ja.
I: Ich möchte es gerne auf Video aufnehmen, weil ich es sonst zu schnell vergesse, was du sagst. Das kriegt niemand anders zu sehen, nicht Herr P., niemand anders, ja? Also da gar nicht dran stören.
S: Mhm.
I: Gut. Was fällt dir ein, wenn du an Matheunterricht denkst?
S: Scheiße.
I: Schlecht, ganz schlecht, ja?
S: Ja.
I: Gibt es irgendwas besonderes, was du besonders schlecht findest, was du gar nicht magst?
S: Ja, ja. Prozentrechnung.
I: Prozentrechnung, macht Ihr gerade, ne?
S: Nein.
I: Habt Ihr schon?
S: Ja klar.
I: Ja. Und gibt es irgendwas, was dir vielleicht gefällt, was du gern gemacht hast?
S: In Mathe?
I: Hmm.
S: Plusaufgaben.
I: Plusaufgaben.
S: und minus und so.
I: Ja. Und kannst du dich an deinen Matheunterricht in der Grundschule erinnern?
S: Ja, ein bisschen.
I: War das da besser?
S: Ja, auch so wie hier.
I: Auch so wie hier?
S: Ja, aber hier ist ein bisschen schwerer.
I: Hmm. Also es hat dir auch nicht so richtig gefallen da?!
S: Ja.
I: Gut. Meinst du, dass dein Erfolg im Matheunterricht von deinen Lehrern abhängt? So wie die das machen?
S: Ich glaub nicht.

I: Eigentlich hängt es von dir ab?
S: Ja, wann ich übe, ne?
I: Ja, ja. Aber hättest du vielleicht Verbesserungsvorschläge für die Lehrer, wie man das besser machen könnte?
S: Keine Ahnung, nee.
I: Ist schon OK. so?
S: Ja.
I: Gut. Wir gucken uns mal ein paar Aufgaben an. Was man da machen könnte. Einfach mal sehen, wie du ein paar Sachen rechnest. Du siehst da oben ein paar Zahlen. Die sind unterschiedlich groß. Die sollst du einfach der Größe nach ordnen. Du fängst mit der Kleinsten an, schreibst die Kleinste da rein.
S: *(undeutlich)*
I: Genau.
S: *(schreibt)*
I: OK. das war nicht so schwer, ne?
S: Nein.
I: Jetzt ist es ein bisschen schwerer. Das Gleiche Prinzip. Aber das sind Zahlen mit Kommas. Du fängst mit der Kleinsten an.
S: 6 Komma 7.
I: Jetzt die anderen.
S: *(schreibt)* So richtig?
I: Bist du dir sicher?
S: Mhm.
I: Nicht so ganz?
S: *(überlegt)*
I: Ich gebe dir einen Tipp. Schreib die mal hier alle untereinander. Moment, die 6,7 ist die Kleinste.
S: Ja, ja.
I: Da sind wir uns einig, denke ich. Dann nimm mal diese anderen Zahlen, die eine 7 vorne haben und schreib die da mal untereinander.
S: *(schreibt)*
I: Fällt dir was auf?
S: Die 7 Komma 67 ist, glaube ich niedriger, ehh kleiner als ...
I: Warum? Vom Gefühl? Kannst du es begründen, warum sie kleiner sein soll?
S: Weiß nicht.
I: Hier hast du ja noch ganz hinten die größte Zahl stehen, ne?
S: Ja.
I: Würdest du sagen, die ist kleiner? Ich gebe dir mal noch einen Tipp. Schreib die mal so untereinander, dass das Komma von jeder Zahl, das Komma der Zahl drunter steht.
S: *(schreibt)*
I: guck sie dir jetzt noch mal an.

S: Die 7,4 ist größer als die 7,067, weil wenn hier auch eine 4 wäre, ne, wäre das hier größer.
I: Hmm, ja. OK. Und die anderen drei Zahlen, was ist mit denen?
S: Ahm, die 7,5 ist auch größer als die 7,4.
I: Ja. Jetzt kriegst du aber eine andere Reihenfolge, glaube ich.
S: Reihenfolge?
I: Ja, eine andere, als du hier hast.
S: Ja.
I: Schreib die noch mal genau hier drunter, die Zahlen. In der nächsten Zeile. Lass das hier stehen, schreib einfach da drunter. Also 6,7 ist kleiner, das stimmt so.
S: *(schreibt)*
I: Sicher? Vorhin hast du noch was anderes erzählt. Das da.
S: Das ist richtig, ne?
I: Die Kleinste war die, ne.
S: Dann 7,4.
I: Das hast du eben schon gesagt, ne?
S: Dann 7,45.
I: Hmm. So, welche Reihe gefällt dir besser?
S: Die untere.
I: Die untere, bist du dir sicher, dass die richtig ist?
S: Ja, doch.
I: Glaubst schon? Du wirkst sicherer.
S: Ja.
I: Hast es richtig begründet mit der Null. Du hast hier auf die erste Stelle hinter dem Komma geguckt, und das verwirrt hier natürlich, weil die nicht untereinander stehen, und weil die Zahl hier viel länger ist. Ich glaube, das hat dich irritiert.
S: Ja.
I: Ja. Ist besser so, OK. Es geht weiter. Hier steht rechne schriftlich, ahm, wie geht das?
S: Also hier auch?
I: Kannst auch da rechnen, das geht vielleicht leichter.
S: *(rechnet und schreibt)*
I: Stopp, bevor du rechnest, eine Frage.
S: Ja.
I: Warum hast du die so untereinander geschrieben?
S: Ja, . . . , 9,6.
I: Hmm.
S: Das muss so sein.
I: Und die nächste Zeile, diese 61, da fehlt ein Komma, ne?
S: Ja.

I: Da könnte ein Problem auftauchen.
S: *(abgelenkt durch Geräusche)*
I: Wie macht man das bei Kommazahlen? Wie schreibt man die?
S: Untereinander.
I: Untereinander, aha. Gut. Das wird sonst nämlich was ganz anderes.
S: Schon wieder die größte ist 61 Komma oder?
I: Das ist egal, wichtig ist.
S: Nach der Größe.
I: Ja, wie du sortierst ist eigentlich egal. Aber jetzt das Komma ... hast du vorhin richtig gesagt.
S: Komma.
I: Ja. Die letzte Zahl hat dummerweise kein Komma. Kann man die mit einem Komma schreiben?
S: *(überlegt)*
I: Wie heißt denn die Zahl?
S: 59.
I: Ja, OK. Wo kommt da wohl die 59 hin?
S: Ich glaube hier, unter der ...
I: Du glaubst das, warum?
S: Jaaa.
I: Kannst du die 59 mit einem Komma schreiben? Kannst du da an die Zahl ein Komma dranhängen? Davor, mit rein stellen, wie kann man die Zahl 59 mit Komma schreiben?
S: *(überlegt)*
I: Ich versuche, dir zu helfen, sie hat ja keins. Wenn sie ein Komma hätte, wüsstest du genau, wo sie hin muss, ne?
S: Ja.
I: Wie kann man die mit Komma schreiben?
S: 5 Komma 9.
I: Jetzt muss ich dir eine Frage stellen. Du hast mir gesagt, die 59 in der Aufgabe und du schreibst 5 Komma 9, ist das das Gleiche? Darf man schreiben $59 = 5,9$?
S: ...
I: Ja, stimmt das? Ganz sicher? 59 Euro das sind 5 Euro 90, ist das das Gleiche?
S: Eh. Eh.
I: Stimmt nicht, ne? Wie kann man 59 mit Komma schreiben? Denk noch mal an Euro. Was sind 59 Euro.
S: 5 Komma neun null.
I: Das haben wir hier 5 Komma neun null. Das können wir so machen 5 Komma neun null Euro, 5 Euro 90 Cent ist sicherlich nicht das Gleiche wie 59 Euro.
S: 59 Komma 0.

I: Aha. Das ist was anderes, ja? Kannst du also schreiben 59, schreib mal hin, gleich 59, was hast du grad gesagt?
S: Komma 0.
I: Ja. Ist das das Gleiche?
S: Ja.
I: 59 Euro, da steht 59 Euro 0 Cent?
S: Ja.
I: Ist das das Gleiche?
S: Ja doch.
I: Ja ist es. OK. Jetzt hast du die 59 mit einem Komma, wo gehört sie also dahin?
S: *(schreibt)*
I: Das sieht anders aus und das ergibt ein anderes Ergebnis als das da.
S: Ja.
I: Da hast du die 59 Komma 0, musstest einfach ein Komma dran hängen, dann wusstest du auch, wo sie hin muss.
S: Ja, ...
I: Jetzt kannst du es auch ausrechnen.
S: *(rechnet)*
I: Warum hast du das Komma im Ergebnis an genau die Stelle gesetzt?
S: Ja, weil Komma muss ja unter Komma.
I: Ja, genau. Also auch im Ergebnis. Völlig richtig, gut. In Ordnung.
S: Soll ich die noch da hin schreiben.
I: Nee, reicht alles, der Zettel bleibt dabei, dann weiß ich was du meinst. Da sind ein paar Aufgaben mit Lücken.
S: Ja, ...
I: Ist nicht so schwer.
S: *(schreibt und rechnet)*
I: Wie hast du gerechnet?
S: Ja, $3,4 - 2,8$.
I: Hast du es geschätzt oder ausprobiert?
S: Ja, ausprobiert.
I: Aha. Ging aber schnell, hast nichts gerechnet, aber gut, warum nicht, das ist richtig. Gut.
S: 63.
I: Sicher? Guck es dir noch mal genau an. Was steht da, ... ob die wohl so stimmen kann.
S: *(überlegt)*
I: Steht da was von einer Kommazahl drin? Lies mal vor, die Aufgabe, was steht da jetzt?
S: Ja, ahm, 3 ... 7 Komma 5 gleich 12.
I: Stimmt das? Bin nicht ganz zufrieden.

S: Ja, ich schätze ist 53.
I: Nee, ...
S: Kommt da irgendwie eine Kommazahl raus?
I: Ja mit der Kommazahl ist da irgendwas komisch. Du hast 75 schon gerechnet da. Da steht aber 7 Komma 5. Denk noch mal an Euros. Kannst du dir eine Situation vorstellen zu dieser Aufgabe?
S: *(überlegt)*
I: Soll ich dir eine Situation erzählen?
S: *(undeutlich)*
I: Ha?
S: Nee, *(überlegt)*
I: Ich gebe dir doch eine Situation vor.
S: Ja.
I: Du hast Geld in der Tasche, du weißt aber gar nicht genau wie viel. Du kaufst dir etwas, das kostet 7 Euro 50. Das steht da.
S: Ja.
I: Und jetzt guckst du nach. Du möchtest ja wissen, wie viel Geld übrig geblieben ist. Du stellst fest, du hast noch 12 Euro übrig. Wie viel hattest du am Anfang?
S: 7 Euro 50.
I: Die hast du ja ausgegeben. Du hast irgendwas gekauft was 7 Euro 50 gekostet hat, ne? Die sind weg, du hast 12 Euro übrig. Wie viel hattest du vorher? Hattest du vorher mehr oder weniger als 12 Euro?
S: Mehr.
I: Mehr, du hast ja was ausgegeben, genau. ... Das kannst du hier ausrechnen. Das hast du übrig nachher, das hast du ausgegeben. Die beiden Zahlen hast du.
S: Ja.
I: Wie kannst du das rechnen?
S: *(überlegt)* irgendwas mit 67 Euros?
I: Nein. Ich male dir was auf, du kannst dir die Aufgabe vielleicht so vorstellen, dass diese beiden Zahlen, die du hast hier vorne schon rein schreibst, ich weiß nicht wie rum, das musst du dir überlegen. Dann kommt ein Rechenzeichen zwischen.
S: Plus oder minus.
I: Ja, plus oder minus. Das ist plus ja, das ist ja mehr als 12, ne? Hast du vorhin schon gesagt.
S: Ja, ja.
I: Rechne mal aus. 7 Komma 5 steht da, ne? Wie war das?
S: 87.
I: Halt, du hast vorhin was erzählt von Kommas.
S: Ach so, ja.

I: Ich glaube, das ist dein Problem, du hast immer so gerechnet, aber das Komma nicht so ganz beachtet, ne?
S: *(schreibt)*
I: Aha.
S: 19,5.
I: Damit bin ich einverstanden. Kannst noch mal überprüfen deine Aufgabe, stimmt das? Denk an das Geld.
S: Da kommt ja auch 19,5 drauf.
I: Ja. Hast 19,5 Euro in der Tasche, kaufst etwas für 7,5, dann bleiben 12.
S: Ja. 12 Euro.
I: Ja, genau. OK. da stehen zwei Malaufgaben noch.
S: *(schreibt)* 0 Komma 56.
I: Aha.
S: 0 Komma 6.
I: Bist du dir sicher?
S: Ja.
I: Schreib erst mal das Eine hin. Wo kommt das Komma hin?
S: Hinter der 6, nein vor der 6.
I: Ja? Wie kannst du sicher sein?
S: 0 Komma 6 oder?
I: Wie kannst du dir sicher sein, wo das Komma eigentlich hin soll? Wie findest du das raus?
S: Ja, zwei Zahlen, zwischen zwei Zahlen ist so ein Komma.
I: Ja.
S: Also muss da auch ein Komma hin.
I: Ja, eins oder zwei? Ihr habt so was gemacht, mit Stellen hinter dem Komma zählen. Du hast da schon hinter dem Komma gezählt, wie viel sind das?
S: Eine.
I: Und da? Auch eine.
S: Ja.
I: Was heißt das für das Ergebnis?
S: 0,06.
I: Aha, da sind das jetzt 2 Stellen hinter dem Komma, ne? Genau 0,06. Das verlockt so, gleich 0,6 zu schreiben, ist so einfach.
S: Ja.
I: So ist aber richtig. OK. wir machen was anderes. Ahm, erklär mir mal, was ahm der Umfang von einer Figur ist.
S: Umfang?
I: Hmm. Ich möchte keine Formeln wissen. Einfach nur erklären, vielleicht mit einem Beispiel. Was ist das? Was bedeutet das?
S: *(überlegt)*
I: Beispiel, da ist eine Figur wie.

S: Viereck.
I: ähnlich wie ein Rechteck. Was ist der Umfang von so einer Figur?
S: *(überlegt)* 4 mal 4 oder?
I: Da sind ja gar keine Zahlen, ne?
S: Vier Ecken.
I: Ja, vier Ecken, jaa. Wo findest du den Umfang?
S: Vier lange Striche.
I: Ach so, du meinst jetzt die Kästchen. Das ist einfach so eine Skizze, ahm die Zahlen wollen wir jetzt gar nicht haben. Ich gebe dir mal ein Beispiel, du hast eine große Wiese. Stell dir mal eine Wiese vor und auf dieser Wiese steht ein Schaf. Das Schaf soll nicht weglaufen, was kannst du machen?
S: *(undeutlich, murmelt etwas wie ‚festbinden')*
I: Sag mir nicht, das Schaf festbinden. ... Zaun ... Geht das?
S: Ja, geht. Kann man.
I: Kann man machen, ja. Muss man nicht, OK. stimme ich dir zu. Muss man nicht. Ich habe hier so einen Plan von so einer Wiese. Die siehst du dort, da stellen wir unser Schaf drauf. Das Schaf soll nicht weglaufen. Dann müssen wir einen Zaun kaufen. Der Zaun soll die ganze Wiese umzäunen. Und wie lang muss der Zaun sein, den wir einkaufen?
S: Muss man zusammen rechnen.
I: Was muss man zusammen rechnen?
S: 60 Meter, 83 Meter, alles zusammen rechnen.
I: Ja. Wie rechnet man zusammen plus, minus, mal?
S: Plus.
I: Aha, genau. Wir machen das mal. Wir zeichnen das mal ein. Du hast gesagt 60 Meter, damit fängst du an, da mal ein Stück Zaun. 60 Meter dann, ne?
S: Ja.
I: Die 83 Meter kommen auch dazu, plus. Wie geht es weiter? Zeichne mal ein, wo kommt mehr Zaun hin? Ahh wie lang ist der Zaun der da hin kommt?
S: Wie lang ...
I: Sicher? Steht doch nicht dran 20. Da steht Gemeinerweise gar nix dran, ne? Nimm erst mal die Ecke, die du schon hast, wo schon eine Zahl dran steht.
S: *(überlegt)*
I: Also da kannst du bestimmt schon einen Zaun drauf stellen, ne? Da unten auch, da an der Seite, da weißt du, wie lang das ist.
S: Hier auch?
I: Da steht auch eine Zahl dran, da wissen wir auch, wie lang der Zaun sein muss. Kannst du auch rot malen. Gut, jetzt haben wir alles eingezäunt, also da muss das hin. Du hast gesagt, es muss plus gerechnet werden. Das ist richtig. Jetzt müssen wir nur noch raus finden, wie lang das Stück und wie lang das Stück ist. Wie können wir das raus finden?
S: *(überlegt)* 83 minus 20, oder?

I: Hat diese Strecke hier was mit der zu tun?
S: Ja, warum nicht, ja.
I: Ich gebe dir mal einen Tipp. Ich zeichne dir mal zwei Hilfslinien ein, vielleicht hilft dir das. Hilft dir diese Zeichnung hier?
S: Amha, 83 Meter plus 20 Meter.
I: Das wäre dieses Stück hier unten, das ist aber nicht 20.
S: 40.
I: Warum ist das 40?
S: *(undeutlich)* Muss man zusammen rechnen 20 40.
I: Aha. Dann sind das zusammen?
S: 40.
I: Nein, 20 und 40?
S: 60.
I: Aha, wie kommst du drauf, dass es 60 sind?
S: So der Länge nach.
I: Jaa, das ist eine Skizze. Also Messen hilft uns da nicht weiter. Oder Schätzen könnte ganz falsch liegen. Aber man kann es auch berechnen, da hast du schon ganz Recht.
S: Ja.
I: Wie lang ist dieses Stück von hier, dieses hier von da bis da?
S: 60.
I: Dieses hier? Warum?
S: Ist irgendwie gleich lang.
I: Ja, genau. Das ist gleich lang, So, und jetzt weißt du, dass dieses Stück 20 ist, wie lang ist dann das?
S: Auch 60.
I: Nein.
S: 40.
I: Ja, genau. Du hast gesagt das hier, von hier bis hier ist 20. Dann muss man wissen, wie lang das hier ist – 40.
S: 40.
I: Ja, 40. Kannst du dran schreiben, ja da *(undeutlich)*
S: *(undeutlich)*
I: Das da ist auch 40 lang. Dieses hier, ne? Versuch mal raus zu finden, wie lang das hier eigentlich ist. Wie kriegen wir das hin?
S: Das ist 30, nee.
I: Ja, wie kommst du darauf?
S: Weil die Hälfte von dem 60 ist 30.
I: Ja, aber das hat ja gar nix mit dieser Länge hier zu tun, ne? Guck mal, die ist ja so, und diese geht so! Noch ein Tipp, wie lang ist denn das hier?
S: 83.
I: Nee. 83 ist das Stück.

S: Dann 132.
I: Genau. Also weißt du wie lang das hier ist.
S: 83.
I: Nein, nein, das Stück hier.
S: drei..., nee 40.
I: Wie rechnest du das aus?
S: 83 plus 20, nee, 40.
I: Guck mal nur auf die beiden Striche hier oben. Du weißt wie lang der große Strich ist, ja?
S: *(nickt)*.
I: Und du weißt, wie lang dieser Strich ist.
S: 132 Meter minus 83 Meter.
I: Jawohl. Das kannst du mal rechnen.
S: *(rechnet)* Sind 45.
I: Sicher? Nicht plus rechnen, minus.
S: minus, 48.
I: von 3 bis 2 geht nicht, 3 bis 12 sind?
S: Sind 7, ... 9.
I: 9 ja.
S: ... kommt eine 9 ...
I: Ja, OK. kannst du rein schreiben, dann können wir ausrechnen, wie lang der ganze Zaun sein soll.
S: Hier, ne?
I: Ja.
S: *(schreibt)*
I: OK.? Können wir jetzt ausrechnen wie lang der ganze Zaun ist?
S: Ja.
I: Ja? Dann mach das mal.
S: alles plus, ne?
I: Ja.
S: 373 Meter lang, der ganze Zaun.
I: Ja, du hast dich ein bisschen verrechnet. *(undeutlich)*
S: Beides sind 49.
I: Warum beides? *(undeutlich)*
S: Ach so, ja. *(rechnet)* 383 Meter.
I: OK. Wir machen was anderes. Da siehst du den Grundriss von einem Zimmer. Das dick Umrandete ist das Zimmer und da drin liegen Fliesen. Die siehst du. Wie viele Fliesen sind in diesem Zimmer?
S: *(überlegt)* 72 bis hier.
I: Hmm. Gut, aber ...
S: Da sind 18 ... 72.
I: Hmm.

S: *(rechnet)* 90 Fliesen.
I: Ja. OK. dann machen wir jetzt was anderes und zwar das. Dort siehst du auch einen Grundriss von einem großen Raum. Und auch da würde ich gern wissen, wie groß die Fläche, der Flächeninhalt ist.
S: Ja. Das ist das Gleiche wie hier oben.
I: Nein. Hier geht es um Umfang, da geht es um Flächeninhalt. Was kannst du tun? Hat das was hiermit zu tun?
S: Soll ich hier auch Zahlen schreiben?
I: Ja, wenn dir das was hilft. Ich weiß nicht, hilft dir das was? Kann sein.
S: *(überlegt und schreibt)*
I: Wie kommst du auf die 6?
S: Ja, da, hier sind 2 Meter.
I: Sind das 2 Meter lang?
S: ...
I: Ja und das 2. Da steht was anders.
S: 3.
I: Guck mal, da steht da unten schon was. Das hier.
S: 3.
I: Ja schon mal 3, ja. 3 hier unten hast du gesagt, das sind 3 ... und wie viel sind das hier oben noch?
S: 5.
I: Ja, genau.
S: Hier sind das 9, auch die Seite 9.
I: Ja, warum?
S: Ahm, da muss man 18 geteilt durch 9 rechnen.
I: 18 hast du glaube ich nicht gerechnet ... 18 sind das Ganze hier.
S: Ja.
I: Und du benutzt dieses Stück hier ... ein Schnitt machen. Das willst du hier wegnehmen, das nimmst du hier weg. Wie lang ist das hier oben?
S: 7 Meter.
I: Ja. Du nimmst von den 18 Metern 7 weg, wie viel bleiben übrig?
S: 11.
I: 11 ja, genau. OK. jetzt möchte ich trotzdem noch wissen, von dir, wie groß die Fläche ist. Wie kriegt man das raus?
S: Die ganze Fläche?
I: Ja alles. Kannst du das alles so auf einmal rechnen, oder musst du dir das vielleicht zerteilen das Ganze, diese Figur dort?
S: Zusammen rechnen alles.
I: Ja, was zusammen rechnen? Die Teile, die du jetzt alle hast, wenn du die zusammen zählst, plus rechnest, dann bekommst du den Umfang hier oben.
S: Dann minus.

I: Minus auch nicht. … Flächeninhalt. Guck mal, denk mal an das hier. Da hast du auch eine Flächenanzahl bestimmt, wie viele Fliesen da eigentlich drin liegen.
S: 90.
I: Ja, genau. Hilft uns das hier unten für das da? So nicht? Ich zeichne dir mal ein paar Fliesen hier ein. Und zwar teile ich dieses Stück hier ab. Ich zeig dir so, hier siehst du jetzt 8 Reihen Fliesen, 8 Reihen. Und in dieser Reihe liegen genau 7 Fliesen. Hilft dir das? Wie viele Fliesen sind in diesem Teil?
S: 5, ahm, 8 alles.
I: Ja sind 8.
S: 56.
I: Ja. Das steht schon dran, dass da 8 Fliesen sind, in der Reihe. Und da oben steht auch 7.
S: Ja …
I: Steht ja schon.
S: Ja 8 mal 7 sind 56.
I: Ja, ganz genau. Das heißt also 56?
S: Fliesen.
I: Fliesen? Quadratmeter Fliesen drin?
S: *(nickt)*
I: Ja? Dann hast du den Teil schon erledigt, was ist mit dem Teil?
S: Sind 18 mal 3.
I: Halt, 18 war das Ganze hier unten, das hast du ausgerechnet vorhin.
S: Ach ja, 11 mal.
I: …
S: … 33.
I: Ja. Brauchst du noch die Fliesen? Sollen wir die hier einzeichnen?
S: *(Kopfschütteln)*
I: Geht so, ne? Kannst du dir vorstellen. OK. … da und da? Wie viel ist das zusammen, diese Fliesen?
S: 33.
I: Ja, ja. Da 33, und kommen die noch dazu.
S: Die?
I: Ja die kommen auch dazu.
S: 56.
I: Ja.
S: 89.
I: Jawohl. Das heißt also, das sind 89.
S: Fliesen.
I: Genau, zusammen. Was war hier also schwierig?
S: *(überlegt)*
I: Wurde es leichter, als ich dir dieses hier eingezeichnet habe?

S: Ja.
I: Da war es plötzlich so was hier, da hast du es ganz von allein gemacht, sofort, ne? Das war das Gleiche.
S: Ja. Das war leichter.
I: War leichter, mhm. Das stand ja schon dran, ne? 8 und 7, . . . , stand eigentlich schon dran. Du hast aber nur diese Zahlen gesehen und hast gar nicht an die Fliesen gedacht, ne? Hat dir also geholfen mit den Fliesen?
S: Ja.
I: Hier brauchten wir das ja gar nicht. Konntest du dir vorstellen, wenn da 11 steht. 11 Reihen Fliesen nebeneinander . . . oder nicht. Würde dir das helfen so? Mit den Fliesen diese Vorstellung?
S: Ja.
I: Kann man so machen, ne? Gut, sind 89 zusammen. Gut, wir machen mal ein bisschen was anderes, ist schon fast vorbei. Dort siehst du ein Malquadrat, sagt dir das was?
S: Ja, zusammen zählen alles.
I: Mal steht da. Was musst du rechnen?
S: Mal.
I: 4 mal 2.
S: 4 mal 2 sind 8.
I: Genau. Und jetzt fehlt da was.
S: 6 kommt da.
I: Wo?
S: Hier.
I: Sicher? Warum?
S: Weil vier fünf.
I: Halt, hier wird nicht weiter gezählt. 3 mal das ist 6.
S: 2.
I: Aha. So funktioniert es, ne? Jetzt kannst du das ausrechnen, ne?
S: Minus 4.
I: Mhm, genau. Kannst du das hier ausrechnen?
S: Ja. Hier kommt 7.
I: Hmm.
S: *(schreibt)*
I: Hmm. Wie kriegen wir das raus?
S: 15.
I: Hast du das geraten jetzt?
S: 30 geteilt durch 2.
I: Warum 2? Nee, nee da ist die 3er-Reihe, da.
S: 6.
I: Ja.
S: Das sind 7.

I: Hmm. OK., in Ordnung. Da die kurze Aufgabe.
S: *(überlegt)*
I: ...
S: 3 plus 2 Komma 40.
I: Warum?
S: Weil rechnen wie viel, nee minus ...
I: Ich möchte wissen, wie viel 2 Dosen eigentlich kosten, ne? 3 Dosen Cola kosten 2 Euro 40. Kannst du mir sagen, was eine Dose kostet?
S: Eine Dose?
I: Ja, wenn 3 Dosen 2 Euro 40 kosten, was kostet eigentlich eine Dose?
S: 60 Cent?
I: Nicht ganz. Hast dich verrechnet ... Was hast du gerechnet? 2 Euro 40 durch 3?
S: Ja.
I: Ja, ist nicht 60. Ist was anderes.
S: Ist ...
I: Hast geteilt durch 4 gerechnet. 2 Euro 40 geteilt dich 4 sind 60 Cent ... 2 Euro 40 geteilt durch 3?
S: 8.
I: 8, und was ist das in Cent?
S: 80.
I: 80. Cent kostet eine Dose, genau. Was kosten 2 Dosen?
S: 1 Euro 60.
I: Jawohl. Wo war das Problem? Nächste Aufgabe ist ähnlich. Musst du aber genau lesen.
S: *(überlegt)*
I: 2 Gärtner brauchen 3 Stunden, um einen Rasen zu mähen. Möchtest das Ganze aber in einer Stunde geschafft haben. Was meinst du, brauchst du dazu mehr Gärtner oder weniger Gärtner?
S: Mehr.
I: Mehr, müssen schneller, mehr arbeiten.
S: 3.
I: 3? Da steht 2 Gärtner brauchen 3 Stunden. Wie viele brauchst du, wenn es in einer Stunde geschafft sein soll?
S: Ein Gärtner.
I: Ein? Dann hast du weniger. Kann nicht sein. Irgendwas mit antiproportional habt Ihr, glaube ich, gemacht, ne?
S: Antiproportional, ne?
I: Hmm.
S: *(schreibt)*
I: Der Anfang der Tabelle ist noch ein bisschen komisch. Da steht was von 2 Gärtnern, was heißt denn das bei diesen beiden Spalten da?

S: Hier?
I: Ja.
S: 3 geteilt durch 3.
I: Ja, aber.
S: Nee, 3 geteilt durch.
I: Ja, was sollen die Spalten eigentlich sein, Gärtner oder Stunden oder was hast du da gemacht?
S: Das soll nur eine Hilfe sein.
I: Ja, ja. Du hast wieder mal 3 genommen, das hilft uns aber nicht weiter. *(es klingelt)* Es müssen nachher mehr Gärtner sein, das hast du schon richtig gesagt.
S: *(überlegt)*
I: Mach mal eine Spalte für die Stunden. Vorher sind das wie viel Stunden?
S: 3.
I: Ja, und sollen nachher werden, wie viel?
S: Eine Stunde.
I: Genau. Kannst du hinschreiben. OK. So 3 Stunden, wie viel Gärtner sind das?
S: 2.
I: Ja, schreib mal die 2 hin. Da, was hast du da gerechnet?
S: 3 geteilt durch 3.
I: Ja.
S: Eins.
I: Was machst du auf der Seite?
S: 2 mal 6, ahm, 2 mal 3.
I: Jawohl. Wie viele Gärtner brauchst du, um das in einer Stunde zu schaffen?
S: Einen.
I: Da steht doch was anderes. Wie viele Gärtner brauchst du?
S: 6.
I: 6 Gärtner brauchst du. Die machen das in einer Stunde. Gut, OK. Danke, die Zeit ist um, ich danke dir.
S: ... noch die Letzte.
I: Gut, guck dir die Letzte noch mal an, aber genau lesen.
S: *(überlegt)*
I: Verstanden? Ein Chor singt ein Lied in 5 Minuten, 10 Schüler singen da mit. Wenn da nun 20 Schüler mit singen, wie lange brauchen sie für das Lied?
S: Auch 5 Minuten.
I: Auch 5 Minuten.
S: Ja.
I: Und wenn du das singst allein?
S: 5 Minuten.

I: Auch 5 Minuten. Ändert sich nix, hast gar nichts gerechnet!
S: Das bleibt ja gleich.
I: Bleibt gleich. Gut, OK. bist nicht drauf rein gefallen, hervorragend. Da kann man nichts rechnen.
S: Geht nicht.
I: Nee, geht nicht. In Ordnung. Özlem das war es, danke.
S: Bitte.
I: War schlimm? Geht, ne?
S: Nee, ein bisschen nervös.
I: Ja, brauchst du nicht sein. In Ordnung, das war es. Komm gut nach Hause, Ihr habt jetzt Schluss, ne?
S: Ja.
I: Gut, Tschüß.
S: Tschüß.